Facultad de Ingeniería y Tecnologías
Departamento de Matemática
Probabilidad y Estadística

Práctico 4: Variables aleatorias continuas

1.

2. a)
   b) $E(X) = 5/4$.
   c) $P(0 < X < 1) = 1/9$.
   d) $F_X(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t \leq -1 \\ \frac{t^3+1}{9} & \text{si } -1 < t < 2 \\ 1 & \text{si } t \geq 2 \end{cases}$

3. a) $a = 3/2$.
   b) $F_X(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 0 \\ \frac{t^2+t^3}{2} & \text{si } t \in [0,1] \\ 1 & \text{si } t > 1 \end{cases}$
   c) $P(1/2 < X < 1) = 13/16$.
   d) $E(X) = 17/24$, $\text{Var}(X) = 139/2880$.

4. a) $P(1/2 < X < 3/4) = 95/256$.
   b) $f_X(t) = \begin{cases} 4t - 4t^3 & \text{si } t \in [0,1] \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$

5. a) $k = 1$.
   b) 1. $F_X(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 1 \\ 1 - \frac{1}{t} & \text{si } t \geq 1 \end{cases}$
      2. $P(-1 < X < 2) = 1/2$.
      3. $E(X) = +\infty$.

6. a) $P(X > x) = e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$
   b) $F_X(t) = \begin{cases} 1 - e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}} & \text{si } t > 0 \\ 0 & \text{si } t \leq 0 \end{cases}$
   c) La condición $P(X > 1) \geq 0{,}9$ se cumple si y solo si $\sigma \leq \sqrt{-\frac{1}{2\ln(0{,}9)}}$.
   d) $P(1 < X < 2) = e^{-\frac{1}{2\sigma^2}} - e^{-\frac{4}{2\sigma^2}}$.

7. Sea X una variable aleatoria exponencial de parámetro $\lambda > 0$.
   a) $P(X > x) = \begin{cases} e^{-\lambda x} & \text{si } x \geq 0 \\ 1 & \text{si } x < 0 \end{cases}$
   b) $F_X(t) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda t} & \text{si } t \geq 0 \\ 0 & \text{si } t < 0 \end{cases}$
   c)
   d) 1) e^{-1}.
      2) e^{-1}.
   e)

8. $1-(1-e^{-1})^5-5e^{-1}(1-e^{-1})^4$.

9.
   a) Calcular $P(X>t)=e^{-\lambda t}$.
   b)
   c) $1/\lambda$.
   d) $1-e^{-\frac{1}{3}}$.

10.
    a) $P(0\leq Z\leq 1)=\text{pnorm}(1)-\frac{1}{2}\approx 0{,}3413$
       $P(Z\geq 1)=1-\text{pnorm}(1)\approx 0{,}1587$
       $P(Z\geq -1)=1-\text{pnorm}(-1)\approx 0{,}8413$
    b) $P(Z\in[-1,1])=\text{pnorm}(1)-\text{pnorm}(-1)\approx 0{,}6827$
       $P(Z\in[-2,2])=\text{pnorm}(2)-\text{pnorm}(-2)\approx 0{,}9545$
       $P(Z\in[-3,3])=\text{pnorm}(3)-\text{pnorm}(-3)\approx 0{,}9973$
    c) $P(X\in[\mu-\sigma,\mu+\sigma])=P(Z\in[-1,1])$
       $P(X\in[\mu-2\sigma,\mu+2\sigma])=P(Z\in[-2,2])$
       $P(X\in[\mu-3\sigma,\mu+3\sigma])=P(Z\in[-3,3])$
    d) $C=\text{qnorm}(0{,}75)\approx 0{,}6745$
    e) $C=\text{qnorm}(0{,}0287)\approx -1{,}9003$
    f) $C=\text{qnorm}(0{,}975)\approx 1{,}96$

11. Una aproximación es 0,2529.

12. X tiene a F como función de distribución acumulada.