

Práctico 2: Probabilidad condicional y fórmula de Bayes

1. Sea P una probabilidad, A, B sucesos tales que $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{1}{3}$ $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$. Calcular:
 - a) $P(A|B)$, $P(B|A)$
 - b) $P(A^c|B)$, $P(B^c|A)$
 - c) $P(A^c|B^c)$, $P(B^c|A^c)$
2. Sea P una probabilidad, A y B sucesos tales que $P(A) = \frac{1}{4}$ y $P(A \cup B) = \frac{1}{3}$. Calcular $P(B)$ en los siguientes casos
 - a) Si A y B son independientes.
 - b) Si A y B son incompatibles.
 - a) Si A es un subconjunto de B .
3. Se tiran dos dados equilibrados. Considere los siguientes eventos
 - A = “la suma es igual a 3”
 - B = “la suma es igual a 7”
 - C = “al menos uno de los dados muestra un 1”

Calcular $P(A|C)$ y $P(B|C)$. ¿Son A y C independientes? ¿Qué hay de B y C ?

4. Se descubre una nueva enfermedad que se sabe afecta al 1 % de la población. La misma no presenta ningún tipo de síntomas. Por lo tanto un especialista ha diseñado un estudio para determinar si un paciente dado sufre o no dicha enfermedad. Se ha comprobado que el estudio tiene una precisión del 98 % sobre resultados positivos y del 97 % sobre resultados negativos. Es decir que si un paciente está enfermo, el estudio le dará positivo con una probabilidad de 0,98. De manera similar, si el paciente no está enfermo, el estudio dará negativo con una probabilidad de 0,97.

Usted se hace este estudio y obtiene un resultado positivo. ¿Cuál es la probabilidad de que efectivamente esté enfermo?

5. Una caja contiene 5 bolas negras y 4 blancas. Se extraen dos bolas sucesivamente. Resolver las siguientes partes considerando dos casos: la primera bola se vuelve a colocar en la caja y se mezcla (muestreo con reposición) o no (muestreo sin reposición).
 - a) Si se observa que la primera bola es blanca, ¿cuál es la probabilidad de que la segunda también sea blanca?
 - b) Sin saber el resultado de la primera extracción, ¿cuál es la probabilidad de que la segunda sea blanca?
 - c) Indicar si los sucesos “la primera bola es blanca” y “la segunda bola es blanca” son independientes.
6. Tres máquinas A, B y C producen respectivamente el 50 %, 30 % y 20 % del número total de artículos de una fábrica. Los porcentajes de producción de defectuosos de cada máquina son 3 %, 4 % y 5 % respectivamente. Se toma al azar un artículo de la producción total.
 - a) Hallar la probabilidad de que el artículo sea defectuoso.

- b) Si el artículo seleccionado es defectuoso, hallar la probabilidad de que haya sido producido por la máquina A .
7. Se lanza una moneda cargada de modo que la probabilidad de obtener cara es $\frac{2}{3}$. Si sale cara se elige un número natural al azar entre 1 y 9 y si sale cruz, un número natural entre 1 y 5 (en ambos casos de forma equiprobable).

¿Cuál es la probabilidad de que el número elegido sea par?

8. Se tienen dos urnas. La primera contiene 5 bolas blancas y 7 negras mientras que la segunda contiene 3 bolas blancas y 9 negras. Una bola es escogida al azar de la primera urna y transferida a la segunda. Luego, una bola es extraída al azar de la segunda urna.

Calcular la probabilidad de que la bola transferida haya sido negra dado que la bola extraída fue negra.

9. Un examen múltiple opción tiene 4 opciones para cada pregunta. Un estudiante ha estudiado lo suficiente como para que

- la probabilidad de que conozca la respuesta a una pregunta sea 0,5,
- la probabilidad de que pueda descartar una opción sea 0,25,
- de lo contrario, las 4 opciones le parecen igualmente probables.

Si sabe la respuesta obtendrá los puntos en la pregunta. Si no es así, elige aleatoriamente entre las 3 o 4 opciones disponibles según corresponda.

Si el estudiante responde una pregunta correctamente, ¿cuál es la probabilidad de que supiera la respuesta?

10. Tienes una urna que contiene 7 bolas rojas y 3 azules. Sacas tres bolas al azar. En cada extracción, si la bola es roja la dejas a un lado y si la bola es azul, la pones de nuevo en la urna y la mezclas. ¿Cuál es la probabilidad de que la tercera extracción sea azul?

(Si obtienes una bola azul, cuenta como una extracción, aunque la vuelvas a poner en la urna).

11. Un inspector de control de calidad seleccionará productos para realizar distintas pruebas en 9 líneas de montaje distribuidas en tres fábricas A , B y C , de una determinada empresa. Los porcentajes de producción de cada fábrica en relación a la producción total de la empresa y los porcentajes de fallas en cada línea de montaje respecto de la producción de dicha línea se presentan en la siguiente tabla:

		Porcentaje de producción	Porcentaje de falla
Fábrica A	Línea 1	25 %	0,5 %
	Línea 2	15 %	1 %
	Línea 3	10 %	1,5 %
Fábrica B	Línea 4	15 %	0,5 %
	Línea 5	10 %	1,5 %
	Línea 6	5 %	2 %
Fábrica C	Línea 7	10 %	1 %
	Línea 8	5 %	2 %
	Línea 9	5 %	2 %

1. Durante 5 días, el inspector selecciona al azar una de las líneas para ser inspeccionada ese día.
- a) ¿Cuál es la probabilidad de que seleccione una línea más de una vez durante los 5 días?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que nunca inspeccione la fábrica A?

2. Posteriormente, decide seleccionar un artículo al azar de la producción total de las tres fábricas.
- a) ¿Cuál es la probabilidad de que esté fallado?
 - b) Si el artículo seleccionado resultó fallado, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido producido por la fábrica A?