Practico 2.

1) $P(A) = \frac{1}{2}$ $P(B) = 1/3$ $P(A \cap B) = 1/4$

a) $P(A|B)$, $P(B/A)$

$$P(A|B) = \frac{(A \cap B)}{P(B)} = \frac{1/4}{1/3} = 3/4$$

$$P(B|A) = \frac{P(A|B)P(B)}{P(A)} = \frac{(3/4)(1/3)}{1/2} = 1/2$$

b) $P(A^c/B)$, $P(B^c/A)$

$$\boxed{P(A^c|B) = 1 - P(A|B)}$$

$$P(A^c|B) = 1 - 3/4 = 1/4$$

$$P(B^c/A) = \frac{P(A/B^c)\,P(B^c)}{P(A)}$$

$$P(A|B^c) = \frac{P(A \cap B^c)}{P(B^c)}$$

$P(A \cap B^c) = P(A) - P(A \cap B) = 1/2 - 1/4 = \boxed{1/4}$

$P(B^c) = 1 - P(B) = 1 - 1/3 = \boxed{2/3}$

$$P(A|B^c) = \frac{P(A \cap B^c)}{P(B^c)} = \frac{1/4}{2/3} = \boxed{3/8}$$

$$P(B^c/A) = \frac{(3/8)(2/3)}{1/2} = 1/2$$

c) $P(A^c|B^c)$. $P(B^c|A^c)$

$$P(A^c/B^c) = \frac{P(A^c \cap B^c)}{P(B^c)}$$

$P(A^c \cap B^c) \rightarrow = P((A \cup B)^c)$

$P(B^c) \rightarrow P(B^c) = 1 - P(B) = \boxed{2/3}$

$\rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$P(A \cup B) = 1/2 + 1/3 - 1/4 = \boxed{7/12}$

$P((A \cup B)^c) = 1 - 7/12 = \boxed{5/12}$

$$\rightarrow P(A^c|B^c) = \frac{5/12}{2/3} = \frac{5}{8}$$

$$P(B^c/A^c) = \frac{P(A^c|B^c)\,P(B^c)}{P(A^c)} = \frac{(5/8)(2/3)}{1/2} = 5/6$$

2) A y B $P(A) = 1/4$ y $P(A \cup B) = 1/3$. Calcular $P(B)$ si:

a) A y B son independientes:

- $P(A|B) = P(A)$
- $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - (P(A)P(B))$

$1/3 = 1/4 + P(B) - 1/4\,P(B)$

$1/3 - 1/4 = P(B) - 1/4\,P(B)$

$1/12 = 3/4\,P(B)$

$$\frac{1/12}{3/4} = P(B)$$

$1/9 = P(B)$

b) A y B son incompatibles:

$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

$P(A \cup B) - P(A) = P(B)$

$1/3 - 1/4 = P(B)$

$P(B) = 1/12$

c) Si A es un subconjunto de B

$P(A \cup B) = P(B)$

$1/3 = P(B)$

3) Dedos equilibrados

A) - suma $= 3 \rightarrow \{(1,2), (2,1)\}$

B) - suma $= 7 \rightarrow \{(1,6), (6,1), (2,5)(5,2), (3,4)(4,3)\}$

C) Al menos un $1 \rightarrow \{(1,1)(1,2)(1,3)(1,4)(1,5)(1,6)(2,1), (3,1), (4,1), (5,1), (6,1)\}$

$P(A) = 2/36 \quad P(B) = 6/36 \quad P(C) = 11/36$

$P(A \cap C) = \{(1,2)(2,1)\} = 2/36$

$P(B \cap C) = \{(1,6)(6,1)\} = 2/36$

$P(A|C) = \dfrac{P(A \cap C)}{P(C)} = \dfrac{2/36}{11/36} = 2/11$ A y C no son independientes ya que mantienen elementos en común

$P(B|C) = \dfrac{P(B \cap C)}{P(C)} = \dfrac{2/36}{11/36} = 2/11$. B y C tampoco son independientes.

2) a) $P(F) = (0,25 \times 0,005) + (0,15 \times 0,01) + (0,10 \times 0,015) +$
$(0,15 \times 0,005) + (0,10 \times 0,015) + (0,05 \times 0,02) +$
$(0,10 \times 0,01) + (0,05 \times 0,02) + (0,05 \times 0,02) =$
$= 0,00125 + 0,0015 + 0,0015 + 0,00075 + 0,0015 +$
$0,001 + 0,001 + 0,001 + 0,001$

$P(F) = 0,0105$ ✓

b) $P(F)$ = Probabilidad de falla.

$P(A)$ Probabilidad de fabrica A.

$$P(A|F) = \frac{P(A \cap F)}{P(F)} = \frac{0,00425}{0,0105} = \frac{17}{42}$$ ✓

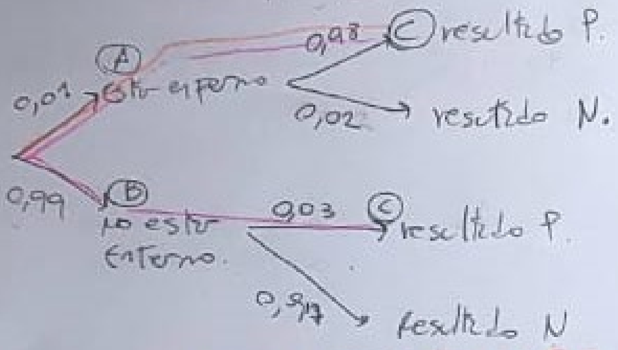
$P(A \cap F)$ = Probabilidad de que sea de fabrica A y este fallado

$P(A \cap F) = 0,00125 + 0,0015 + 0,0015$

$P(A \cap F) =$

4) Enfermedad afecta 1% población
Precisión 98% sobre resultados positivos
Precisión 97% sobre resultados negativos

Eventos
A – esta enfermo
B – No esta enfermo
C – resultado positivo



yo quiero saber la probabilidad de esta enfermo sabiendo que tuve un resultado positivo.

enfermo y con resultado positivo

$$P(A|C) = \frac{P(A\cap C)}{P(C)} = \frac{0{,}01\times 0{,}98}{(0{,}01\times 0{,}98)+(0{,}99\times 0{,}03)} = \frac{0{,}0098}{0{,}0395} = 0{,}248101$$

Todos los casos positivos

5) Caja con 5 bolas negras y 4 blancas.

a) Si la primera es blanca:

→ P. blanca con reposición $P(2^{da}\text{ blanca}) = \frac{C^4_1}{C^9_1} = \frac{\frac{4!}{3!}}{\frac{9!}{8!}} = \frac{4}{9}$

1) Saco una blanca (4/9)
2) Devuelvo la blanca
3) Vuelvo a sacar una bola blanca.

→ P. blanca sin reposición $P(2^{da}\text{ blanca}) = \frac{C^3_1}{C^8_1} = \frac{\frac{3!}{2!}}{\frac{8!}{7!}} = \frac{3}{8}$

cuando saco la segunda bola tengo menos cantidades de casos posibles y probables.

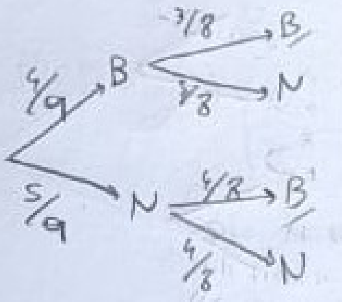
b) Si no se el resultado de la primer bola

→ P. blanca con reposición idem a la parte a.

$P(2^{da}\text{ blanca}) = \frac{C^4_1}{C^9_1} = \frac{\frac{4!}{3!}}{\frac{9!}{8!}} = \frac{4}{9}$

b) → P. blanca sin reposición

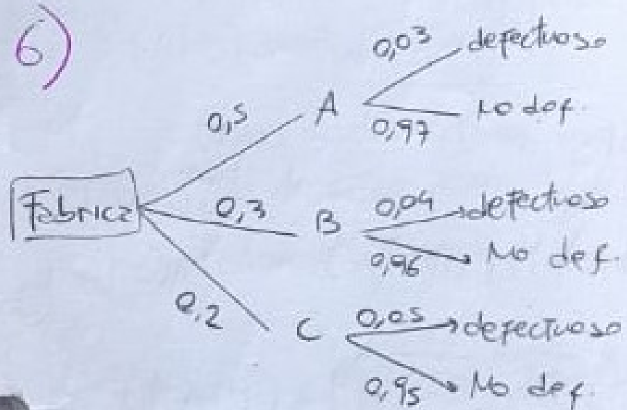
Si no tengo reposición significa que tengo:



$$\left(\frac{4}{9}\times\frac{3}{8}\right)+\left(\frac{5}{9}\times\frac{4}{8}\right)=\frac{1}{6}+\frac{5}{18}=4/9$$

c) Si hay reposición son independientes, pero si no hay reposición no son independientes dado que la primer bola que salga afecta el siguiente resultado.

6)



a) Probabilidad de que sea defectuoso:

Casos posibles $= (0{,}5 \cdot 0{,}03) + (0{,}5 \cdot 0{,}97) + (0{,}3 \cdot 0{,}04) + (0{,}3 \cdot 0{,}96) + (0{,}2 \cdot 0{,}05) + (0{,}2 \cdot 0{,}95)$

Casos posibles $= 0{,}015 + 0{,}485 + 0{,}012 + 0{,}288 + 0{,}01 + 0{,}19$
$= 1$

Casos probables $= (0{,}5 \cdot 0{,}03) + (0{,}03 \cdot 0{,}04) + (0{,}2 \cdot 0{,}05)$
$= 0{,}037$

$$P(\text{Defectuoso}) = \frac{0{,}037}{1} = 0{,}037$$

b) Probabilidad de que sea producido por A, sabiendo que es defectuoso 8)

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$P(A)$ = Producido por A

$P(B)$ = Es defectuoso = 0,037

$P(A \cap B) \rightarrow$ Prob. de ser defectuoso y ser producido por A

$P(A \cap B) = 0,015$

$$P(A|B) = \frac{0,015}{0,037} = 0,\overline{405}$$

7)

Moneda

- $2/3$ cara $\rightarrow \Omega = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ (espacio muestral si sale cara)
- $1/3$ cruz $\rightarrow \Omega = \{1,2,3,4,5\}$ (espacio muestral si sale cruz)

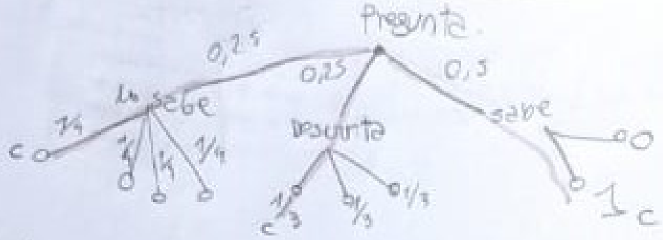
$$P(\text{Par/cara}) = \frac{4}{9} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{27}$$

$$P(\text{Par/cruz}) = \frac{2}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{15}$$

$$P(\text{Par}) = P(\text{Par/cara}) + P(\text{Par/cruz})$$

$$P(\text{Par}) = \frac{8}{27} + \frac{2}{15} = \frac{58}{135}$$

9)



El estudiante responde correctamente: Probabilidad de que realmente supiera la respuesta.

$P(A)$ = responder pregunta correctamente

$P(B)$ = saber efectivamente la respuesta.

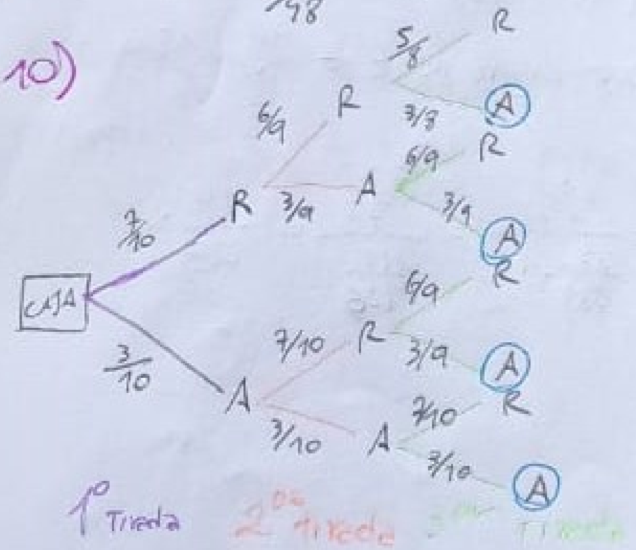
$P(B|A) = \frac{P(A\cap B)}{P(A)}$ → contestar bien y saber la respuesta. / → Todos los caminos que se respondió correctamente

$P(A\cap B) = 0,5 \times 1 = 0,5$

$P(A) = (0,25 \times 0,25) + (0,25 \times 1/3) + 0,5 = \frac{31}{48}$

$P(B|A) = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{31}{48}} = \frac{24}{31}$

10)



$P(A) = \left(\frac{7}{10} \times \frac{6}{9} \times \frac{3}{8}\right) + \left(\frac{7}{10} \times \frac{3}{9} \times \frac{3}{9}\right) + \left(\frac{3}{10} \times \frac{7}{10} \times \frac{3}{9}\right) + \left(\frac{3}{10} \times \frac{3}{10} \times \frac{3}{10}\right)$

$P(A) = \frac{7}{40} + \frac{7}{90} + \frac{7}{100} + \frac{27}{1000}$

$P(A) = \frac{787}{2250}$

11) 1) 9 Lineas de producción, 5 días.

a) Probabilidad de que se seleccione una línea mas de una vez durante los 5 días?

→ Idea problem del cumpleaños: "calcular la probabilidad de que de un grupo de m personas dos de ellas tengan el mismo cumpleaños".
Se calcula el complemento, es decir que todos tengan cumpleaños distintos.

$$1-\frac{A^{365}_{m}}{AR^{365}_{m}}$$

Calcular la probabilidad de que una linea sea elegida mas de una vez durante los 5 días es lo mismo que calcular la probabilidad que los 5 días se elijan lineas diferentes.

$$1-\frac{A^{9}_{5}}{AR^{9}_{5}}=\frac{\frac{9!}{(9-5)!}}{9^5}=\frac{15120}{59049}=\frac{1627}{2187}$$

b) Calcular probabilidad de que nunca se inspeccione la fabrica A

Probabilidad de que nunca sean inspeccionadas las lineas de la fabrica A:

$$\frac{AR^{6}_{5}}{AR^{9}_{5}}=\frac{6^5}{9^5}=\frac{32}{243}$$