

实验 CB2 塞曼效应

【实验目的】

1. 通过观察原子谱线在外磁场中的分裂现象，加深对电子“自旋”、“两个角动量的耦合”、“两个电子之间的 LS 耦合”、“角动量守恒”、“多电子原子和电子组态”、“能级跃迁”、“选择定则”等概念的理解，验证原子具有磁矩及其空间取向的量子化，进一步认识原子的内部结构；
2. 用 F-P 干涉仪观察汞（Hg）原子 546.1nm 谱线在外磁场中的分裂现象（即“反常塞曼效应”），测量电子的荷质比 e/m ；
3. 验证光子具有角动量及角动量守恒定律，了解光的偏振理论及其产生机制，学习偏振片的原理及使用方法。

【仪器用具】

编号	仪器用具名称	数量	主要参数（型号，测量范围，测量精度等）
1	塞曼效应	1	BEX-8501
2	电磁体（带电源）	1	可通过调节激励电流大小改变磁场的大小
3	磁感应强度测量仪	1	含金属探针
4	汞放电管	1	
5	滤光片	1	能通过 546.1nm 及其自由光谱范围（具体见【基本测量仪器介绍】中的描述）内的“单色光”。
6	法布里-珀罗标准具	1	
7	偏振片	1	可以通过 0° 刻度线方向上的线偏振光
8	数字图像采集器	1	包含望远镜和 CCD
9	台式电脑	1	安装有“塞曼效应实验分析 VCH5.0”软件，用以分析实验数据

【原理概述】

1896 年，荷兰物理学家塞曼（P. Zeeman）在实验中发现，当光源放在磁场中时，原来的一条光谱线会分裂成几条光谱线，分裂的条数随能级类别的不同而不同，且分裂的谱线是偏振光。这种原子谱线在磁场中发生分裂的现象被物理学家们称为“塞曼效应”（Zeeman

effect)。

塞曼效应证实了原子具有磁矩及其空间取向的量子化¹，为研究原子结构提供了重要途径，被认为是 19 世纪末 20 世纪初物理学最重要的发现之一。它至今仍然是研究原子能级结构的重要方法之一，通过观察它可以精确地测定电子的荷质比 e/m （本实验的目的之一）。在天体物理中，塞曼效应还可以用来测量天体磁场的大小。

本实验采取 F-P 标准具，观察汞（Hg）的 546.1nm 谱线的反常塞曼效应，同时利用该效应测量电子的荷质比 e/m 。本实验涉及到的背景理论知识较多，主要有以下内容：

本小节目录：

一、电子的磁矩——轨道磁矩和自旋磁矩

（一）电子的轨道磁矩 $\vec{\mu}_l$

（二）电子的自旋 \vec{S} 及自旋磁矩 $\vec{\mu}_s$

（三）磁矩在外磁场 \vec{B} 中的势能

二、两个角动量的耦合（叠加）

（一）同一个电子的情况

（二）不同电子之间的耦合

（三）两个角动量耦合的一般规则

（四）两个电子之间的 LS 耦合

（五）多电子原子及电子组态

三、电子的总磁矩 $\vec{\mu}_J$ 及其在外磁场 \vec{B} 中的势能

（一）电子的总磁矩 $\vec{\mu}_J$

（二）磁矩在均匀外磁场 \vec{B} 中的运动——拉莫尔进动

（三）弱外磁场和强外磁场的区别

（四）电子总磁矩 $\vec{\mu}_J$ 在外磁场 \vec{B} 中的势能

四、汞原子谱线在外磁场 \vec{B} 中的能级分裂

（一）原子谱线在外磁场中的分裂

（二）汞原子 546.1nm 谱线的量子数 m_J 及朗德因子 g_J 的计算

（三）塞曼效应观测中的偏振效应—— σ^\pm 偏振（垂直于磁场）和 π 偏振（平行于磁场）

¹ 注意，塞曼观察到镉（Cd）原子 643.847nm 谱线在外磁场中分裂时，当时物理学界仍然没有电子“自旋”的概念。电子拥有自旋这一事实是在 1925 年“斯特恩—盖拉赫实验”后，由乌伦贝克和古兹密特在 1925 年左右提出。到了那个时候，“反常塞曼效应”（谱线分裂多于三条的情况（系统自旋量子数 $S \neq 0$ 的情况））才得以被完整地解释。

一、电子的磁矩——轨道磁矩和自旋磁矩

(一) 电子的轨道磁矩 $\vec{\mu}_l$

由经典电磁学可以知道，一通电了的载流线圈会产生一磁矩 $\vec{\mu}$ (magnetic dipole moment of the electron)，方向与电流 i 的方向关系如式 (1) 和图 1。

$$\vec{\mu} = iS\vec{e}_n \quad (1)$$

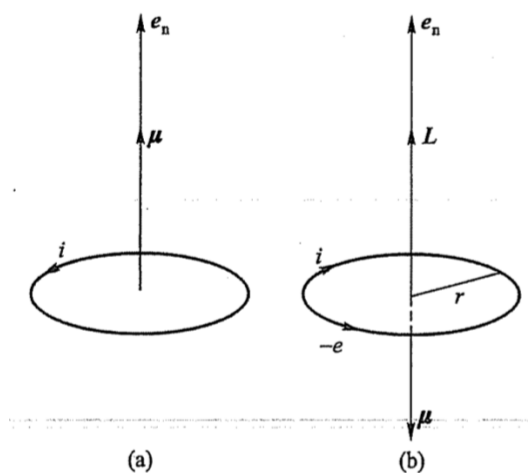


图 1 电流产生的磁矩 μ 与电子的轨道角动量 L

在原子内部，核外电子绕原子核运动²，电子的轨道运动也相应地会产生一个磁矩 $\vec{\mu}_l$ ，计算方法如下：

$$\vec{\mu}_l = e/ \left(\frac{2\pi r}{v} \right) \cdot \pi r^2 \vec{e}_n = -\frac{e}{2m_e} \cdot m_e r v \vec{e}_n = -\frac{e}{2m_e} \vec{L} \equiv -\gamma \vec{L} \quad (2)$$

上式中的 $\gamma \equiv \frac{e}{2m_e}$ 称为回旋磁比率（简称“旋磁比”）。由量子力学给出电子轨道角动量 \vec{L} 大

小的可能取值（本征值）为 $L = \sqrt{l(l+1)}\hbar$ ， $(l = 0, 1, \dots, n-1)$ (n 是主量子数)，轨道角动量 z 分量大小的可能取值为 $L_z = m_l \hbar$ ， $(m_l = -l, -l+1, \dots, l-1, l)$ 。代入 (2) 式，可得电子的轨道磁矩及其 z 方向分量大小的可能取值分别为

$$\mu_l = \sqrt{l(l+1)} \frac{e\hbar}{2m_e} \equiv \sqrt{l(l+1)} \mu_B, \quad l = 0, 1, 2, \dots, n-1 \quad (3)$$

$$\mu_{l,z} = m_l \hbar \cdot \frac{e}{2m_e} = m_l \mu_B, \quad m_l = 0, \pm 1, \dots, \pm l \quad (4)$$

其中

$$\mu_B \equiv \frac{e\hbar}{2m_e} = 0.9274 \times 10^{-23} \text{ A} \cdot \text{m}^2 \quad (5)$$

² 经典图像是核外电子绕原子核做圆周运动，量子力学中则是电子云图像。

称为“玻尔磁子”，它是电子轨道角动量的最小单元，是原子物理学里面的一个重要常数。

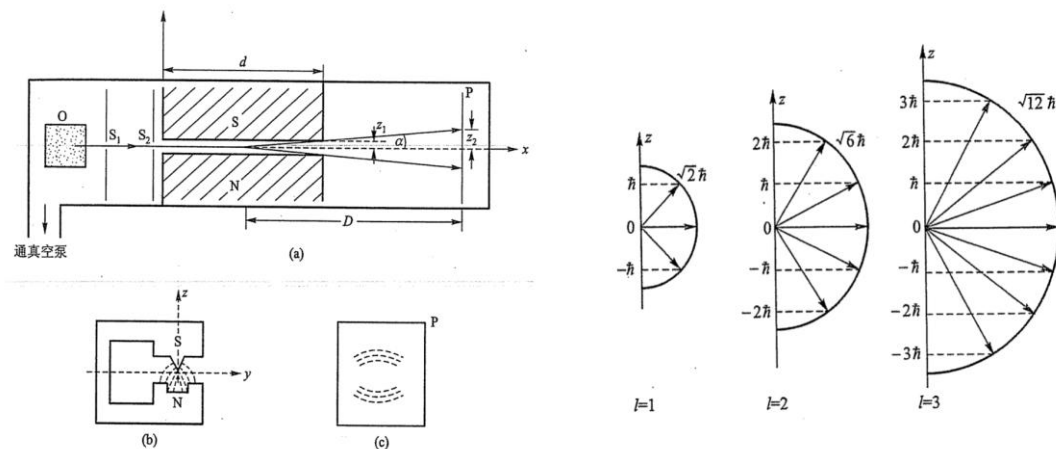


图 2 左图中的“斯特恩—盖拉赫实验”证实了银离子轨道角动量的空间量子化(右图)

1922 年，斯特恩和盖拉赫用如图 2 左图所示的实验装置及观察到的实验现象（原子束在非均匀磁场中的分离），证实了原子轨道角动量空间取值的量子化。但值得指出的是，轨道角动量 z 分量的可能取值为 $L_z = m_l \hbar$ ， $(m_l = -l, -l+1, \dots, l-1, l)$ ，共 $2l+1$ 个取值，为奇数（ l 为整数），不能解释斯特恩—盖拉赫实验中银离子一分为二的事实。对斯特恩—盖拉赫实验的完整解释，要到 1925 年乌伦贝克和古兹密特引入电子“自旋”的概念后才得到。

(二) 电子的自旋 \vec{S} 及自旋磁矩 $\vec{\mu}_s$

1925 年，两位当时不到 25 岁的学生乌伦贝克和古兹密特根据一系列实验事实³，假设电子除了绕原子核做轨道运动外，还有另一个自由度，他们称为“自旋”(spin)——即电子除了轨道角动量外，还有自旋运动⁴。电子的自旋是一种固有的内在属性，常称为内禀(intrinsic)属性。与电子拥有轨道角动量 $L = \sqrt{l(l+1)}\hbar$ ， $(l = 0, 1, \dots, n-1)$ 相类似，电子的自旋运动也有相应的角动量 S 。电子自旋角动量及其 z 方向分量大小的可能取值为：

$$S = \sqrt{s(s+1)}\hbar, \quad s = \frac{1}{2}, \quad (6)$$

$$S_z = m_s \hbar, \quad m_s = \pm \frac{1}{2}. \quad (7)$$

³ 包括碱金属双线（如钠灯谱线中的双线结构）和 1896 年的“反常塞曼效应”。

⁴ 注意，这里只是对经典力学中刚体自转运动的形象化比喻。电子的“自旋”与经典力学中刚体的自转运动有本质上的不同。

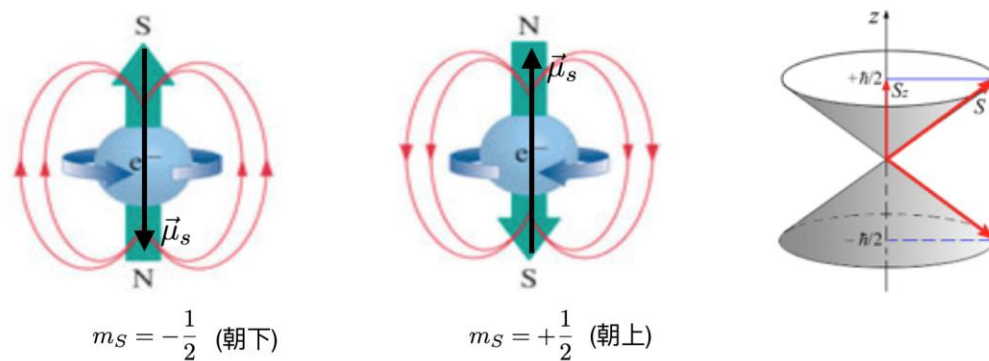


图 3 电子自旋方向（水平箭头方向⁵）及相应的磁矩方向和自旋角动量分量 m_s 的取值，S 和 N 分别为电磁场的南极和北极

为了与已知的实验事实相符，乌伦贝克和古兹密特还进一步假设，由电子自旋运动产生的自旋磁矩，其方向及大小为⁶

$$\vec{\mu}_s = -2\gamma\vec{S}, \quad (8)$$

$$\mu_s = 2\sqrt{s(s+1)}\mu_B, \quad s = \frac{1}{2} \quad (9)$$

$$\mu_{s,z} = 2m_s\mu_B, \quad m_s = \pm\frac{1}{2} \quad (10)$$

（三）磁矩在外磁场 \vec{B} 中的势能

在电磁学中，磁矩为的系统，在外磁场中的势能为

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} \quad (11)$$

求得电子或原子系统的总磁矩 $\vec{\mu}$ ，我们就可以用上式计算原子在外磁场中的势能⁷（一般只考虑电子的总磁矩，原子核磁矩在不考虑光谱的超精细结构时可忽略，详细见本页

⁵ 注意，图 3 中电子自旋产生的“电流”方向与电子自旋运动的方向（水平箭头的方向）相反。图 5 摘自《电磁学》（叶邦角著，中国科学技术大学出版社，2014 年 8 月）。

⁶ （8）式中的因子 2 最初是为了要与实验事实相符而人为引入，完整的理论解释后来由狄拉克给出。

⁷ 需要指出的是，原子核带一定单位的正电荷，原子系统的总磁矩应该也由原子核磁矩和核外电子磁矩两部分组成。但是由于原子核的质量比电子大得多，由玻尔磁子表达式（5）式可知，原子核磁矩比电子磁矩小很多（至少三个量级以上），因此在考虑原子系统总磁矩的时候，一般认为电子总磁矩即原子系统的总磁矩。一个例外是，当要研究原子谱线的超精细结构（如氢原子的 21 厘米谱线）的时候，就需要考虑原子核的磁矩，因为原子谱线的超精细结构的成因是电子磁矩与原子核磁矩之间的耦合所导致的（或者说是“电子磁矩与原子核‘磁场’中的相互作用”，具体请参考 David J. Griffiths 的《量子力学概论》（第二版，机械工业出版社）第 6.5 小节的相关内容）。

脚注)。下面的计算中我们将看到, 原子在外磁场中的势能与实验中观察到谱线分离的距离大小密切相关。关于更具体的电子总磁矩的计算, 请见第三小节的内容。

二、两个角动量的耦合（叠加）

由上面的(2)式和(8)式可知, 磁矩的计算与角动量的计算密切相关(电子的轨道磁矩 $\vec{\mu}_l$ 与自旋磁矩 $\vec{\mu}_s$ 的方向, 分别与电子的轨道角动量 \vec{L} 和自旋角动量 \vec{S} 的方向相反)。因此, 在讨论和计算系统总磁矩之前, 有必要先探讨一下同一或不同系统之间角动量的耦合(或称“叠加”)问题。在讨论角动量耦合之前, 我们首先需要区分下面几种情况:

(一) 同一个电子的情况

第一种情况是, 同一个电子, 其轨道角动量 \vec{L} 和自旋角动量 \vec{S} 的叠加或耦合。此即所谓的“自旋—轨道耦合”。自旋—轨道耦合本质上是电子自旋(内禀)磁矩与电子轨道运动产生的磁场之间的相互作用⁸(见图4)。任何一个电子都同时拥有轨道和自旋角动量, 因此都普遍地存在“自旋—轨道耦合”相互作用。“自旋—轨道耦合”是导致氢原子和碱金属光谱双线结构⁹(又称“精细结构”)的主要原因。

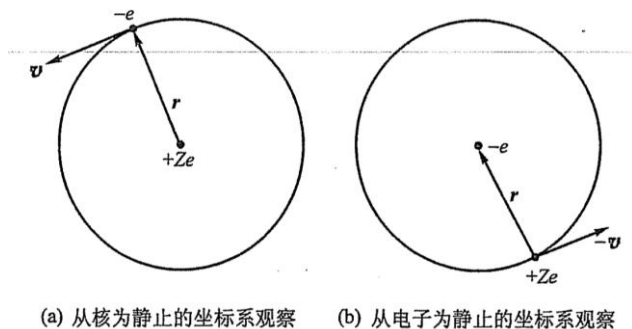


图4 在电子的静止系中观察(见图(b)), 原子核绕电子做圆周运动¹⁰

⁸ 在电子的静止系中观察, 带 Z 个 e 电荷的原子核在绕着电子做圆周运动, 原子核“电流”在中心处(电子所在的地方)会产生一定大小的磁场(理论值为 $\vec{B} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze}{c^2 r^3} \vec{L}$, $\vec{L} = m_e \vec{r} \times \vec{v}$, 具体推导见相关电磁学书籍; 从实验上也可以对原子内部的磁感应强度 B 作一粗略估计, 具体请见思考题3)。电子因有内禀自旋磁矩, 所以在这个磁场中会具有一定的势能。

⁹ 如著名的钠光谱中的双黄线结构, $\lambda_1 = 589.0 \text{ nm}$, $\lambda_2 = 589.6 \text{ nm}$ 。碱金属元素包括锂、钠、钾、铷、铯、钫这六种元素。碱金属元素的原子与氢原子类似, 其最外层都只有一个处于 s 轨道的电子, 因此碱金属原子也常被称为“类氢原子”。

¹⁰ 注意, 这里是经典力学中的电子运动图像(绕原子核在固定的轨道上做圆周运动), 电子运动的量子力学图像是“电子云”。

(二) 不同电子之间的耦合

第二种情况是, 不同对象, 如两个电子, 其中一个电子的轨道角动量和自旋角动量与另外一个电子的轨道角动量和自旋角动量相互之间的耦合 (如多电子的原子¹¹, 本实验中的汞 (Hg) 光源中的汞原子即属于这种情况¹²)。

设两个电子的轨道角动量和自旋角动量分别为 (\vec{L}_1, \vec{S}_1) 和 (\vec{L}_2, \vec{S}_2) , 轨道角量子数和自旋角量子数分别为 (l_1, s_1) 和 (l_2, s_2) 。它们之间共有六种可能的相互作用: $G_1(l_1, l_2)$, $G_2(s_1, s_2)$, $G_3(l_1, s_1)$, $G_4(l_2, s_2)$, $G_5(l_1, s_2)$, $G_6(l_2, s_1)$ 。但这六种相互作用的强度不同。一般来说, $G_5(l_1, s_2)$, $G_6(l_2, s_1)$ 的强度较弱, 可以忽略。其余四种, 不同情况下, 其强弱程度各不相同。这里有分两种情况:

一种情况是, G_1 和 G_2 的强度远大于 G_3 和 G_4 , 这时候可以只考虑两个电子之间的 G_1 和 G_2 ——即电子 1 的 \vec{L}_1 与电子 2 的 \vec{L}_2 耦合成 $\vec{L} = \vec{L}_1 + \vec{L}_2$, 电子 1 的 \vec{S}_1 和电子 2 的 \vec{S}_2 耦合生成 $\vec{S} = \vec{S}_1 + \vec{S}_2$, 然后系统的总轨道角动量 \vec{L} 和总自旋角动量 \vec{S} 再耦合生成系统的总角动量 \vec{J} ——这样的相互作用称为“**LS 耦合**”, 也称为“罗素—桑德斯(Russel-Saunders)情形”¹³。本实验中使用的汞灯光源, 其汞原子最外层轨道上的两个价电子, 它们之间角动量的耦合就属于 LS 耦合。

另一种情况是, G_3 和 G_4 的强度远大于 G_1 和 G_2 , 这时候只需考虑两个电子之间的 G_3 和 G_4 ——即电子 1 的 \vec{L}_1 与电子 1 的 \vec{S}_1 耦合成 \vec{J}_1 , 电子 2 的 \vec{L}_2 和电子 2 的 \vec{S}_2 耦合生成 \vec{J}_2 , 然后电子 1 的总角动量 \vec{J}_1 和电子 2 的总角动量 \vec{J}_2 再耦合成系统的总角动量 \vec{J} ——这样的相互作用称为“**jj 耦合**”。现实中, jj 耦合比较少见, 仅在极重的元素中观测到 (见脚注 13), 在此我们不作深入讨论。

(三) 两个角动量耦合的一般规则

我们在这一小节中讨论两个角动量 \vec{J}_1 和 \vec{J}_2 相耦合时, 其总角动量 \vec{J} 的角量子数 j 的可能取值。这两个角动量可以是一个电子的轨道角动量和自旋角动量, 也可以是两个电子的轨道角动量或两个电子的自旋角动量等等¹⁴。

我们用电子角动量 \vec{J}_1 (\vec{J}_1 可以是轨道角动量 \vec{L}_1 , 也可以是自旋角动量 \vec{S}_1) 的量子数

¹¹ 指原子最外层轨道上有多于一个电子的情况。

¹² 本实验中使用的汞灯光源, 其中的汞原子最外层有 2 个价电子, 属于“多电子原子”。为了突出重点, 本实验讲义中仅限于讨论原子最外层有 2 个价电子的情况。对于更复杂的情况, 有兴趣的同学请参考原子物理学的相关书籍。原子核外层有两个价电子的元素, 还有氦 (He), 铍 (Be)、镁 (Mg)、钙 (Ca)、锶 (Sr)、钡 (Ba)、镭 (Ra) 等。

¹³ 见朗道的《量子力学: 非相对论理论》(第 6 版, 高等教育学) 第 250 页。

¹⁴ 本小节所述的两个角动量耦合的一般规则, 同样也适用于两个电子的总角动量 \vec{J} 之间的耦合。

j_1 和其相应的 z 方向的分量 m_1 (所谓的“好”量子数¹⁵) 来标定电子 1 所处的状态, 记作 $|j_1, m_1\rangle$ 。对于处于 $|j_1, m_1\rangle$ 态的电子 1, 有如下等式:

$$\hat{J}_1^2 |j_1, m_1\rangle = j_1(j_1 + 1)\hbar^2 |j_1, m_1\rangle \quad (12)$$

$$\hat{J}_{1,z} |j_1, m_1\rangle = m_1\hbar |j_1, m_1\rangle \quad (13)$$

对于处于 $|j_2, m_2\rangle$ 态的电子 2, 则有

$$\hat{J}_2^2 |j_2, m_2\rangle = j_2(j_2 + 1)\hbar^2 |j_2, m_2\rangle \quad (14)$$

$$\hat{J}_{2,z} |j_2, m_2\rangle = m_2\hbar |j_2, m_2\rangle \quad (15)$$

电子 1 $|j_1, m_1\rangle$ 和电子 2 $|j_2, m_2\rangle$ 通过角动量耦合形成电子组态 $|j_1, j_2, j, m_j\rangle$, j 为总角量子数, m_j 为总角动量在 z 方向上分量对应的磁量子数。电子组态 $|j_1, j_2, j, m_j\rangle$ 的总角量子数 j 及其 z 方向分量 m_j 满足下面等式

$$\hat{J}^2 |j_1, j_2, j, m_j\rangle = j(j + 1)\hbar^2 |j_1, j_2, j, m_j\rangle \quad (16)$$

$$\hat{J}_z |j_1, j_2, j, m_j\rangle = m_j\hbar |j_1, j_2, j, m_j\rangle \quad (17)$$

(16) 式中的总角量子数 j 的可能取值为¹⁶

$$j = j_1 + j_2, j_1 + j_2 - 1, j_1 + j_2 - 2, \dots, |j_1 - j_2|, \quad (18)$$

(17) 式中总角量子数 j 的 z 分量 m_j 的可能取值为

$$m_j = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm j \quad (19)$$

(四) 两个电子之间的 LS 耦合

特别地, 对于第 (二) 小节中提到的两个电子之间的 LS 耦合, 即电子 1

$|l_1, m_{1l}, s_1, m_{1s}\rangle$ 和电子 2 $|l_2, m_{2l}, s_2, m_{2s}\rangle$ 通过角动量是 LS 耦合形成电子组态

$|L, S, J, m_J\rangle$, 根据 (18) 和 (19) 式, 其总轨道角动量量子数 L , 总自旋角动量量子数 S 和总角动量量子数 J 及其 z 分量 m_J 的可能取值分别为¹⁷

$$L = l_1 + l_2, l_1 + l_2 - 1, l_1 + l_2 - 2, \dots, |l_1 - l_2| \quad (20)$$

$$S = s_1 + s_2, s_1 + s_2 - 1, s_1 + s_2 - 2, \dots, |s_1 - s_2| \quad (21)$$

¹⁵ 在量子力学中, 标记力学量的本征值的指标称为“量子数”。若该力学量对应的算符与系统的哈密顿量算符对易, 则表明该力学量是守恒量, 那么相应的量子数就称为“好量子数”。好量子数可以用来标记系统的本征态。原子物理学中的“原子能级”和“原子态”, 分别对应于量子力学理论中系统的“哈密顿量(算符)的本征值”和“本征态”。

¹⁶ 关于两个角动量耦合时总角量子数 j 的取值范围的计算, 许多量子力学书籍中都有介绍, 这里不再赘述。比较容易理解的是《量子力学教程》(周世勋著, 高等教育出版社 1979 年版) 第 7.4 小节“两个角动量的耦合”, 即第 209 至 210 页 (7.4-23) 式的推导过程, 建议参考。

¹⁷ 如前所述, 两个电子之间的 LS 耦合, 是指电子 1 的 \vec{L}_1 与电子 2 的 \vec{L}_2 先耦合生成 $\vec{L} = \vec{L}_1 + \vec{L}_2$ (见 (20) 式), 还有电子 1 的 \vec{S}_1 和电子 2 的 \vec{S}_2 先耦合生成 $\vec{S} = \vec{S}_1 + \vec{S}_2$ (见 (21) 式), 然后系统的总轨道角动量 \vec{L} 和总自旋角动量 \vec{S} 再耦合生成系统的总角动量 \vec{J} (见 (22) 式)。

$$J = L + S, L + S - 1, L + S - 2, \dots, |L - S| \quad (22)$$

$$m_J = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm J \quad (23)$$

(五) 多电子原子及电子组态

原子核外的电子数目多于 1 个的原子都可称为“多电子原子”，除了氢原子以外的原子都称为多电子原子。多电子原子有比氢原子复杂得多的能级结构和光谱结构。本实验和讲义中，我们关心的是汞原子光谱在磁场中的分裂，汞原子就是一种多电子原子。

光谱分裂涉及到原子的能级和能级差等概念。处于特定原子态的原子具有确定的能级。原子的能级（或原子态）取决于核外电子（特别是最外层轨道上的电子）所处的状态。处于一定状态的若干个（价）电子的组合称为“电子组态”，符号记为 $n_1X_1n_2X_2\dots$ ，其中 n_1, n_2, \dots 称为电子的主量子数。 X_1, X_2, \dots 为电子所处态的英文字母名字，如 $l=0$ 时称该电子处在 s 态（ $X=S$ ）， $l=1$ 时称该电子处在 p 态（ $X=P$ ）， $l=2$ 时称为 d 态（ $X=D$ ）， $l=3$ 时称为 f 态（ $X=F$ ），以此类推¹⁸。

特定的（价）电子组态对应特定的原子态和原子能级。在只考虑两个电子的 LS 耦合的情况下，原子态（或原子能级）的符号记为 $^{2S+1}X_J$ ，左上角中的 S 为耦合后电子组态（或原子态）的总自旋角量子数（计算方法请参考（20）式），右下角的 J 为耦合后电子组态（或原子态）的总角量子数（请参考（22）式），X 的意义同上，为原子态的英文字母名字，命名规则同上所述。

本实验是以汞的放电管为光源，研究汞原子 546.1nm 谱线在外磁场中的分裂现象。这条谱线是汞原子的外层（两个）电子从能级（组态） 3S_1 （6s7s）到 3P_2 （6s7p）的跃迁¹⁹而产生的²⁰。各能级对应的系统总的量子数（总轨道角动量量子数 L，总自旋角动量量子数 S 和总角动量量子数 J）的数值如下表 1 所示（利用（20）至（23）式，详见思考题 1）：

¹⁸ 更详细的命名规则请参考一般的原子物理学或量子力学教材。

¹⁹ 多电子原子的原子态（能级） $|L, S, J, m_J\rangle$ （L 为总轨道量子数，S 为总自旋量子数，J 为总角量子数， m_J 为总角动量 z 方向分量的磁量子数）之间的跃迁规则为：跃迁前后两原子态的各量子数之间需满足如下关系 $\Delta L = 0, \pm 1$ ， $\Delta S = 0$ ， $\Delta J = 0, \pm 1$ （ $J = 0 \rightarrow 0$ 除外），以及 $\Delta m_J = 0, \pm 1$ 。上述原子态之间的 1 规则是宇称守恒和角动量守恒的结果的具体计算过程请参考一般的量子力学教材中“含时微扰理论”部分的内容。

²⁰ 3S_1 （6s7s）表示原子处于能级 3S_1 ，最外层的两个价电子分别处于 6s（ $n=6, l=0$ ）和 7s（ $n=6, l=0$ ）态。

表 1 汞原子 3S_1 (6s7s) 和 3P_2 (6s7p) 能级所对应的量子数

	3S_1 (6s7s)	3P_2 (6s7p)
L	0	1
S	1	1
J	1	2

三、电子的总磁矩 $\vec{\mu}_J$ 及其在外磁场 \vec{B} 中的势能

(一) 电子的总磁矩 $\vec{\mu}_J$

第二节中，我们讨论了两个角动量耦合的一般规则，并用该规则具体计算了汞原子外层轨道中的两个（价）电子在 LS 耦合下，不同电子组态（原子态）的总轨道量子数 L，总自旋量子数 S 和总角量子数 J（见（20）到（23）式及表 1）。下面我们回到第一节末尾处提出的问题，即计算汞原子的总磁矩 $\vec{\mu}_J$ 及其在外磁场 \vec{B} 中的势能²¹。

设汞原子外层轨道中的两个（价）电子在 LS 耦合下，得到的电子组态的总角动量为 \vec{J} ($= \vec{L} + \vec{S}$)，对应的总磁矩为 $\vec{\mu}_J$ ²²，方向请见图 5。

²¹ 严格意义上说，本小节及下一小节中的结论只有在外磁场场强比较弱的时候才成立。对于外磁场较强的情况，请见第（三）小节中的讨论。

²² 特别需要指出的是，由于 $g_S/g_L = 2$ ，因此由 $\vec{\mu}_L$ 和 $\vec{\mu}_S$ （见（2）式和（8）式）合成的总磁矩 $\vec{\mu} = \vec{\mu}_L + \vec{\mu}_S$ 不在总角动量 $\vec{J}(= \vec{L} + \vec{S})$ 的反向延长线方向（如图 5）。但在外磁场比原子内部磁场弱的情况下，总轨道角动量 \vec{L} 和总自旋角动量 \vec{S} 分别绕“稳定”（相对于强外磁场时的情况来说）的总角动量 \vec{J} 做快速进动，总角动量 \vec{J} 则绕外磁场方向做慢速进动（此时总角动量 \vec{J} 为守恒量）（请见图 5 及第（三）小节的讨论），因此与之对应的 $\vec{\mu}_L$ ， $\vec{\mu}_S$ ， $\vec{\mu}$ 都绕 $\vec{J}(= \vec{L} + \vec{S})$ 的反向延长线方向做旋进。因此 $\vec{\mu}$ 不是一个有确定方向的量。然而 $\vec{\mu}$ 可以分解为两个方向上的量：一个是沿着总角动量 \vec{J} 的反向延长线方向的量，记作 $\vec{\mu}_J$ ，为一个有确定方向的恒量；另一个是垂直于总角动量 \vec{J} 的反向延长线方向的量，记作 $\vec{\mu}_{J\perp}$ ，由于它不停的绕总角动量 \vec{J} 的反向延长线方向旋转，故在垂直于总角动量 \vec{J} 的方向上，其对外效益全部抵消了。因此，和外界发生想做号那个的是剩余磁矩 $\vec{\mu}_J$ ，我们把 $\vec{\mu}_J$ 称为“电子的总磁矩”。本讲义中提到“电子的总磁矩”时，指的是 $\vec{\mu}_J$ 而不是 $\vec{\mu}$ 。（以上注释内容摘自《原子物理学》杨福家著，高等教育出版社，2008 年第四版）

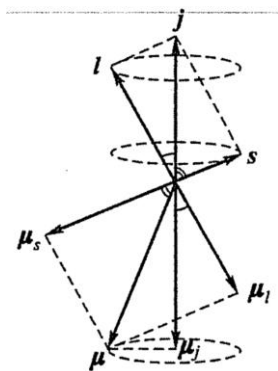


图 5 电子磁矩与角动量的关系

结合式子 (3)、(4) 和 (9)、(10)，总磁矩 $\vec{\mu}_J$ 及其大小的一般表达式可写成

$$\vec{\mu}_J = -g_J \gamma \vec{J} \quad (24)$$

$$\mu_J = \sqrt{J(J+1)} g_J \mu_B \quad (25)$$

其中总角量子数 J 的取值范围可由 (22) 式给出，即

$$J = L + S, L + S - 1, L + S - 2, \dots, |L - S| \quad (26)$$

总磁矩 $\vec{\mu}_J$ 在 z 方向上分量的大小为

$$\mu_{J,z} = m_J g_J \mu_B, \quad m_J = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm J \quad (27)$$

单独考虑电子组态的轨道角动量 \vec{L} 时，有 $J = L$, $g_J = 1$, (25)、(26) 式变为 (3)、(4) 式，只是需要将 (3)、(4) 式中的 l 换成是 L ，并且 L 需要由 (20) 式计算得出。单独考虑电子组态的自旋角动量 \vec{S} 时，有 $J = S$, $g_S = 2$ ²³, (25)、(26) 式变为 (9)、(10) 式，只是需要将 (9)、(10) 式中的 s 换成是 S ，并且 S 需要由 (21) 式计算得出。式 (24)、(25)、(27) 中的 g_J 称为“朗德因子”。结合 (2)、(8) 和 (24) 式，可导出朗德因子的一般表达式为²⁴ (见思考题 2)

$$g_J = 1 + \frac{L(L+1) - L(L+1) + S(S+1)}{2J(J+1)} = \frac{3}{2} - \frac{L(L+1) - S(S+1)}{2J(J+1)} \quad (28)$$

上式中 J , L , S 的取值请见 (20)、(21) 和 (22) 式。

(二) 磁矩在均匀外磁场 \vec{B} 中的运动——拉莫尔进动

由电磁学的相关知识可知，磁矩在均匀外磁场中不受力²⁵，但是会受到一个力矩的作用。

²³ 如前脚注 6 所述，对 $g_S = 2$ 完整的理论解释由狄拉克的理论给出。

²⁴ 此即《近代物理实验》(黄志高, 赖春发, 陈水源等编, 科学出版社, 2012 年) 第 15 页 (4.2) 式。

²⁵ 磁矩在均匀外磁场中不受力，但在非均匀外磁场中会受到沿着磁场梯度方向的力的作用的， $\vec{F} \equiv -\nabla U = \nabla(\vec{\mu} \cdot \vec{B}) = \mu_z \frac{\partial B_z}{\partial z}$ ($B_x = B_y = 0$) (见思考题 5)。斯特恩—盖拉赫实验中使用的就是非均匀磁场，使得原子束在非均匀磁场中因受到力的作用而发生偏转。

具有总磁矩 $\vec{\mu}_J$ 的电子或原子系统，在均匀外磁场 \vec{B} （ \vec{B} 为磁感应强度）中受到的力矩为

$$\vec{\tau} = \vec{\mu}_J \times \vec{B} \quad (29)$$

力矩的方向请见图 6。

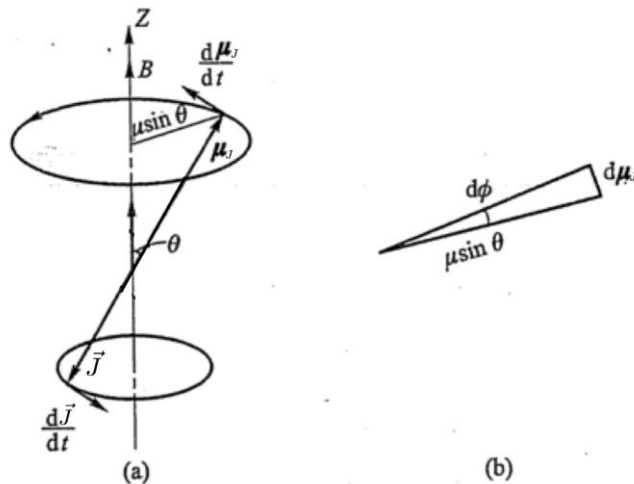


图 6 磁矩在外磁场 \vec{B} 中受到的力矩的作用，绕外磁场 \vec{B} 的方向做进动（图（b）为总磁矩 $\vec{\mu}_J$ 做进动时，矢量 $\vec{\mu}_J$ 末端所在平面（图（a）中的大圆所在平面）的俯视图（沿负 z 轴方向看）

由经典力学的知识可知，力矩会引起系统总角动量的变化，即

$$\frac{d\vec{J}}{dt} = \vec{\tau} = \vec{\mu}_J \times \vec{B} \quad (30)$$

由（24）和（30）式可得

$$\frac{d\vec{\mu}_J}{dt} = -\gamma \vec{\mu}_J \times \vec{B} \quad (31)$$

（31）式可以改写成

$$\frac{d\vec{\mu}_J}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{\mu}, \quad \vec{\omega} \equiv \gamma \vec{B} \quad (32)$$

（32）式中的 $\vec{\omega} \equiv \gamma \vec{B}$ 称为“拉莫尔频率”。（32）式表示磁矩 $\vec{\mu}_J$ 在均匀外磁场 \vec{B} 中受到的力矩的作用， $\vec{\mu}_J$ （大小不变）绕着外磁场 \vec{B} （z 轴方向）做进动，又称“拉莫尔进动”。

（三）弱外磁场和强外磁场的区别

需要特别指出的是，本小节和第（一）小节中的结论，都是建立在“总轨道角动量 \vec{L} 和总自旋角动量 \vec{S} 耦合形成总角动量 \vec{J} ”（即存在“自旋—轨道耦合”）这一假设的基础上的。前面已经说过，自旋—轨道耦合的本质是核外电子的自旋磁矩与原子内部磁场 \vec{B}_{int} （ \vec{B}_{int} 由电子绕原子核做轨道运动所产生）之间的相互作用。

当外磁场 \vec{B}_{ext} 的场强远远小于原子内部磁场 \vec{B}_{int} 的场强，即 $\vec{B}_{\text{ext}} \ll \vec{B}_{\text{int}}$ 时，上述假设仍然有效，总轨道角动量 \vec{L} 和总自旋角动量 \vec{S} 耦合形成总角动量 \vec{J} 。此时系统的总轨道角动量 \vec{L}

和总自旋角动量 \vec{S} 分别绕“稳定”（相对于强外磁场时的情况来说）的总角动量 \vec{J} 做快速进动，总角动量 \vec{J} 则绕外磁场方向做慢速进动²⁶，与之对应的（24）至（28）式仍然成立。这时候，核外电子的自旋磁矩与原子内部磁场 \vec{B}_{int} 之间的相互作用（即自旋—轨道耦合）占主导，电子磁矩与外磁场 \vec{B}_{ext} 的相互作用可以看成是对系统的微扰。电子的总角动量 \vec{J} 是守恒量，但总轨道角动量 \vec{L} 和总自旋角动量 \vec{S} 均不守恒²⁷。系统的守恒量（好量子数）为 J^2, J_z, L^2, S^2 (n, L, J, m_J)。电子总磁矩 $\vec{\mu}_J$ （大小不变）绕着外磁场 \vec{B} （z 轴方向）做拉莫尔进动（见图 6 和图 7）。

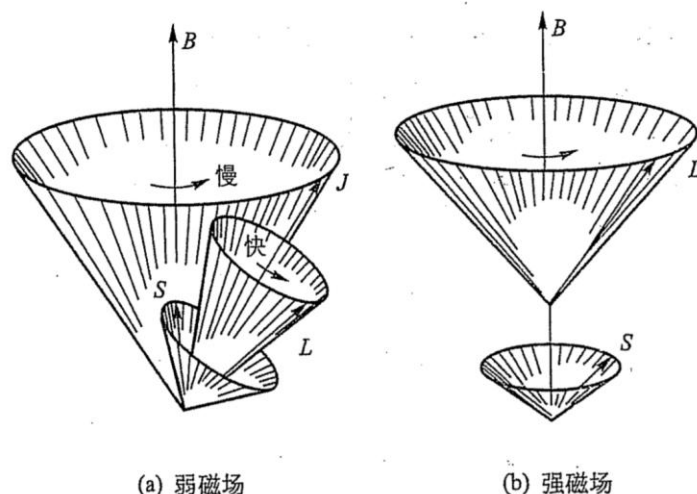


图 7 系统的总轨道角动量 \vec{L} 、总自旋角动量 \vec{S} 和总角动量 \vec{J} 在外磁场中的运动情况

当外磁场 \vec{B}_{ext} 的场强远远大于原子内部磁场 \vec{B}_{int} 的场强，即 $\vec{B}_{\text{ext}} \gg \vec{B}_{\text{int}}$ 时，核外电子的自旋磁矩与原子内部磁场 \vec{B}_{int} 之间的相互作用（即自旋—轨道耦合）变得次要（可视为对系统的微扰），电子磁矩（分为轨道磁矩和自旋磁矩）与外磁场 \vec{B}_{ext} 的相互作用则占主导。这个时候，系统的总轨道角动量 \vec{L} 和总自旋角动量 \vec{S} 将分别绕外磁场 \vec{B}_{ext} 做频率不同的拉莫尔进动，两者不再耦合成总角动量 \vec{J} ²⁸。关于这一点需要作进一步的说明，即在强外磁场 $\vec{B}_{\text{ext}} \gg \vec{B}_{\text{int}}$ 的情况下，我们仍可以按照 $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$ 来计算系统的总角动量 \vec{J} ，只是得到的 \vec{J} 并不是一个具有确定大小和方向的量（此时的总角动量 \vec{J} 是非守恒量），而（24）至（28）式是以系统有确定的 J 值（总角动量 \vec{J} 是守恒量，对应的量子数 J 为好量子数）为前提的。

²⁶ 《原子物理学》杨福家著，高等教育出版社，2008 年第四版，第 180 至 181 页。

²⁷ David J. Griffiths 的《量子力学概论》（第二版，机械工业出版社）第 273 页（6.62）式上面一段及第 277 至 278 页 Figure 6.10。

²⁸ 杨福家《原子物理学》（高等教育出版社，2008 年第四版）一书中的说法，见第 161 页最后一段。关于这一点更清楚的说明，请见下一句。

因此 (24) 至 (28) 式在 $\vec{B}_{\text{ext}} \gg \vec{B}_{\text{int}}$ 的情况下不适用²⁹。此时系统的守恒量 (好量子数) 为 L^2, L_z, S^2, S_z (n, L, m_L, m_S)。

上述讨论可以总结成表 2:

	$\vec{B}_{\text{ext}} \ll \vec{B}_{\text{int}}$	$\vec{B}_{\text{ext}} \gg \vec{B}_{\text{int}}$
守恒量	J^2, J_z, L^2, S^2	L^2, L_z, S^2, S_z
非守恒量	\vec{J}, L_z, S_z	\vec{J}, J^2, J_z
好量子数	n, L, J, m_J	n, L, m_L, m_S
备注	\vec{L} 和 \vec{S} 分别绕 \vec{J} 进动 (快), \vec{J} 和 $\vec{\mu}_J$ 均绕 \vec{B}_{ext} 方向进动 (慢)	\vec{L} 和 \vec{S} 分别绕 \vec{B}_{ext} 进动, \vec{J} 大小和方向不确定

另外, 我们可以通过理论计算或者实验, 对原子内部磁场 \vec{B}_{int} 的场强大小进行粗略的估计 (见思考题 3 和 4), 从而判定是弱外磁场 $\vec{B}_{\text{ext}} \ll \vec{B}_{\text{int}}$ 还是强外磁场 $\vec{B}_{\text{ext}} \gg \vec{B}_{\text{int}}$ 的情况 (见思考题 5)。

(四) 电子总磁矩 $\vec{\mu}_J$ 在外磁场 \vec{B} 中的势能

无论是强外磁场还是弱外磁场, 磁矩在外磁场 \vec{B} 中的势能都由 (11) 式给出。结合 (11), (24) 和 (27) 式, 可得汞原子的总磁矩 $\vec{\mu}_J$ 在沿着 z 轴方向的外磁场 \vec{B} 中的势能为

$$U = -\vec{\mu}_J \cdot \vec{B} = m_J g_J \mu_B B \quad (33)$$

其中 m_J 和 g_J 由 (23) (或 (27)) 和 (28) 式给出。(33) 式与本实验中汞原子谱线在外磁场 \vec{B} 中的分裂现象密切相关。

四、汞原子谱线在外磁场 \vec{B} 中的能级分裂

(一) 原子谱线在外磁场中的分裂

设原子在无外磁场的时候, 某个能级的能量为 E_0 , 相应的总角动量量子数、轨道量子数、自旋量子数分别为 J 、 L 、 S 。当原子处于磁感应强度为 B 的外磁场中时, 原子磁矩与磁场相互作用, 使原子系统附加了势能 $\Delta E (= U)$ (由 (33) 式给出), 此时原子的能级将分裂为 $2J+1$ 层, 各层能量为

$$E = E_0 + m_J g_J \mu_B B \quad (34)$$

其中 m_J 为磁量子数, 它的取值为 $J, J-1, \dots, -J$ 共 $2J+1$ 个 (见 (23) 式); g_J 为朗德因子; μ_B 为玻尔磁子; B 为磁感应强度。

²⁹ 关于强外磁场中的塞曼效应的具体计算, 有兴趣的同学请参考 David J. Griffiths 的《量子力学概论》(第二版, 机械工业出版社) 第 279 至 283 页上的内容。

又设频率为 ν 的光子是由原子从能级 E_2 跃迁到能级 E_1 所产生，即有

$$h\nu = E_2 - E_1 \quad (35)$$

在外磁场中，上下两个能级，即能级 E_2 和能级 E_1 都发生了变化，分别获得附加的势能 $\Delta E_2 = U_2$ 和 $\Delta E_1 = U_1$ 。设能级分裂后的新谱线光子的频率为 ν' ， ν' 与能级之间的关系见图 8。

$$\begin{aligned}
 h\nu' &= (E_2 + \Delta E_2) - (E_1 + \Delta E_1) \\
 &= (E_2 - E_1) + (\Delta E_2 - \Delta E_1) \\
 &= h\nu + (M_2 g_2 - M_1 g_1) \mu_B B
 \end{aligned} \quad (36)$$

图 8 能级分裂前后，光子频率与能级能量之间的关系

分裂后的谱线和原来谱线之间的频率差为

$$\Delta\nu = \nu' - \nu = (M_2 g_2 - M_1 g_1) \frac{\mu_B B}{h} \quad (37)$$

代入 $\mu_B = \frac{e\hbar}{4\pi m}$ 有

$$\Delta\nu = (M_2 g_2 - M_1 g_1) \frac{eB}{4\pi m} \quad (38)$$

为方便起见，(38) 式常表示为波数差（波数定义为 $\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda} = \frac{\nu}{c}$ ）

$$\Delta\tilde{\nu} = (M_2 g_2 - M_1 g_1) \frac{eB}{4\pi mc} = (M_2 g_2 - M_1 g_1) L \quad (39)$$

上式中 $L = \frac{eB}{4\pi mc} = B \times 46.7 m^{-1} T^{-1}$ 称为“洛伦兹单位”，其中外磁场 B 的单位为 T （特

斯拉），洛伦兹单位的单位为 $\text{米}^{-1}[\text{特斯拉}]^{-1}$ 。(39) 式可进一步简化为

$$\begin{aligned}
 \Delta\tilde{\nu} &= (M_2 g_2 - M_1 g_1) L \\
 &= 46.7 (M_2 g_2 - M_1 g_1) B
 \end{aligned} \quad (40)$$

(40) 式中波数差的单位与洛伦兹单位的单位相同，为 $\text{米}^{-1}[\text{特斯拉}]^{-1}$ 。

(二) 汞原子 546.1nm 谱线的量子数 m_J 及朗德因子 g_J 的计算

如第二部分的第（五）小节“多电子原子及电子组态”所述，本实验是以汞的放电管为光源，研究汞原子 546.1nm 谱线在外磁场中的分裂现象。这条谱线是汞原子的外层（两个）电子从能级（组态） 3S_1 （6s7s）到 3P_2 （6s7p）的跃迁而产生的。各能级对应的系统总的量子数（总轨道角动量量子数 L ，总自旋角动量量子数 S ，总角动量量子数 J ，总磁量子数 m_J 及朗德因子 g_J ）的数值如下表 3 所示（利用（20）至（23），及（28）式，详见思考题 6）。

汞原子 546.1nm 谱线和能级如图 9 所示。值得注意的是，多电子原子的原子态（能级） $|L, S, J, m_J\rangle$ （ L 为总轨道量子数， S 为总自旋量子数， J 为总角量子数， m_J 为总角动量 z 方向分量的磁量子数）之间的跃迁要符合类似于类氢原子能级跃迁的“选择定则”——跃迁前后两原子态的各量子数之间需满足如下关系： $\Delta L = 0, \pm 1$ ， $\Delta S = 0$ ， $\Delta J = 0, \pm 1$ （ $J = 0 \rightarrow 0$ 除外），以及 $\Delta m_J = 0, \pm 1$ （该跃迁规则的具体计算过程请参考一般的量子力学教材中“含时微扰理论”部分的内容，也可参考陈熙谋《近代物理》（北京大学出版社）一书的相关内容）。

表 3 汞原子 546.1nm 谱线对应的上下两个能级的量子数及朗德因子

原子态符号	3S_1 (6s7s)	3P_2 (6s7p)
L	0	1
S	1	1
J	1	2
g_J	2	3/2
m_J	1、0、—1	2、1、0、—1、—2
$m_J g_J$	2、0、—2	3、3/2、0、—3/2、—3

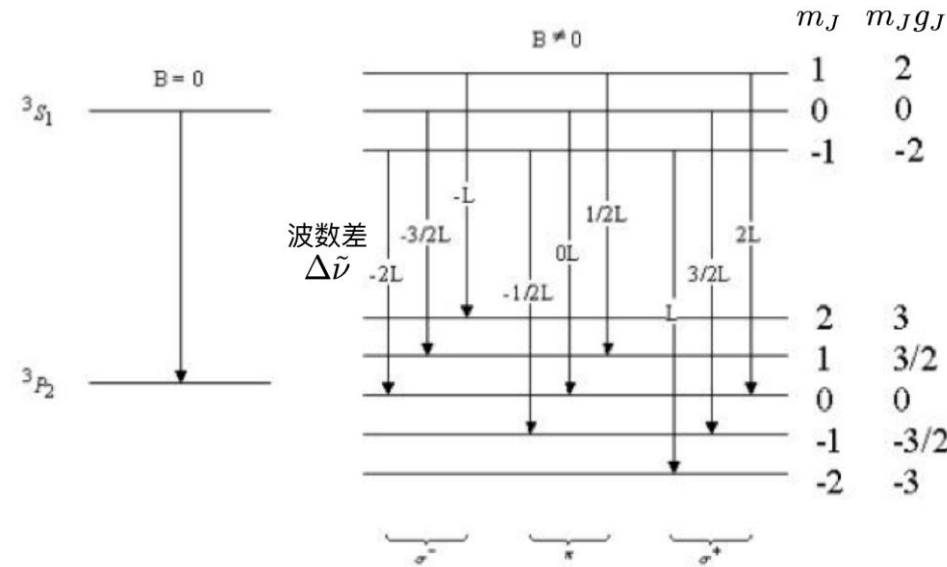


图 9 汞原子 546.1nm 谱线与能级的关系（带箭头竖线上的数字代表（39）式所示的波数差（39）式）

(三) 塞曼效应观测中的偏振效应—— σ^\pm 偏振（垂直于磁场）和 π 偏振（平行于磁场）

在讨论塞满效应观测中的偏振效应之前，让我们先来复习一下电磁学中光的偏振的定义³⁰。

对于沿着 z 方向传播的电磁波，其电场矢量 \vec{E} 必定在 xy 平面（电磁波的横波特性），并且可分解为 E_x 和 E_y ，

$$E_x = A \cos \omega t, \quad E_y = B \cos(\omega t - \alpha) \quad (41)$$

当 $\alpha = 0$ 时，电场矢量 \vec{E} 就在某一方向上作周期性变化，此为线偏振光；当 $\alpha = \pi/2$ ， $A = B$ 时，合成的电矢量 \vec{E} 的大小为常数，方向作周期性变化，矢量箭头绕圆周运动，此为圆偏振光。假如沿着 z 轴逆着光的传播方向观察，看到电矢量 \vec{E} 作顺时针转动时，我们称其为右旋（圆）偏振光；若逆着光的传播方向观察，看到电矢量 \vec{E} 作逆时针转动，则称其为左旋（圆）偏振光（如图 10）。圆偏振光具有角动量的实验事实，是由贝思（R. A. Beth）在 1936 年观察到的，而且光的角动量方向和电矢量旋转方向组成右手螺旋定则。因此，由上述讨论可知，对右旋偏振光，角动量方向与传播方向相反（图 10 (a)），对于左旋偏振光，两者相同（图 10 (b)）。

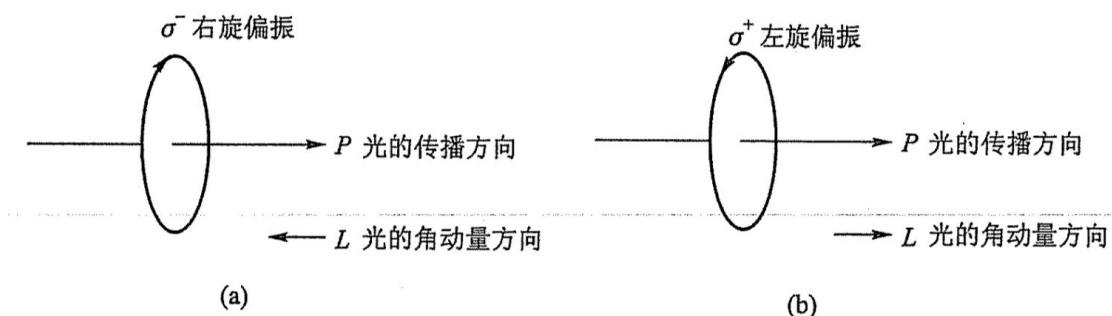


图 10 偏振及光子角动量方向的定义（图中 \vec{P} 为光的传播方向， \vec{L} 为光子角动量）

现在再回头来看塞曼效应。对于跃迁前后的两个原子态，若有 $\Delta m = m_2 - m_1 = 1$ ，即在跃迁前后，原子在磁场方向（ z 轴方向）上的角动量减少 1 个 \hbar 。若把原子和发出的光子看作是一个整体，系统的角动量必须守恒。因此，所发出的光子必定在磁场方向上具有 1 个 \hbar 大小的角动量。因此，面对磁场方向观察是，由于磁场方向 \vec{B} 即光的传播方向 \vec{P} ，所以光子角动量 \vec{L} 与光的传播方向 \vec{P} 一致，即图 10 (b) 中的情形。由图 10 可知，我们将观察到 σ^+ （左旋）偏振光。对于 $\Delta m = m_2 - m_1 = -1$ ，即在跃迁前后，原子在磁场方向（ z 轴方向）上的角动量增加 1 个 \hbar ，同理，所发出的光子必定在与磁场相反的方向上具有 1 个 \hbar 的角动量。因此，在面对磁场方向观察时，光子角动量 \vec{L} 与光的传播方向 \vec{P} 相反，即图 10 (a) 中的情形。由图 10 可知，我们将观察到 σ^- （右旋）偏振光。图 11 中给出了面对磁场

³⁰ 本小节内容摘自《原子物理学》杨福家著，高等教育出版社，2008 年第四版，第 175 至 177 页。

方向观察到的 σ^\pm 谱线的情况。对于这两条谱线，电矢量 \vec{E} 在 xy 平面。因此，在与磁场 \vec{B} 垂直的方向（例如 x 方向）观察时，只能见到 E_y 分量（因为电磁波的横波特性，沿着 x 方向传播的光波，电矢量不会在 x 方向，但应注意，对于 $\Delta m = \pm 1$ 谱线，其光子仍在磁场方向上具有角动量 \hbar ）。因此，对于 $\Delta m = \pm 1$ 谱线，我们在 x 方向上观察到两条与磁场 \vec{B} 垂直的线偏振光 σ^\pm 。塞曼效应中观察到的偏振效应详见图 12。

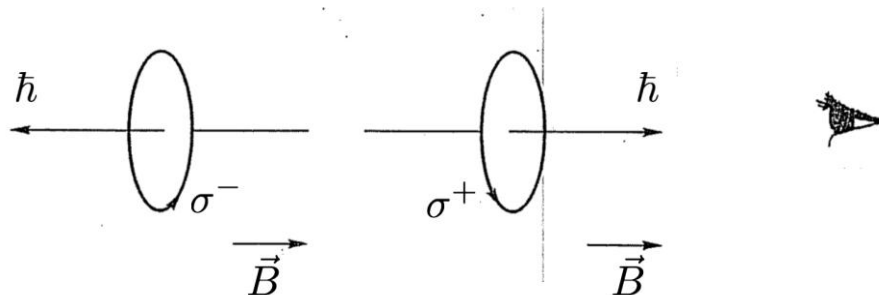


图 11 面对磁场方向观察到的 σ^\pm 谱线

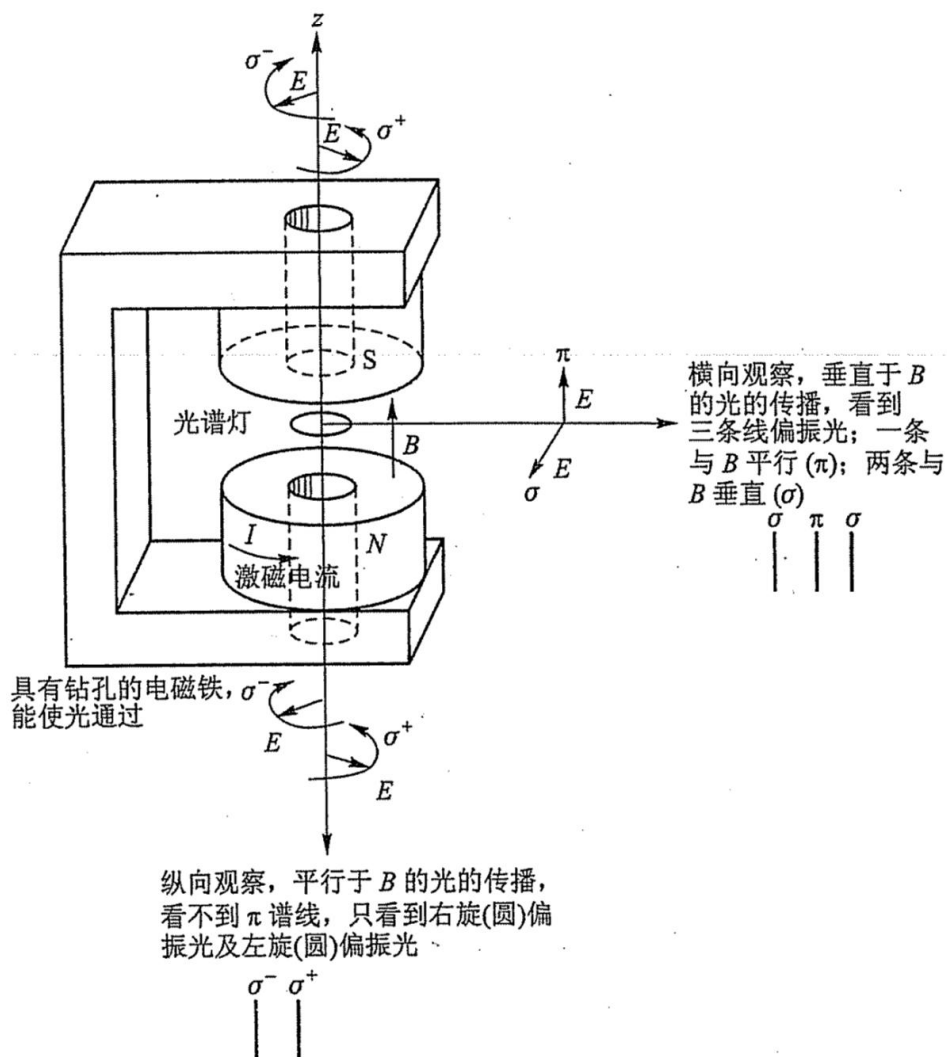


图 12 塞曼效应观测中的偏振效应

对于 $\Delta m = m_2 - m_1 = 0$ 的情况，原子在磁场方向的角动量不变，但光子具有固有角动量 \hbar 。原子发光时，为了保持角动量守恒，所发生的光子的角动量一定垂直于磁场，以使得其沿着磁场方向的分量为零。那时，与光子相应的电矢量 \vec{E} 的方向必在 yz 平面（取光子的角动量方向为 x ），可以有 E_y 和 E_z 分量。但是，实际上凡是角动量方向在 xy 平面上任意光子都满足能级跃迁前后 $\Delta m = m_2 - m_1 = 0$ 的条件（即满足 $\Delta m = m_2 - m_1 = 0$ 条件的能级跃迁，其发出的光子的角动量方向可以是 xy 平面上的任意方向）。因此，这些角动量方向在 xy 平面上的所有光子，其平均效果将使 E_y 分量为零。于是，在与磁场方向垂直的方向 x 观察，只能看到 E_z 分量，即观察到与磁场 \vec{B} 平行的线偏振光 π 。塞曼效应中观察到的偏振效应详见图 12。

【基本测量仪器介绍】

一、法布里—珀罗标准具

一般情况下，塞曼效应中谱线分裂的波长差是很小的，下面我们来估计一下波长差的具
体量级。对波数 $\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda}$ 两边求导，可得

$$\Delta\lambda = \lambda^2 \Delta\tilde{\nu} \quad (42)$$

取磁感应强度为 $B \simeq 1T$ ，波长为 $\lambda = 546.1 \text{ nm}$ ，结合表 3 还有(40)式，可得 $\Delta\lambda \simeq 10^{-11} \text{ m}$ 。要观察如此小的波长差，用一般的棱镜摄谱仪是不可能的，需要用高分辨率的仪器，如“法布里—珀罗标准具”（下面简称“F-P 标准具”）。

F-P 标准具由平行放置的两块平板组成的（见图 13（a）），在两板相对的平面上镀薄银膜和其他有较高反射系数的薄膜（实物见图 15（b））。两平行的镀银平面的间隔是由某些热膨胀系数很小的材料做成的环固定起来。若两平行的镀银平面的间隔不可以改变，则称该仪器为“法布里—珀罗干涉仪”。

由于两镀膜面平行，若使用扩展光源，则产生等倾干涉条纹。具有相同入射角的光线在垂直于观察方向的平面上的轨迹是一组同心圆。若在光路上放置透镜，则在透镜焦平面上得到一组同心圆环图样。在透射光束中，相邻光束的光程差为³¹

³¹ 请参考《基础物理实验（沈韩主编）》中“实验 A7 迈克尔逊干涉及应用（激光干涉）”中的【实验原理】第 3 点“等倾干涉条纹”及相关光学教材，实际中因为两反射面之间的介质为空气，故常取 $n=1$ 。

$$D = 2nd \cos f \quad (43)$$

产生亮条纹的条件为

$$2nd \cos f = K\lambda \quad (44)$$

(44) 式中 K 为干涉条纹级数； λ 为入射光波长。

我们需要了解标准具的两个特征参量是自由光谱范围和分辨本领。

(一) 自由光谱范围

同一光源发出的具有微小波长差的单色光 λ_1 和 λ_2 ($\lambda_1 < \lambda_2$)，入射后将形成各自的圆环系列。由 (44) 式可知，对同一级的干涉条纹，波长大的干涉圆环直径小 ((44) 式中对于同一 K 和 d , λ 越大, 为了使得等式两边相等, 则需有 f 越小 (f 变小时 $\cos f$ 变大), 即圆环直径越小)。另外, 由 (44) 式还可以知道, 对于某单色光的干涉圆环 (d 和 λ 不变), f 越小 (f 变小时 $\cos f$ 变大) 则干涉条纹的级数 K 越大; 换句话说, 对于某单色光来说, 越靠中心处的干涉条纹的级数 K 越大。

如果 λ_1 和 λ_2 的波长差逐渐加大³², 使得 λ_1 的第 m 级亮环与 λ_2 的第 $(m-1)$ 级亮环重合, 则有

$$2nd \cos \theta = m\lambda_1 = (m-1)\lambda_2 \quad (45)$$

$$\text{得出} \quad \Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = \frac{\lambda_2}{m} \quad (46)$$

由于大多数情况下, $\cos \theta \approx 1$, (45) 式变为 $m \approx \frac{2nd}{\lambda_1}$, 将其代入 (46) 式可得到

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{2nd} \approx \frac{\lambda^2}{2nd} \quad (47)$$

它表明在 F-P 干涉仪中, 当给定两平面间隔 d 后, 入射光波长在 $\lambda \pm D/\lambda$ 间 (自由光谱范围) 变化时所产生的干涉圆环不发生重叠。请完成思考题 10, 估算一下本实验中 F-P 标准具的自由光谱范围。

³² 注意当波长差从零开始逐渐变大, 即 λ_2 偏离 λ_1 逐渐变大的时候, λ_2 的第 m 级亮环会先从 λ_1 的第 m 级亮环之处出发往内缩小, 紧接着就是 λ_2 的第 $m-1$ 级亮环会越过 λ_1 的第 m 级亮环往内缩小, 借着是 λ_2 的第 $m-2$ 级亮环会越过 λ_1 的第 m 级亮环往内缩小, 依次类推。

(二) 分辨本领

定义 $\frac{\lambda}{\Delta\lambda}$ 为光谱仪的分辨本领，对于 $F-P$ 标准具，它的分辨本领为

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = KN \quad (48)$$

K 为干涉级次， N 为精细度，它的物理意义是在相邻两个干涉级之间能分辨的最大条纹数。 N 依赖于平板内表面反射膜的反射率 R 。

$$N = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R} \quad (49)$$

反射率 R 越高，精细度 N 就越高，仪器能分辨开的条纹数就越多。请完成思考题 11，估算一下若要观察到本实验中汞原子 546.1nm 谱线的塞曼分裂，所需的光谱仪的分辨本领的大小。

二、波数差与圆环直径之间的关系

利用 $F-P$ 标准具，通过测量干涉环的直径就可以测量各分裂谱线的波长或波长差。

如图 13 所示，出射角为 θ 的圆环直径 D 与透镜焦距 f 间的关系为 $\tan\theta = \frac{D}{2f}$ ，对于

近中心的圆环 θ 很小，可以认为 $\theta \approx \sin\theta \approx \tan\theta$ ，于是有

$$\cos\theta = 1 - 2\sin^2\frac{\theta}{2} \approx 1 - \frac{\theta^2}{2} = 1 - \frac{D^2}{8f^2} \quad (50)$$

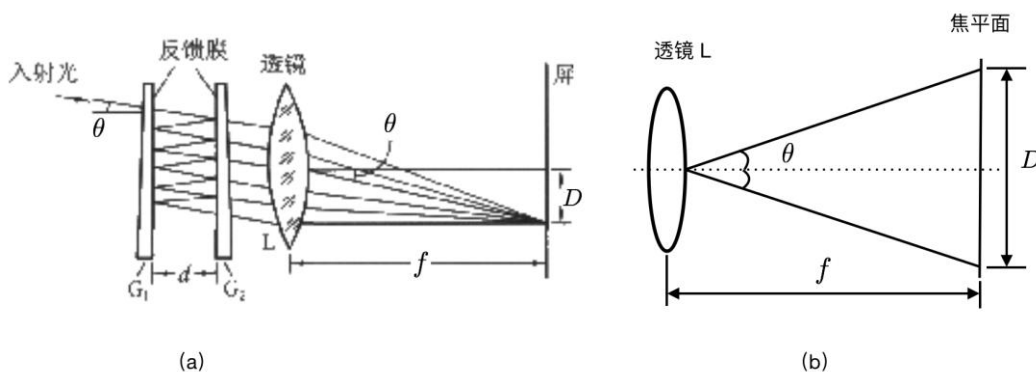


图 13 法布里—珀罗 (F-P) 标准具光路图 (图中的透镜指的是望远镜里的透镜)

代入到 (7) 式中，得

$$2nd \cos\theta = 2nd \left(1 - \frac{D^2}{8f^2}\right) = K\lambda \quad (51)$$

由上式可推出同一波长 λ 相邻两级 K 和 $(K-1)$ 级圆环直径的平方差为

$$\Delta D^2 = D_{K-1}^2 - D_K^2 = \frac{4f^2\lambda}{nd} \quad (52)$$

可以看出, 同一波长 λ 相邻两级 K 和 $(K-1)$ 级圆环直径的平方差 ΔD^2 是与干涉级次无关的常数。

设不同波长 l 和 l_a ($l > l_a$) 的第 K 级干涉圆环直径分别为 D_K 和 D_a (注意后者比前者要大一些, 具体见图 15), 由 (14) 式和 (15) 式得

$$l - l_a = \frac{nd}{4f^2 K} (D_a^2 - D_K^2) = \left(\frac{D_a^2 - D_K^2}{D_{K-1}^2 - D_K^2} \right) \frac{l}{K}$$

得出

$$\text{波长差} \quad D/l = \frac{l^2}{2nd} \left(\frac{D_a^2 - D_K^2}{D_{K-1}^2 - D_K^2} \right) \quad (53)$$

$$\text{由(42)式可得对应的波数差为} \quad \Delta \tilde{\nu} = \frac{1}{2nd} \left(\frac{D_a^2 - D_K^2}{D_{K-1}^2 - D_K^2} \right) \quad (54)$$

三、通过塞曼效应计算电子荷质比 $\frac{e}{m}$

本实验只研究反常塞曼效应的线偏振 π 的谱线, 由表 3 和图 9 可知有

$$M_{2g_2} - M_{1g_1} = \frac{1}{2}, \text{ 代入 (39) 时可求得能级分裂的波数差为}$$

$$\Delta \tilde{\nu} = \frac{L}{2} = \frac{eB}{8\pi mc} \quad (55)$$

结合上一节中的波数差公式 (54), 可得

$$\frac{e}{m} = \frac{4\rho c}{ndB} \left(\frac{D_a^2 - D_K^2}{D_{K-1}^2 - D_K^2} \right) \quad (56)$$

若已知 d 和 B , 从塞曼分裂中测量出各环直径, 就可以计算出电子荷质比。

【安全注意事项】:

- (1) 不要用手直接触摸光学部件的光学表面, 如果有污染, 请用专用的清洁液和清洁布或者擦镜纸清洁。
- (2) F-P 标准具已在出厂前进行校准, 请勿自行随意调节三颗螺钉, 如需调整, 请在实验老师指导下进行。
- (3) 为避免缩短笔形汞灯使用寿命, 请勿频繁开关电源开关。笔形汞灯插入槽内后严禁左右晃动, 以免破碎。
- (4) 避免长时间对电磁线圈进行大电流供电, 温度较高, 请勿触摸。
- (5) 每次实验结束后将电流调至零后再关掉电源。



图 14 塞曼效应实验装置示意图

【实验内容和步骤】:**1. 准备工作**

- (1) 确保电源线和相机 USB 线连接正确后, 打开电源按钮, 检查电流是否为零, 汞灯是否工作正常。
- (2) 打开桌面上或 D 盘的 Capstone 软件模板, 点击视频记录或拍照功能中的预览相机按钮, 通过视频窗口实时观察采集到的图像。注意将视频记录分辨率调至最高。

2. 光路调整 (先取下光学导轨上所有光学器件)

- (1) 调整相机模块: 将相机固定在光学导轨上的另一端约 520 mm 处, 并锁紧托板。松开升降调节架的螺钉, 调整杆的高度, 并通过旋转来微调升降调节架, 确保相机与汞灯处于同一高度, 此时汞灯图像位于屏幕中心。调节镜头上的焦距和光圈, 使图像清晰。
- (2) 调整聚光透镜和偏振片模块: 将聚光透镜和偏振片固定在相机右侧的导轨上, 并以同样方法调节高度, 此时光斑将充满整个视频窗口。松开偏振片旋钮, 旋转偏振片, 使白色刻度对准 90° 刻线。
- (3) 调节 F-P 标准具和干涉滤光片模块: 将干涉滤光器和 F-P 标准具置于相机和偏振片之间, 调节高度一致, 并使标准具尽可能靠近相机镜头 (避免杂散光), 此时视频窗口会出现干涉圆环。适当调节聚光透镜的位置和相机镜头光圈, 使得

图像亮度适中。调节精密调整架的 XY 旋钮,使得干涉圆环处于视频窗口中心。调节相机镜头后焦,获得清晰干涉图像,如图 15。

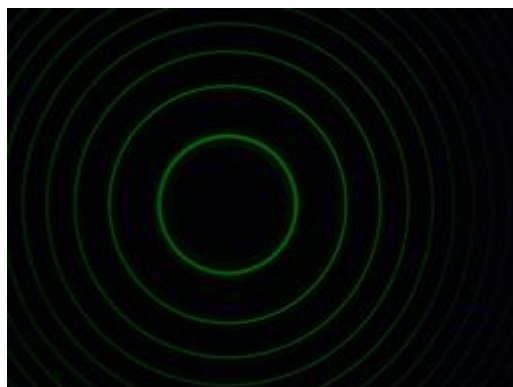


图 15

3. 观察谱线分裂

调节电磁场的驱动电流并观察干涉圆环的分裂现象,如图 16。当电流大于 4A 时,即能观察到谱线分裂现象,当 5A 时最为清晰。





图 16

4. 计算 e/m

$$e/m = (2\pi c / dB) \cdot [1 / (M_2 g_2 - M_1 g_1)] \cdot (D_{(k)}^2 - D_{(k)1}^2) / (D_{(k-1)}^2 - D_{(K)}^2)$$

$$M_2 g_2 - M_1 g_1 = \Delta M = 0.5$$

(1) 当得到清晰分裂谱线时保存图像, 点击进入视频分析模式 

(2) 利用测量工具  中的直径工具, 测量 $D(K)$ 、 $D(K-1)$ 和 $D(K)1$ 三个圆的直径, 如图 17, 并填入到左侧表格中。

(3) 磁感应强度生产厂家提供的表中获得。也可以取出笔型汞灯, 用特斯拉计测量电磁线圈中心处的磁场大小, 并输入, 点击确定, 即可计算出 e/m 的值。本实验要求精度为实验测量误差小于等于 5%。

注意: 测量的磁场应为干涉条纹分裂时候的磁场, 即: 两者的电流大小应一致, 何时测量磁场大小由实验者自行把握。

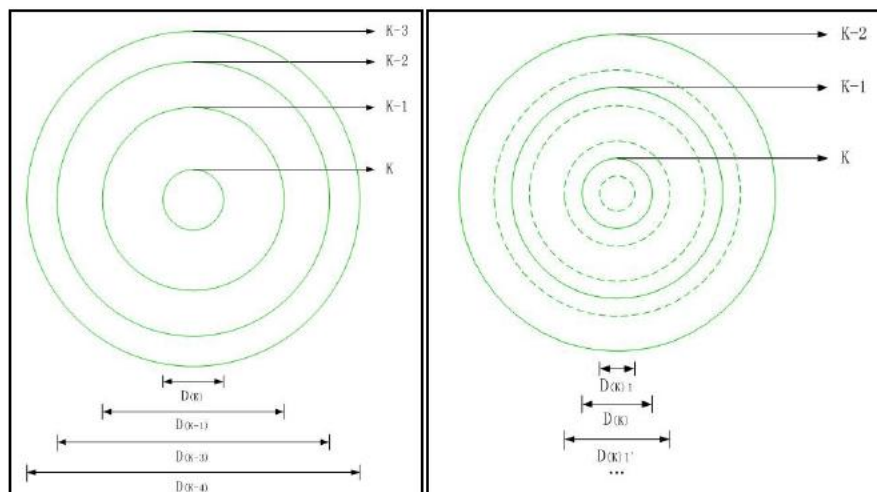


图 17

(4) 在磁场横向（垂直）方向上观察，分别旋转偏振片 0° ， 45° 记录此时干涉条纹的变化，试着分析变化的原因；

平行于磁场方向

- 松开锁紧螺钉，取出铁芯，确保汞灯光线从该孔穿出，旋转电磁线圈，使得磁场方向平行于导轨如图 18 和图 19 所示。

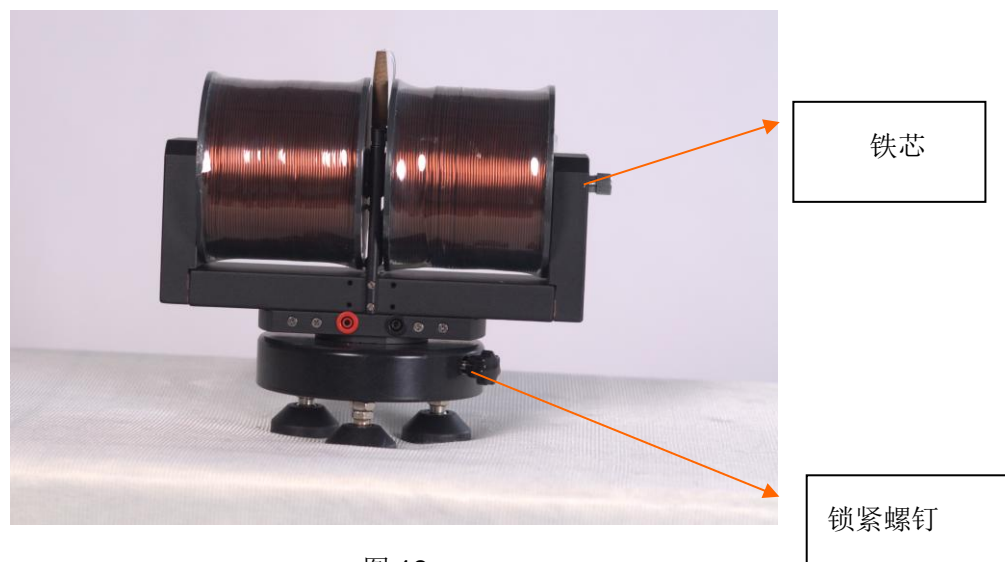


图 18

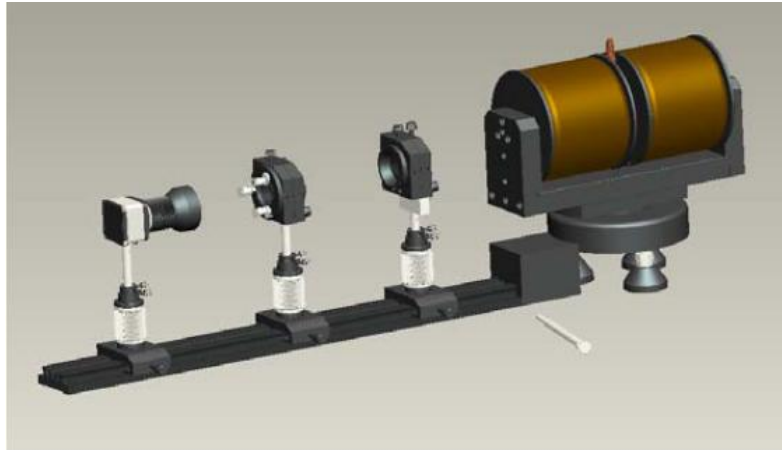


图 19

- 如以上实验调整光路。
- 当整套装置调整完毕,可以观查到如图 20 所示现象,旋转偏振器 0° , 45° , 90° 没有任何影响,说明此时的光线为圆偏正。

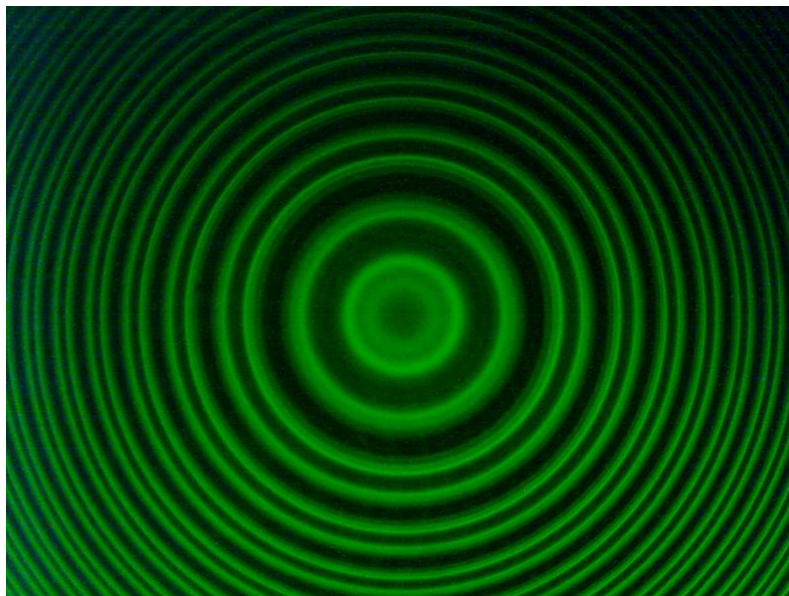


图 20

【思考题】

1. 光子是否具有角动量？试描述光子角动量方向与光的偏振方向之间的关系。
2. 用同一级条纹的内外圈分别计算电子的荷质比，结果一样吗？试简述原因。
3. 请利用 (20) 至 (23) 式，计算汞原子 3S_1 (6s7s) 和 3P_2 (6s7p) 能级所对应的量子数 (见表 1)，并给出详细的计算过程。
4. 请利用 (2)、(8) 和 (20) 式，并结合 $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$ 和 $\vec{\mu}_J = \vec{\mu}_L + \vec{\mu}_S$ (注意此时的 $\vec{\mu}_J$ 是图 5 中的 $\vec{\mu}_J$ ，详见脚注 22)，导出朗德因子的一般表达式 (28) 式，并给出详细的推导过程。
5. 请利用单电子情况下的 (36) 式，并结合钠双黄线的平均波长及其波长差 ($\lambda_1 = 589.0 \text{ nm}$, $\lambda_2 = 589.6 \text{ nm}$)，估算一下钠原子内部的磁感应强度 B_{int} 的值 (提示：单电子情况下，两谱线的能级差为势能的两倍，即有 $\Delta E = \Delta U = 2\mu_B B$ ；另需要利用到光子波长和频率之间的关系式。答案：钠原子内部的磁感应强度 B_{int} 的值为 18.5T)。
6. 请结合第 3 题的计算结果，说明弱外磁场 $B_{\text{ext}} \ll B_{\text{int}}$ 成立时弱外磁场 B_{ext} 的取值范围，并确认本实验中电磁体的磁感应强度符合弱外磁场 $B_{\text{ext}} \ll B_{\text{int}}$ 条件。
7. 请结合力与势能的关系式 $\vec{F} \equiv -\nabla U$ 并利用 (11) 式，试推导磁矩在非均匀外磁场中的受力大小为 $F_z = \mu_z \frac{\partial B_z}{\partial z}$ ($B_x = B_y = 0$) (设外磁场方向在 z 轴方向， F_z 为力在 z 方向上分量的大小) (提示：请利用郭硕鸿《电动力学》(第二版)一书附录中的矢量运算公式)。
8. 请结合朗德因子的一般表达式 (28) 式，以及两个角动量耦合的一般规则 (20) 至 (23) 式，计算表 3 中汞原子 546.1nm 谱线对应的上下两个能级的各量子数及不同谱线 (能级跃迁) 的朗德因子 (见图 9)。用“格罗春图”³³ (Grotrian 图) 来表示汞原子 546.1nm 谱线不同能级之间可能的跃迁。
9. 请回答什么是“反常塞曼效应”和“正常塞曼效应”，两者之间的区别是什么。请思考什么是“帕邢-巴克效应”及其形成的原因。
10. 请回答电子的“自旋-轨道耦合”的本质是什么？它与电子之间的“LS 耦合”的区别是什么？
11. 请结合多电子原子及电子组态的相关知识，思考为什么像汞原子一样有两个价电子的元素 (氦 He 和镁 Mg 等第二族 (碱土族) 元素)，会有两套不同的谱线 (一套是单线结构，一套是双线结构)。
12. 设 F-P 标准具两反射面之间的距离为 $d=2 \text{ mm}$ ，请根据 (47) 式估计汞原子 546.1nm 谱线的自由光谱范围。
13. 请根据 (38) 式，估计在外磁场为 $B=1\text{T}$ 时观察汞原子 546.1nm 谱线分离所要求的仪器分辨率的 $\frac{\lambda}{\Delta\lambda}$ ，并讨论用 F-P 标准具观测的必要性 (一般棱镜摄谱仪的理论分辨率为

³³ 请见杨福家的《原子物理学》(第四版)第 180 页图 22.8。

$10^3 \sim 10^4$, F-P 标准具的理论分辨率为 $10^5 \sim 10^7$, 实际分辨率比理论值要略低一些)。

14. 仔细观察图 18, 会发现同一级条纹在磁场中分离成不只三条, 请解释出现这一现象的原因。
15. 本实验要求精度为实验测量误差小于等于 5%, 请分析本实验误差的主要来源, 并提出相应的修正方法。
16. 请尝试计算钠双黄线(又称“钠 D 线”, 是由钠原子从 $^2P_{1/2, 3/2}$ 到 $^2S_{1/2}$ 态的跃迁所产生)谱线的塞曼分裂(如图 21), 可能的话, 设计具体实验步骤并进行观察验证。

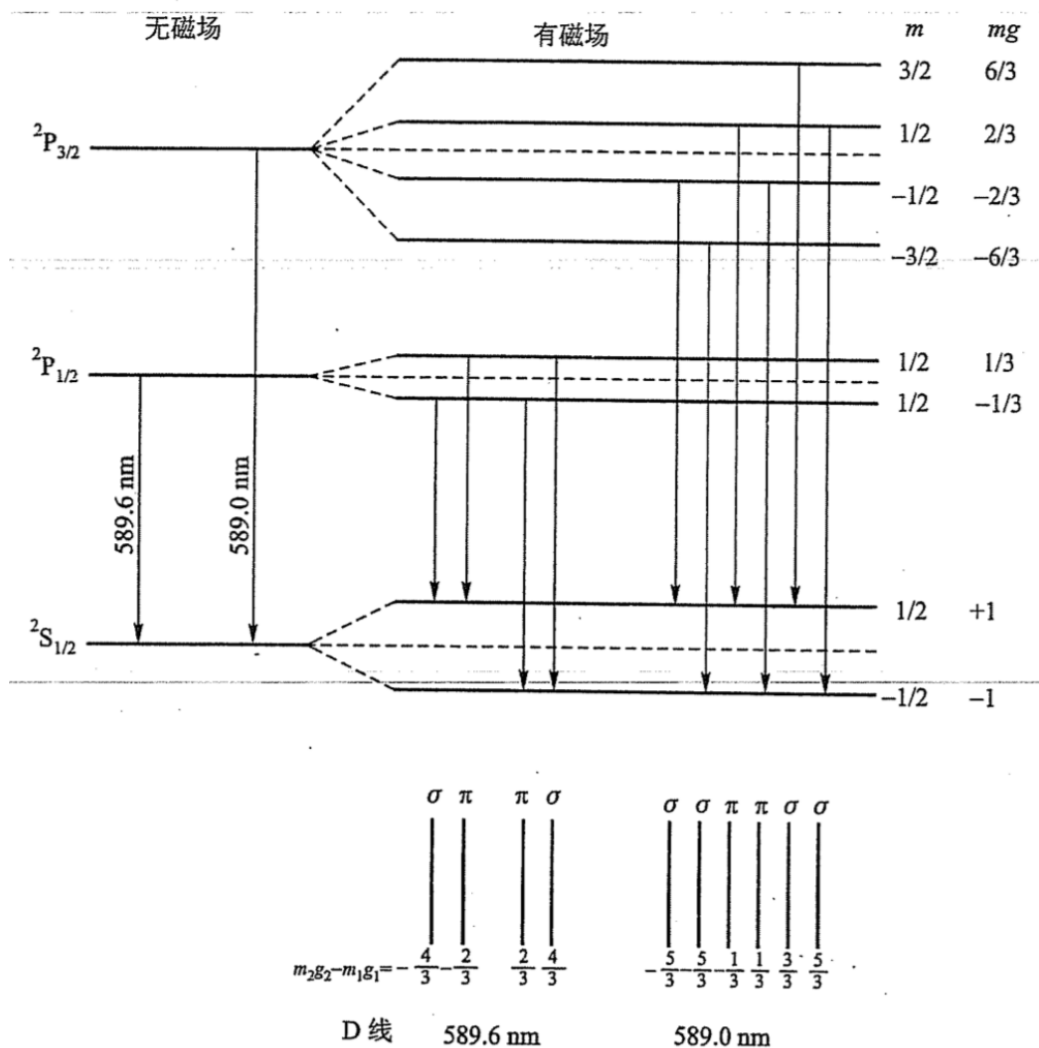


图 21 钠双黄线的塞曼效应