

交通経済学に基づく人の時間価値を考慮したタクシー配車戦略の最適化

引間 友也[†] 幸島 匡宏[†] 赤木 康紀[†] 倉島 健[†] 戸田 浩之[†]

[†] 日本電信電話株式会社 NTT サービスエボリューション研究所 〒239-0847 神奈川県横須賀市光の丘 1-1

E-mail: [†]{yuuya.hikima, ys.masahiro.kohjima, ev.yasunori.akagi, cu.takeshi.kurashima, uf}@hco.ntt.co.jp,

^{††}hirotoda@acm.org

あらまし 近年、タクシー配車サービスにおいて、配車アプリなどから収集されるデータを活用した価格決定や配車が行われるようになった。しかし、既存の価格決定や配車決定の研究においては各注文者のもつ移動に対する好みを捉えておらず、サービス提供者の利益の低下や各注文者の満足度を損なっている。我々の研究では、交通経済学において幅広く用いられている、人々の時間に対する金銭的な価値を表す時間価値の概念を導入し、各顧客に提示する価格と所要時間の最適化問題を定式化する。定式化した問題は、非凸な二段階最適化問題となるうえ、膨大な数の二部グラフ最大重みマッチング問題を二段階目の最適化問題としてもつ問題となるが、問題特有の性質を利用することで近似保証のある近似解法を提案する。ニューヨークのタクシーの乗降データに基づいたシミュレーション実験では、提案手法がサービス提供者の利益と各注文者の満足度の両方を改善することが示された。

キーワード 価格決定、タクシー配車、時間価値、一般化費用、確率計画法、二部グラフマッチング

1. はじめに

近年、Uber¹や DiDi²などの多くのタクシー事業者が配車アプリによるタクシー配車を行っており、人々のタクシーにおける移動行動のデータが得られるようになった。その結果、データを用いたタクシー配車の効率化の取り組みが盛んにおこなわれている。例えば、サービス提供者の利益を最大化する価格最適化の研究 [1] やタクシーと注文者の最適マッチングの研究 [2, 3]、注文者の総待機時間を減らすタクシーのルート最適化の研究 [4] などがある。

しかし、既存研究は各注文者を区別せず等しく扱っており、注文者ごとの異なる時間価値に即した価格設定や配車ができていないという問題がある。ここで、時間価値とは人々の単位時間当たりの金銭的な価値を表す。交通経済学における多くの実証研究では、個々人はそれぞれ異なる時間価値をもち、異なる質の移動サービスを求めていることが知られている [5, 6]。例えば、業務旅行者や高所得者などは多少金額が高くても所要時間が小さくなることを望み、逆に、私的旅行者などは所要時間は長くなっても良いが、安価である方が望ましい。しかし、既存手法ではそれらの要素を考慮していないため、個々の注文者にとって効用の低い配車サービスとなるうえ、サービスの利用率が下がることでサービス提供者の利益も損なわれてしまう。

例として、既存の方法でよく用いられる同一な価格率かつ最短距離配車によって生まれる問題を図 1 を用いて説明する。この例では、時間の価値が高く価格への感度が低い注文者 A に遠いタクシーを、時間の価値が低く価格への感度が高い注文者 B に近いタクシーをそれぞれの特徴を考慮せずに割り当てている。このとき、注文者 A にとっては時間の消費という観点で悪い

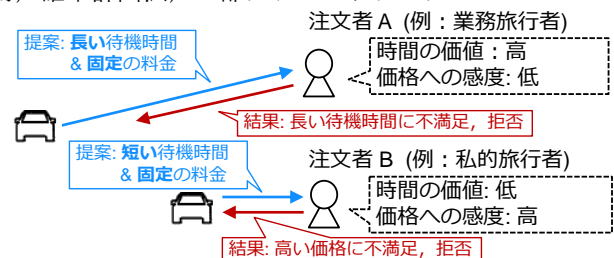


図 1: 従来技術による配車：固定の価格提示と最短距離マッチングに応じた時間提示

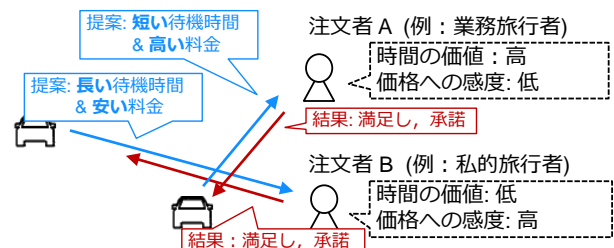


図 2: 提案技術による配車：人々の効用を考慮した価格と時間の提示

サービスとなり、注文者 B にとっては価格の観点で悪いサービスとなる。さらに、どの注文者からも遠い位置にいるタクシーは、時間に寛容な注文者がいたとしても配車せずに余らせてしまう場合もある。

上記の問題を解決するために、各注文者の特性に合わせて価格と時間を同時に決定する最適化問題を定式化する。まず、時間価値の概念を含んだ効用モデルと離散選択モデルを導入することで、注文者の価格と時間に対する承諾確率モデルを定義する。ここで、効用とはサービスを消費することによって得られる満足度を表す。そして、人々の承諾確率を高く保つ制約の下でサービス提供者の利益を最大化する最適化問題の定式化を行う。各注文者の承諾確率の高さは効用の高さに直結しているた

1 : <https://www.uber.com/jp/en/>

2 : <http://didichuxing.com/>

め、この問題を解くことによって、各注文者の効用を高く保ちつつサービス提供者の利益を最大化することができる。

これにより行われる改善を図2を用いて説明する。まず、時間の価値が高い注文者Aに対しては、短い待機時間、高めの価格が提示される。逆に、時間の価値が低い注文者Bに対しては、低い価格、長めの待機時間が提示される。このように各注文者の満足度がより高い価格・時間の設定が行われ、注文者の承諾数が上がることでサービス提供者の利益も増加する。

また、我々は定式化した問題に対して、高速な解法の提案を行う。定式化した問題は、指数個の二部グラフマッチング問題を含む非凸な最適化問題であるため、大域的最適解を見つけることが困難である。よって、我々は問題の特徴を利用することによって、近似解を高速に求める手法を提案する。提案手法は複数個の二部グラフマッチング問題を解くだけの少ない計算量で、近似率が保証された近似解を導出することができる。

さらに、ニューヨークのタクシーの乗降履歴データによる実験と、人工データによる実験によって、提案手法が注文者の効用とサービス提供者の利益を改善し、計算量も実用に耐えるほどに抑えられることを示す。

2. 時間価値を考慮した承諾確率モデル

交通経済学で広く活用されてきた、1961年にTannerによって提唱された交通における効用モデルである一般化費用[7]と、1974年にMcFaddenによって提唱された離散選択モデル[8]によって、個々の注文者の時間価値を考慮したタクシーの承諾確率モデルを定義する。

移動サービスの効用

人が移動サービスに対して感じる効用を、一般化費用[7]の概念を通じて定義する。一般化費用とは移動にかかる総コストを金銭的な価値に変換したものであり、一般化費用が少ないほど人々にとって好ましく、効用が高い。

個人 i がある移動を行う際の一般化費用は、単位時間あたりの金銭的な価値である時間価値 $\phi_i \geq 0$ を用いて、最も単純なものとしては以下のように定義されている。

$$C_i := p + \phi_i \cdot t \quad (1)$$

但し、 p と t はそれぞれ移動手段の価格と総所要時間である。ここで、総所要時間とは、電車やタクシーなどの待機時間、移動している時間、乗り継ぎにかかる時間などの移動にかかる全ての時間を指す。上記のモデルは、金銭的なコストと時間消費によるコストを足し合わせたモデルである。他にも、様々な定式化方法があり、一般的には $C_i(p, t)$ と定義できる[9–11]。

ここで、一般化費用関数 $C_i(p, t)$ は p, t に関して単調増加であるという特徴をもつ。これはより価格が大きく、総所要時間が長いほど移動手段の費用が大きくなるためである。

式(1)などにおける時間価値 ϕ_i は交通経済学における数多くの研究において評価が行われており、移動の効用において時間が非常に重要であることと、時間価値 ϕ_i が人に応じて大きく変わることが示されている[5, 6, 10]。このようなことから、

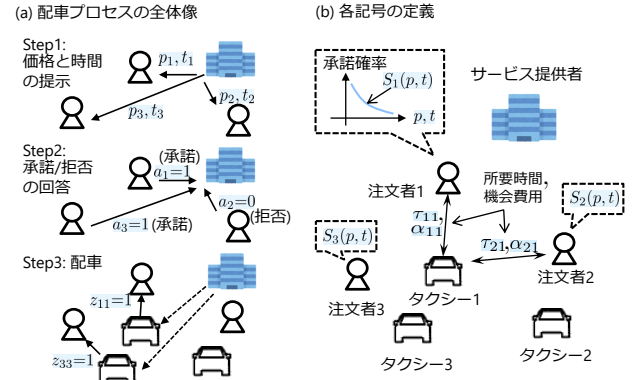


図 3: 配車プロセスと記号の定義

時間価値 ϕ_i を考慮することは非常に重要であると考えられる。

離散選択モデルを用いたタクシーの承諾確率モデル

注文者 i の価格 p 、総所要時間 t のタクシーに対する承諾確率を S_i とすると、McFaddenによる離散選択モデル[8]を用いて S_i を以下のように定義できる。

$$S_i(p, t) = \frac{\exp(-C_i(p, t))}{\exp(-C_i(p, t)) + \sum_{k \in K} \exp(-C_i(p_k, t_k))} \quad (2)$$

但し、 K はタクシー以外の交通手段の選択肢集合で、 p_k, t_k は其中で k 番目の移動手段の価格と総所要時間を表している。上記のモデルは、全ての移動手段の中で、タクシーの一般化費用が最も小さくなる確率を表現したものである。

上記のモデルの各パラメータはいずれも設定または推定が可能である。公共交通機関は価格と総所要時間を公表しているため、 p_k, t_k は、定数として設定することができる。また、各注文者 i 固有のパラメータである時間価値 ϕ_i については、タクシーサービスの運用で手にはいるタクシーの承諾履歴データを用いることで推定することができるうえ[12]、インターフェースによって問うこともできる。また、交通の種類に応じた時間価値の分布に関する研究[5, 6]を利用することもできる。

ここで、 $S_i(p, t)$ の定義より、以下の補題が成り立つ。

補題 1. $C_i(p, t)$ が p, t に関して単調増加であるとき、 $S_i(p, t)$ は p, t に関して単調減少である。

4章では、承諾確率関数の特徴である上記の補題を利用したアルゴリズムを提案する。

3. 問題の定式化

本章では、2章で定義したタクシーの承諾確率モデルを用いて価格と時間の最適化問題の定式化を行う。

3.1 想定する配車プロセスと記号の定義

まず、本論文で想定している状況を説明する。ある特定の時刻に二次元空間上に複数の注文者と複数のタクシーが分布していることを考える。また、注文者は配車アプリを通じて、現在地（すなわち、出発地）と目的地間の移動をサービス提供者に対して要請している。注文者は他の移動手段も保持しており、サービス提供者によって（配車アプリを通じて）提示された価格と総所要時間に基づいて、タクシーを承諾するか、拒否するか

を決めることができる。

このとき、本論文で想定する配車プロセスを図3を用いて説明する。サービス提供者は各注文者に対して、要求する価格と総所要時間を提示する (Step 1)。各注文者は提示された条件に対して承諾か拒否か決定する (Step 2)。サービス提供者は提示した条件を承諾した注文者に対して、タクシーの配車を行う (Step 3)。

本研究では、Step 1 において個々の注文者に提示する価格と総所要時間の最適化を行う。適切な価格と総所要時間を提示できた場合、各注文者の効用が向上するうえ、注文者の承諾数が増えてサービス提供者の利益が増加する。

以下に記号の定義を示す。

定義 1. 注文者 $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ は提示された価格 p_i と総所要時間 t_i に対して、 $S_i(p_i, t_i)$ の確率で提案を承諾するものとする。また、 $\mathbf{a} \in \{0, 1\}^n$ を、各注文者 i について $a_i = 1$ であれば承諾、 $a_i = 0$ であれば拒否であることを表す変数とする。

定義 2. タクシー $j \in \{1, 2, \dots, m\}$ は注文者 i の注文を達成するのにかかる総所要時間 τ_{ij} と機会費用 α_{ij} をもつ。ここで、機会費用とは何もタスクが割り当てられなかったときに、タクシー（のドライバー）が得られる期待利益を表す。

定義 3. n 人の注文者に対して提示された価格と総所要時間が $\mathbf{p} \in \mathbb{R}^n$ と $\mathbf{t} \in \mathbb{R}^n$ で表されるとき、サービス提供者は、以下の利益最大化問題 (P_a) を解き、タクシーの配車を行う。

$$\begin{aligned}
 (\text{P}_a) \quad & \max_{\mathbf{z}} \sum_{i,j} (p_i - \alpha_{ij}) \cdot a_i \cdot z_{ij} \\
 \text{s.t.} \quad & \sum_j z_{ij} \leq 1 \quad (i = 1, 2, \dots, n) \\
 & \sum_i z_{ij} \leq 1 \quad (j = 1, 2, \dots, m) \\
 & z_{ij} \in \{0, 1\} \quad (\forall (i, j)) \\
 & z_{ij} = 0 \quad ((i, j) \in \{(i, j) \mid t_i < \tau_{ij}\})
 \end{aligned}$$

z_{ij} は注文者 i とタクシー j を割り当てかどうかを表しており、 $z_{ij} = 1$ であれば注文者 i へタクシー j の配車を行う。目的関数における $(p_i - \alpha_{ij})$ はマッチングが成立した場合の利益を表す。 $z_{ij} = 1$ かつ $a_i = 1$ であればマッチングが成立するため、利益が得られ、それ以外の場合は利益が0になる。一つ目から三つ目の制約はマッチング問題の制約であり、四つ目の制約は、提示した総所要時間内に注文を達成できるタクシーしか各注文者に配車できないように制限する制約である。

上記の設定の下、本論文で想定する入出力について説明する。入力としては、各注文者 i の注文を各タクシー j が達成するためにかかる所要時間 τ_{ij} とその機会費用 α_{ij} 、各注文者 i の承諾確率関数 S_i であり、出力としては、各注文者 i に提示する価格 p_i と総所要時間 t_i をそれぞれ要素としてもつベクトル \mathbf{p} , \mathbf{t} である。

上記の定式化は、道路の交通速度の推定 [13, 14] や需要予測 [15, 16] など、様々な既存技術を組み合わせることのできる定式化である。例えば、推定された各道路の交通速度の状況に応じて、タクシーと注文者の距離 τ_{ij} を定義したり、未来の需

要予測に応じてタクシーの機会費用 α_{ij} を定義しても、解法に影響を及ぼさない。また、時刻や地域ごとにこれらの数値が変動しても良い。

3.2 価格、時間の最適化問題

問題 (P_a) の目的関数を $U(\mathbf{a}, \mathbf{p}, \mathbf{z})$ 、実行可能領域を $\mathbf{Z}(\mathbf{t})$ とし、サービス提供者の期待利益を最大化しかつ各注文者の承諾確率を一定以上に保つ以下の最適化問題 (P) を考える。

$$\begin{aligned}
 (\text{P}) \quad & \max_{\mathbf{p}, \mathbf{t}} \mathbb{E}_{\mathbf{a} \sim \text{Pr}(\cdot | \mathbf{p}, \mathbf{t})} \left[\max_{\mathbf{z} \in \mathbf{Z}(\mathbf{t})} U(\mathbf{a}, \mathbf{p}, \mathbf{z}) \right] \\
 \text{s.t.} \quad & S_i(p_i, t_i) \geq L \quad (i = 1, 2, \dots, n)
 \end{aligned}$$

$$\text{但し, } \text{Pr}(\mathbf{a} | \mathbf{p}, \mathbf{t}) := \prod_{i=1}^n \left\{ S_i(p_i, t_i)^{a_i} (1 - S_i(p_i, t_i))^{(1-a_i)} \right\}$$

であり、 L は $L \in [0, 1]$ をみたす定数である。(P) の目的関数は期待利益を表し、確率変数 \mathbf{a} に対する (P_a) の最適値の期待値である。制約 $S_i(p_i, t_i) \geq L$ は各注文者 i について承諾確率を高く維持する制約である。式 (2) より、高い承諾確率を維持することは高い効用に直結している。定数 L はサービス提供者が自由に決めることのできるハイパーパラメータであり、 L が1に近いとき、人々の効用はより高く保たれ、 L が0に近いときは、サービス提供者の利益がより優先される。

(P) は目的関数値を計算することすら膨大な計算量が必要となり、解くことが非常に難しいが、同時に近似する際に役立つ以下の補題を証明することができる。

補題 2. 変数 \mathbf{a} が連続であると仮定する。任意の \mathbf{p}, \mathbf{t} について、 $\max_{\mathbf{z} \in \mathbf{Z}(\mathbf{t})} U(\mathbf{a}, \mathbf{p}, \mathbf{z})$ は \mathbf{a} に関して凸である。

証明 任意の \mathbf{p}, \mathbf{t} が与えられたとき、任意の $\mathbf{z} \in \mathbf{Z}(\mathbf{t})$ において、 $U(\mathbf{a}, \mathbf{p}, \mathbf{z})$ は \mathbf{a} に関して凸である。よって、[17, Section 3.2.3] より $\max_{\mathbf{z} \in \mathbf{Z}(\mathbf{t})} U(\mathbf{a}, \mathbf{p}, \mathbf{z})$ は \mathbf{a} に関して凸である。□

3.3 問題の難しさ

問題 (P) は以下の難しさをもつ。

- (i) 確率によって生起する承諾結果 \mathbf{a} の場合数が 2^n 個あり、正確な目的関数値や勾配の計算には 2^n 個の重み付き二部グラフマッチングを解く必要がある。
- (ii) 決定変数 \mathbf{p}, \mathbf{t} によって確率変数 \mathbf{a} の分布が決まるため、最適化の反復中で \mathbf{p}, \mathbf{t} が更新される度に確率変数 \mathbf{a} の分布が変化してしまう。
- (iii) 非凸な最適化問題であるため、仮に勾配や目的関数値が計算できたとしても、局所解に陥ってしまう。

上記の難しさによって、最適化問題 (P) を高速に解くことのできる既存手法は存在しない。(6.2 節参照)

4. 最適化手法

タクシーの承諾確率のもつ性質 (補題 1) と、問題 (P_a) の特有な性質 (補題 2) を利用し、我々は近似解法を提案する。

4.1 近似解法

まず、以下の問題 (AP) を与える。

$$\begin{aligned}
(\text{AP}) \quad & \max_{\mathbf{p}, \mathbf{t}, \mathbf{z}} U(\mathbb{E}_{\mathbf{a} \sim \text{Pr}(\cdot|\mathbf{p}, \mathbf{t})}[\mathbf{a}], \mathbf{p}, \mathbf{z}) \\
& = \sum_{i,j} (p_i - \alpha_{ij}) \cdot S_i(p_i, t_i) \cdot z_{ij} \\
\text{s.t.} \quad & S_i(p_i, t_i) \geq L \quad (i = 1, 2, \dots, n) \\
& \mathbf{z} \in \mathbf{Z}(\mathbf{t})
\end{aligned}$$

(P) において関数 $\max_{\mathbf{z} \in \mathbf{Z}(\mathbf{t})} U(\mathbf{a}, \mathbf{p}, \mathbf{z})$ について期待値を取っているのに対して、(AP) は \mathbf{a} に関して期待値を取っている。

このとき、(P) の特徴の補題 2 により、以下が成り立つ。

定理 1 (P) の解を $\mathbf{p}^*, \mathbf{t}^*$ とすると、問題 (AP) の解 $\hat{\mathbf{p}}, \hat{\mathbf{t}}$ について、以下が成り立つ。

$$\begin{aligned}
& L \cdot \mathbb{E}_{\mathbf{a} \sim \text{Pr}(\cdot|\mathbf{p}, \mathbf{t})} \left[\max_{\mathbf{z} \in \mathbf{Z}(\mathbf{t}^*)} U(\mathbf{a}, \mathbf{p}^*, \mathbf{z}) \right] \\
& \leq \mathbb{E}_{\mathbf{a} \sim \text{Pr}(\cdot|\mathbf{p}, \mathbf{t})} \left[\max_{\mathbf{z} \in \mathbf{Z}(\hat{\mathbf{t}})} U(\mathbf{a}, \hat{\mathbf{p}}, \mathbf{z}) \right]
\end{aligned}$$

証明 8.1 節参照。

定理 1 より、(AP) を解くことで (P) の近似解が求まる。よって、補題 1 を利用した (AP) に対する効率的な解法を提案する。まず、以下の問題を考える。

$$\begin{aligned}
(\text{AP}_z) \quad & \max_{\mathbf{z}} \sum_{i,j} (p_{ij} - \alpha_{ij}) \cdot S_i(p_{ij}, \tau_{ij}) \cdot z_{ij} \\
\text{s.t.} \quad & \sum_j z_{ij} \leq 1 \quad (i = 1, 2, \dots, n) \\
& \sum_i z_{ij} \leq 1 \quad (j = 1, 2, \dots, m) \\
& z_{ij} \in \{0, 1\} \quad (\forall (i, j))
\end{aligned} \tag{3}$$

ただし、全ての i, j について、

$$p_{ij} \in \arg \max_p \{ (p - \alpha_{ij}) \cdot S_i(p, \tau_{ij}) \mid S_i(p, \tau_{ij}) \geq L \}$$

である。このとき、(AP_z) は各エッジ (i, j) の重みが $(p_{ij} - \alpha_{ij}) \cdot S_i(p_{ij}, \tau_{ij})$ の完全二部グラフ $K_{m,n}$ の最大重みマッチング問題とみなせる。よって、ネットワークフローアルゴリズム [18] を用いることで効率的に解くことができる。

ここで、(AP_z) の解を $\hat{\mathbf{z}}$ とすると、(AP) の解として $\hat{\mathbf{p}}, \hat{\mathbf{t}}$ を以下のように決めることを提案する。

1. $\exists j \hat{z}_{ij} = 1$ を満たす i について、 $\hat{p}_i = p_{ij}$, $\hat{t}_i = \tau_{ij}$ とする。
2. 他の i について、 (\hat{p}_i, \hat{t}_i) を $S_i(p_i, t_i) \geq L$ を満たす任意の (p_i, t_i) とする。

このとき、補題 1 より以下の定理が成り立つ。

定理 2 $(\hat{\mathbf{p}}, \hat{\mathbf{t}}, \hat{\mathbf{z}})$ は (AP) の最適解である。

証明 8.2 節参照。

目的関数に含まれる p_{ij} の計算は、一変数関数最適化問題であるため簡単に求めることができるうえ、一般化費用関数 C_i が式 (1) で与えられるときは解析的に求めることができる。

4.2 近似解の更なる改善

4.1 節で説明したアルゴリズムでは、(AP_z) によるマッチングに含まれない注文者に提示する時間及び金額は任意であった。しかし、このような注文者に対しても妥当な提案を行うことによって、元の問題 (P) の目的関数値をさらに増加させるよう近似解を改善することができる。

今回は以下のような手法を提案する。

1. G を各エッジ (i, j) の重みが $(p_{ij} - \alpha_{ij}) \cdot S_i(p_{ij}, \tau_{ij})$ である完全二部グラフ $K_{n,m}$ とする。4.1 節で述べた通りに G における最大重みマッチング問題を解き、その解に応じた各注文者 i に提示する (\hat{p}_i, \hat{t}_i) を決定する。
2. G から、既に提示が決定された注文者に対応する頂点及びそれにつながる辺を削除する。
3. G における辺の重みの補正を行う。直前に得られたマッチングに含まれる全ての (i, j) に関して、 j につながる全ての辺の重みに $1 - S_i(\hat{p}_i, \hat{t}_i)$ をかける。
4. G において最大重みマッチング問題を解く。最適解における目的関数値が 0 ならば 5 に移動する。それ以外の場合、4.1 節で述べた方法で最適解に応じた各注文者 i に提示する (\hat{p}_i, \hat{t}_i) を決定する。その後、2 に戻る。
5. まだ提示がされていない注文者に対し、 $S_i(\hat{p}_i, \hat{t}_i) \geq L$ が成り立つような任意の (\hat{p}_i, \hat{t}_i) を決定する。

上記のアルゴリズムの出力は定理 1 の条件を必ず満たすため、 L -近似を達成することが保証される。また、Step 1 で提示する価格や時間が決定されなかった注文者に対しても、Step 2-4 を繰り返すことにより決定することができる。特に Step 3 において、辺の重みを変更しながら繰り返しマッチングを行うことで、マッチングされずに余らせてしまう可能性の高いタクシーが優先的にマッチングされるため、期待利益を大きく上昇させることが期待できる。

5. 実験

提案手法が以下の目的を達成できていることを確認する。

- ・既存手法と比較して、サービス提供者の利益を増やしている。
- ・既存手法と比較して、全注文者の効用の総和を増やしている。
- ・実用に耐えうる速度で問題を解いている。

我々の実験では架空の都市を想定した人工データによるシミュレーションと実データを用いて可能な限り現実の設定に近づけたシミュレーションを行うことで提案手法の評価を行った。また、本実験では、注文者がタクシー、電車、バス、徒歩の移動手段をもっていることを想定した。全ての実験において、Xeon Platinum 8168 (4 x 2.7GHz) の CPU と 1TB のメモリをもつ計算機を用いて CentOS 7.6 上で実験を行った。

5.1 実験設定

人工データによる実験設定。3.1 節で述べた通り、本論文で想定する入力注文者 i の注文をタクシー j が達成するために必要な時間 τ_{ij} とタクシーの機会費用 α_{ij} 、各注文者 i の承諾確率関数 S_i であるため、それぞれの設定を説明する。

τ_{ij} : $D \times D$ の 2D 空間上に n 人の注文者の出発地と目的地、 m 車のタクシーの現在位置を一様分布で配置する。これらの設定の下、 $\tau_{ij} := (q_i + h_{ij}) / s_{taxi}$ とする。ただし、 q_i は注文者 i の出発地と目的地間の距離、 h_{ij} は注文者 i とタクシー j 間の距離、 s_{taxi} はタクシーの移動速度である。

パラメータ	値
注文者の数 (n)	150, 200 , 250
タクシーの数 (m)	100, 150 , 200
時間価値 ϕ_i の範囲	[13, 17], [10, 20], [7, 23]

表 1: 人工データのパラメータ設定. 太字はデフォルトの設定.

Hyper parameter	Setting
提案手法のパラメータ L	0.85, 0.90 , 0.95
ベースラインのパラメータ σ	1.5 , 2.0
ベースラインのパラメータ β	0.05 , 0.1

表 2: ハイパーパラメータの設定. 太字はデフォルトの設定.

α_{ij} : ドライバーごとの能力に差は無いものとし, 単位時間たりの機会費用を表す固定のパラメータ α を用いて $\alpha \cdot \tau_{ij}$ とした. S_i : 各注文者は式 (1) によって定義された $S_i(p_i, t_i)$ をもつものとし, 時間価値 ϕ_i は $[\phi_{min}, \phi_{max}]$ から一様乱数で生成する. また, 他の移動手段の価格と総所要時間を以下のように設定する. まず, 移動手段 $k \in \{bus, train\}$ については, γ_k 個の駅とバス停を $D \times D$ の 2D 空間上に一様分布で配置し, そのうえで注文者 i の移動にかかる価格を $p_{ik} := \sigma_k q_i$, 総所要時間を $t_{ik} := \frac{\eta_{ik}^o}{s_{walk}} + \frac{\eta_{ik}^d}{s_{walk}} + \frac{\eta_{ik}^{od}}{s_k} + \theta_k$ と定める. 但し, σ_k は距離に対する価格率, q_i は注文者 i の出発地と目的地間の距離である. η_{ik}^o (η_{ik}^d) は注文者 i の出発地 (目的地) から移動手段 k の最寄り駅までの距離, η_{ik}^{od} は注文者 i の出発地, 目的地の最寄り駅間の距離を表す. s_{walk} , s_k はそれぞれ徒歩と移動手段 k の移動速度であり, θ_k は移動手段 k の駅やバス停での待機時間である. 徒歩の移動手段については, 価格を $p_{walk} := 0$, 総所要時間を $t_{walk} := \frac{q_i}{s_{walk}}$ とする.

表 1 は実験におけるパラメータの設定を表している. 各項目についてデフォルトの設定はボールド体で書かれており, デフォルトのパラメータから各パラメータを変化させて実験を行った. 表 1 にないパラメータについては, $D = 20$, $\gamma_{train} = 40$, $\gamma_{bus} = 80$, $\sigma_{train} = 0.4$, $\sigma_{bus} = 0.8$, $s_{train} = 30$, $s_{bus} = 15$, $s_{walk} = 4$, $s_{taxi} = 25$, $\theta_{train} = 0.1$, $\theta_{bus} = 0.1$, $\alpha = 20$ とした.

実データによる実験設定. 我々はニューヨークのタクシーの乗車履歴データ³を用いて, シミュレーション実験を行った. そのデータに記録されている各乗車履歴は, (乗車エリア, 降車エリア, 乗車時間, 降車時間) を要素としてもつ.

我々は対象とする日時および地域に対し, 入力である $\tau_{ij}, \alpha_{ij}, S_i$ をデータから以下のように設定した.

τ_{ij} : ニューヨークの乗車履歴から対象時刻から 30 秒間の注文履歴を取り出し, 出発エリアと目的エリアの中心点に正規分布のノイズを加えたものをそれぞれ出発地, 目的地とした. これは乗車履歴データの出発地や目的地について, そのエリアしか記録されていないためである. また, その前の 30 秒間以内に注文を終えたタクシーを利用可能であるとみなし, 同様に注文を終えたエリアにノイズを加えてタクシーの現在位置を設定した. これらの下, 人工データと同様に τ_{ij} を算出した.

3 : <https://www1.nyc.gov/site/tlc/about/tlc-trip-record-data.page>

α_{ij} : ドライバーごとの能力に差は無いものとしたうえで, 実際のドライバーの所得を考慮して, $\alpha_{ij} := 18 \cdot \tau_{ij}$ とした.

S_i : 注文者は式 (1) によって定義された $S_i(p_i, t_i)$ をもつものとした. 時間価値 ϕ_i については, U.S. Department of Transportation によって推定されている時間価値の範囲⁴を基に閉区間 [10.0, 17.0] から一様分布を用いて各注文者にパラメータを付与した. 他の移動手段については, 距離に関わらず電車は 3.5, バスは 2.75 の固定料金とした. また, ニューヨークの駅とバス停の位置はそれぞれのデータ^{5,6}を用いて与え, 人工データと同様に各注文者との位置関係から総所要時間を算出した.

以上のパラメータ設定に加え, 他のパラメータは人工データと同じ設定とし, $L = 0.9$ とした提案手法と各ベースラインについて, 2018 年の 1/15(月) と 1/21(日) の昼夜のデータを用いて比較を行った.

5.2 評価指標

本研究における評価指標は二つある. 一つ目はサービス提供者の期待利益を近似した以下の評価指標である.

$$ER := \frac{1}{N} \sum_{l=1}^N \max_{z \in \mathbf{Z}(t)} U(\mathbf{a}^l, \mathbf{p}, \mathbf{z})$$

但し, $(\mathbf{a}^l)_{i=1}^N$ は \mathbf{a} のサンプルの集合である.

二つ目は以下の注文者の一般化費用の総減少量である.

$$EGCR := \frac{1}{N} \sum_{l=1}^N \left\{ \sum_{i \in \mathbf{X}^l} \min_{k \in K} \{C_i(p_k, t_k)\} - \sum_{i \in \mathbf{X}} \min_{k \in K} \{ \min_{k \in K} \{C_i(p_k, t_k)\}, C_i(p_i, t_i) \} \right\}$$

但し, \mathbf{X}^l は \mathbf{a}^l において配車が行われる注文者 i の集合であり, $C_i(p, t)$ は式 (1) によって定義される. 一つ目の級数内の一項目はタクシーが存在しなかった場合, 二項目はタクシーが存在した場合の一般化費用の総和である. これにより, タクシーによる人々の一般化費用の改善度合い, すなわち, 効用の増加量を評価することができる. 全ての実験で $N = 10^3$ とした.

5.3 ベースライン

我々の知る限りでは, タクシー配車において価格と時間を同時に決定する既存手法は存在しないため, 以下の複数のベースラインに対して提案手法の比較を行う. 表 2 は, 人工データにおける実験でのハイパーパラメータの設定を示している.

ベースライン 1 (固定の価格率, 固定の待機時間): 価格を σq_i とし, $q_i/s_{taxi} + \beta$ を総所要時間とする. ここで, β は各注文者に提示する待機時間を意味する. 実データにおける実験では, $\sigma \in \{1.5, 2.0\}$ と $\beta \in \{0.05, 0.1\}$ において, 最も高い利益を達

4 : <https://www.transportation.gov/sites/dot.gov/files/docs/2016%20Revised%20Value%20of%20Travel%20Time%20Guidance.pdf>

5 : <https://data.cityofnewyork.us/Transportation/Subway-Stations/arq3-7z49>

6 : <https://data.cityofnewyork.us/Transportation/Bus-Stop-Shelters/qafz-7myz>

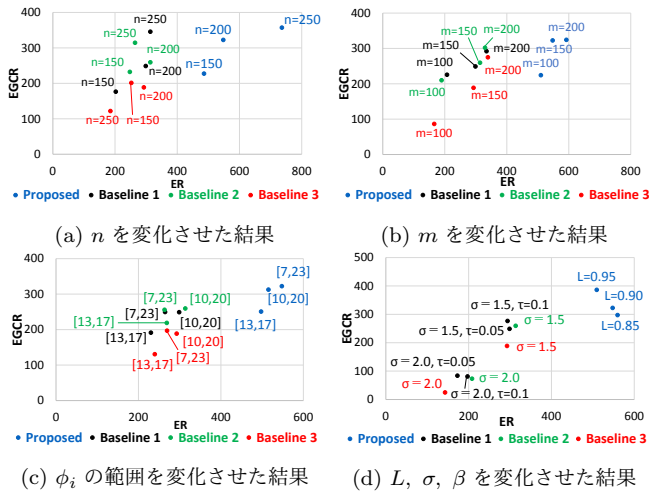


図 4: 各パラメータを変化させた人工データにおける実験結果。横軸が ER, 縦軸が EGCR を示し, 右上であるほど良い。

問題の規模 ($n = m$)	50	100	150	200	250
提案手法	0.561	4.95	15.6	38.4	75.5
ベースライン 2	0.678	5.24	17.6	44.2	80.8
ベースライン 3	0.687	5.85	18.8	44.8	86.7

表 3: 人工データに対する計算時間 (秒)

成した組み合わせである (σ^*, β^*) をパラメータとして採用した。
ベースライン 2 (固定の価格率, 最短距離配車): 注文者とタクシーの最短距離マッチングを行う。マッチングに含まれる注文者に対して, 価格 σq_i とそのマッチングに応じた待機時間を提示する。実データにおける実験では, $\sigma \in \{1.0, 1.5, 2.0, 2.5\}$ において, 最も高い利益を達成した σ^* を採用した。

ベースライン 3 (固定の価格率, 利益最大化配車): 注文者とタクシーに対し, 利益最大化マッチングを行う。マッチングに含まれる注文者に対して, 価格 σq_i とそのマッチングに応じた待機時間を提示する。実データにおける実験では, $\sigma \in \{1.0, 1.5, 2.0, 2.5\}$ において, 最も高い利益を達成した σ^* をパラメータとして採用した。

2 番目のベースラインは, 注文者の総待機時間を最小化するマッチングを用いるため, 注文者の効用 (EGCR) をより重視したベースラインとなっている。3 番目のベースラインは, サービス提供者の利益を最大化するマッチングを用いるため, 利益 (ER) をより重視したベースラインとなっている。

5.4 実験結果

図 4a-4d と表 3 は人工データによる実験結果を示したものである。まず, 図 4a より, ER の面においては, $n = 150, 200, 250$ の全ての実験で提案手法は全ての既存手法を上回っていることが分かる。また, EGCR の面では, $n = 200, 250$ の実験においては提案手法は全ての既存手法を上回り, $n = 150$ の実験においては提案手法はベースライン 2 とほぼ同等の値であることが分かる。これらの結果は, 提案手法がサービス提供者の利益と注文者全体の効用の両面で既存手法よりも優れていることを示している。 m を変化させた実験 (図 4b) や ϕ_i の範囲を変化させた実験 (図 4c) でも同様の結果が得られた。

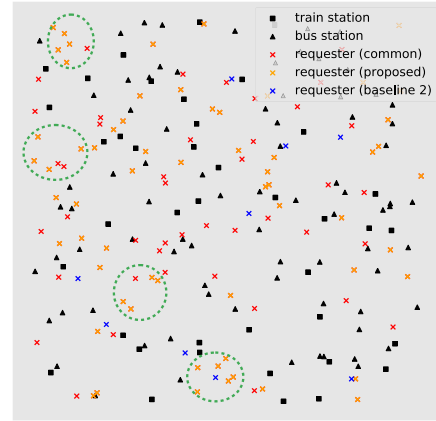


図 5: 人工データにおける提案手法とベースライン 2 の配車の比較。× は提案手法とベースライン 2 の両方で配車された注文者, × は提案手法によってのみ配車された注文者, × はベースライン 2 によってのみ配車された注文者を表す。

図 4d では, 提案手法が全ての実験において ER でベースラインを大きく上回っているうえ, パラメータ L を調整することで, ER と EGCR の優先度を変えることが示されている。これは, サービス提供者が自身の利益か注文者の満足度のどちらを優先するかを自由に決められることを示している。

また, 表 3 の計算量に関するグラフでは, 問題の規模が大きくなっても, 提案手法はベースラインよりも高速に問題を解いていることが分かる。

図 5 は, ベースライン 2 において配車が行われた注文者と提案手法によって配車が行われた注文者を比較した図を示す。ベースラインのみが配車している注文者 (青) の数に対して, 提案手法のみが配車している注文者 (オレンジ) の数が大きく上回っている。このことより, 提案手法が全体の配車数を増加させていることが分かる。また, 注文者 (青) が他の移動手段の近くに位置していることに対し, 注文者 (オレンジ) は緑色の破線で囲まれているような駅やバス停の少ない地域に多く存在している。これは, 提案手法が, 他の移動手段に乏しい地域の注文者, すなわち元々の一般化費用が高い注文者により多くの配車を行うことを意味しており, 一般化費用の改善が行われていることが示されている。

表 4 は, 実データのシミュレーション結果を示している。提案手法は, ほぼすべての日付と地域において ER と EGCR の両方でベースラインよりも優れており, これは, 人工データにおける実験と同様に提案手法がサービス提供者の利益と人々の効用の両方を改善していることを示している。また, Manhattan などの注文者の多い地域で提案手法はベースラインよりも特に優れている。これは, ベースラインによるマッチングに図 1 のような問題が多く, 提案手法がそれらを改善し図 2 のような状況を達成しているためである。逆に, Bronx などの注文者が少ない地域では, 提案手法とベースラインの差は比較的小さいものとなっている。これは, 人がまばらに存在しているため, ベースラインのマッチングに改善する余地がほとんど無く, 提案手法のマッチングがベースラインのものに近づくためである。計算時間に関しては, ほとんどの場合 1 分以内に抑えることが

地域	日時	n	m	Proposed			Baseline 1				Baseline 2				Baseline 3			
				ER	EGCR	time (s)	ER	EGCR	time (s)	(σ^*, β^*)	ER	EGCR	time (s)	σ^*	ER	EGCR	time (s)	σ^*
Manhattan	Mon.12:30	174	204	249	292	31.3	168	175	-	(2.0, 0.05)	236	123	33.4	2.5	239	126	35.5	2.5
Manhattan	Mon.22:00	274	227	289	390	79.0	226	181	-	(2.0, 0.05)	263	199	79.6	2.0	271	165	88.9	2.0
Manhattan	Sun.12:30	210	245	365	347	53.6	229	208	-	(2.0, 0.05)	295	250	60.5	2.0	310	248	61.4	2.0
Manhattan	Sun.22:00	177	163	183	248	24.3	139	108	-	(2.0, 0.05)	171	122	26.5	2.0	181	118	27.6	2.0
Bronx	Mon.12:30	30	24	25.9	36.2	0.0986	23.5	11.3	-	(2.0, 0.05)	19.4	12.4	0.102	2.0	25.8	17.9	0.0987	1.5
Bronx	Mon.22:00	26	34	33.1	32.5	0.108	19.5	25.8	-	(1.5, 0.05)	24.9	36.1	0.137	1.5	24.8	19.1	0.152	2.0
Bronx	Sun.12:30	31	21	39.5	28.5	0.0769	20.0	24.5	-	(2.0, 0.05)	24.9	14.7	0.0849	2.5	21.6	27.5	0.0888	1.5
Bronx	Sun.22:00	33	25	12.7	25.1	0.103	9.87	12.6	-	(2.0, 0.1)	8.76	3.56	0.132	2.5	8.51	6.04	0.105	1.5
Brooklyn	Mon.12:30	43	48	20.1	24.4	0.239	15.4	13.0	-	(2.0, 0.05)	18.3	14.8	0.522	2.0	20.5	14.9	0.500	2.0
Brooklyn	Mon.22:00	58	91	50.2	70.4	1.47	44.9	45.6	-	(1.5, 0.05)	52.6	51.5	1.83	1.5	53.2	49.9	1.83	1.5
Brooklyn	Sun.12:30	66	67	93.7	80.3	1.29	76.9	54.6	-	(2.0, 0.05)	83.3	58.8	1.64	2.0	85.7	59.0	1.62	2.0
Brooklyn	Sun.22:00	56	80	47.1	63.1	1.04	34.2	25.5	-	(2.0, 0.05)	45.3	30.5	1.59	2.0	44.6	30.1	1.54	2.0

表 4: 実データによるシミュレーション実験結果. 太字は各行で最良であることを示す.

でき、実用に耐えるほど十分に高速であること分かる. 注文者数が多く、計算量が大きくなってしまう場合でも、より短い時間間隔を採用することで計算時間を短縮することができる.

6. 関連研究

6.1 タクシーの配車戦略に関わる既存研究

タクシー配車に関わる研究においては様々なアプローチをもつ研究がなされている. 例えば, 強化学習を用いる研究 [2, 4, 19], ロバスト最適化を行う研究 [20], 整数計画問題を解く研究 [21] などが挙げられる.

タクシー配車における価格最適化という観点においては, サービス提供者の利益の最大化 [1] や, タクシーの配車の効率性の最大化 [22] を行う研究などが存在する. また, タクシーと注文者のマッチングという観点においては, サービス提供者の利益の最大化 [3] や各注文の受諾確率の最大化 [21] などを行う研究がある. 本研究は価格最適化に分類されるが, 価格だけでなく時間も同時に最適化しているという点で既存研究と異なる.

我々と同じく注文者の承諾確率や効用を考慮しているという点では, 価格に対する承諾確率を考慮した価格決定手法を提案する研究 [1] や, 待機時間に対する注文者の選好を捉えた配車戦略を提案する研究 [23] があげられる. 本研究もこれらの研究の部類に入るが, 扱っている効用関数が価格と時間を同時に捉えるものである点と, 時間価値という個々の注文者によって異なるパラメータを含む点で既存研究と異なる.

6.2 確率計画法における既存研究

不確実性を含む最適化問題に対する代表的な解法として Sample Average Approximation (SAA) [24–27], Stochastic Approximation [28] が既存研究として挙げられる. SAA は事前に確率変数をサンプリングし, その平均値を用いて最適化をする方法である. しかし, 3.3 節 (ii) の性質により確率変数の分布が事前に決まらないため, 適用することができない. Stochastic Approximation は各反復ごとにサンプリングによる近似した勾配を求める手法であるが, 3.3 節 (i) の性質により, 各反復ごとにサンプリングの回数分だけ二部グラフマッチングを解く必要があり, 膨大な時間がかかってしまう. また,

両手法について, 3.3 節 (iii) の性質より局所解に陥ってしまう.

7. 結論

本研究では, 個々の注文者の承諾確率モデルを考慮した価格と時間の最適化問題の定式化を行い, 新たな価格と時間の決定方法を提案した. さらに, 定式化した問題に対して, 高速な近似アルゴリズムを提案し, その近似保証を示した. 人工および実データでの実験では, 提案手法がサービス提供者の利益と注文者全体の効用を改善することが示された. 今後の課題としては, 未来の状況も見据えた動的な状況設定の下での最適化問題への解法の拡張やより迅速な提示を行うための更なる解法の高速化などがあげられる.

8. 証明

8.1 定理 1 の証明

まず, $f(\mathbf{a}, \mathbf{p}, \mathbf{t}) := \max_{\mathbf{z} \in \mathbf{Z}(\mathbf{t})} U(\mathbf{a}, \mathbf{p}, \mathbf{z})$ とする. (P) および (AP) の実行可能領域 $S_i(p_i, t_i) \geq L$ を満たす \mathbf{p}, \mathbf{t} について,

$$\begin{aligned}
& f(\mathbb{E}_{\mathbf{a} \sim \Pr(\cdot | \mathbf{p}, \mathbf{t})}[\mathbf{a}], \mathbf{p}, \mathbf{t}) \\
&= \max_{\mathbf{z} \in \mathbf{Z}(\mathbf{t})} \left\{ \sum_{i,j} (p_i - \alpha_{ij}) \cdot S_i(p_i, t_i) \cdot z_{ij} \right\} \\
&\geq L \cdot \max_{\mathbf{z} \in \mathbf{Z}(\mathbf{t})} \left\{ \sum_{i,j} (p_i - \alpha_{ij}) \cdot z_{ij} \right\} \\
&\geq L \cdot \mathbb{E}_{\mathbf{a} \sim \Pr(\cdot | \mathbf{p}, \mathbf{t})} [f(\mathbf{a}, \mathbf{p}, \mathbf{t})]
\end{aligned}$$

が成り立つ. ただし, 一つ目の不等式は $S_i(p_i, t_i) \geq L$ より, 二つ目の不等式は $a_i \in \{0, 1\}$ より成り立つ.

また, 補題 2 とイエンセンの不等式によって,

$$\begin{aligned}
& \mathbb{E}_{\mathbf{a} \sim \Pr(\cdot | \mathbf{p}, \mathbf{t})} [f(\mathbf{a}, \mathbf{p}, \mathbf{t})] = \sum_{\mathbf{a} \in \{0, 1\}^n} \Pr(\mathbf{a}) \cdot f(\mathbf{a}, \mathbf{p}, \mathbf{t}) \\
&\geq f\left(\sum_{\mathbf{a} \in \{0, 1\}^n} \Pr(\mathbf{a}) \cdot \mathbf{a}, \mathbf{p}, \mathbf{t}\right) = f(\mathbb{E}_{\mathbf{a} \sim \Pr(\cdot | \mathbf{p}, \mathbf{t})}[\mathbf{a}], \mathbf{p}, \mathbf{t})
\end{aligned}$$

が成立する.

以上より, 以下の不等式が成立する,

$$\begin{aligned}
& L \cdot \mathbb{E}_{\mathbf{a} \sim \Pr(\cdot | \mathbf{p}, \mathbf{t})} [f(\mathbf{a}, \mathbf{p}^*, \mathbf{t}^*)] \leq f(\mathbb{E}_{\mathbf{a} \sim \Pr(\cdot | \mathbf{p}, \mathbf{t})}[\mathbf{a}], \mathbf{p}^*, \mathbf{t}^*) \\
&\leq f(\mathbb{E}_{\mathbf{a} \sim \Pr(\cdot | \mathbf{p}, \mathbf{t})}[\mathbf{a}], \hat{\mathbf{p}}, \hat{\mathbf{t}}) \leq \mathbb{E}_{\mathbf{a} \sim \Pr(\cdot | \mathbf{p}, \mathbf{t})} [f(\mathbf{a}, \hat{\mathbf{p}}, \hat{\mathbf{t}})]
\end{aligned}$$

但し, 二つ目の不等式は $\hat{\mathbf{p}}, \hat{\mathbf{t}}$ が問題 (AP) の最適解で $\mathbf{p}^*, \mathbf{t}^*$ が問題 (AP) の実行可能解であることにより成り立つ.

8.2 定理 2 の証明

(AP_z) の実行可能領域を Z^c とすると、次の補題が成り立つ。

補題 3. ある $z' \in Z^c$ について、(AP) における z を z' に固定した問題を (AP(z')) とする。 p', t' を次のように定義する。

- (i) $z'_{ij} = 1$ となる j が存在する i について、 $p'_i = p_{ij}$, $t'_i = \tau_{ij}$ とする。 ($z' \in Z^c$ よりそのような j は唯一である。)
- (ii) 他の i について、 p'_i, t'_i を $S_i(p'_i, t'_i) \geq L$ を満たす値とする。このとき、 (p', t') は (AP(z')) の最適解となり、最適値は $\sum_{i,j} (p_{ij} - \alpha_{ij}) \cdot S_i(p_{ij}, \tau_{ij}) \cdot z'_{ij}$ となる。

証明 (p'_i, t'_i) を (AP(z')) の実行可能解とし、 M が集合 $\{(i, j) \mid z'_{ij} = 1\}$ を表すものとする。 (AP(z')) の任意の実行可能解 (p_i, t_i) について、以下が成り立つ。

$$\begin{aligned} \sum_{i,j} (p'_i - \alpha_{ij}) \cdot S_i(p'_i, t'_i) \cdot z'_{ij} &= \sum_{(i,j) \in M} (p_{ij} - \alpha_{ij}) \cdot S_i(p_{ij}, \tau_{ij}) \\ &= \sum_{(i,j) \in M} \max_p \{(p - \alpha_{ij}) \cdot S_i(p, \tau_{ij}) \mid S_i(p, \tau_{ij}) \geq L\} \\ &\geq \sum_{(i,j) \in M} \max_p \{(p - \alpha_{ij}) \cdot S_i(p, t_i) \mid S_i(p, t_i) \geq L\} \\ &\geq \sum_{(i,j) \in M} (p_i - \alpha_{ij}) \cdot S_i(p_i, t_i) = \sum_{i,j} (p_i - \alpha_{ij}) \cdot S_i(p_i, t_i) \cdot z'_{ij}. \end{aligned}$$

三行目の不等式は補題 1 より $S_i(p, t)$ が t に関して単調減少であることと $t_i \geq \tau_{ij}$ であることより成り立つ。この不等式は (p'_i, t'_i) が (AP(z')) の最適解であることを示している。 \square

補題 3 により、 $\max_{z' \in Z^c} \sum_{i,j} (p_{ij} - \alpha_{ij}) \cdot S_i(p_{ij}, \tau_{ij}) \cdot z'_{ij}$ を解き、それに応じて p, t を決定することで (AP) の解が求まる。ここで、 $\max_{z' \in Z^c} \sum_{i,j} (p_{ij} - \alpha_{ij}) \cdot S_i(p_{ij}, \tau_{ij}) \cdot z'_{ij}$ は (AP_z) と等価であり、4.1 節の \hat{p}, \hat{t} の決定方法は補題 3 による p', t' の決定方法と一致するため、 $(\hat{p}, \hat{t}, \hat{z})$ は (AP) の最適解である。

文 献

- [1] Yongxin Tong, Libin Wang, Zimu Zhou, Lei Chen, Bowen Du, and Jieping Ye. Dynamic pricing in spatial crowdsourcing: A matching-based approach. In *SIGMOD*, pp. 773–788, 2018.
- [2] Minne Li, Zhiwei Qin, Yan Jiao, Yaodong Yang, Jun Wang, Chenxi Wang, Guobin Wu, and Jieping Ye. Efficient ridesharing order dispatching with mean field multi-agent reinforcement learning. In *WWW*, pp. 983–994, 2019.
- [3] John P. Dickerson, Karthik A. Sankararaman, Aravind Srinivasan, and Pan Xu. Allocation problems in ride-sharing platforms: Online matching with offline reusable resources. In *AAAI*, pp. 1007–1014, 2018.
- [4] Nandani Garg and Sayan Ranu. Route recommendations for idle taxi drivers: Find me the shortest route to a customer! In *KDD*, pp. 1425–1434, 2018.
- [5] Mark Wardman. The value of travel time: A review of british evidence. *Journal of Transport Economics and Policy*, Vol. 32, No. 3, pp. 285–316, 1998.
- [6] Pedro A. L. Abrantes and Mark R. Wardman. Meta-analysis of UK values of travel time: An update. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, Vol. 45, No. 1, pp. 1–17, 2011.
- [7] J. C. Tanner. *Factors Affecting the Amount of Travel*. H.M. Stationery Office, 1961.
- [8] Daniel McFadden. Economic choices. *American Economic Review*, Vol. 91, No. 3, pp. 351–378, 2001.
- [9] P. T. Mcintosh and D. A. Quarmby. Generalized costs and the estimation of movement costs and benefits in transport planning /with discussion & closure. *Highway Research*

Record, No. 383, 1972.

- [10] Juan de Dios Ortúzar and Luis G Willumsen. *Modelling Transport*. John Wiley & sons, 2011.
- [11] David A. Hensher and Truong P. Truong. Valuation of travel time savings: A direct experimental approach. *Journal of Transport Economics and Policy*, Vol. 19, No. 3, pp. 237–261, 1985.
- [12] Truong P. Truong and David A. Hensher. Measurement of travel time values and opportunity cost from a discrete-choice model. *The Economic Journal*, pp. 438–451, 1985.
- [13] Jungkeun Yoon, Brian Noble, and Mingyan Liu. Surface street traffic estimation. In *International Conference on Mobile Systems, Applications and Services*, p. 220–232, New York, NY, USA, 2007.
- [14] Corrado De Fabritiis, Roberto Ragona, and Gaetano Valenti. Traffic estimation and prediction based on real time floating car data. In *International IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems*, pp. 197–203, 2008.
- [15] Xuesong Zhou and Hani S. Mahmassan. A structural state space model for real-time traffic origin–destination demand estimation and prediction in a day-to-day learning framework. *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 41, No. 8, pp. 823 – 840, 2007.
- [16] Xuesong Zhou and Hani S. Mahmassan. Dynamic origin-destination demand estimation using automatic vehicle identification data. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, Vol. 7, No. 1, pp. 105–114, 2006.
- [17] Stephen Boyd and Lieven Vandenberghe. *Convex Optimization*. Cambridge University Press, 2004.
- [18] Eugene L. Lawler. *Combinatorial Optimization: Networks and Matroids*. Courier Corporation, 2001.
- [19] Zhe Xu, Zhixin Li, Qingwen Guan, Dingshui Zhang, Qiang Li, Junxiao Nan, Chunyang Liu, Wei Bian, and Jieping Ye. Large-scale order dispatch in on-demand ride-hailing platforms: A learning and planning approach. In *KDD*, pp. 905–913, 2018.
- [20] Fei Miao, Shuo Han, Shan Lin, Qian Wang, John A. Stankovic, Abdeltawab Hendawi, Desheng Zhang, Tian He, and George J. Pappas. Data-driven robust taxi dispatch under demand uncertainties. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 27, No. 1, pp. 175–191, 2019.
- [21] Lingyu Zhang, Tao Hu, Yue Min, Guobin Wu, Junying Zhang, Pengcheng Feng, Pinghua Gong, and Jieping Ye. A taxi order dispatch model based on combinatorial optimization. In *KDD*, pp. 2151–2159, 2017.
- [22] Jiarui Gan, Bo An, Haizhong Wang, Xiaoming Sun, and Zhongzhi Shi. Optimal pricing for improving efficiency of taxi systems. In *IJCAI*, pp. 2811–2818, 2013.
- [23] Boming Zhao, Pan Xu, Yexuan Shi, Yongxin Tong, Zimu Zhou, and Yuxiang Zeng. Preference-aware task assignment in on-demand taxi dispatching: An online stable matching approach. In *AAAI*, pp. 2245–2252, 2019.
- [24] Kevin Healy and Lee W Schruben. Retrospective simulation response optimization. In *WSC*, pp. 901–906, 1991.
- [25] Stephen M Robinson. Analysis of sample-path optimization. *Mathematics of Operations Research*, Vol. 21, No. 3, pp. 513–528, 1996.
- [26] Alexander Shapiro and Yorai Wardi. Convergence analysis of stochastic algorithms. *Mathematics of Operations Research*, Vol. 21, No. 3, pp. 615–628, 1996.
- [27] Alexander Shapiro, Tito Homem-de Mello, and Joocheol Kim. Conditioning of convex piecewise linear stochastic programs. *Mathematical Programming*, Vol. 94, No. 1, pp. 1–19, 2002.
- [28] Herbert Robbins and Sutton Monro. A stochastic approximation method. *The annals of mathematical statistics*, pp. 400–407, 1951.