

確率・統計入門

Ryuhei Mori

2025-03-27

目次

前書き	2
第 I 部 確率論	3
第 1 章 はじめに	4
1.1 なぜ確率論と統計学を学ぶか？	4
1.2 本書の構成	4
1.3 その他の参考文献	4
第 2 章 確率空間	5
2.1 有限集合上の確率空間	5
2.2 可算無限集合上の確率	5
2.3 確率論の公理	6
第 II 部 統計学	7
第 3 章 Summary	8
参考文献	9

前書き

これは確率論と統計学の入門書である。確率論を数学的に取り扱うには通常は測度論とルベーグ積分を用いる。本書では測度論を学ぶ前の数学専攻の学生を対象に確率論と統計学の基礎を解説する。測度論とルベーグ積分を省略するため、しばしば積分と極限の交換などの等式を証明なしに用いる。後で測度論を学んだ後にぜひ振り返って欲しい。

第 I 部

確率論

第 1 章

はじめに

1.1 なぜ確率論と統計学を学ぶか？

This is a book created from markdown and executable code.

See Knuth (1984) for additional discussion of literate programming.

1.2 本書の構成

1.3 その他の参考文献

第 2 章

確率空間

2.1 有限集合上の確率空間

確率を考える集合を Ω とする。例えば明日の天気の高確率を考えたいときは

$$\Omega = \{\text{” 晴れ”, ” 雨”, ” 曇り”}\}$$

とする。この Ω のことを**標本空間**という。また、 Ω の部分集合のことを**事象**という。そして、事象に確率を与える関数 $P: 2^\Omega \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$ を**確率測度**という。確率測度は以下の条件を満たす。

1. $P(\Omega) = 1$.
2. $\forall A, B \subseteq \Omega, A \cap B = \emptyset \implies P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

一つ目の条件は全体の確率が 1 であるという意味の条件である。二つ目の条件は排反な二つの事象の確率はそれぞれの事象の確率の和であるという意味の条件である。この二つ目の条件を**有限加法性**という。例えば

$$P(\{\text{” 晴れ”, ” 雨”}\}) = P(\{\text{” 晴れ”}\}) + P(\{\text{” 雨”}\})$$

という等式は「晴れもしくは雨になる確率 = 晴れになる確率 + 雨になる確率」という意味の等式になる。これらのことから、 P は各要素 $\omega \in \Omega$ に対する確率 $P(\omega)$ から定まることが分かる。この標本空間と確率測度のペア (Ω, P) を**確率空間**という。

2.2 可算無限集合上の確率

標本空間 Ω が可算無限集合のときも、同様に確率測度を定義することもできるが、ここではより強い以下の条件を考える。

1. $P(\Omega) = 1$.
2. $\forall (A_n \subseteq \Omega)_{n \geq 0}, \forall i \neq j, A_i \cap A_j = \emptyset \implies P\left(\bigcup_{n \geq 0} A_n\right) = \sum_{n \geq 0} P(A_n)$.

この二つ目の条件を**完全加法性**もしくは **σ -加法性**という。

2.3 確率論の公理

第Ⅱ部

統計学

第 3 章

Summary

In summary, this book has no content whatsoever.

参考文献

Knuth, Donald E. 1984. “Literate Programming.” *Comput. J.* 27 (2): 97–111. <https://doi.org/10.1093/comjnl/27.2.97>.