

- 研究背景と目的
- アーム型 LEGO 倒立振子の製作
- LEGO アームの PID 制御
- アーム型 LEGO クレーンの振れ止め制御
- **アーム型 LEGO 倒立振子の目標値追従制御**
- まとめ

# アーム型 LEGO 倒立振子の目標値追従制御

- ▶ 非線形モデルと設計モデル
- ▶ 積分型コントローラによる目標値追従
  - 積分型コントローラ
  - 外乱応答
  - 目標値応答

学習できる  
内容の一例

# アーム型 LEGO 倒立振子の目標値追従制御

## ▶ 非線形モデルと設計モデル

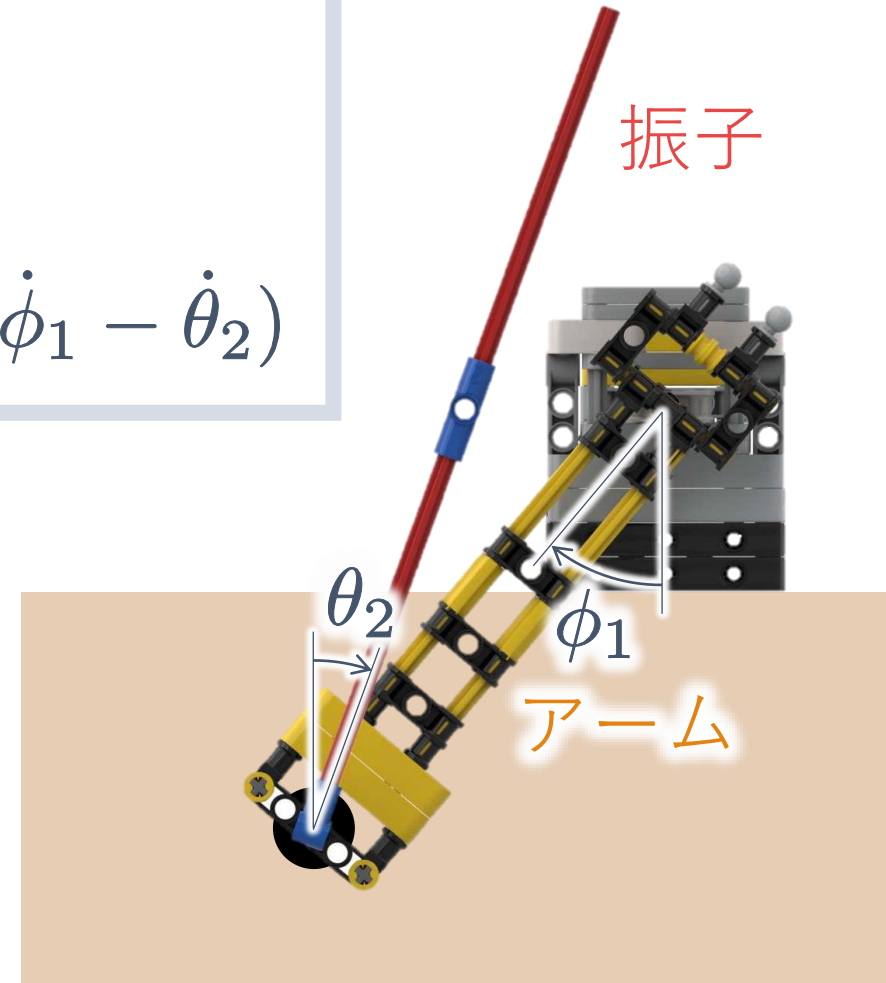
## ▶ 積分型コントローラによる目標値追従

- 積分型コントローラ
- 外乱応答
- 目標値応答

# ▶ 非線形モデルと設計モデル

## 非線形モデル

$$\begin{aligned}\alpha_1 \ddot{\phi}_1 &= -\beta_1 \dot{\phi}_1 - \gamma_1 \sin \phi_1 + v \\ &\quad - L_1 \cos(\phi_1 - \theta_2) \cdot \ddot{\phi}_1 + \alpha_2 \ddot{\theta}_2 \\ &= -L_1 \dot{\phi}_1^2 \sin(\phi_1 - \theta_2) + g \sin \theta_2 + \beta_2 (\dot{\phi}_1 - \dot{\theta}_2)\end{aligned}$$



# ▶ 非線形モデルと設計モデル

## 非線形モデル

$$\begin{aligned}\alpha_1 \ddot{\phi}_1 &= -\beta_1 \dot{\phi}_1 - \gamma_1 \sin \phi_1 + v \\ &\quad - L_1 \cos(\phi_1 - \theta_2) \cdot \ddot{\phi}_1 + \alpha_2 \ddot{\theta}_2 \\ &= -L_1 \dot{\phi}_1^2 \sin(\phi_1 - \theta_2) + g \sin \theta_2 + \beta_2 (\dot{\phi}_1 - \dot{\theta}_2)\end{aligned}$$

$$\sin \phi_1 \simeq \phi_1$$

$$\sin \theta_2 \simeq \theta_2$$



$$\cos(\phi_1 - \theta_2) \simeq 1$$

$$\dot{\phi}_1^2 \sin(\phi_1 - \theta_2) \simeq \dot{\phi}_1^2 (\phi_1 - \theta_2) \simeq 0$$

## 設計モデル (近似線形化モデル)


$$\begin{aligned}\alpha_1 \ddot{\phi}_1 &= -\beta_1 \dot{\phi}_1 - \gamma_1 \phi_1 + v \\ -L_1 \ddot{\phi}_1 + \alpha_2 \ddot{\theta}_2 &= g \theta_2 + \beta_2 (\dot{\phi}_1 - \dot{\theta}_2)\end{aligned}$$

アーム：真下近傍  
振子：真上近傍  
で近似線形化

# ▶ 非線形モデルと設計モデル

## 設計モデル (近似線形化モデル)

$$\begin{aligned}\alpha_1 \ddot{\phi}_1 &= -\beta_1 \dot{\phi}_1 - \gamma_1 \phi_1 + v \\ -L_1 \ddot{\phi}_1 + \alpha_2 \ddot{\theta}_2 &= g\theta_2 + \beta_2(\dot{\phi}_1 - \dot{\theta}_2)\end{aligned}$$


$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \dot{\phi}_1 \\ \theta_2 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix}, \quad u = v, \quad y = \phi_1$$

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx\end{aligned}$$

振子の倒立を維持したまま  
アーム角を目標値に追従

# アーム型 LEGO 倒立振子の目標値追従制御

## ▶ 非線形モデルと設計モデル

## ▶ 積分型コントローラによる目標値追従

- 積分型コントローラ
- 外乱応答
- 目標値応答

# ● 積分型コントローラ

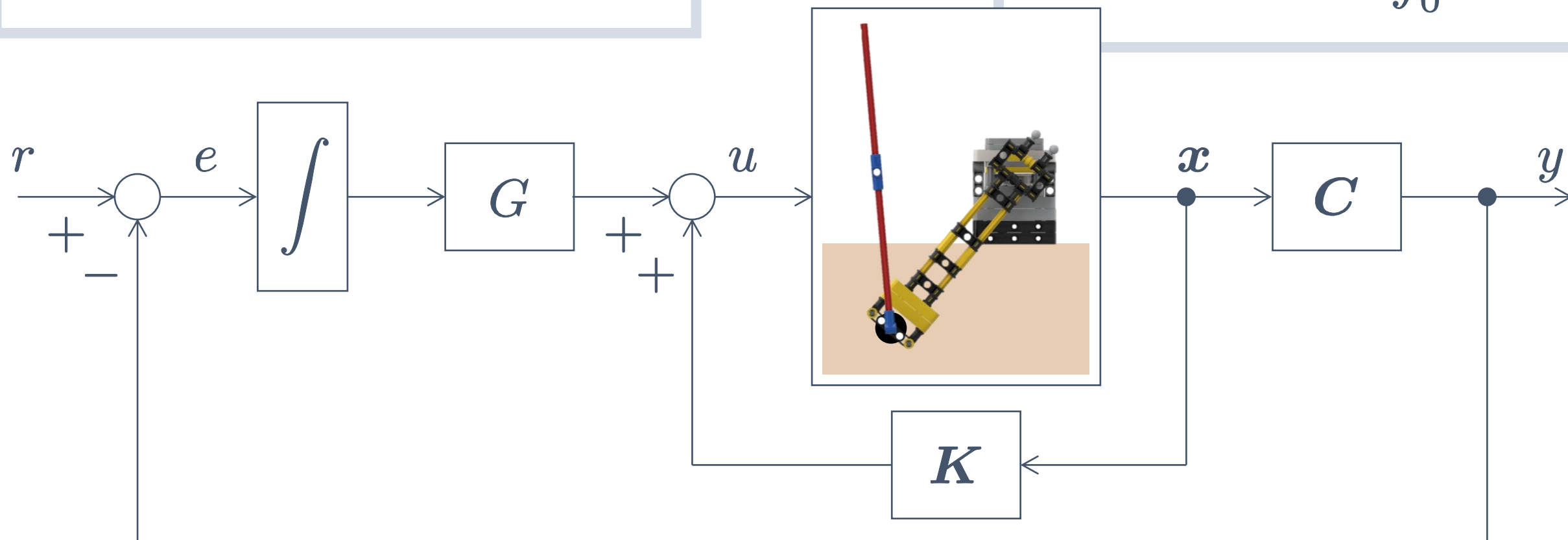
アーム型 LEGO 倒立振り子

$$\dot{x} = Ax + Bu$$
$$y = Cx$$

偏差拡大系  
に対する  
最適レギュレータ

積分型コントローラ

$$u = Kx + G \int_0^t e dt$$





# ● 積分型コントローラ

## 偏差拡大系

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}} \\ \dot{\tilde{w}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{w} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ 0 \end{bmatrix} \tilde{u}$$

$$\begin{cases} \tilde{x} = x - x_{\infty} \\ \tilde{w} = w - w_{\infty}, \quad w = \int_0^t e \, dt \\ \tilde{u} = u - u_{\infty} \end{cases}$$



$$J = \int_0^{\infty} \left( \begin{bmatrix} \tilde{x}^{\top} & \tilde{w} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_x & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & q_w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{w} \end{bmatrix} + R\tilde{u}^2 \right) dt \rightarrow \min$$

## 状態フィードバック形式の コントローラ

$$\tilde{u} = \begin{bmatrix} \mathbf{K} & G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{w} \end{bmatrix}$$

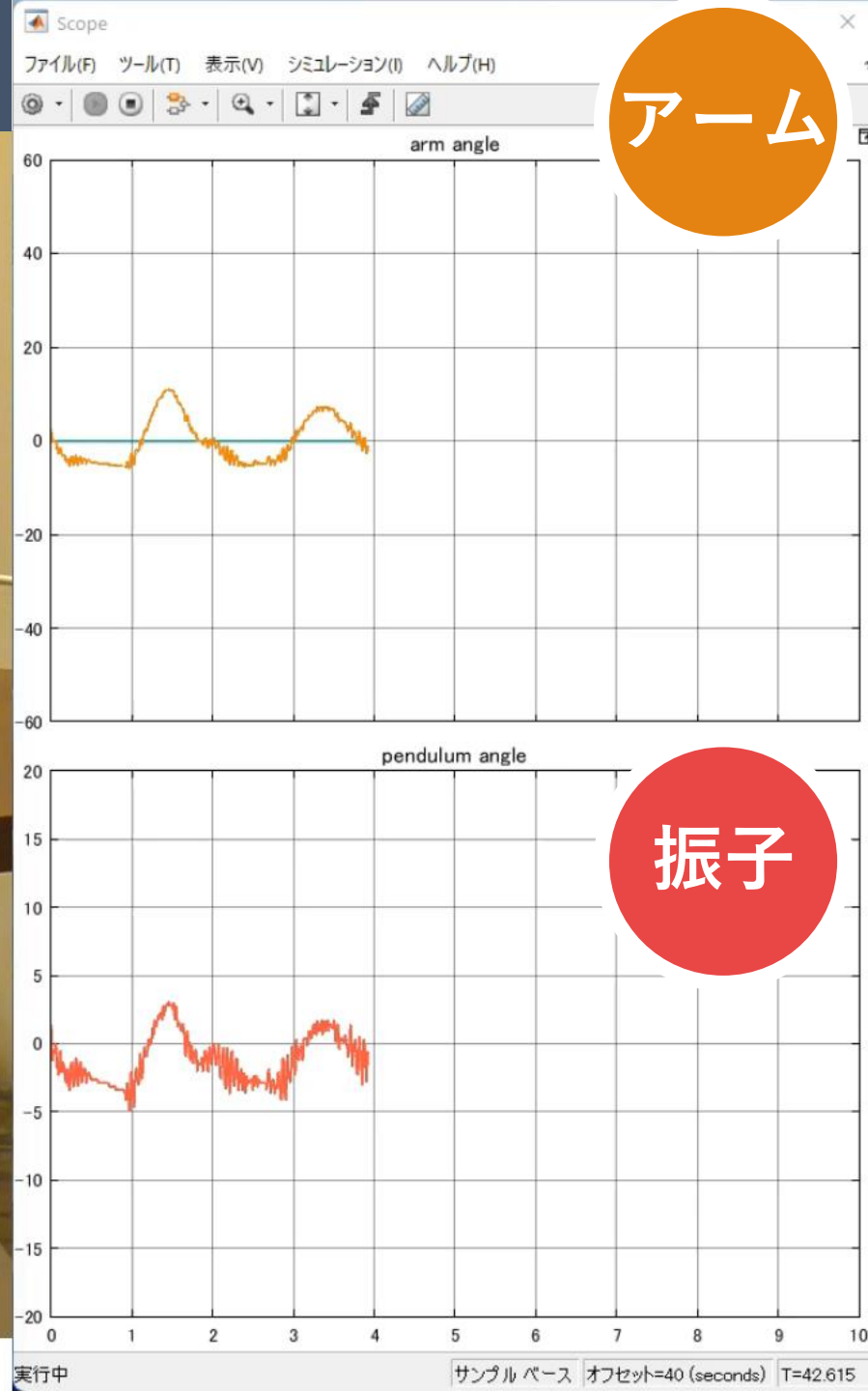
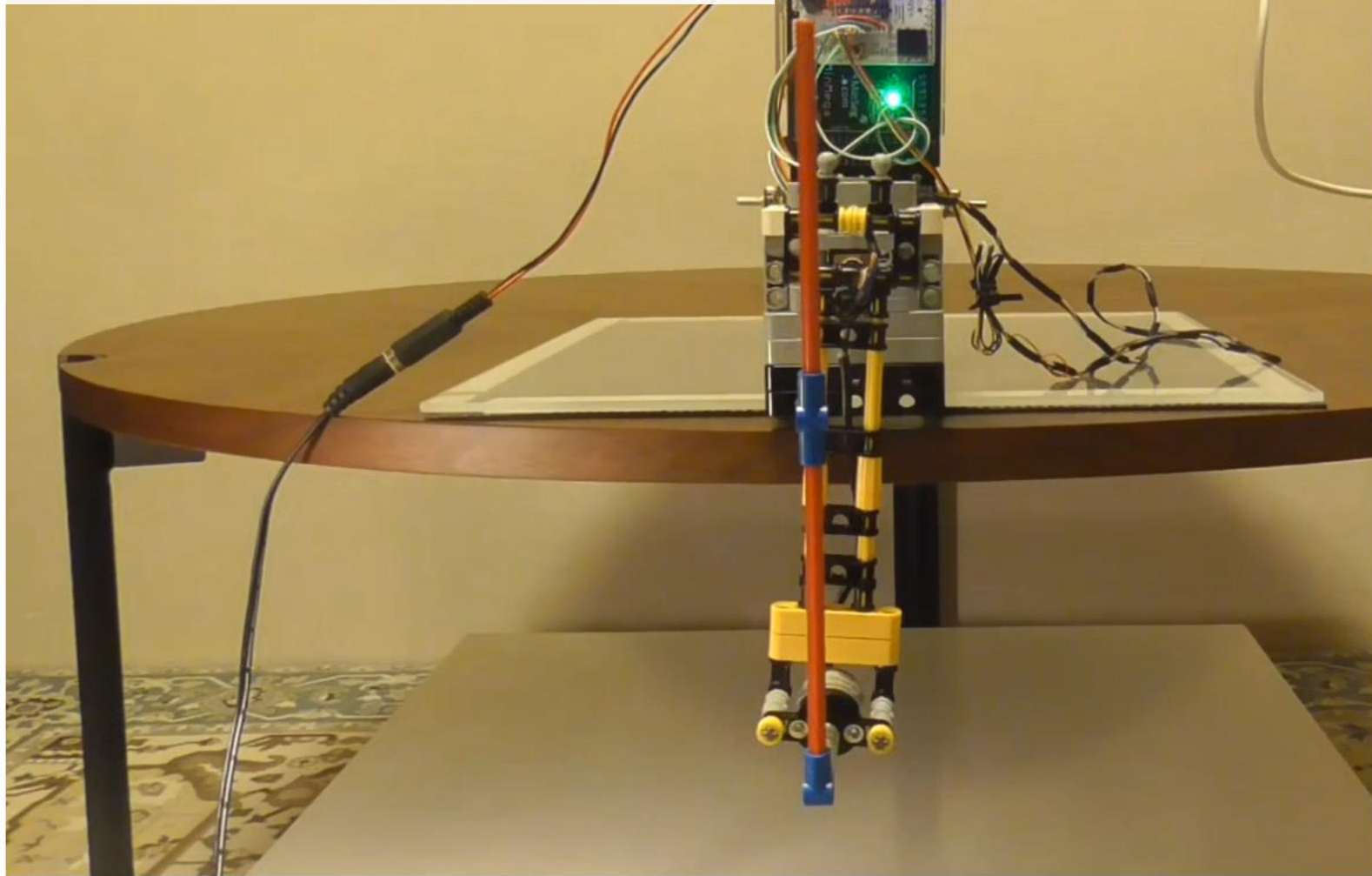


## 積分型コントローラ

$$u = \mathbf{K}x + G \int_0^t e \, dt$$

# ● 外乱応答

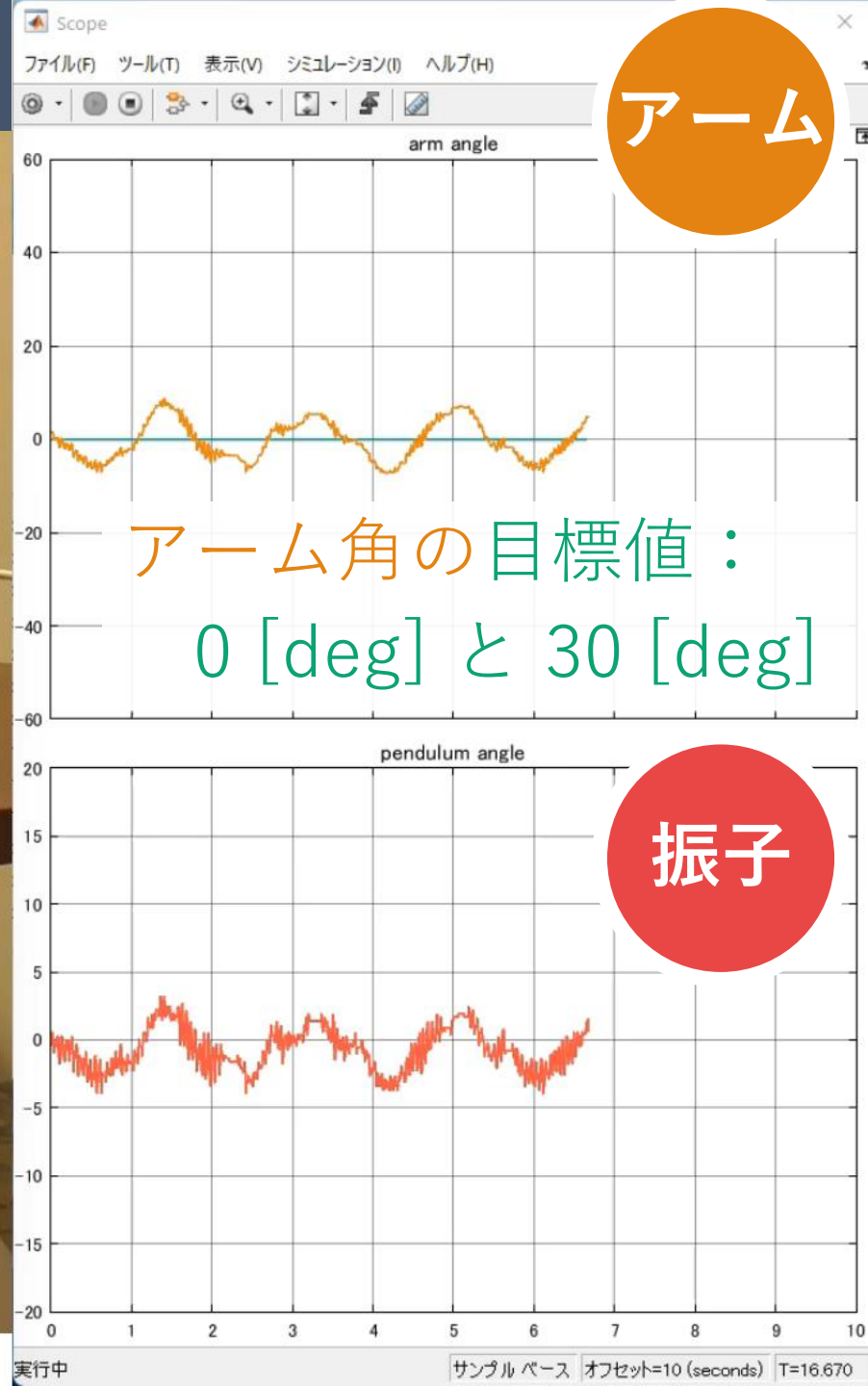
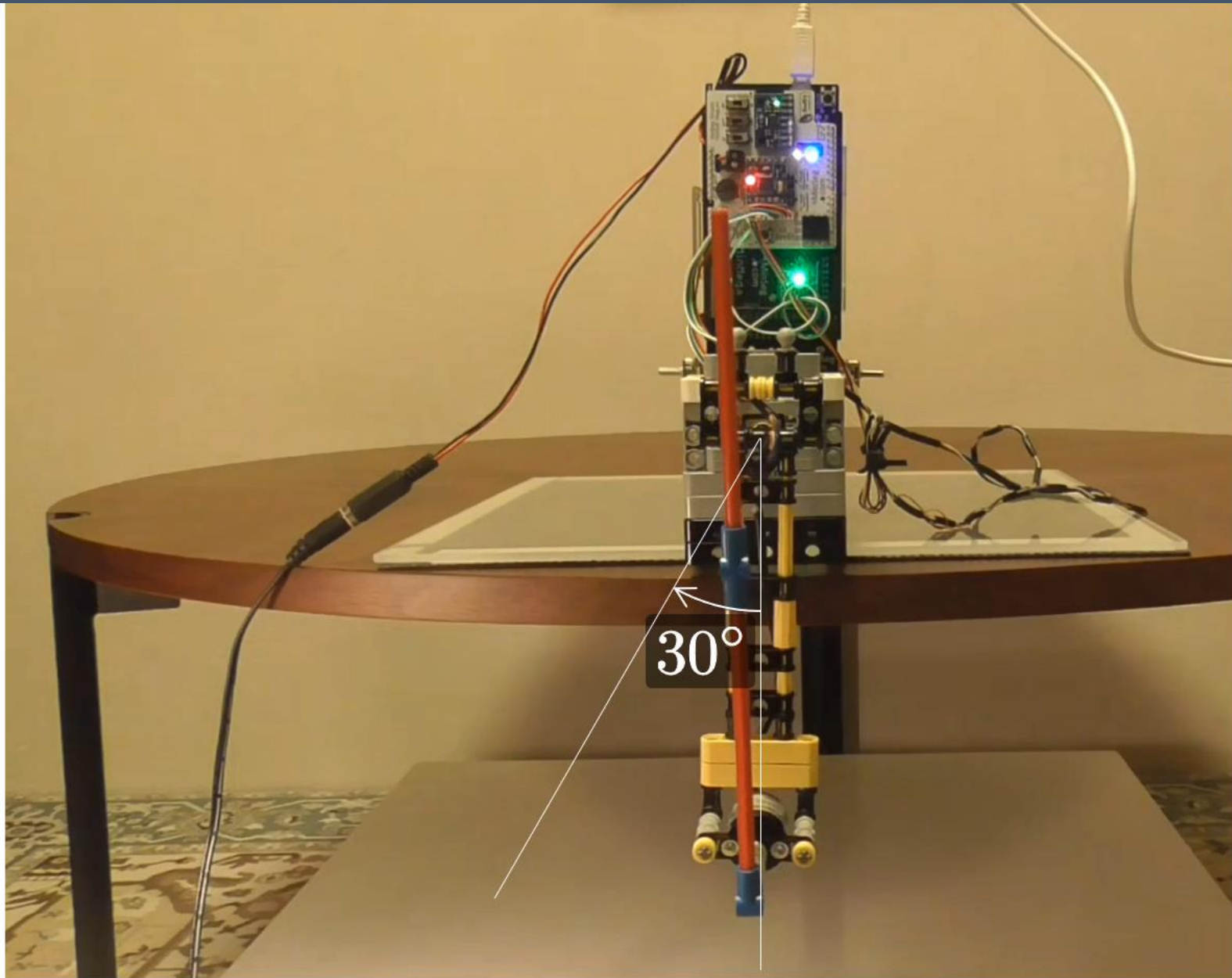
アーム角の目標値 : 0 [deg]  
振子 : 外乱を与える



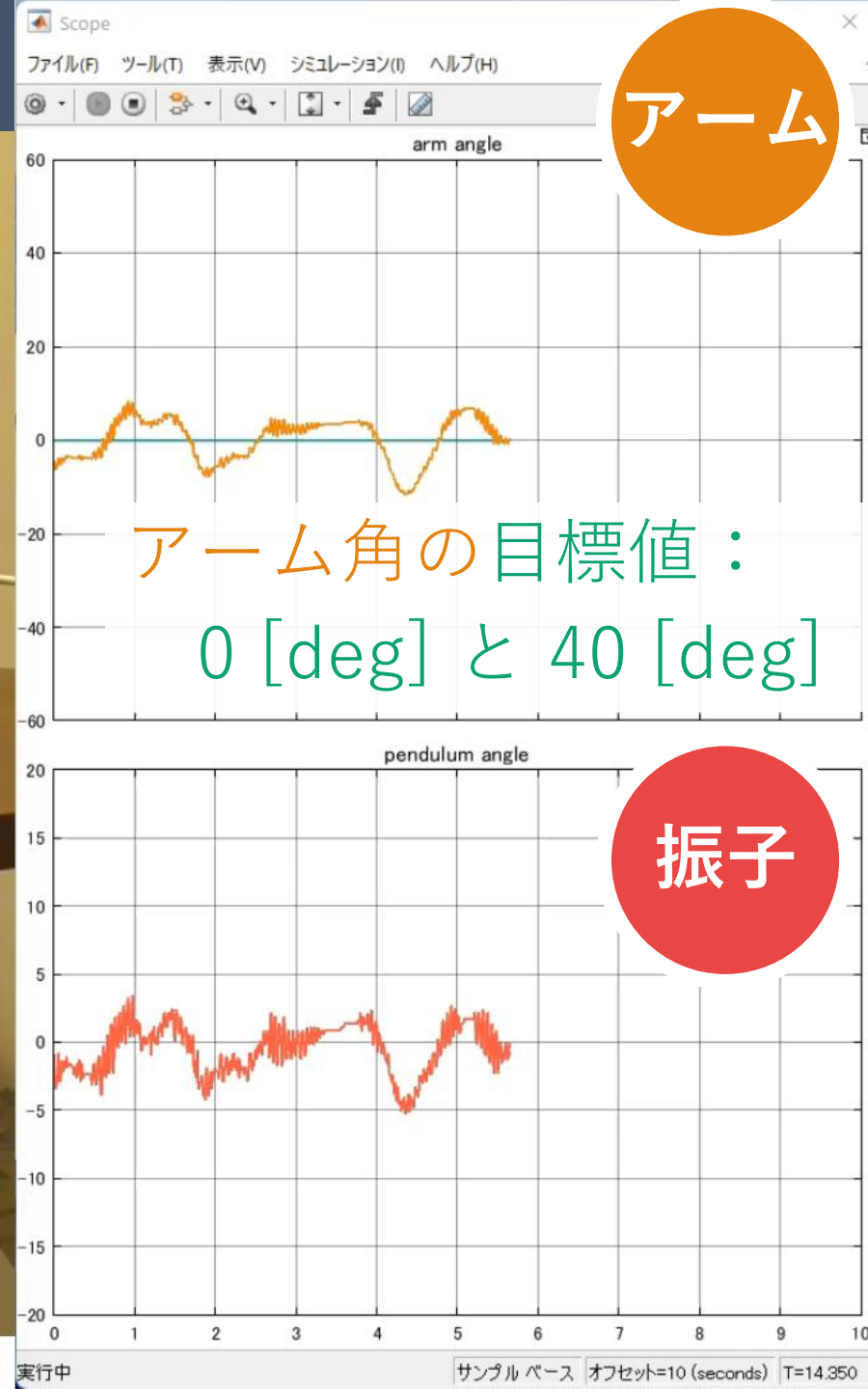
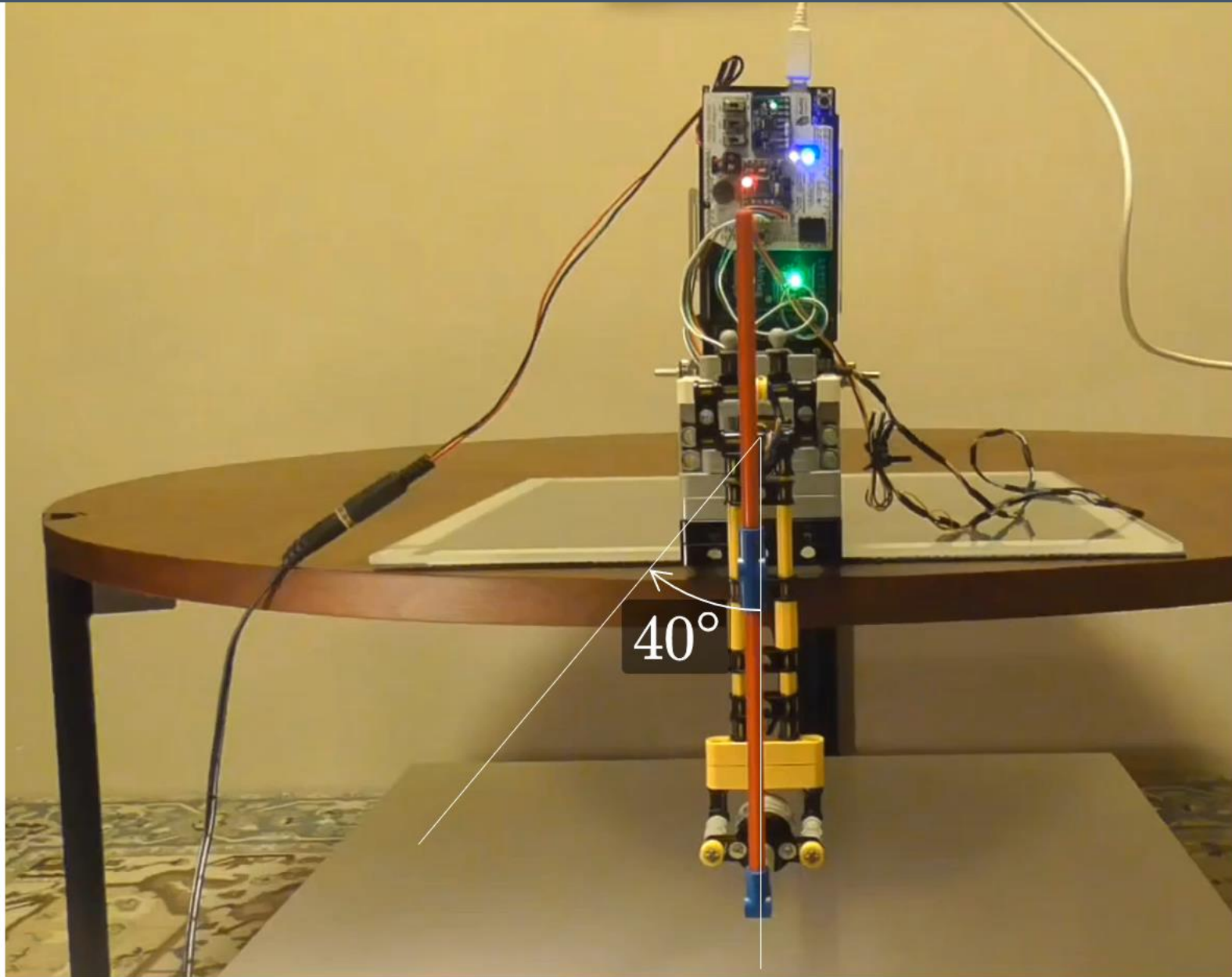
アーム

振子

# ● 目標値応答



# ● 目標値応答





- 研究背景と目的
- アーム型 LEGO 倒立振子の製作
- LEGO アームの PID 制御
- アーム型 LEGO クレーンの振れ止め制御
- アーム型 LEGO 倒立振子の目標値追従制御
- まとめ

# 本発表では …

- 誰でも？！簡単に製作できる  
**アーム型 LEGO 倒立振子**を提案
- 「制御工学」の教育に使いやすい  
教材であることを確認

皆さん、使ってみませんか？

**Qiita**

@Carter

