

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

PROBABILIDAD I

Tarea IV

Sandra Del Mar Soto Corderi

Edgar Quiroz Castañeda

Raúl Llamosas Alvarado

Alan Ernesto Arteaga Vázquez

Jean Paul



Martes 15 de octubre del 2018

1. Sea A un evento ($A \in F$). Definimos X por

$$X(\omega) = \begin{cases} 1, & \text{si } \omega \in A \\ 0, & \text{si } \omega \notin A \end{cases}$$

¿Es X variable aleatoria?

2. Considere un espacio de probabilidad $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ y $F = \{\emptyset, \Omega, \{2, 4, 6\}, \{1, 3, 4\}\}$. Sean $X_1, X_2 : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ definidas como

$$X_1(\omega) = \omega^2 X_2(\omega) = \begin{cases} 1, & \omega \text{ par} \\ 0, & \omega \text{ impar} \end{cases}$$

¿Son X_1 y X_2 variables aleatorias en este espacio de probabilidad?

3. Sea f una función definida por

$$f(x) = \begin{cases} x + 1, & \text{si } -1 \leq x \leq 0 \\ 2x - 6, & \text{si } 3 \leq x \leq c \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Con c constante.

- (a) Determine el valor de c de tal manera que f sea una función de densidad.
- (b) Encuentre la función de distribución correspondiente a f .

4. Sea f una función definida por

$$f(x) = \begin{cases} cr^x, & \text{si } x \in \{0, 1, \dots\} \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

En donde $0 < r < 1$. Encuentre c para que f sea función de densidad.

5. La función de densidad de una variable aleatoria X es

$$f_X(x) = \gamma x^2 e^{-kx} \mathbb{I}_{(0, \infty)}$$

Donde $k > 0$.

- (a) Encontrar el valor de γ .
- (b) Encontrar la función de distribución F_X de la variable aleatoria X .
- (c) Calcule $P(0 < X < \frac{1}{k})$

6. Sea

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{si } x < 0 \\ \frac{1}{2}\beta, & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ \frac{1}{2}, & \text{si } 1 \leq x < 2 \\ \frac{1}{2}(1 - \beta), & \text{si } 2 < x < 3 \\ 0, & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

Donde $0 < \beta < 1$. Encontrar la función de distribución F_X

7. Demuestre que $f_X(x) = \frac{1}{2}e^{-|x|}\mathbb{I}_{\mathbb{R}}(x)$ es una función de densidad.

8. Sea X una variable aleatoria con función de densidad

$$f_Y(y) = cy\mathbb{I}_{\{1,2,3,4\}}(y)$$

(a) Determinar el valor de c para que f_Y sea una función de densidad de probabilidad.

(b) Calcule $P(1 < Y \leq 3)$ y $p(Y < 1|Y \leq 3)$

9. Sea X una variable aleatoria continua con función de densidad

$$f_X(x) = \begin{cases} 6x(1-x), & \text{si } 0 < x < 1 \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Calcule $P(|X - \frac{1}{2}| > \frac{1}{4})$.

10. Suponga que se selecciona aleatoriamente un punto z del cuadrado con esquinas $(2, 1)$, $(3, 1)$, $(2, 2)$ y $(3, 2)$. Sea A la variable aleatoria que mide el área del triángulo con vértices $(2, 1)$, $(3, 1)$ y z .

(a) ¿Cuál es el valor más grande que A puede tomar?

(b) ¿Cuál es el conjunto de puntos para el cual $A \leq \frac{1}{2}$?

(c) Encuentre la función de densidad de A .

(d) Encuentre la función de distribución de A .

11. Una póliza de seguros cubre las reclamaciones médicas de los empleados de una pequeña compañía.

El valor V de las reclamaciones hechas en un año es descrita mediante

$$V = 100000Y$$

Donde Y es una variable aleatoria con función de densidad

$$f_Y(y) = \begin{cases} k(1-y)^4, & \text{si } 0 < y < 1 \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Donde k es constante. ¿Cuál es la probabilidad de que V exceda 10000?

12. Una urna contiene 5 bolas rojas y 5 bolas azules. Se realiza un juego que consiste en extraer aleatoriamente 2 bolas de la urna. Suponga que si se extraen dos bolas del mismo color, el jugador gana \$1.11 y si se extraen dos bolas de distinto color el jugador pierde \$1.00. Si una persona participa en el juego dos veces, calcule la probabilidad de que la ganancia de esta persona sea mayor a \$0.00.

13. Sea X una variable aleatoria con función de densidad dada por

$$f_X(x) = \frac{1}{1}e^{-|x|}\mathbb{I}_{\mathbb{R}}(x)$$

Si $Y = X^2$, encuentre la función de distribución acumulada de Y .

14. Sea X una variable aleatoria con función de densidad dada por

$$f_X(x) = \begin{cases} 4x^3, & \text{si } 0 < x < 1 \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Encuentre $P(X \leq \frac{2}{3} | X > \frac{1}{3})$.