高中物理讲义

高寒

2021年2月6日

目录

1	引言、质点和运动的描述	3
	1.1 高中物理的研究对象	3
	1.2 质点	3
	1.3 运动的描述	4
	1.4 速度和加速度	5
2	匀加速直线运动的规律	9
	2.1 速度时间关系	9
	2.2 位移时间关系和位移速度关系	9
	2.3 追击问题	10
	2.4 其他习题	11
3	静力平衡	12
	3.1 矢量合成和正交分解	12
	3.2 常见力的特征	12
	3.3 典型习题	13
4	牛顿第二定律	15
	4.1 牛顿第二定律的理解	15
	4.2 整体法与隔离法	15
	4.3 量纲分析	16
5	多过程的牛顿第二定律分析	18
	5.1 单物体的多过程分析:斜面-平面模型	18
	5.2 多物体的多过程分析: 物块-木板模型	20

目录 2

6	能量和动量	22
	6.1 功和势能	22
	6.2 动能和动能定理	22
	6.3 机械能守恒定律	23
	6.4 动量定理和动量守恒	23
7	直线运动综合问题	26
8	平抛运动	29
	8.1 速度合成	29
	8.2 曲线运动	30
	8.3 平抛运动	31
9	匀速圆周运动	34
	9.1 角速度和线速度	34
	9.2 向心加速度	35
	9.3 离心现象	38
10	万有引力定律	39
	10.1 万有引力	39
	10.2 行星轨道和开普勒定律	41

1 引言、质点和运动的描述

1.1 高中物理的研究对象

目前来看,你觉得高中物理都讲了些什么?研究什么问题?未来可能继续 学习什么内容?

- 如果要理一条主线,高中物理主要是讲**质点**在各种力的作用下如何**运动**, 也就是质点牛顿第二定律的应用。
- 全国卷高考物理有 2 道大题,一般都围绕这个话题展开。一般一道题涉及 电、另一题为纯力学,且喜欢考直线运动(e.g. 木板滑块模型)⇒ 高一上 的知识点是整个高中物理的基础,也是高考的重点。

怎么学习?

- 多阅读教材,熟悉基本概念:了解概念背后的数学工具,熟悉定律定理对 应的典型物理现象;
- 多想一些实际例子,建立清晰的物理图像 ⇒ 对题目能够很清晰地想清楚物理过程,这对高考的物理综合大题非常重要!

1.2 质点

怎么理解质点?

- 不妨把我们的问题放大一点,看看怎么理解物理中的各种模型。
- 质点可以理解成数学中的点,它的唯一属性是质量 m (未来还会引入电荷 q)。⇒ 高度抽象化和理想化。
- 如果题目没有说,质点不会碎;在高中阶段,所有的质点都不会转。
 - 不会碎: 质点永远只是一个点,就像小时候玩的弹珠: 只要不用太大的力,它永远都是一个坚硬的球体。(著名段子: 坚不可摧的小滑块)
 - 不会转:质点不会自己转动。高中阶段不考虑转动。下面的问题具有 启发性:

例 1.1 一个玻璃弹珠从倾角为 θ 的斜面下滚下,其加速度大小是多少?是 $g\sin\theta$ 吗?

解答 1.1 答案不是著名的 $g\sin\theta$ 。因为弹珠是从斜面上滚下而不是滑下,它会越滚越快从而消耗一部分重力势能,使得加速度小于 $g\sin\theta$ 。真实的答案是 $a=\frac{5}{2}g\sin\theta$ 。(怎么得到这个答案的?超纲啦,别管)

如果考虑的是小滑块,那么加速度就是 $g\sin\theta$ 。 \Rightarrow 高中物理不考虑质点的转动!

因此,老生常谈的例题:研究地球绕太阳转的时候,可以把地球当初质点;研究地球自转的时候就不行。

物理中的其他模型也是这样高度抽象化的,当然,考虑清楚什么时候这种抽象 是合理的是一种重要的,需要慢慢培养的能力。来看另外一个抽象的例子:

例 1.2 将一个质量为 2 kg 的物块靠近一个粗糙的竖直墙面后松手,请问墙面和滑块间有没有摩擦力的作用?墙面和滑块间有没有力的作用?

解答 1.2 滑块对墙面没有正压力的作用 \Rightarrow 由 $f = \mu N$,不存在摩擦力作用。 但有没有力的作用呢?肯定是没有了。但是比较杠的同学可能会说,任何两个物体都存在万有引力,为什么不考虑呢?

两个物体间万有引力的公式为 $F = \frac{Gm_1m_2}{r^2}$, G 在国际单位制下大概是 6.7×10^{-11} , 两个相隔 0.1 m, 质量在 kg 量级的物体间万有引力只有 $\sim 10^{-9}$ N。 而这里我们考虑的力都在 $mg \sim 10$ N 的量级,因此在这种问题里我们就当万有引力不存在了。

同样的哲学: 为什么研究地球公转的时候不用考虑自转?地球半径 $R_{\oplus} \approx 6000 \text{ km}$; 地日距离 $r \approx 2 \times 10^8 \text{ km}$,相比起来实在太小了!

1.3 运动的描述

我们已经同意了质点就是一个数学上的点,那么,怎么描述运动?

- 数学和物理是不可分离的整体,在学习物理时要主动借用初高中数学中学到的工具!即使高中物理老师常常回避这个问题 ⇒ 初中的平面直角坐标系、三角函数;高中将要学到的向量和导数都是帮助理解物理概念的重要数学工具,在将来学到这些数学时要主动跟物理联系起来。
- 数学上,点的位置用坐标系描述,点的坐标为 (x,y)。高一上学期,我们考虑的问题更简单: 质点只在 x 轴上运动 \Rightarrow 我们只需要一个坐标 x。
- 质点的坐标 x 是时间 t 的函数,就是一个类似于抽象成 f(x) 的关系式 $x(t) \Rightarrow$ 如果 x(t) 的表达式已知,质点的运动也就清楚了。
- 数学里函数图像是研究函数的重要工具 \Rightarrow 我们也把 x(t) 做成一个图,并且物理老师给它起了一个有点可怕的名字,叫 x-t 图。

例 1.3 以 2 m/s 的速度匀速运动的质点在 t = 3 s 时位于 x = 3 m 的位置,它的位置时间关系写成公式是什么样子?画成 x - t 图是什么样子呢?

解答 1.3 虽然这是一个很简单的问题, 但是请在下面自己写写吧:

1.4 速度和加速度

为什么匀速直线运动的平均速度就等于瞬时速度?

• 质点在 $(t, t + \Delta t)$ 时间段里的平均速度定义为

$$\bar{v} = \frac{x(t + \Delta t) - x(t)}{\Delta t} \tag{1}$$

而质点在 t 时刻的**瞬时速度**就是令 $\Delta t \rightarrow 0$ 的 \bar{v} .

- 平均速度对一个时间段定义,而瞬时速度对一个时间点定义。
- $\diamondsuit \Delta t \to 0$ 得到瞬时速度的操作也可以对任意的数学函数 f(x) 做,它在数学上叫做求导数,我们会在高二下学期的数学课上学习到这种操作和导数的具体计算,从而更好地回来理解这一块知识点。不过我们可以看一个简单的例子体验一下:

例 1.4 如果一个质点的运动规律是 $x = t^2 + 3$, 求它在 $(2 \text{ s}, 2 \text{ s} + \Delta t)$ 时间段内的平均速度和 2 s 时的瞬时速度。

解答 1.4 按定义

$$\bar{v} = \frac{(2 + \Delta t)^2 + 3 - (2^2 + 3)}{\Delta t} = \frac{4 + 4\Delta t + \Delta t^2 - 4}{\Delta t} = 4 + \Delta t \quad (2)$$

从而再让 Δt 趋于零得到 t=2 s 的瞬时速度 v=4 m/s。

- 对应在 x - t 图上, 在 t 时刻质点的瞬时速度就是 x - t 曲线在那一点处的斜率 (画个图在下面解释一下).

现在你应该能回答我们开头提出的问题了!

- 把上面的所有 x 改成 v; v 改成 a 就是平均加速度和瞬时加速度的定义。
 - 速度 v 衡量位置 x 的变换快慢; 而 a 就相应地衡量 v 的变换快慢。
 - 就像某时刻的速度 v 和位置 x 毫无关系一样,某时刻的 a 也和 v 毫 无关系 (e.g. 刚点火的火箭具有巨大的 a,而 v 几乎为 0;在高空巡航的客机有很大的 v,而 a 几乎为 0)。
 - 学完高一上学期应该很清楚了: 为什么研究加速度? 因为它出现在我们的中心定律 F = ma 的右端!
 - 对 $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t$ 做一次 "求导数"操作得到 v(t) 函数;再对 v(t) 函数做一次 "求导数"操作可以得到加速度 a,从而可以自己验证这个公式的正确性。感兴趣就自己动手试试吧!
- 研究这种问题的一个更加 powerful 的工具就是 v-t 图,它就是函数关系 v(t) 的函数图像。
 - 中心结论: v t 曲线和 t 轴围成的面积是质点在这段时间内的位移 Δx ; v t 曲线在某点处的斜率是质点在这个时刻的速度。
 - 上面两个东西都区分正负: 如果曲线在 t 轴下方,则围成面积为负,位移也为负(为什么? 曲线在 t 轴下方 $\Rightarrow v < 0 \Rightarrow$ 质点朝 -x 方向运动);如果斜率为负,加速度 a 就为负(为什么?斜率为负表示速度在减小)。
 - 斜率为 0 的点, 质点速度达到最大或最小值。
 - 看图 1...

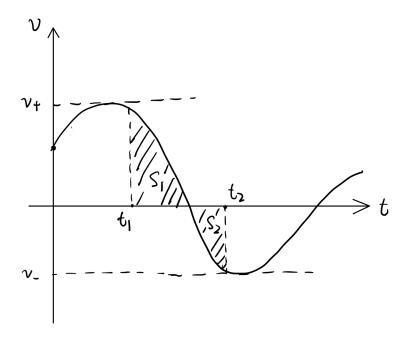


图 1: 一个典型的 v-t 图

-v-t 曲线为倾斜直线 ⇒ 斜率为常数 ⇒ a 为常数 ⇒ 质点做匀加速直线运动 (曲线就一定是变加速!)

下面一个题有一定难度,不过如果你能理清这例题,你就能理清v-t图这一节的所有概念!

例 1.5 质点的运动规律是 $x = 2\sin t$ (m), 如图 2, 试大概画出对应的 v - t 图, 并指出质点的加速度什么时候达到最大?质点的位置什么时候达到最大?对于这个运动你还能说出一些什么特征?

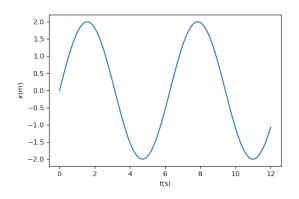


图 2: $x = 2\sin t$ (m) 对应的 x - t 图

解答 1.5 自己动手做一做!

2 匀加速直线运动的规律

我们上一讲的末尾介绍了高中物理大杀器 v-t 图。这一节我们来小试牛刀,用它来复习一下匀加速直线运动。

2.1 速度时间关系

匀加速直线运动的规律那么多条,怎么记住?

• 答案是, 你只用记一条:

$$v = at + v_0 \tag{3}$$

说一说上面这个公式里每个参数的物理意义?

2.2 位移时间关系和位移速度关系

后面那么多怎么办呢?

• 先画出 $v = at + v_0$ 对应的 v - t 图。利用规律 "v - t 图和 t 轴围成的面积就是质点的位移 ",得到

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t\tag{4}$$

• 怎么用 v-t 图推出速度位移关系? 看图 3。

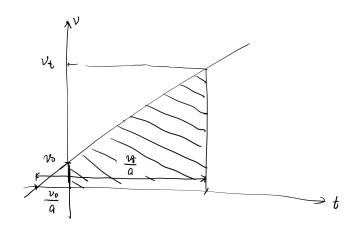


图 3: 用 v-t 图得到速度位移关系

提示够多啦,请自己写出完整的推导过程。

例 2.1 解释公式 $\Delta s = aT^2$ 的中各个符号的物理含义,在一个 v-t 图上画出各个物理量并用 v-t 图证明之。

解答 2.1 自己动手做一做!

老师好无聊,为什么非要用v-t图这种东西研究?

可视:容易建立清晰的物理图像。在力学大题中一般涉及多个过程 $\Rightarrow v - t$ 图可以更方便地研究相对运动趋势;判断摩擦力方向等,因此最好从最基本的物理开始就熟悉运用 v - t 图这种工具!

2.3 追击问题

- 追击问题的最有效解决工具就是 $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$,然后就可以转换成初中二次函数求最值问题无脑做了。
- 不过也要理清楚物理图像,比如问一下自己,为什么两者速度相等时相距 最大/最小?和你直接用二次函数求最值的方法一致吗?

例 2.2 静止的警车发现前方 100 m 处有一辆违法车辆以 72 km/h 的速度行驶,警车立即以 $a=2 \text{ m/s}^2$ 的恒定加速度追赶。由于当天大雾,当两车相距 240 m 后便会失去视野而无法再跟踪车辆。请问警车能否追上违法车辆?

解答 2.2 以警车为原点建立一维坐标系 Ox, 警车的速度-时间关系写为

$$x_1 = t^2 \tag{5}$$

犯罪车辆的速度-时间关系为

$$x_2 = 20t + 100 \tag{6}$$

两者的距离差为

$$s = x_2 - x_1 = -t^2 + 20t + 100 (7)$$

根据数学中的二次函数知识,当 $t=\frac{20}{2}$ s = 10 s 时,s 有最大值 $-10^2+200+100=200(m)$,小于 240 m。此后警车开始靠近违法车辆,故可以追上。

2.4 其他习题

- 其他习题主要涉及匀加速直线运动的复杂计算和读 v-t 图。主要运用的工具还是 v-t 图,它能很好地帮你看清问题。
- 灵活运用 $v^2 v_0^2 = 2ax$ 和 $\Delta s = aT^2$ 有时可以很大地减小计算量。

例 2.3 坐标轴上有原点 O 和三点 ABC, 其中 $AB = s_1, BC = s_2$ 。一静止质点在 t = 0 时刻开始从原点做匀加速直线运动,通过 AB 段和通过 BC 段的时间相等,求 OA 长度。

解答 2.3 画出 v-t 图:

假设相等的时间是 T,则加速度为 a= ,且 B 点速度为 $v_B=$,最 后在 v-t 图上补完所有可以推得的物理量求得 OA= 。

3 静力平衡 12

3 静力平衡

3.1 矢量合成和正交分解

什么是矢量?力和速度是矢量吗?电流是矢量吗?

- 矢量有大小和方向, 还必须符合平行四边形定则(或三角形定则, 更常用)。
- 数学上的向量: 在坐标系中表示成一个数组 $\vec{a} = (a_x, a_y) \Rightarrow$ 物理上的 jargon: 矢量的正交分解 (i.e. 正交 = 两个垂直方向)。
- 常用的正交分解方案: 遇到斜面沿斜面; 其他问题沿竖直和水平方向。
- 合力和分力: 等效替代的思想。
- 平衡条件: 系统内各个质点受到的合外力在 x,y 两个方向上都为 0

$$F_{1x} + F_{2x} + \dots F_{nx} = 0$$

$$F_{1y} + F_{2y} + \dots F_{ny} = 0$$
(8)

区分方向: 正交分解后,沿x正方向的力写正号;负方向写负号(和速度一样)。

例 3.1 若质点在 n 个力的作用下平衡,则力 F_1, \ldots, F_{n-1} 的合力 F_t 和 F_n 的 关系是什么?

解答 3.1 自己试一试! 如果一下想不出来, 先考虑 n=2,3 的情况...

- 受力分析:整体法与隔离法。结合生活实际经验,先定性分析想清楚图像!顺序:重力→弹力→摩擦力(为什么有这个顺序?)
- 整体法的物理依据是什么?

3.2 常见力的特征

杆和绳有什么区别?

• 重力: 竖直向下, 正比于质量(生活常识)

$$G = mg (9)$$

质量和重量的区别: 日常生活中不区分,物理上? \Rightarrow 质量用 m=F/a 定义; 重量是在地球表面测到的 mg 值 \Rightarrow 在月球表面,因为月球的 g 大概是地球的 1/6,同样的物体重量也变成原来的 1/6,但是质量不变。

3 静力平衡 13

• 弹力:与形变方向相反,大小正比于形变量: F = kx。 \Rightarrow **硬**杆是什么意思? $k \to \infty$ 使得形变可以忽略不计,提供任意的弹力。

• 摩擦力

- 不管是静摩擦力还是滑动摩擦力,总是阻碍相对运动(趋势):不准 离开我
- 静摩擦力: 有一个最大值,一般题目不明说可以认为近似等于滑动摩擦力 $f = \mu N$ 。⇒ 如果没有沿表面的压力 N,任何情况下也不会有静摩擦力。
- 滑动摩擦力: $f = \mu N$, 只取决于这两个因素!

高二开始会学习简单的电场力和磁场力,不过也万变不离其中。

3.3 典型习题

• 斜面滑块问题:

例 3.2 固定斜面上放置一个物块,认为最大静摩擦力等于滑动摩擦力,摩擦系数为 μ ,倾角为 α 。如果物块能够沿斜面滑下, μ 和 α 之间应该满足?

解答 3.2 思路:定性分析:生活经验, θ 越大, μ 越小,越容易滑下。做法:正交分解,最大滑动摩擦力等于

• 自锁问题:

例 3.3 拖把和地面的摩擦系数为 μ , 拖把自重不计。拖把杆与地面夹角至少为 多大时, 无论使多大的力都无法推动拖把?

解答 3.3 思路:定性分析:生活经验, $\theta = 90^{\circ}$ 时,肯定没法推动; $\theta = 0^{\circ}$ 时,一点点力就可以推动(为什么?) $\Rightarrow \theta$ 越大,越难推动。

做法: 正交分解,最大滑动摩擦力大于 ,人施加的水平方向分力 (动力) 等于 。要推动,动力要大于。从而列出等式...

3 静力平衡 14

如果考虑拖把自重呢?刚才的定性分析不会有太大变化,具体计算?试一试!(如何快速检查你的结果?和上题比较,取极限...

• 摩擦力叠叠乐: 先整体再隔离的一般思路。

4 牛顿第二定律 15

4 牛顿第二定律

4.1 牛顿第二定律的理解

• 牛顿第二定律是连接运动学和力学的桥梁

$$F = ma (10)$$

- 定量地定义了惯性(惯性 = 质量): 质量是物体被外力改变运动状态的难易程度。
- 矢量等式: $\vec{F} = m\vec{a}$, 在平面内找两个正交方向 x, y, 实际上牛顿第二定律 是两个方程:

$$F_x = ma_x$$

$$F_y = ma_y$$
(11)

牛顿第二定律是一个方程,也就是等号两边描述的是不同的对象。⇒绝不能把加速度和力混为一谈。⇒运用牛顿第二定律解题时,坚持左边写合外力、右边写加速度的原则!。

4.2 整体法与隔离法

• 牛顿第二定律具有**可加性**: 假设有两个物体 A, B, 分别受到外力 \vec{F}_A, \vec{F}_B , 加速度为 \vec{a}_A, \vec{a}_B , 且存在相互作用力: A 对 B 为 \vec{F}_{AB} , B 对 A 为 \vec{F}_{BA} 。 \Rightarrow 分别列出各自的牛顿第二定律

$$\vec{F}_A + \vec{F}_{BA} = m_A \vec{a}_A$$

$$\vec{F}_B + \vec{F}_{AB} = m_B \vec{a}_B$$
(12)

 \Rightarrow 两式相加,牛顿第三定律保证了 $\vec{F}_{AB} + \vec{F}_{BA} = 0 \Rightarrow$

$$\vec{F}_A + \vec{F}_B = m_A \vec{a}_A + m_B \vec{a}_B \tag{13}$$

• 物理诠释: 将 A, B 打包成一个整体系统,系统受的总合外力等于系统内部的所有 $m\vec{a}$ 相加。 \Rightarrow 整体法的物理依据。

例 4.1 两个用弹簧连接的物块在空中自由下落,上方物块的质量为 $m_1=2$ kg,下方物块的质量为 $m_2=1$ kg,某一时刻测得上方物块向下掉落的加速度为 8 m/s²,求下方物块此时的加速度和弹簧的弹力。指明弹簧此时是压缩还是拉伸。

解答 4.1 先整体法: 打包成整体, 只受重力。⇒ 列出等式

$$(m_1 + m_2)g = m_1 a_1 + m_2 a_2 (14)$$

4 牛顿第二定律 16

 $\Rightarrow a_2 =$

再对随意一个物块单独分析:请自己完成这部分。

例 4.2 一个倾角为 θ 的粗糙斜面固定在水平面上,其上放置一个质量为 m 的物块,物块以 a 的加速度下滑,地面对斜面的支持力是多大?朝什么方向?地面对斜面的摩擦力力是多大?朝什么方向?

解答 4.2 正交分解后在水平和竖直方向上分别列整体法的等式:

4.3 量纲分析

为什么初中教 g = 9.8 N/kg, 高中教 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$?

 物理的等式不仅是数的等式,更是量的等式 ⇒ 带单位计算,等式左右两 边必须是同类单位

例 4.3 判断以下表达式是否可能正确。

1.
$$s = v^2/t$$

2.
$$v = s_1 s_2/t$$

解答 4.3 第一个等式左边单位为 m,右边为 m^2/s^3 ,非同类单位,不可能正确。 第二个

• 牛顿第二定律给出了力的单位: $1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2$ 。

4 牛顿第二定律 17

• 量纲分析: 高中力学只有 3 个基本单位 m, s, kg, 其他单位, 如牛顿 N, 焦耳 J 都可以写成这三个基本单位的乘积。⇒ 用单位来排除选择题错误答案, 快速检查自己计算题结果。

例 4.4 单摆的周期(摆动一个往返的时间)T 可能和摆长 l,重力加速度 g 以及摆的质量 m 有关,下面哪个可能是 T 的正确公式? $(A)\ T=2\pi\frac{l}{g} \quad (B)\ T=2\pi\frac{l}{\sqrt{mg}} \quad (C)\ T=2\pi\frac{mg}{l} \quad (D)\ T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

解答 4.4 自己试试,算出各选项右边表达式对应的单位。

5 多过程的牛顿第二定律分析

应用牛顿第二定律的关键是求出各物体在各阶段的加速度,再用v-t图分析运动。

5.1 单物体的多过程分析:斜面-平面模型

• 从斜面上滑下再停止: 对每个过程分别列出牛顿第二定律后算出每个过程的加速度,用v-t图分析。

例 5.1 如图 $\frac{4}{4}$, m = 0.5 kg 的质点从距斜面低端 L = 25 m 的地方滑下,斜面的倾角为 $\theta = 37^{\circ}$,质点与斜面的动摩擦因数为 $\mu_1 = 0.5$,与水平地面的动摩擦因数为 $\mu_2 = 0.4$,求质点运动的总时间。

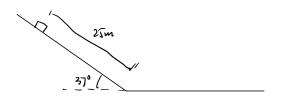


图 4: 斜面-平面模型

解答 5.1 受力分析:在斜面上,质点受到重力 mg、斜面对质点的支持力 N 和斜面对质点的摩擦力 $f = \mu_1 N$,在垂直斜面方向列出牛顿第二定律

$$mg\cos\theta - N = 0\tag{15}$$

在平行斜面方向列出牛顿第二定律

$$mg\sin\theta - f = ma_1\tag{16}$$

从中解得 a₁ =

在水平面上,在竖直和水平方向分解,质点的加速度为 $a_2 = \mu_2 g = 4 \text{ m/s}^2$,方向向左。

质点将在水平面上一直减速运动直到停止,画出过程的v-t图,算出关键点的坐标

思考: 给定 m = 0.5 kg 是多余条件吗?量纲分析的角度...

 如果水平面变成传送带,如何处理?摩擦减速过程结束 = 质点静止 = 质 点和水平面速度相等(都为0)⇒在传送带上:摩擦减速过程结束 = 质 点和传送带速度相等。(生活经验:安检传送带)

例 5.2 其他条件不变,将上面例题里的地面换成以 $v_0 = 2 \text{ m/s}$ 向右运行的传送带,其他条件不变,怎么解决?

解答 5.2 牛顿第二定律求加速度的部分不会变化, 唯一变化的是...

• 如果物体初速度不为零,需要分成几个过程分析?

例 5.3 例 5.1中其他条件不变,但质点一开始有沿斜面向上的初速度 $v_0 = 5 \text{ m/s}$ 。

解答 5.3 (质点向上运动和下滑过程中摩擦力一样吗?)

5.2 多物体的多过程分析:物块-木板模型

- 两物体画在同一个 v-t 图上 \Rightarrow 两条线夹成的面积 = 相对位移(为什么?两个角度证实)
- v-t 图判断共速时的时间和速度、共速前的位移 \Rightarrow 是否会掉下木板

例 5.4 如图 5, 光滑水平面上有一个质量为 M=2 kg 的无限长木板,另有一质量为 m=1 kg 的木块以 $v_0=6$ m/s 的速度从左端冲上木板,它们随即开始向右运动。木板和木块之间的动摩擦因数为 0.4。求两者的最终速度和木块在木板上划过的长度。

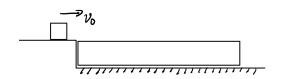


图 5: 物块-木板模型

解答 5.4 对物块应用牛顿第二定律:

对木板应用牛顿第二定律:

画出 v-t 图,两线的交点表明木板和物块达到相对静止,不再相对滑动。 从图中读出此时的时间为 $t_c=$,速度为 $v_c=$ 。围成的 面积为相对位移,为 $\Delta x=$ 。

- 如果水平面光滑,则有 $mv_0 = (m+M)v_c$ (计算验证一下) ⇒ 动量守恒 定律的体现
- 如果有外力牵引或地面对木板有摩擦: 共速后整体法分析得到加速度 a_c ,判断 a_c 和 μg 的相对大小 $\Rightarrow a_c > \mu g$,不能一起运动,需要继续用隔离法分析。

例 5.5 例 5.4中的其他条件不变,但

- 1. 光滑水平面改成 $\mu = 0.1$ 的粗糙水平面;
- 2. 光滑水平面改成 $\mu = 0.8$ 的粗糙水平面;
- 3. 水平面光滑,但有水平向右的恒力 F=18~N 作用在木板上。木板长度有限,为 $L=6.6~{\rm m}$ 。求物块在木板上运动的总时间

求两者的最终速度和木块在木板上划过的长度;并求物块最终停在木板上的位置。

解答 5.5 (记得讨论最终能不能共同运动)

6 能量和动量

6.1 功和势能

初中的时候为什么引入功的概念?

- **功是能量转换的量度**: e.g. 电做了多少功 = 多少电能转换成了其他的能量。
- 人把重物往上提: 人消耗自己干饭获得的能量增加重物的势能 \Rightarrow 生活经验: 越重、举得越高,消耗能量越大 \Rightarrow 转换的能量 = 功 =Fs.
- 力 \vec{F} , 位移 \vec{s} 都是矢量 $\Rightarrow W = \vec{F} \cdot \vec{s} = Fs \cos \theta$ 。 \Rightarrow 垂直于物体运动方向不做功,于运动方向相反的力做负功。
- 合力(矢量和)做功 = 各分力做功之和(代数和)
- 重物向上提,重力势能增大。同时,重力向下,位移向上,重力做负功 ⇒ 什么力做负功,什么力对应的能量就增大。
- 滑动摩擦力方向和位移相反 ⇒ 摩擦力做负功, 热能(内能)增加。
- 不是所有力都有势能: 高中范围内,只有重力(引力)、弹力和电场力有相应的势能。

势能的表达式是什么?

- 重力做了多少负功 = 重力势能增大了多少 \Rightarrow 取地面为参考平面(高度 h=0), $E_q=-(-mg)\cdot h=mgh$ 。
- 弹性势能的表达式是什么呢? 力 F 随 x 变化... 和 v-t 图下的面积为位移 一样的思想 $\Rightarrow E_e = \frac{1}{2}kx^2$ 。(不要求, 从量纲分析的角度能知道 $E \propto kx^2$)

6.2 动能和动能定理

• 公式 $v_2^2 - v_1^2 = 2as$ 两边同乘 $\frac{1}{2}m \Rightarrow$

$$\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = Fs (17)$$

- 等式右边是功,暗示左边是某种能量 ⇒ 定义动能 $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ 。
- 动能定理: 合外力所做的功等于物体动能的变化量。(对任意运动都成立)

6.3 机械能守恒定律

• 只有重力做功的动能定理: 物体从高度 h_1 运动到 h_2

$$\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = (-mg)(h_2 - h_1)$$
(18)

 \Rightarrow

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2 \tag{19}$$

- 物理意义: 只有重力做功时, 动能 + 势能等于常数
- 推广到有弹力的情况和多个物体组成的系统 ⇒ 定义机械能 = 动能 + 势能 ⇒ 只有重力和弹力做功(无摩擦力)时,物体(系统)的机械能守恒。【机械能守恒定律】
- 再推广: 能量守恒定律

为什么初中的时候告诉我们使用机械只能省力不能省功?

6.4 动量定理和动量守恒

由 $v_2^2 - v_1^2 = 2as$ 可以得到动能定理, 那由另一个相似的公式 $v_2 - v_1 = a\Delta t$ 可以得到什么类似的结论?

- $v_2 v_1 = a\Delta t$ 两边同乘质量 $m \Rightarrow mv_2 mv_1 = F\Delta t \Rightarrow$ 定义动量 p = mv, 冲量 $I = F\Delta t$
- 动量定理:

$$I = \Delta p \tag{20}$$

- 是矢量等式!
- 动量定理和动能定理都是牛顿第二定律的推论,不是独立的。

例 6.1 一个质量为 $m=0.1~{\rm kg}$ 的小球以 $v=100~{\rm m/s}$ 的速度垂直地砸向一个弹性墙壁,在 $0.2~{\rm s}$ 后被以原速度大小弹回,求弹性墙壁形变最大时的弹性势能和墙壁受到的平均冲力大小。

解答 6.1 形变最大时,小球不再深入墙壁,所有动能转换为弹性势能

$$E_{p,max} = \frac{1}{2}mv^2 = 500 \text{ J}$$
 (21)

由动量定理, 冲力为

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{mv - (-mv)}{\Delta t} = 100 \text{ N}$$
 (22)

机械能守恒的动量类比是什么

• 两个物体 *A*, *B* 组成的系统,若系统不受外力而只存在内力:分别写出动量定理

$$\Delta \vec{p}_A = \vec{F}_{BA} \Delta t$$

$$\Delta \vec{p}_B = \vec{F}_{AB} \Delta t$$
(23)

牛顿第三定律保证 $\vec{F}_{BA} + \vec{F}_{AB} = 0 \Rightarrow \Delta(\vec{p}_A + \vec{p}_B) = 0 \Rightarrow$ **不受合外力的系统动量不变**【动量守恒定律】

- 动量守恒和机械能守恒的适用范围区别:动量守恒无外力(可以有内部的 摩擦力);机械能守恒无摩擦力(可以有外部的重力)
- jargon: 弹性碰撞 = 碰撞前后总机械能不变

例 6.2 如图 6。一个质量为 M 的沙袋用绳悬挂在空中,一个质量为 m 的子弹以 V 的速度水平打入沙袋后和沙袋一起运动,求沙袋上升的最大高度。有多少能量转化成了热能?

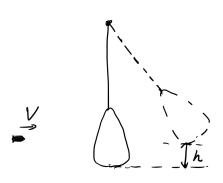


图 6: 子弹和沙袋

解答 6.2 子弹和沙袋组成的系统在子弹打入的瞬间不受合外力作用,满足动量守恒

$$mV = (m+M)v (24)$$

其中 v 是子弹打入后瞬间沙袋的速度。此后两者相对静止,无摩擦耗散,由机械能守恒由

$$\frac{1}{2}(m+M)v^2 = (m+M)gh (25)$$

联立两式容易解得

$$h = \frac{(mV)^2}{2(m+M)^2 g} \approx \left(\frac{m}{M}\right)^2 \frac{V^2}{2g} \tag{26}$$

• 这一题目的实际应用? 测量 $h \Rightarrow$ 测量子弹速度!

7 直线运动综合问题

- 原则上来说,需要用机械能解决的直线运动问题也可以全部用牛顿第二定律解决 \Rightarrow 求加速度和 v-t 图是永远的重点和工具。
- 2017 年高考后引入了动量作为必考点 ⇒ 有一些涉及碰撞的问题需要用动量守恒解决,并且速度可能突变(如果没有碰撞,速度不可能突变)。

例 7.1 (2015 全国卷 2) 下暴雨时,有时会发生山体滑坡或泥石流等地质灾害。某地有一倾角 $\theta=37^\circ$ 的山坡 C,上面有一质量为 m 的石板 B,其上下表面于斜坡平行; B 上有一碎石堆 A (含有大量泥土), A 和 B 均处于静止状态,如图 7所示。假设某次暴雨中, A 浸湿雨水后总质量也为 m (可视为质量不变的滑块),在极短时间内, A, B 间的动摩擦因数 μ_1 减小为 $\frac{3}{8}$, B, C 间的动摩擦因数 μ_2 减小为 0.5, A, B 开始运动,此时刻为计时起点;在第 2 s 末, B 的上表面突然变为光滑, μ_2 保持不变。已知 A 开始运动时, A 离 B 下边缘的距离 l=27 m, C 足够长,设最大静摩擦力等于滑动摩擦力。取 g=10 m/s², $\sin\theta=0.6$,求

- 1.0-2 s 时间内 A 和 B 的加速度大小。
- 2. A 在 B 上总的运动时间。

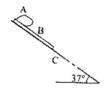


图 7: 例 7.1题图

解答 7.1

例 7.2 (2017 全国卷 3) 如图 8, 两个滑块 A 和 B 的质量分别为 $m_A=1$ kg 和 $m_B=5$ kg, 放在静止于水平地面上的木板的两端,两者与木板间的动摩擦 因数为 $\mu_1=0.5$; 木板的质量为 m=4 kg, 与地面间的动摩擦因数为 $\mu_2=0.1$ 。某时刻 A,B 两滑块开始相对滑动,初速度大小均为 $v_0=3$ m/s。A,B 相遇时,A 与木板恰好相对静止。设最大静摩擦力等于滑动摩擦力,取重力加速度大小 g=10 m/s²,求

- 1. B 与木板相对静止时, 木板的速度;
- 2. A, B 开始运动时, 两者之间的距离



图 8: 例 7.2题图

解答 7.2

- 关于弹性碰撞的简单结论:
 - 弹性撞墙: 速度反向 (类比光的反射);
 - 两个质量相等的物体弹性碰撞: 交换速度。
- 其他情形: 联立能量守恒(碰撞前后动能相等)和动量守恒求解。

例 7.3 (2019 全国卷 3) 静止在水平地面上的两小物块 A, B, 质量分别为 $m_A = 1.0 \text{ kg}$, $m_B = 4.0 \text{ kg}$; 两者之间有一被压缩的微型弹簧,A 与其右侧的竖直墙壁距离 l = 1.0 m, 如图所示。某时刻,将压缩的微型弹簧释放,使 A, B 瞬间分离,两物块获得的动能之和为 $E_k = 10.0 \text{ J}$ 。释放后,A 沿着与墙壁垂直的方向向右运动。A, B 与地面之间的动摩擦因数均为 $\mu = 0.20$ 。重力加速度取 $g = 10 \text{ m/s}^2$ 。A, B 运动过程中所涉及的碰撞均为弹性碰撞且碰撞时间极短。

- 1. 求弹簧释放后瞬间 A,B 速度的大小
- 2. 物块 A,B 中的哪一个先停止?该物块刚停止时 A 与 B 之间的距离是多 少?
- 3. A, B 都停止后, A 与 B 之间的距离是多少?

解答 7.3

8 平抛运动

8.1 速度合成

如何描述平面内的运动?

- 速度是矢量 ⇒ 加法遵循平行四边形定则。
- 小船过河问题: 速度合成, 船在静水中的速度 \vec{v}_b , 河水速度 $\vec{v}_r \Rightarrow$ 实际速度 $\vec{v} = \vec{v}_b + \vec{v}_r$ 。如图 9。

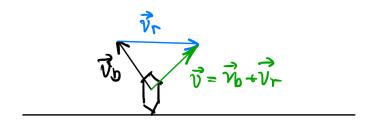


图 9: 小船过河的速度合成

• 以最短时间和最短路程过河。

例 8.1 河两岸之间的距离为 h, 船速大小为 v_b , 方向可以自由调节; 水速为 v_r 平行与河岸, 求小船过河的最短时间和最短路程。

解答 8.1 最短路程需要分类讨论:看合速度 \vec{v} 可能落在平面上的什么范围内。

8.2 曲线运动

轨迹为曲线时,如何描述质点在某一点的速度方向?

• 按定义

$$\vec{v} = \frac{\vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t} \tag{27}$$

其中 $\vec{r}(t)$ 是质点在 t 时刻的位置,如图 10。

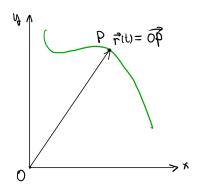


图 10: 质点的位置可以用一个矢量 $\vec{r} = (x, y)$ 描述, x, y 都是 t 的函数

• Δt 越小,越接近切线 \Rightarrow 瞬时速度沿曲线切线方向,如图 11。

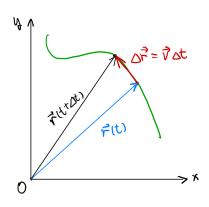


图 11: 速度方向是曲线某点的切线方向

• 数轴图像 ⇒ 坐标系图像

• 初中知识: 力是改变速度的原因, \vec{F} , \vec{v} 不共线则做曲线运动 \Rightarrow 曲线运动需要力来维持,存在加速度;曲线运动速度方向在不断改变 \Rightarrow 曲线运动无论如何都是变速运动

8.3 平抛运动

为什么二次函数的图像被称为抛物线?

- 如图 12, 将质点从 h 的高度以 v_0 的初速度水平抛出
 - 竖直方向受重力 ⇒ 自由落体运动 ⇒ $y = -\frac{1}{2}gt^2 + h$;
 - 水平方向不受力 ⇒ 匀速直线运动 ⇒ $x = v_0 t$.
- 两式消去 t:

$$y = -\frac{g}{2v_0^2}x^2 + h \tag{28}$$

轨迹为一个二次函数。

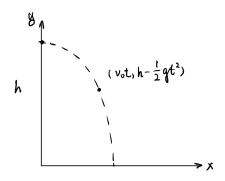


图 12: 平抛运动的轨迹

• 数学上

$$\begin{cases} x = v_0 t, \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + h \end{cases}$$
 (29)

称为参数方程。物理意义: 描述质点在 t 时刻的位置。

- 用 $y = -\frac{1}{2}gt^2 + h$ 还是 $y = \frac{1}{2}gt^2$ 取决于具体问题中所建立的 y 轴方向。
- 在 t 时刻的速度为 $v_x = v_0, v_y = gt$, 速率为 $\sqrt{v_0^2 + (gt)^2}$.

例 8.2 轰炸机在高度为 h 的高空以 v 匀速飞行, 欲摧毁一个地面目标, 不计空气阻力, 请问轰炸机需要在到达目标正上空前提前多少时间投弹?

解答 8.2 定性分析:由于惯性需要提前投弹,高度越高提前时间越长 \Rightarrow 假设需要提前的时间为 t,满足方程

例 8.3 如图 13, 从倾角为 α 的足够长斜面顶端以 v 的速度平抛一个质点,求其在斜面上的落点到斜面顶端的距离。

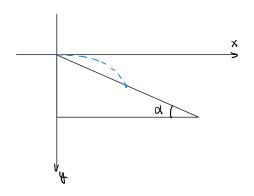


图 13: 斜面平抛模型

解答 8.3 方法 1: 在顶端建立平面直角坐标系 xOy, 联立轨迹方程和直线方程...

方法 2: 利用质点在 t 时刻的位置满足 $\frac{y}{x} = \tan \alpha$,有方程...

如果斜面长度是有限的,怎么分类讨论?

9 匀速圆周运动

9.1 角速度和线速度

怎么严格定义匀速圆周运动?

- 轨迹沿圆周 (圆周), 速率始终不变 (匀速)。
- 线速度为不变的速率:

$$v = \frac{E \Delta t \text{ Hillinghigh milk}}{\Delta t} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$
 (30)

• 角速度为单位时间内走过的圆心角弧度数:

$$\omega = \frac{\text{$\underline{\alpha}$ Δt } \text{b | injection} \text{$\underline{\alpha}$ | injection}}{\Delta t} = \frac{\Delta \theta}{\Delta t} \tag{31}$$

- ω 的单位 弧度/s = rad/s = s⁻¹。
- 曲线运动速度方向沿曲线切线方向 ⇒ 匀速圆周运动速度方向沿该点切线 方向。

• 弧度的定义
$$\Delta\theta = \frac{\Delta s}{r} \Rightarrow$$

$$v = \omega r \tag{32}$$

• 一图总结: 图 14。

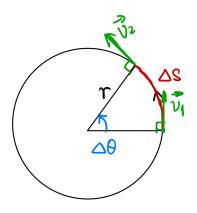


图 14: 匀速圆周运动的速度和角速度

• 匀速圆周运动的周期 = 转一周所花费的时间。一周 = 2π \Rightarrow

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \tag{33}$$

如果角的单位用度 (°) 而非弧度, $v = \omega r$ 还成立吗?

例 9.1 如图 15, 两个齿轮的半径分别为 r_1 和 r_2 。当左边齿轮以 n_1 图 s 的转速转动时,右边齿轮的转速是多少?

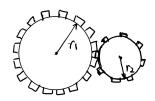


图 15: 两个贴合的齿轮

解答 9.1 分析:两个齿轮如此贴合,连接处的线速度必须相等。

思考: 汽车离合器的原理是什么?

9.2 向心加速度

匀速圆周运动是变速运动, 其加速度是多大?

- 量纲分析的角度: a 的单位为 m/s^2 , a 可能取决于 ω 和 $r \Rightarrow a \propto \omega^2 r = \frac{v^2}{r}$
- 运动学严格分析: 几何学角度,相似三角形给出 $\frac{\Delta s}{r} \approx \frac{\Delta l}{r} = \frac{\Delta v}{v} \Rightarrow \Delta v = \frac{v^2}{r} \Delta t \Rightarrow$

$$a = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r \tag{34}$$

方向指向圆心。

- 推导过程中没有用到牛顿定律 \Rightarrow 向心加速度是 F = ma 的右边而非左 边, $m\frac{v^2}{r}$ 不是力。
- 向心加速度公式对非匀速圆周运动也适用, v 是在某点的瞬时线速度 (速率)。此时的向心加速度也称法向加速度 a_n (方向指向法线方向)。

例 9.2 水平面内一个质点被长度为 l 的绳子牵引围绕原点 O 做匀速圆周运动,质点的动能为 E_k ,求绳子对小球的拉力为多少。

解答 9.2 小球做匀速圆周运动对应的向心加速度为 $a_n = \frac{v^2}{r}$ 。由牛顿第二定律

$$F = ma_n = \frac{mv^2}{l} \tag{35}$$

由根据动能的定义 $E_k = \frac{1}{2}mv^2$, 有

$$F = \frac{2E_k}{l} \tag{36}$$

例 9.3 如图 16, 光滑水平面上有一个小孔和一个质量为 m 的做匀速圆周运动的质点, 其圆周运动的半径为 r。一绳连接该质点穿过小孔, 连接一个质量为 M 的重物。重物在竖直方向上静止, 求质点的角速度。

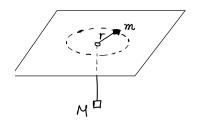


图 16: 平面穿绳模型

解答 9.3 分析: 经验定性判断,如果质点角速度为 0,肯定会被重物拉掉下平面;如果质点运动太快,重物肯定会被拉飞 \Rightarrow 存在一个合适的速度保持平衡,应该是绳上拉力刚好提供向心加速度的时候 (和上面例题一样)。

设绳上的张力为 T, 对重物运用牛顿第二定律, 有

例 9.4 如图 17, 半圆形轨道的半径为 R, 一个质量为 m 的质点以 v_0 的速度 冲上轨道。

1. 如果质点不从最高点落下, v₀ 至少为多大?

2. 如果质点在最高点对轨道的压力为 N, 其离开轨道后在水平面上的落点距离轨道下端多远?

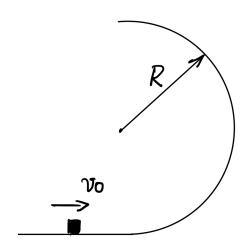


图 17: 半圆轨道模型

解答 9.4 定性分析:如果速度较小,肯定会从最高点落下 ⇒ 有一个合适的速度使得质点不会落下,在最高点的速度应该刚好满足重力提供向心加速度。

从轨道最低点到最高点,设在最高点的速度为v,由机械能守恒定律(或动能定理):

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv^2 + mg(2R) \tag{37}$$

在最高点,由牛顿第二定律:

9.3 离心现象

洗衣机甩干衣服的原理是什么?

• 匀速圆周运动需要时刻指向圆心的外力维持 \Rightarrow 当外力突然不足(小于 $\frac{mv^2}{r}$),物体远离圆心运动 \Rightarrow 离心现象。

- 反过来, 如果指向圆心的外力突然增大 ⇒ 靠近圆心运动。
- 典型例子: 洗衣机、印度飞饼...

思考:一个自转的圆盘需要力维持旋转吗?什么力承担了这个角色?

10 万有引力定律

10.1 万有引力

为什么万有引力普遍存在于物体间,却被人类忽视了几千年?

• 据说牛顿被苹果砸了一下,然后就想出了万有引力定律,如图 18。

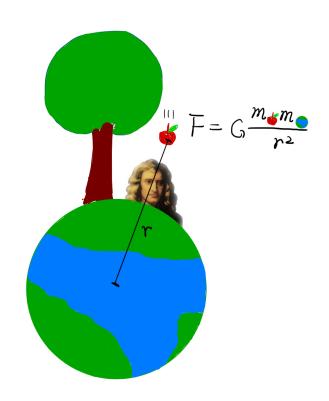


图 18: 高空抛物的危害性

- 既然地球和苹果之间有,那任何两个物体之间都应该有 ⇒ 物理定律有普 适性,不偏爱任何一个特殊物体。
- 质量分别为 m_1 和 m_2 的物体(质点),间距 r 为质心的间距,万有引力方向指向对方,大小为

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \tag{38}$$

其中 $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$ (化成基本单位是什么?)。

• 为什么叫 $G? \Rightarrow 引力 = Gravitation$

- 为什么是 m_1m_2 ? \Rightarrow 牛顿第三定律的要求。
- 为什么正比于 $\frac{1}{r^2}$? \Rightarrow 类比于一个灯泡在 r 距离的亮度(单位面积上的功率),如图 $\frac{19}{r^2}$ 。 \Rightarrow 事实上因为我们生活在 3 维空间,所以电场力也是 $\frac{1}{r^2}$ 的。

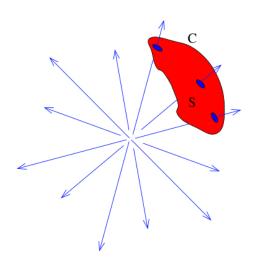


图 19: 为什么是平方反比

例 10.1 根据万有引力定律,重力加速度 g 可以怎样用地球质量 M 和地球半径 R,以及万有引力常数表示?怎么用地球密度 ρ 和 R 已经 G 表示?在距地球表面高度 h 的山上,重力加速度 g(h) 和地面重力加速度 g(h=0)=g 的关系是什么?

解答 10.1 在地球表面,质点受到的重力就是地球对质点的万有引力。于是

10.2 行星轨道和开普勒定律

地理知识:太阳系内行星的轨道有什么特点?

• 行星轨道具有近圆性,近似认为它们就是半径为r的圆,行星在轨道上做 匀速圆周运动,角速度为 ω 。太阳质量记为 M_{\odot} 。 \Rightarrow 牛顿第二定律,万有引力提供向心力

 $\frac{GM_{\odot}m}{r^2} = m\omega^2 r \tag{39}$

• 天文上更常用的是周期 T (大家都知道地球绕太阳转的周期是 1 年,但是很少说角速度是多少), $\omega = \frac{2\pi}{3}$

$$\frac{GM_{\odot}m}{r^2} = m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 r \tag{40}$$

 \Rightarrow

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{GM_{\odot}}{4\pi^2} \tag{41}$$

右边对太阳系的所有行星都是一个常数。(开普勒第三定律)

- 历史上,开普勒<mark>先从天文观测数据</mark>总结出 (41),此外还有开普勒第一和第 二定律:
 - 1. (第一定律) 行星的轨道都是一个椭圆,太阳在椭圆的一个焦点上。
 - 2. (第二定律) 行星与太阳的连线在相同时间扫过相同的面积。
 - 3. (第三定律) 行星椭圆轨道半长轴 a 的三次方和周期 T 的平方成正 比。
- 初学第一次不用理解椭圆、焦点这些概念,这也不是考试重点。圆是椭圆的退化情况,此时椭圆的焦点退化为圆心;半长轴退化为半径。
- 太阳质量 $M_{\odot} = 2.0 \times 10^{30}$ kg,如何从天文观测数据上得到?怎么得到地球的质量?

例 10.2 地球和太阳的平均距离 r_{\oplus} 常记做一个天文单位 $r_{\oplus}=1$ AU。若某一个太阳系行星到太阳的距离是 a AU,其周期是多少年?

解答 10.2 根据开普勒第三定律,有

10 万有引力定律 42

例 10.3 绕地球以半径为 r 的圆轨道运行的卫星的速度为多大?卫星越贴近地球表面,卫星的速度是增大还是减小?卫星的最大可能速度称为第一宇宙速度 v_1 ,求第一宇宙速度的表达式,分别用 G,M,R 和 g,R 表示。

解答 10.3 由牛顿第二定律,万有引力提供向心加速度,有