

Práctico 7: Intervalos de confianza y Test de hipótesis

1. Se ha obtenido una muestra de 15 vendedores de una editorial para estimar el valor medio de las ventas por trabajador en la empresa. Asumimos que la variable de estudio tiene distribución normal. La media empírica de la muestra es $\bar{x}_n = 5$ y la varianza empírica es $s_n^2 = 2,143$.
 - a) Hallar un intervalo de confianza para la venta media por trabajador en la editorial con una confianza de 90 %.
 - b) Hallar un intervalo de confianza para la varianza de las ventas por trabajador en la editorial con una confianza de 90 %.
 - c) La empresa establece que si la venta media por trabajador es menor a 6 se deben tomar medidas para resolver la situación. Realizar un test de hipótesis a nivel $\alpha = 0,05$ para determinar si la empresa debe tomar estas medidas.
2. Para estimar la proporción de roedores de una cierta especie que padecen determinada infección, se realiza un examen histológico a 182 individuos y se encuentra que 72 están infectados.
 - a) Estimar a partir de estos datos la proporción de roedores infectados en la población total.
 - b) Dar un intervalo de confianza aproximado de confianza 95 % para la proporción de roedores infectados en la población total.
3. En un control interno de cierta compañía que fabrica barras de acero se eligieron 100 al azar y se encontró que 12 de ellas no cumplieron las especificaciones mínimas requeridas.
 - a) Determinar un intervalo de confianza aproximado de confianza 95 % para la proporción de las barras de acero que no cumplieron las especificaciones.
 - b) Demostrar que el máximo absoluto de la función $f(x) = \sqrt{x(1-x)}$ es $\frac{1}{2}$.
 - c) Si se desea estimar la verdadera proporción de barras que no cumplen las especificaciones con una exactitud de 0,05 y una confianza de 95 %. ¿Cuántas barras se deben examinar?
4. Se dispone de una muestra de tamaño 100 de los tiempos de vida (en segundos) de 100 lamparitas. Se tiene que $\sum x_i = 43674,978$ y $\sum x_i^2 = 33705046,46$. Asumiendo que la muestra viene de una distribución exponencial de parámetro λ .
 - a) Hallar un intervalo de confianza aproximado a nivel 95 % para $\mu = E(X_1)$.
 - b) Hallar un intervalo de confianza aproximado de confianza 95 % para λ .
5. Un fabricante afirma que la vida media de un componente electrónico supera las 1500 horas. Se selecciona una muestra de 900 componentes de la producción para establecer un control de calidad, obteniéndose los siguientes resultados: $\bar{x}_n = 1450$ y $s_n^2 = 650$.
Realizar un test de hipótesis para determinar si el fabricante está dando información incorrecta.
6. En una muestra de 250 personas en edad laboral de una zona determinada se encuentra que el 14 % está en paro. Los datos recogidos por el Instituto Nacional de Estadística para el año anterior dieron una tasa de paro del 10 %. ¿Puede asumirse que la tasa de paro se ha mantenido al 10 %? Realice una prueba de hipótesis de nivel 5 %.

7. En 112 vacas afectadas de tuberculosis se determinó el porcentaje de un determinado nutriente en la leche. Los resultados fueron los siguientes, la media muestral obtenida fue 6,13 y la desviación estándar muestral fue 3,4.

Si el porcentaje medio del nutriente en las vacas sanas es 6, asumiendo que los datos son normales, haga una prueba de hipótesis a nivel 0,05 para estudiar si el porcentaje medio del nutriente en las vacas enfermas es más alto que en las vacas sanas. Luego se mejoró el procedimiento de medición y se obtuvo una media muestral de 6,15 pero una desviación estándar muestral de 0,04. ¿Qué se puede concluir ahora?

8. Sean $X_1, X_2, \dots, X_n \sim \text{Ber}(p)$ iid. Se considera el test de hipótesis

$$\begin{cases} H_0 : & p \geq p_0 \\ H_1 : & p < p_0 \end{cases}$$

Encontrar una región crítica que dependa de \bar{X}_n y que no dependa de S_n , que permita decidir este test con un nivel aproximado α .

9. Un partido político realiza un sondeo para conocer la intención de voto. En una muestra de 300 votantes se encuentra que solo 105 son favorables al partido.

- a) Hallar un intervalo de confianza aproximado para p de confianza 95 %.
- b) Realizar un test de hipótesis, a un nivel de significación aproximado de 2,5 %, para determinar si se puede afirmar que menos del 40 % de la población votará al partido.