

# 幾何問題を題材とした解答戦略の自動推定 ーオンライン解答データを用いてー

岡田 一洸<sup>†</sup> 田中 聖也<sup>†</sup> 工藤 雅士<sup>†</sup> 三浦 将人<sup>†</sup> 山名 早人<sup>‡</sup>

<sup>†</sup> 早稲田大学 基幹理工学研究科 〒169-8555 東京都新宿区大久保 3-4-1

<sup>‡</sup> 早稲田大学 理工学術院 〒169-8555 東京都新宿区大久保 3-4-1

E-mail: <sup>†</sup> <sup>‡</sup> {k-okada, seiya, kudoma34, masato, yamana}@yama.info.waseda.ac.jp

**あらまし** 近年、次世代に必要な能力や資質として、「物事の因果関係を整理し、正解までの道筋を立てて考える能力」である論理的思考力の育成が重要視されている。中学校学習指導要領によると、幾何学を学習する目的の一つとしても、論理的思考力の育成を掲げている。一方、近年では、教育分野の ICT 利活用が進んでいる。ICT によって取得された大量の教育データが活用され、学習者個々の理解度に応じた個別最適化学習の実現が求められている。そこで本研究では、ICT を活用して取得した幾何問題解答データを基に学習者の解答戦略を自動で推定することを目的として、図形への書き込みから解答に必要な定理を使用したか否かについて自動判定する手法を提案する。学習者が解答時に図形へ書き込んだ解答データに対し、物体検出アルゴリズムを適用し、図形に書き込まれた記号の種類と内容の特定を行った。物体検出アルゴリズムで検出できなかった記号については、SIFT 特徴量を用いて同じ角度の角に書き込まれた記号が同一記号であるかの判定を行った。YOLOv4 による記号検出モデルを作成し、記号の検出を行うことで 0.79 の F 値を得た。また、SIFT 特徴量で同一記号判定を行った結果、0.78 の正解率、0.83 の F 値を得た。YOLOv4 を用いた記号検出モデルと SIFT 特徴量を用いた同一記号の判定を組み合わせることで、解答に必要な定理を使用した 18 人の解答のうち 10 人の解答を正しく検出することができた。

**キーワード** 学習分析, 論理的思考力, オンライン手書きデータ, e-Learning, 幾何問題, 物体検出, SIFT

## 1. はじめに

近年、文部科学省が掲げている「生きる力<sup>1)</sup>」の構成要素のひとつとして「物事の因果関係を整理し、正解までの道筋を立てて考える能力」である論理的思考力が挙げられており、初等中等教育において論理的思考力の育成が重要視されている。中学校学習指導要領<sup>2)</sup>によると、幾何学について「図形の性質や関係を論理的に考察し表現する力を養う」とあるように、幾何学は論理的思考力の育成を目的の一つとして掲げている。

一方、近年では、教育分野に ICT(Information and Communication Technology)を活用することによって学習に関する大量のオンラインデータを取得することが可能となった。学習時に取得できるオンラインデータの例としては、タブレット端末と電子ペンを用いて取得可能なオンライン手書きデータがあり、オフライン手書きデータでは取得することのできない解答停滞箇所や消去された記述といった思考過程の時系列データの取得を可能としている。ICT によって取得された大量の教育データを分析し、学習自体や学習環境を最適化することを目指すラーニングアナリティクスが分野としての盛り上がりを見せている。ラーニングアナリティクスにより、学習者個々の理解度に応じて個別に最適化された学習を実現する「適応型学習」に関する

研究も促進させている。オンライン上で受講することができる MOOC(Massive Open Online Course)として edX<sup>3)</sup> や日本の JMOOC<sup>4)</sup> といったオンライン学習プラットフォームの導入も進んでおり、学習者個々の理解度に応じた「適応型学習」の実現が求められている。

数学の手書きデータを用いて、理解度推定を行った研究は、学習者のつまづきを検出した研究[1]や解答過程から抽出した特徴量を基にクラスタリングを行い、グループの学習の目的に応じて、能力が似ている生徒同士のグループや能力が異なる生徒同士のグループを自動的に形成した研究[2]がある。解法分類を行った研究は、幾何問題を勘で解いたかを自動判定する研究[3]や図形に書き込まれた印を手動で認識し解答パターンの分類を行った研究[4]がある。また、幾何証明問題において手書きの図形と手書きの証明の記述を認識する研究[5]がある。しかし、筆者らが調べた限り、幾何問題の図形に書き込まれた記号を自動で認識し、学習者の解答戦略を推定することで理解度を明らかにする研究は存在せず、本稿が最初の試みとなる。

本研究では、学習者個々の理解度を推定することを目的として、ICT を活用し、取得した手書きの幾何問題解答過程データを基に学習者の解答戦略を自動で推定する手法を提案する。学習者が解答時に図形へ書き込んだ解答データに対し、物体検出アルゴリズムの一

<sup>1)</sup> 文部科学省, “生きる力”, 2018, [https://www.mext.go.jp/a\\_menu/shotou/new-cs/](https://www.mext.go.jp/a_menu/shotou/new-cs/)

<sup>2)</sup> 文部科学省, “中学校学習指導要領(平成 29 年告示)”, 2017, [https://www.mext.go.jp/content/1413522\\_002.pdf](https://www.mext.go.jp/content/1413522_002.pdf)

<sup>3)</sup> edX, <https://www.edx.org/>

<sup>4)</sup> JMOOC, <https://www.jmooc.jp/>

つである YOLO(You only look once)[6]を適用し、図形に書き込まれた記号の種類と内容を自動で特定を行う。また、物体検出アルゴリズムを適用したうえで検出することのできなかった記号については、図形中の同じ角度の角に書き込まれたそれぞれの記号について、SIFT(Scale-Invariant Feature Transform)[7]を用いて抽出した特徴量を使用し、最近傍探索による特徴量のマッチングを行い、書き込まれた記号同士が同一記号であるかの判定を行うことで、解答に必要な定理を使用したか否かについて自動判定し、学習者の解答戦略の推定を行う。

本稿では次の構成をとる。2 節で関連研究について述べ、3 節でデータ収集実験について説明し、4 節で分類実験及び考察を行い、5 節でまとめる。

## 2. 関連研究

本節では、数学の手書きデータを使用した研究において、理解度の推定に関する研究、解法の分類に関する研究、手書きデータの認識に関する研究について述べる。

### 2.1. 理解度推定に関する研究

浅井ら[1]は、2013 年に、高校や大学の入学試験で出題された数学の問題のオンライン手書き解答データにおける筆記ストロークの数や消去ストローク数、筆圧、筆記速度といった特徴量を抽出し、SVM(Support Vector Machine)を適用することで、0.87 の正解率、0.90 の再現率で学習者のつまずきを自動で検出した。

吉武ら[2]は、2020 年に、二次方程式に関する問題のオンライン手書き解答データにおける解答時間及び数式記入時のストローク数、ストロークの時間間隔、実際に描かれたストロークに対する消しゴムの使用率等の特徴量として抽出し、k-means 法によりクラスタリングを行い、グループ学習時の目的に応じて、能力が似ている生徒同士のグループや能力が異なる生徒同士のグループを自動的に形成する手法を提案した。

### 2.2. 解法分類に関する研究

森山ら[3]は、2018 年に、学習者の論理的思考力の測定の初期段階の研究として、幾何学図形問題を対象に被験者が「勘で解いたか否か」を分類する手法を提案した。幾何問題の解答中に書かれたストロークの描画時間、筆圧、速度、座標を用いて特徴量を抽出し SVM を適用することで、被験者が「勘で解いたか否か」の分類を行い、0.83 の正解率で分類ができたことを示した。

村上ら[4]は、2019 年に、幾何学図形問題を対象に図への書き込みの種類と内容を手動で認識し、解法を分類する手法を提案した。森山らの研究[3]で使用された特徴量に加え、答案を目視で確認し、図への書き込み

があれば「1」、無ければ「0」と解答に必要な辺や角それぞれに対しダミー変数化を行い、特徴量として追加し、SVM を適用することで、3 つの解答パターンの F 値の平均は、0.79 を得た。また、問題によっては完全に誤りなく解答パターンを分類することが出来、幾何図形問題において、図への書き込みが思考過程を推測するための重要な要素であることが示された。

### 2.3. 手書きデータの認識に関する研究

Jiang ら[5]は、2010 年に、手書きの図形と手書きの証明の記述を区別して認識し、図形の幾何学的な構成要素と証明ステップを対応させる電子ペンを利用した幾何学定理の証明を支援するシステムを提案した。Jiang らのシステムは、動的なヒントの提供を可能とし、図形に書き込まれたストロークと証明の記述を独立して認識するのではなく、ストロークと証明の記述を対応付けて構造化することで、学習者が図形の幾何学的な構成要素と証明の記述を効率的に入力や消去できるようにした。手書き図形の認識手法としては、図形に書き込まれたストロークを個別にサンプリングし、ストロークの向きが変わる点でサブストロークに分割する。なおストローク上の点を  $P_i$ 、ストロークの両端の点を  $P_{i-1}$ 、 $P_{i+1}$  とすると、角度  $\angle P_{i-1} P_i P_{i+1}$  が閾値より小さい場合に、点  $P_i$  をターニングポイントとした。そしてサブストロークがそれぞれ点、線、円であるかを判定し、すべてのストロークの判定結果を組み合わせ、手書き図形の認識を行った。

### 2.4. 関連研究のまとめ

理解度の推定を目的に、手書きの数式解答データを使用し、学習者のつまずきの自動検出を行う手法[1]やグループの学習の目的に応じて、能力が似ている生徒同士のグループや能力が異なる生徒同士のグループを自動的に形成する手法[2]が提案されている。浅井ら[1]、吉武ら[2]の研究は、数式を対象としていたが、幾何学は対象としていない。数学の手書きデータを用いた解法分類に関する研究は、幾何問題を題材として、抽出した特徴量から被験者が「勘で解いたか否か」を分類する手法[3]や図への書き込みの種類と内容を手動で認識し、解法を分類する手法[4]が提案されており、図への書き込みが思考過程を推測するための重要な要素であることが示唆されている。しかし、筆者らが調べた限り、学習者の理解度の推定を目的に、幾何問題の図形に書き込まれた記号を自動で認識し、学習者の解答戦略を推定する研究は存在しなかった。

## 3. 提案手法

本節では、本稿で提案する幾何問題の解答に必要な定理を使用したか否かについて自動判定を行うための提案手法について述べる。

### 3.1. 提案手法の概要

幾何問題を題材とし、タブレット端末やスタイラスペンを用いて取得した図形への書き込みに関する解答画像データに対し、物体検出アルゴリズムの一つである YOLOv4 [6]を用いることで図形に書き込まれた印の種類と内容について自動的に特定する。YOLOv4 にて検出することのできなかった記号については、SIFT 特徴量を用いて、図形中の同じ角度の角に書き込まれた記号同士が同一であるかを自動で判定する。SIFT 特徴量は、画像検索やパノラマ画像の生成に用いられており、画像の回転や拡大、縮小の影響も受けづらい[8]。SIFT 特徴量を用いて図形中の同じ角度の角に書き込まれた記号が、同一の記号であるかの判定を行うことで、解答に必要な定理を使用したか否かについて自動で判定し、学習者がとった戦略の推定を行うシステムの構築を目指す。

### 3.2. 定理使用有無を判定する問題

学習者の定理使用有無を判定する問題として、円周角の定理を用いて三角形の相似を示す問題を用意した。図形の書き込みを用いて定理使用有無を自動で判定する実験に使用する問題を図 1 に示す。

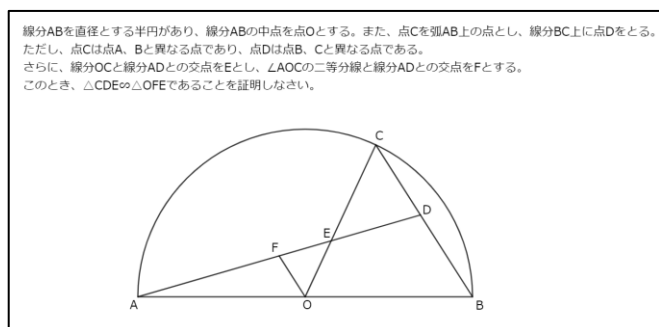


図 1 解答に周角の定理を使用する問題

円周角の定理は、「一つの弧に対する円周角の大きさが、中心角の半分である」である。図 1 に示した問題は、円周角である角 OBC が中心角である角 AOC の半分であることを利用する問題である。解法ステップを以下に示す。

1.  $\angle CED = \angle OFE$  (対頂角) … ①
2. 円周角の定理より  $\angle OBC = 1/2 \angle AOC$  … ②
3. 仮定より  $\angle EOF = 1/2 \angle AOC$  … ③
4. ②, ③より  $\angle OBC = \angle EOF$  … ④
5.  $\triangle OBC$  は  $OB = OC$  の二等辺三角形なので  $\angle ECD = \angle OBC$  … ⑤
6. ④, ⑤より  $\angle ECD = \angle EOF$  … ⑥
7. よって, ①, ⑥より 2 組の角が等しいため  $\triangle CDE \sim \triangle OFE$

上記のステップ 2,3,4 より角 AOF, 角 EOF, 角 OBC は等しいことが分かるため、円周角の定理を使用して本

問題を解く場合は、角 AOF, 角 EOF, 角 OBC に対して同じ記号を書き込むことが考えられる。角 AOF, 角 EOF, 角 OBC に対して書き込まれた記号が同一であるかを自動で判定することで、解答中に円周角の定理を使用したかについての特定を行う。

## 4. 評価実験

本節では、本稿で提案する幾何問題の解答に必要な定理を使用したか否かについて自動判定を行うために実施した評価実験の概要及び実験結果、考察について述べる。

### 4.1. データ収集

#### 4.1.1. データ収集用アプリケーション

村上らの研究[4]にて使用された iOS のアプリケーションである「GeoSol」を利用し、幾何問題の解答データの収集を行った。解答の入力には iPad Pro と Apple Pencil を用いた。GeoSol の解答画面を図 2 に示す。

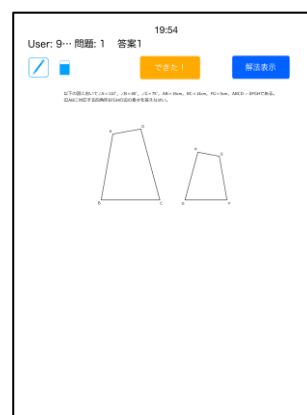


図 2 解答画面

Geosol の解答画面上部には、解答の残り時間、被験者を識別する番号、問題番号、「ペン」と「消しゴム」を切り替えるためのボタン、解答を保存するための「できた」ボタン、「解法表示」ボタンがある。「ペン」と「消しゴム」の切り替えについては、「ペン」のアイコンが選択されている場合は、線を描画することができ、「消しゴム」のアイコンが選択されている場合は、記述したストロークをタップすることで、タップしたストロークを消すことができる。解答者は、画面上を Apple Pencil を用いて、「ペン」や「消しゴム」機能を使用し、自由に描画することができる。「できた」ボタンを押下することで、解答画面のスクリーンショット及び、画面に書き込まれたストロークの情報が iPad に保存される。なお、本実験では「解法表示」ボタンは使用しない。

#### 4.1.2. 収集データの内容と形式

本アプリケーションでは、問題ごとに解答時間に関する情報やストロークを構成する点の情報を含んだ 1

つのテキストファイルと画像サイズが 2048×2732 の解答終了時の画面のスクリーンショットの画像が出力される．ストロークとは、Apple Pencil が画面に触れてから離れるまでの一筆のことを指す．出力されるテキストファイルは、以下の 8 項目の情報を持つ．

1. 問題が表示された時刻
2. ストロークが描画された時刻
3. ストロークが記入された x 座標
4. ストロークが記入された y 座標
5. ストローク記入時の筆圧
6. ストローク記入時の Apple Pencil の仰角
7. ストローク記入時の Apple Pencil の方位角
8. 「できた」ボタンがタップされた時刻

#### 4.1.3. データ収集実験の実施

幾何問題のオンライン解答データを収集するために、52 名の学生 (男性 32 名、女性 20 名、18 歳から 26 歳) を対象に実験を行った．実験の前に実験マニュアルの説明を行った．説明の内容を以下に示す．

1. 本実験は、iPad と Apple Pencil を用いて、幾何証明問題に解答してもらうものである
2. 問題の出題範囲は、中学 3 年生までの幾何分野である．
3. 制限時間は問題 20 分である．ただし、解答が終了した時点で、「できた」ボタンをタップし、自由にその問題を終えて構わない．
4. 画面上の「ペン」を選択すると図形へ線を書き込むことやメモ欄に文字を書くことができ、「消しゴム」を選択すると書いた線一画を消すことができる．
5. 解答中は、制限時間の残り時間に留意すること．

#### 4.1.4. データ収集実験の結果

43 人の被験者が角 AOF と角 EOF の大きさが同じであることを示すために同じ記号を書き込んでおり、1 人の被験者が違う記号を書き込んでいた．また、16 人の被験者が角 AOF と角 OBC の大きさが同じであることを示すために同じ記号を書き込んでおり、7 人の被験者が違う記号を書き込んでいた．

18 人の被験者が、円周角の定理を使用して図 1 に示した問題に解答した．円周角の定理を使用して解答した被験者のうち、角 AOF、角 EOF、角 OBC に対して同じ記号を書き込んだ被験者は 14 人であった．

#### 4.2. YOLOv4 を用いた物体検出モデルの作成

YOLOv4 [6] を用いて図形に書き込まれた記号の種類と内容について自動的に特定するための物体検出モデルを作成した．評価実験にて使用した問題とは別で解答してもらった 50 題分の幾何図形問題の解答終了時の画面のスクリーンショットと三浦ら[9]の研究で収集した 18 題分の解答終了時の画面のスクリーンシ

ョットを用いてデータセットの作成を行った．

物体検出モデルを作成する際、図形に書き込まれた記号を特定するために、まず解答終了時の画面のスクリーンショットの画像から被験者が図形に書き込んだストロークのみの抽出を行った．解答終了時の画面のスクリーンショットの画像の例と被験者が図形に書き込んだストロークのみの抽出した画像の例をそれぞれ図 3、図 4 に示す．

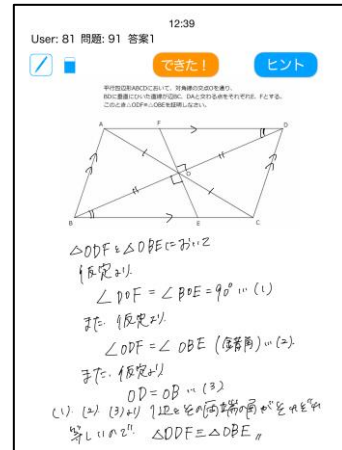


図 3 解答終了時の画面のスクリーンショット



図 4 図形に書き込まれたストロークを抽出した例

図形に書き込まれた記号を学習するために、被験者が図形に書き込んだストロークのみの抽出した 693 枚の画像に対してアノテーションを行った．アノテーションの様子を図 5 に示す．

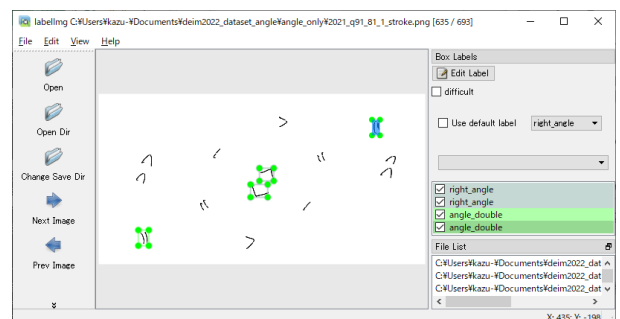


図 5 アノテーションの様子

また、アノテーションを行った記号の種類と表記を以下の図 6 に示す．

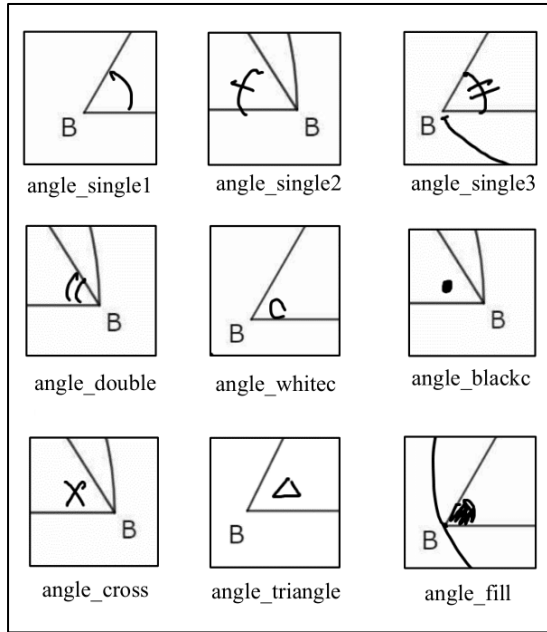


図 6 アノテーションを行った記号の種類と表記

アノテーションを行った 693 枚の学習用データセットに含まれる図 6 に示した記号の数を表 1 に示す。

表 1 学習用のデータセットに含まれる記号の数

記号の種類	記号の数
angle_single1	1,328
angle_single2	264
angle_single3	123
angle_double	277
angle_whitec	361
angle_blackc	467
angle_cross	256
angle_triangle	87
angle_fill	125

また、データセット内の画像を上下反転した画像、左右反転した画像、上下左右反転した画像を学習用のデータセットに追加するといった Data Augmentation を行い、Data Augmentation 前後の精度比較を行う。F 値及び各クラスの AP(Average Precision)を用いてモデルの評価を行う。AP は Precision(適合率), Recall(再現率)を用いて以下の式 1 で表される。

$$AP = \int_0^1 p(r)dr \quad \begin{matrix} p : \text{Precision} \\ r : \text{Recall} \end{matrix} \quad (1)$$

本評価実験では、正解の領域とモデルによって検出された領域の重なっている割合を示す IoU(Intersection over Union)が 0.5 を超えている場合、正解とし、正誤判定を行う。

学習の際は、バッチサイズを 8 とし、20,000 回イテレーションを行った。

### 4.3. テストデータの作成

図 1 に示した問題解答終了時の画面のスクリーンショットの画像から図形への書き込み部分を抽出し、テストデータを作成した。テストデータの画像は、45 枚あり、画像サイズは全て 1208×665 である。テストデータに含まれる図 6 に示した記号の数を表 2 に示す。

表 2 テストデータに含まれる記号の数

記号の種類	記号の数
angle_single1	39
angle_single2	46
angle_single3	16
angle_double	11
angle_whitec	35
angle_blackc	39
angle_cross	20
angle_triangle	5
angle_fill	7

### 4.4. YOLOv4 を用いた記号検出結果

記号検出結果の一例を図 7 に示す。

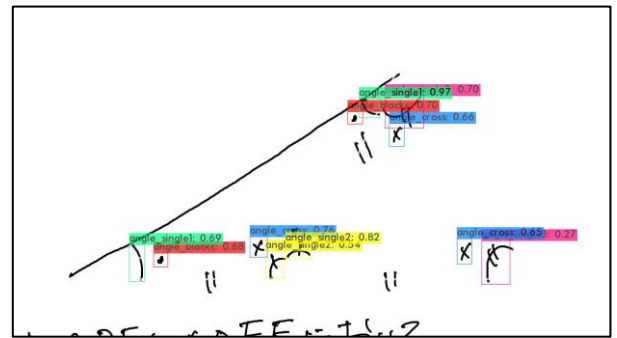


図 7 記号検出結果の例

Data Augmentation 前後の Precision, Recall, F 値を表 3 に示す。

表 3 Data Augmentation 前後の精度比較

	適合率	再現率	F 値
Data Augmentation 前	0.81	0.71	0.76
Data Augmentation 後	0.85	0.74	0.79

Data Augmentation 前後の図 6 に示した各クラスの AP を表 4 に示す。

表 4 Data Augmentation 前後の各クラスの AP

	Data Augmentation 前	Data Augmentation 後
angle_single1	0.81	0.90
angle_single2	0.70	0.79
angle_single3	0.78	0.65
angle_double	0.64	0.82
angle_whitec	0.89	0.92
angle_blackc	0.68	0.61
angle_cross	0.86	0.92
angle_triangle	1.00	1.00
angle_fill	0.45	0.84



表 3 に示したように Data Augmentation を行うことで Data Augmentation 前と比較し、F 値は 0.03 向上した。表 4 に示したように、Data Augmentation の有無に関わらず、テストデータ内の”angle\_triangle”は全て検出することができた。また、Data Augmentation を行うことで、”angle\_single1”、”angle\_single2” の AP が 0.09, ”angle\_double” の AP が 0.18, ”angle\_whitec” の AP が 0.03, ”angle\_cross” の AP が 0.06, ”angle\_fill” の AP が 0.39 向上していることから Data Augmentation の有効性が確認できる。

図 1 に示した問題における角 AOF, 角 EOF, 角 OBC への書き込みと判定する領域を図 8 に示す。図 8 中の数字は、各領域の左上の座標と右下の座標を示す。

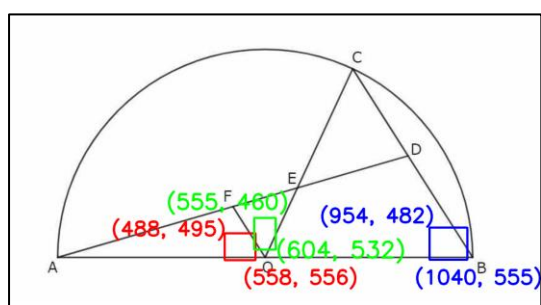


図 8 角への書き込みを判定する領域

図 8 に示した赤色, 青色, 緑色の枠をそれぞれ角 AOF, 角 EOF, 角 OBC への書き込みと判定する領域と設定し、角 AOF, 角 EOF, 角 OBC それぞれの書き込みを判定する領域と記号を検出した領域の IoU が 0.5 を超える場合、それぞれの角への書き込みがあると判定し、角 AOF, 角 EOF, 角 OBC それぞれの角に同一の記号を書いている解答の検出を行うことで、解答に円周角の定理を使用し、角 AOF, 角 EOF, 角 OBC それぞれの角に同一の記号を書いた 14 人の解答のうち、8 人の解答を正しく検出できた。

#### 4.5. SIFT 特徴量を用いた同一記号の判定

YOLOv4 を用いた学習モデルは、検出できた記号については位置と内容を自動で判定することができる一方で、学習に使用していない記号は検出することができない。学習に使用していない記号の一例を以下の図 9 に示す。

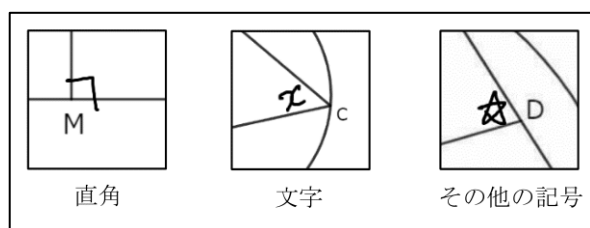


図 9 学習に使用していない記号の例

図 1 に示した問題解答時に角 AOF, 角 EOF, 角 OBC へ書き込まれた記号のうち検出することのできなかった記号については、以下の手順でそれぞれの角に書き込まれた記号が同一の記号であるかの判定を行う。

1. 被験者の解答から図 8 に示した領域を抽出。
2. SIFT アルゴリズムにより角 AOF の特徴点（キーポイント）を検出。
3. SIFT アルゴリズムにより角 EOF のキーポイントを検出。
4. 最近傍探索により角 AOF と角 EOF のキーポイントのマッチングを行う。
5. 角 AOF と角 EOF の合計のキーポイントに対するマッチしたキーポイントの割合をマッチ率として算出。
6. マッチ率が閾値以上であれば角 AOF, 角 EOF に書き込まれた記号が同一の記号であると判定。
7. SIFT アルゴリズムにより角 OBC のキーポイントを検出。
8. 角 AOF と角 OBC に書き込まれた記号から検出したキーポイントを用いてステップ 4~6 を行い、角 AOF, 角 OBC に書き込まれた記号が同一の記号であるかを判定。

David ら[7]の研究で用いられていた手法を用いてキーポイントの検出を行った。

同一の記号が書かれていると判定するためのマッチ率の閾値を決めるために図 6 に示した 9 つの記号と図 9 に示したその他の記号を各 20 組ずつ YOLOv4 のモデル作成時に用いた学習用のデータセットから抽出し、マッチ率の調査を行った。SIFT は、1 ピクセルあたり、周囲の 8 ピクセルと前後のスケールそれぞれ 9 ピクセルと比較を行い、極値を求めるため、各記号を抽出した画像の画像サイズについて、600×600 にリサイズしたパターンとリサイズしなかったパターンの 2 パターンを用意し、SIFT アルゴリズムを適用した。SIFT 特徴量によるマッチングの様子を図 10 に示す。

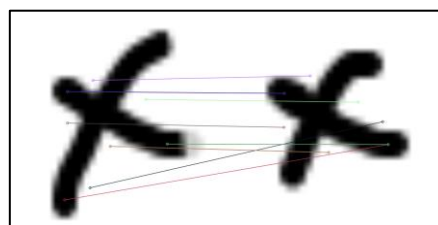


図 10 SIFT 特徴量によるマッチングの様子

記号を抽出した画像を 600×600 にリサイズした場合とリサイズしなかった場合の各種類の記号におけるマッチ率の結果をそれぞれ以下の表 5、表 6 に示す。

表 5 SIFT 特徴量を用いた各記号におけるマッチ率  
(画像サイズ 600×600)

記号	最小	最大	平均	標準偏差
angle_single1	0.00	0.63	0.18	0.16
angle_single2	0.00	0.53	0.19	0.12
angle_single3	0.00	0.37	0.14	0.09
angle_double	0.00	0.57	0.16	0.12
angle_whitec	0.00	0.67	0.19	0.18
angle_blackc	0.00	0.80	0.35	0.35
angle_cross	0.05	0.68	0.24	0.16
angle_triangle	0.00	0.48	0.23	0.11
angle_fill	0.01	0.28	0.09	0.07
その他	0.00	0.50	0.16	0.11

表 6 SIFT 特徴量を用いた各記号におけるマッチ率  
(画像サイズのリサイズなし)

記号	最小	最大	平均	標準偏差
angle_single1	0.00	0.72	0.16	0.18
angle_single2	0.00	0.75	0.15	0.17
angle_single3	0.00	0.32	0.13	0.09
angle_double	0.00	0.37	0.15	0.10
angle_whitec	0.00	0.50	0.22	0.14
angle_blackc	0.00	0.89	0.26	0.27
angle_cross	0.07	0.53	0.26	0.12
angle_triangle	0.04	0.81	0.26	0.19
angle_fill	0.00	0.57	0.07	0.12
その他	0.00	0.75	0.19	0.17

同一の記号のペアを抽出しマッチ率を算出したが、最小値が 0.00 となっている記号があることから、書き込まれた記号同士が同一の記号であることを完全に判定することは難しいことが分かる。その他の記号についても平均 0.19 のマッチ率を得ており、YOLOv4 の学習モデルで学習していない記号についても対応できると考えられる。

記号を抽出した画像を 600×600 にリサイズした場合とリサイズしなかった場合の全体のマッチ率の結果を図 11 に示す。

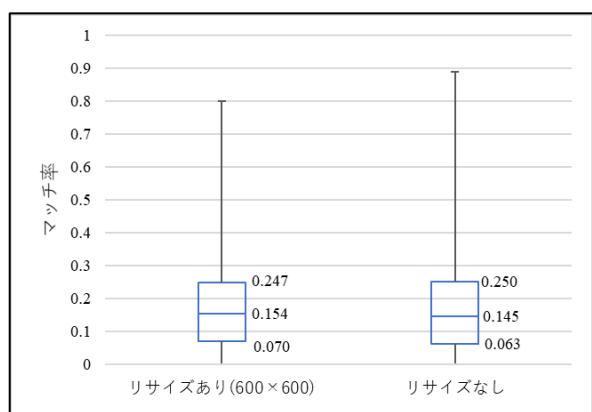


図 11 記号全体のマッチ率

同じ記号が書かれているかの判定を行う閾値は、記号を抽出した画像を 600×600 にリサイズした場合とリサイズしなかった場合のそれぞれの第一四分位数を用いた。図 11 に示したように、記号を抽出した画像を

600×600 にリサイズした場合とリサイズしなかった場合のそれぞれの閾値は 0.070, 0.063 である。

まず、角 AOF, 角 EOF に書き込まれた記号について同一の記号であるかの判定を行った。4.1.4 節で説明したように角 AOF, 角 EOF に記号が書き込まれていた解答は 44 件であった。記号を抽出した画像を 600×600 にリサイズした場合とリサイズしなかった場合の角 AOF, 角 EOF における同一記号判定結果の混同行列をそれぞれ以下の表 7, 表 8 に示す。

表 7 角 AOF, 角 EOF の同一記号判定の混同行列  
(画像サイズ 600×600)

		予測値	
		同一	相違
真値	同一	27	16
	相違	0	1

表 8 角 AOF, 角 EOF の同一記号判定の混同行列  
(画像サイズのリサイズなし)

		予測値	
		同一	相違
真値	同一	18	25
	相違	1	0

表 7 に示すように、記号を抽出した画像を 600×600 にリサイズした場合は、違う記号の判定を正しく判定することができたが、表 8 に示すように記号を抽出した画像のリサイズを行わなかった場合、誤った判定行っていることが分かる。また、記号を抽出した画像を 600×600 にリサイズした場合の正解率は、0.65 であるのに対し、記号を抽出した画像のリサイズを行わなかった場合の正解率は 0.42 である。記号を抽出した画像を 600×600 にリサイズした場合、リサイズしなかった場合に比べ、SIFT アルゴリズムによるキーポイントの検出精度が向上していることが考えられる。

続いて、角 AOF, 角 OBC に書き込まれた記号について同一の記号であるかの判定を行った。4.1.4 節で説明したように角 AOF, 角 OBC に記号が書き込まれていた解答は 23 件であった。記号を抽出した画像を 600×600 にリサイズした場合とリサイズしなかった場合の角 AOF, 角 OBC における同一記号判定結果の混同行列をそれぞれ表 9, 表 10 に示す。

表 9 角 AOF, 角 OBC の同一記号判定の混同行列  
(画像サイズ 600×600)

		予測値	
		同一	相違
真値	同一	13	3
	相違	2	5

表 10 角 AOF, 角 OBC の同一記号判定の混同行列  
(画像サイズのリサイズなし)

		予測値	
		同一	相違
真値	同一 相違	12	4
		3	4

記号を抽出した画像を  $600 \times 600$  にリサイズした場合とリサイズしなかった場合の角 AOF, 角 OBC における同一記号判定結果を表 11 に示す.

表 11 角 AOF, 角 OBC における同一記号判定結果

	正解率	適合率	再現率	F 値
リサイズあり	0.78	0.86	0.81	0.83
リサイズなし	0.69	0.80	0.75	0.77

記号を抽出した画像を  $600 \times 600$  にリサイズすることで正解率 0.78, F 値 0.83 を得た. また, 画像サイズをリサイズしない場合と比較し, 正解率は 0.09, F 値は 0.06 向上しており, 記号を抽出した画像のリサイズを行うことの有効性が確認できた.

角 AOF, 角 EOF, 角 OBC それぞれの角に同一の記号を書いていることを YOLOv4 のモデルでは検出することの出来なかった解答に対して, 角 AOF, 角 EOF, 角 OBC それぞれの角に書き込まれた記号を抽出した画像を  $600 \times 600$  に拡大し, SIFT 特徴量を用いた同一記号の判定を行った結果, 円周角の定理を使用し, 角 AOF, 角 EOF, 角 OBC それぞれの角に同一の記号を書いた 6 人の解答のうち 2 人の解答を正しく検出した.

YOLOv4 を用いた記号検出モデルと SIFT 特徴量を用いた同一記号の判定を組み合わせることで, 解答に円周角の定理を使用し, 角 AOF, 角 EOF, 角 OBC それぞれの角に同一の記号を書いた 14 人の解答のうち 10 人の解答を正しく検出することができた.

## 5. まとめ

本論文では, 取得した手書きの幾何問題解答データを基に学習者の解答戦略を自動で推定することを目的として, 図形への書き込みから円周角の定理の使用有無を自動で推定する手法を提案した.

まず, 学習者が解答時に図形へ書き込んだ解答データに対し, YOLOv4 を用いて, 図形に書き込まれた記号の種類と内容の特定を行い, 0.79 の F 値で記号の検出が行えることを示した. また, Data Augmentation を行うことで記号検出時の F 値が 0.03 向上した. 続いて, YOLOv4 の学習モデルで検出することのできなかった記号については, SIFT 特徴量を用いて同一記号であるかの判定を行った. 記号検出領域の画像サイズを  $600 \times 600$  に拡大し, 正解率 0.78, F 値 0.83 を得た. YOLOv4

を用いた記号検出モデルと SIFT 特徴量を用いた同一記号の判定を組み合わせることで, 解答に円周角の定理を使用した 18 人の解答のうち 10 人の解答を自動で検出することができた.

今後の課題としては, 図形に書き込まれた順番を考慮した分析が挙げられる. 本研究では, 解答終了時の画像を基に, 記号の検出を行ったが, 図形に書き込まれた順番を考慮して記号の検出を行うことで, 解答中に定理を使用しているか否かを判定することが出来ると考えられる. また, 本研究では角への書き込みに関する検出を中心に行ったが, 辺への書き込みや補助線への対応を検討することで, 円周角の定理の使用有無判定だけでなく, 複数の定理の使用有無を判定する手法を検討することも今後の課題である.

## 謝辞

本研究の一部は科学研究費補助金(20H04292)によるものである.

## 参考文献

- [1] H. Asai and H. Yamana. "Detecting Student Frustration based on Handwriting Behavior," In proceedings of UIST '13, pp.77-78, 2013.
- [2] D. Yoshitake, B. Flanagan, H. Ogata. "Supporting Group Learning Using Pen Stroke Data Analytics," Proc. of the 28th International Conference on Computers in Education. Asia Pacific Society for Computers in Education, pp.1-6, 2020.
- [3] 森山優姫菜, 山名早人. "シーケンス 情報を用いて 幾何学の手書き解答データを解答パターンに分類する手法," 早稲田大学大学院基幹理工学研究 科情報理工・情報通信専攻修士論文, 2018.
- [4] 村上統馬, 山名早人. "オンライン 手書きデータを用いた幾何学図形問題に対する答案の自動分類と解答者の理解度推定," 早稲田大学基幹理工学 部情報理工学科卒業論文, 2019.
- [5] Y. Jiang, F. Tian, H. Wang, X. Zhang, X. Wang, G. Dai. "Intelligent understanding of handwritten geometry theorem proving," Proc. of the 15th international conference on Intelligent user interfaces, pp.119-128, 2010.
- [6] Alexey Bochkovskiy, Chien-Yao Wang, HongYuan Mark Liao. "Yolov4: Optimal speed and accuracy of object detection," arXiv preprint arXiv:2004.10934, 2020.
- [7] David G. Lowe. "Distinctive Image Features from Scale-Invariant Keypoints," International Journal of Computer Vision, Vol. 60, pp.91-110, 2004
- [8] Y. Li, Y. Wang, W. Huang, Z. Zhang. "Automatic image stitching using SIFT," International Conference on Audio, Language and Image Processing, pp.568-571, 2008
- [9] 三浦将人, 工藤雅士, 中山祐貴, 山名早人. "オンライン手書きデータを用いたヒント参照前後における変化の調査ー幾何問題を対象としてー," DEIM2021 第 13 回データ工学と情報マネジメントに関するフォーラム, pp.1-5, 2021