

高中物理讲义

PART II: Electromagnetism

Han Gao*

2021 年 3 月 7 日

目录

1 静电学	1
2 直流电路	2
3 静磁学	2
4 电磁感应	3
4.1 感生电动势和动生电动势	3
4.2 楞次定律、电磁阻尼和电感	4
4.3 电磁感应中的动力学问题	7
5 交流电路	12
5.1 交流发电机与正弦交流电的描述	12
5.2 有效值、变压器和高压输电	13
5.3 变压器	14
5.4 高压输电	15
5.5 交流电路中的电感和电容	16

1 静电学

(under construction...)

*gaoh26@mail2.sysu.edu.cn

2 直流电路

(under construction...)

3 静磁学

(under construction...)

4 电磁感应

4.1 感生电动势和动生电动势

法拉第最开始怎么发现的电磁感应现象？

- 电磁感应定律

$$\mathcal{E} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \quad (1)$$

- $\Delta\Phi$ 是回路内磁通的**变化量** (和速度、加速度、电流等一样的数学), 由两部分组成
 - 感生: 由回路内的磁场增大导致, $\Delta\Phi = (\Delta B)S \Rightarrow \mathcal{E} = S \frac{\Delta B}{\Delta t}$;
 - 动生: 由回路面积变化导致, $\Delta\Phi = B\Delta S \Rightarrow \mathcal{E} = Blv$ 。
- 如图 1, 对应不同的物理: 感生电动势对应“动磁生电”(选修 3-4 学习); 动生电动势对应运动导线内电子受到的洛伦兹力 (类似于霍尔效应)。 $\Rightarrow \mathcal{E} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ 永远正确, 而 $\mathcal{E} = Blv$ 只对恒定磁场适用 (c.f. 2016 年高考压轴题)。

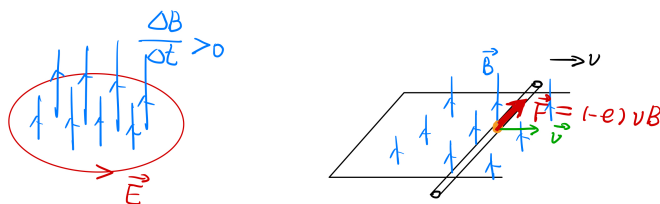


图 1: 感生电动势 (左) 和动生电动势 (右)

- 动生电动势来源于洛伦兹力 \Rightarrow 存在少许看似没有磁通量变化, 却也发生电磁感应的特例 (阿拉果圆盘, 某年全国卷高考题, 如图 2)。

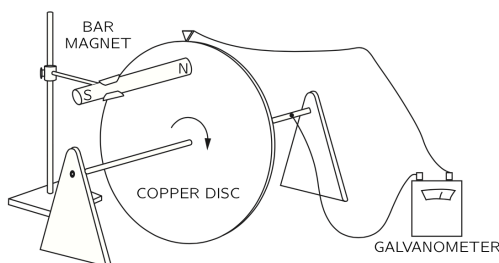


图 2: 阿拉果圆盘, 试判断图中感应电流的方向

例 4.1 如图 3, 两平行导轨间距为 h 。在 $t = 0$ 时刻杆从距回路左端 s 处开始以匀速 v 向右运动, 左边的磁场长度为 $l < s$, 大小随时间变化, 为 $B_1 = kt + B_0$, 方向向下; 右边的磁场大小恒定为 B_2 , 方向向上, 求

1. 在 t 时刻通过回路的磁通量;
2. 若回路接负载 R , 求感应电动势和感应电流的大小。

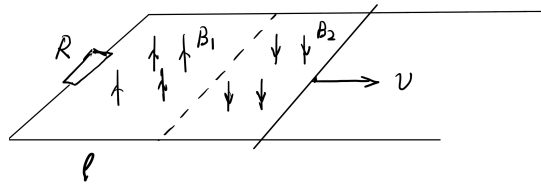


图 3: 通过回路的磁通量是什么意思?

解答 4.1 取向上为正方向, 则左边的磁场正向贡献磁通量, 为 $\Phi_1 = B_1 lh = (B_0 + kt)lh$; 右边的磁场反向贡献磁通量, 为 $\Phi_2 = -B_2(s + vt - l)h$ 。通过回路的总磁通量为

$$\Phi(t) = [(B_0 + kt)l - B_2(s + vt - l)]h \quad (2)$$

取任意的时间间隔 Δt , 根据电磁感应定律

$$\mathcal{E} = \frac{\Phi(t + \Delta t) - \Phi(t)}{\Delta t} = (kl - B_2 v)h \quad (3)$$

感应电流的大小为 $I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{(kl - B_2 v)h}{R}$

4.2 楞次定律、电磁阻尼和电感

如果杆能一直在磁场中运动下去, 岂不是制成了永动机?

- **楞次定律**: 感应电流总是试图阻止磁通量的变化, 也即总存在一个物理机制阻碍电磁感应的发生。
- 具体体现: 来拒去留、增缩减扩…… \Rightarrow E.g. 固定的线圈内通过的磁场强度突然变大, 则线圈会有收缩的趋势; 回路中的杆切割磁感线运动, 则安培力会企图使杆减速; ……
- 是能量守恒定律在电磁感应中的体现! \Rightarrow 更广泛的自然思想: 负反馈调节机制; 勒夏特列原理。
- **右手定则**判断感应电流的方向 (是楞次定律在动生情况下的特例)。

例 4.2 一个线圈正上方悬挂了一个磁铁，将悬挂磁铁的线剪断，磁铁下落的加速度 a 与重力加速度 g 的大小关系是什么？

解答 4.2 总有物理机制会阻碍电磁感应顺利地发生，即阻碍磁铁下落，因此。

- 在这个例子中，如果线圈是超导体，则磁铁可以一直悬空！ \Rightarrow 超导磁悬浮原理。

例 4.3 图 4 是一个演示楞次定律的小玩具，线圈上平放的环是金属导体制成的。当开关接通电源时，你期待看到什么现象？为什么？

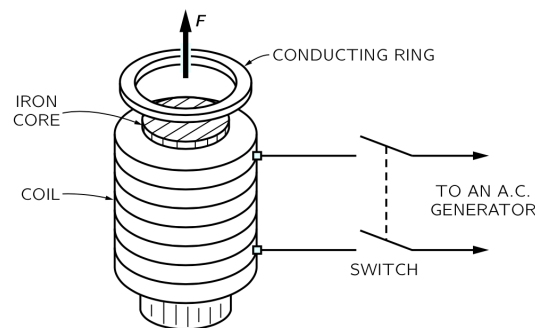


图 4: 一个演示楞次定律的小玩具

解答 4.3 接通电源时下面的线圈内会产生磁场，使得通过金属环的磁通量增大，而楞次定律保证了存在一个物理机制来阻碍这个磁通量增大，因此_____

例 4.4 在图 3 中，杆受到的安培力朝什么方向，感应电流朝什么方向（需要分类讨论）？

解答 4.4 若 $kl > B_2 v$ ，通过回路的磁通量在增大，于是安培力会想让这个磁通量减小，于是_____。

为什么地铁列车进站停车时几乎听不到刹车声音？这个减速过程是通过什么物理原理实现的？

- **电磁阻尼**：导体进入磁场区域时，由于切割磁感线运动发生电磁感应 \Rightarrow 楞次定律保证了存在物理机制阻碍这样的运动，如图 5。
- **涡电流**：发生电磁阻尼现象时，导体内的电流，如图 5。

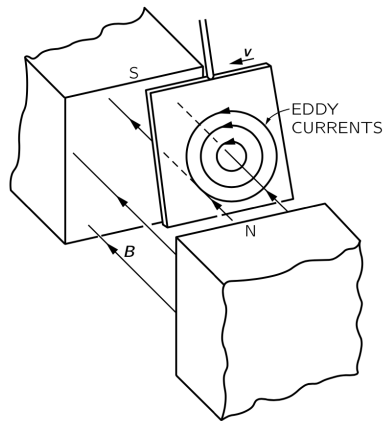


图 5: 电磁阻尼现象和涡电流

- 电磁阻尼现象的能量转换：机械能 \rightarrow 电能 \rightarrow 热能。
- 如果能够减少”电能 \rightarrow 热能”一步的转换，则可以减少能量损耗 \Rightarrow 地铁列车、动车进站减速时利用电磁感应补充少许电能。

将一个线圈接在直流电路中，把开关断开的一瞬间，为什么可以在开关的刀口处看见电火花？

- 一个金属线圈自然地构成了一个**电感**。
- 线圈通电时内部存在磁通量，断开时磁通量减小到 0；而楞次定律阻碍了这个磁通量减小 \Rightarrow 电感线圈会试图在短时间内维持电流使得磁通量缓慢减小，如图 6。

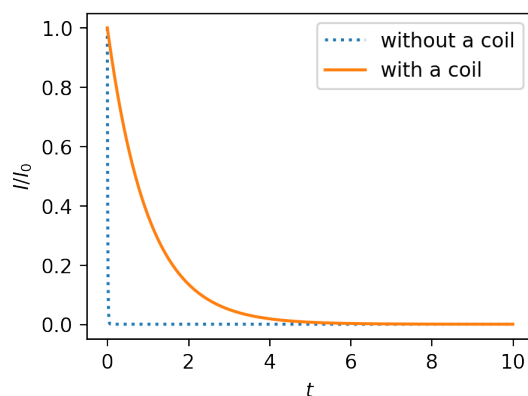


图 6: 电路断开开关后, 存在电感的电路 (实线) 和无电感电路 (虚线) 的电流变化

- 理解: 广义的惯性, 电感赋予电路维持自身状态的能力。电感系数用 L 表示, 决定因素: 匝数、有无铁芯、线圈长度和宽度 (和电磁铁磁性的决定因素一样)。

4.3 电磁感应中的动力学问题

如果题目不问, 你需要先判断感应电流方向, 再判断安培力方向吗?

- 对动生问题, $\mathcal{E} = Blv$ 可以有效解决, 常见推论:

$$I = \frac{Blv}{R}, \quad F = \frac{B^2 l^2 v}{R}, \quad P = \frac{(Blv)^2}{R} \quad (4)$$

- 楞次定律保证物理机制阻碍电磁感应现象 \Rightarrow 安培力总是阻力。
- 这里的 l 应该理解为切割磁感线的有效长度。

例 4.5【2020 全国 3 卷】如图 7，一边长为 l_0 的正方形金属框 $abcd$ 固定在水平面内，空间内存在方向垂直于水平面，磁感应强度为 B 的匀强磁场，一长度大于 $\sqrt{2}l_0$ 的均匀导体棒以速率 v 自左向右在金属框上匀速滑过，滑动过程中导体棒始终与 ac 垂直且中点位于 ac 上，导体棒与金属框接触良好。已知导体棒单位长度的电阻为 r ，金属框电阻可忽略。将导体棒与 a 点之间的距离记为 x ，求导体棒所受安培力大小随 $x(0 \leq x \leq \sqrt{2}l_0)$ 变化的关系式。

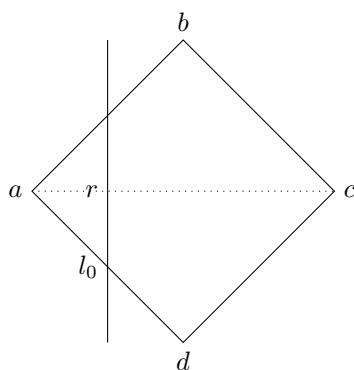


图 7: 例 4.5 图

解答 4.5

楞次定律保证了电磁感应过程中的能量守恒，这个能量守恒是怎么定量体现的？

- 电磁感应需要外力维持，外力总是做正功。
- 如果不存在摩擦力，外力功率 = 安培力做功功率 = 电阻（负载）消耗功率；如果存在摩擦损耗，则外力功率会更大（能量守恒角度理解）。

例 4.6【2014 全国 2 卷】半径分别为 r 和 $2r$ 的同心圆形导轨固定在同一水平面内，一长为 r 、质量为 m 且质量分布均匀的直导体棒 AB 置于圆导轨上面， BA 的延长线通过圆导轨中心 O ，装置的俯视图如图 8 所示。整个装置位于一匀强磁场中，磁感应强度的大小为 B ，方向竖直向下。在内圆导轨的 C 点和外圆导轨的 D 点之间接有一阻值为 R 的电阻（图中未画出）。直导体棒在水平外力作用下以角速度 ω 绕 O 逆时针匀速转动，在转动过程中始终与导轨保持良好接触。设导体棒与导轨之间的动摩擦因数为 μ ，导体棒和导轨的电阻均可忽略。重力加速度大小为 g 。求

1. 通过电阻 R 的感应电流的方向和大小；
2. 外力的功率。

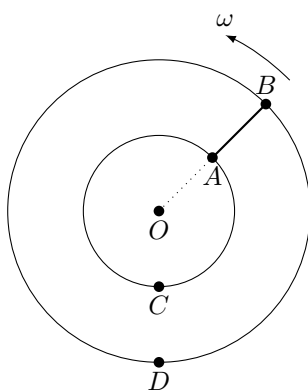


图 8: 例 4.6 图

解答 4.6（在这种情况下，还能用 $\mathcal{E} = Blv$ 计算动生电动势吗？）

同时存在动生电动势和感生电动势，应该用哪个公式计算 \mathcal{E} ？

例 4.7【2016 全国 3 卷】如图 9，两条相距 l 的光滑平行金属导轨位于同一水平面（纸面）内，其左端接一阻值为 R 的电阻；一与导轨垂直的金属棒置于两导轨上；在电阻、导轨和金属棒中间有一面积为 S 的区域，区域内存在垂直于纸面向里的均匀磁场，磁感应强度大小 B_1 随时间的变化关系为 $B_1 = kt$ ，式中 k 为常量；在金属棒右侧还有一匀强磁场区域，区域左边界 MN （虚线）与导轨垂直，磁场的磁感应强度大小为 B_0 ，方向也垂直纸面向里。某时刻，金属棒在一外加水平恒力的作用下从静止开始向右运动，在 t_0 时刻恰好以 v_0 速度越过 MN ，此后向右做匀速运动。金属棒与导轨始终相互垂直并接触良好，它们的电阻均忽略不计。求

1. 在 $t = 0$ 到 $t = t_0$ 时间间隔内，流过电阻电荷量的绝对值；
2. 在时刻 $t (t > t_0)$ 穿过回路的总磁通量和金属棒所受外加水平恒力的大小。

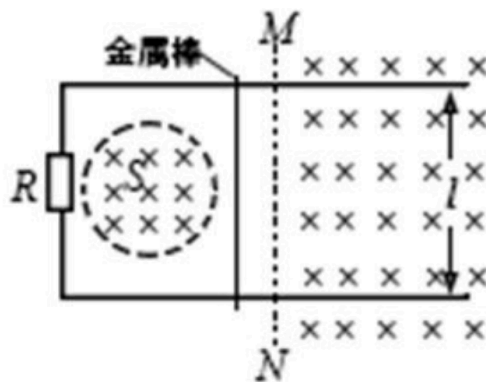


图 9: 例 4.7 图

解答 4.7

如果电路上接的不是电阻是电容，这题还能做吗？

- 电容上的电荷量与电压的关系 $q = CU \Rightarrow$ 两边取变化率，利用 $I = \frac{\Delta q}{\Delta t} \Rightarrow I = C \frac{\Delta U}{\Delta t}$ 。
- 如果切割磁感线的是平行杆， $U = \mathcal{E} = Blv \Rightarrow$ 两边取变化率，利用 $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta U}{\Delta t} = Bla$ 。
- 选修 3-1 书上直流电流的定义式 $I = q/t$ 一定要理解成 $I = \Delta q / \Delta t$ ！
- $\frac{\Delta(\dots)}{\Delta t}$ 的含义是对时间求导...
- 灵活变通，高考总不可能永远考同一个模型，那就人人满分了... \Rightarrow 真正地理解物理！

例 4.8【2013 全国 1 卷】如图 10，两条平行导轨所在平面与水平地面的夹角为 θ ，间距为 L 。导轨上端接有一平行板电容器，电容为 C 。导轨处于匀强磁场中，磁感应强度大小为 B ，方向垂直于导轨平面。在导轨上放置一质量为 m 的金属棒，棒可沿导轨下滑，且在下滑过程中保持与导轨垂直并良好接触。已知金属棒与导轨之间的动摩擦因数为 μ ，重力加速度大小为 g 。忽略所有电阻。让金属棒从导轨上端由静止开始下滑，求：

1. 电容器极板上积累的电荷量与金属棒速度大小的关系；
2. 金属棒的速度大小随时间变化的关系。

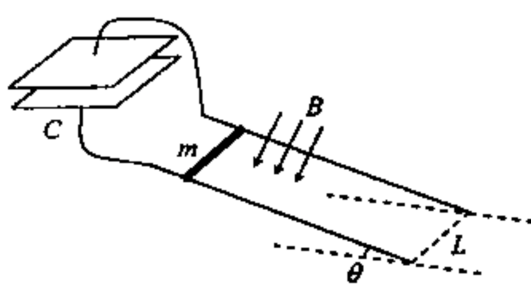


图 10: 例 4.8 图

解答 4.8

5 交流电路

5.1 交流发电机与正弦交流电的描述

图 11 中，哪个是直流发电机，哪个是交流发电机？

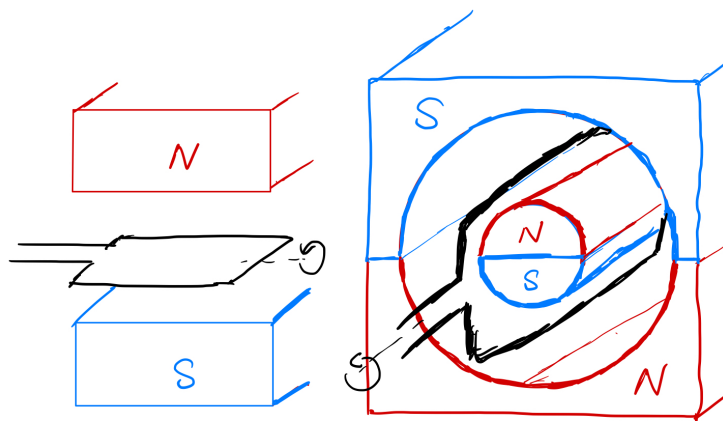


图 11: 发电机

- 交流发电机：线圈在匀强磁场中沿垂直磁场的轴转动 \Rightarrow 磁通量变化产生电动势。
- 电动势大小：考虑单匝线圈， $\mathcal{E} = 2Bl_1v \sin \omega t = BS\omega \sin \omega t$ ，如图 12。
- 另一种想法：磁通量 $\Phi = BS \cos \omega t$ ，两边对时间求导： $\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = BS\omega \sin \omega t$ 。

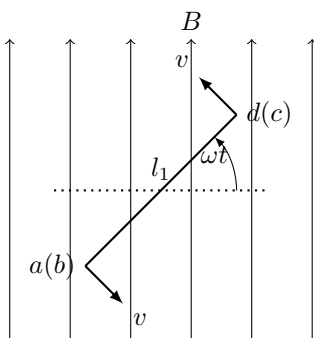


图 12: 交流发电机的磁通量

- 磁通量最大的面称为**中性面**，该点 $\mathcal{E} = 0$ 。

- N 匝线圈同时发电: $\mathcal{E} = NBS\omega \sin \omega t$ 。
- 正弦交流电: 电压 $u = U_m \sin \omega t$, 电流 $i = I_m \sin \omega t$ 。
- jargon: U_m, I_m 电压 (电流) 最大值 (或称峰值); ω 称为角频率; $f = \frac{\omega}{2\pi}$ 称为频率; $T = \frac{2\pi}{\omega}$ 称为周期 (请复习数学三角函数知识)。
- 中国市电: $U_m = 220\sqrt{2} \text{ V} \approx 311 \text{ V}$, $f = 50 \text{ Hz}$, $T = 0.02 \text{ s}$; 在美国等一些国家 $U_m = 110\sqrt{2} \text{ V}$; 还有一些加拿大等少数西方国家用 $f = 60 \text{ Hz}$ (为什么出国旅游要带电压转换器的原因)。

5.2 有效值、变压器和高压输电

我们平时说的 220 V 交流电是指什么意思? 正弦交流电的电压在一个周期内的平均值是多少?

- 交流电 (AC): 大小和方向都随时间变化的电流; 直流电 (DC): 方向不随时间变化的电流 \Rightarrow DC 的大小可以随时间变化...
- 交流电的有效值定义为:
 1. 物理: 若交流电 i 在一个周期 T 内通过一个电阻 R , 产生的热量为 Q , 则其有效值为使得同样的电阻在 T 时间内产生同样热量的直流电流的大小, 即 $I_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{Q}{RT}}$ 。
 2. 数学: 周期函数 $i(t)$ 的有效值 (又称方均根, root mean square) 是周期函数 $i(t)$ 在一个周期内平方的平均值开根号。如果你已经在《数学: 选修 2-2》里学了积分, 就是

$$I_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{\int_0^T i^2(t) dt}{T}} \quad (5)$$

- 物理定义和数学定义是严格等价的。
- 可以利用 (5) 得到正弦交流电的有效值 U_{rms} 和 U_m 之间的关系为

$$U_m = \sqrt{2}U_{\text{rms}} \quad (6)$$

- 对更一般的时变电流 (电压) 计算有效值: 先求平方平均, 再开根号。

例 5.1 如图 13 是一个交流电压 u 在一个周期 T 内的图像, 在 $0 - 0.5T$ 内为一段完整的正弦图像, 峰值为 2 V; $0.5T - 0.8T$ 内是一段电压为 -1 V 的恒定电压; $0.8T - 1T$ 内是一段电压为 3 V 的恒定电压。求这个交流电压的有效值。

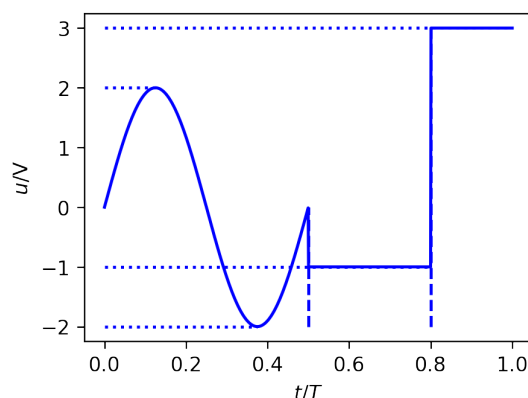


图 13: 一个奇怪的交流电波形

解答 5.1 在 $0 - 0.5T$ 内, 这个正弦信号的有效值为 $\sqrt{2}$ V, 因此其平方在这段时间的累积为 $(\sqrt{2})^2 \times 0.5T = T$; 后两段信号的平方累积分别为 $0.3T$ 和 $1.8T$ 。因此有效值为

$$U_{rms} = \sqrt{\frac{\sum_{\text{各时间段}} U^2 \Delta t}{T}} = \sqrt{4.1} \text{ V} \quad (7)$$

5.3 变压器

电气历史前期一直有到底是应用直流 (爱迪生为代表) 还是交流 (特斯拉为代表) 的争论。为什么交流电最终赢得了胜利?

- 交流电的好处: 可以及其方便地转换电压。
- 变压器: 两个匝数分别为 n_1 和 n_2 的线圈缠绕在一起, 流过的磁通相等 (无漏磁) \Rightarrow 电磁感应定律给出

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{n_1}{n_2} \quad (8)$$

$U_{1,2}$ 是交流电压的有效值。

- 图 14 是一种输出电压可变的变压器。

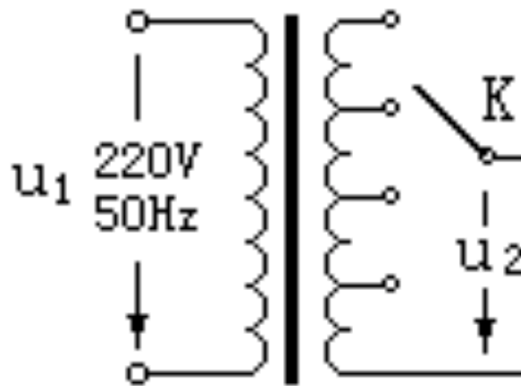


图 14: 一种输出电压可变的变压器

- 理想变压器：无漏磁且无能量损耗，两端消耗的电功率相等 $\Rightarrow U_1 I_1 = U_2 I_2 \Rightarrow n_1 I_1 = n_2 I_2$ 。
- 应用：电流检测器：小的 n_1 接在待测的载流输电线上；大的 n_2 接电流表 \Rightarrow 得到输电线上的电流。

5.4 高压输电

高压输电的好处是在导线上的能量损耗小，但 $P = U^2/R$ ，为什么不是 U 越大 P 越大呢？

- 电压 = 电势差。电压都是针对两点定义的。 \Rightarrow 单独提一根导线上的电压是指这根导线的对地电压。
- $P = U^2/R$ 中的 U 应该指导线两端的电压降而非对地电压（一般在这里我们更喜欢写成 ΔU 表示电厂端到用户端的电压降）。但 $P = I^2 R$ 作为**焦耳定律**是一个普适定律，总是适用的。
- 理想变压器两端的功率相等 \Rightarrow 提高输电电压减小了输电电流 \Rightarrow 能量损耗减小。

例 5.2 如图 15，发电厂以 P_0 的功率输出 220 V 的交流电，经过变压器 T_1 后升压为 55 kV。再经过输电线通向变压器 T_2 降压后输出给用户。当用户使用功率为 $P = 0.8P_0$ 时，用户接受到的电压恰好为 220 V。求

1. $P = 0.8P_0$ 且 $P_0 = 110$ kW 时，输电线上的功率损耗和电压降、电流。
2. T_1 和 T_2 的匝数比。

3. 当用户使用功率 $P = 1.25P_0$ 时, 用户接受到的实际电压仍然为 220 V, 求电厂需要输出的实际功率。

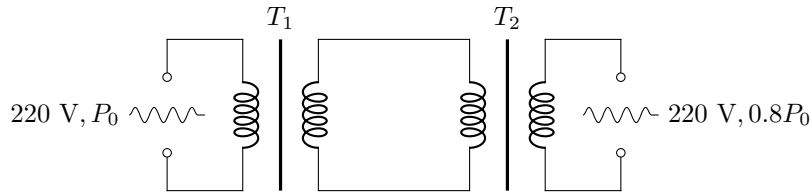


图 15: 高压输电

解答 5.2 1. 由于 T_1, T_2 都是理想变压器, 功率损耗仅发生在输电线上, 为 $\Delta P = P_0 - P = 0.2P_0 = 22 \text{ kW}$ 。又输电线上的电流为 $I_1 = P_0/U_1 = 110 \text{ kW}/55 \text{ kV} = 2 \text{ A}$; 其电压降为 $\Delta U = \Delta P/I = 11 \text{ kV}$ 。

2.

3.

5.5 交流电路中的电感和电容

美国的交流电是 110 V, 50 Hz; 而加拿大是 110 V, 60 Hz。假如发生触电事故, 一般情况下哪国人受伤更严重?

- 交流电路元件的电抗 (阻抗) X 定义为元件两端电压有效值和电流有效值之比。
- 对电阻 $X = R$, 对电感 $X = \omega L$, 对电容 $X = \frac{1}{\omega C}$ 。
- 直流电可以看成 $\omega = 0$ 的交流电 \Rightarrow 电感频率越高阻抗越大 (隔交阻直); 电容频率越高阻抗越小 (隔直阻交)。
- 实际应用: 滤波器, 如图 16, 如果输入电源信号 $u(t)$ 同时包含直流和交流成分, 则交流成分会通过电容; 而直流成分会通过电感。

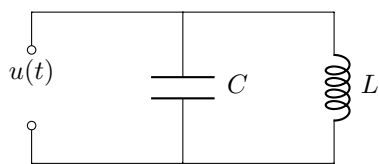


图 16: 一个简单的滤波器电路