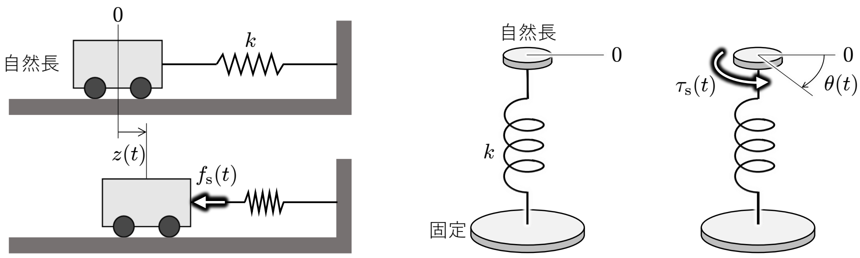
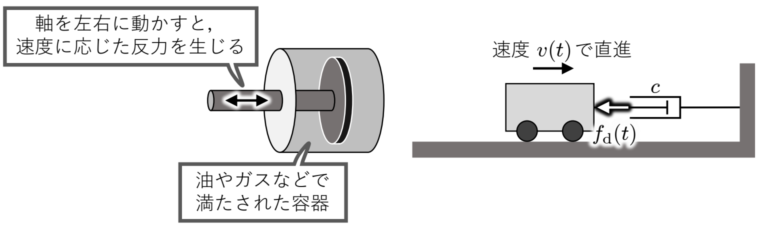
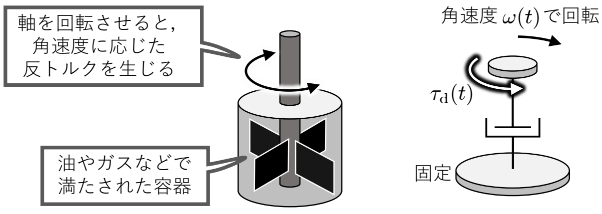


(a)　直線運動　　　　(b)　回転運動

図 1.12　ばねにより生じる力 $f_s(t)$，トルク $\tau_s(t)$



(a)　直線運動



(b)　回転運動

図 1.13　ダンパにより生じる力 $f_d(t)$，トルク $\tau_d(t)$

となる．

例 1.5 ……………………………………………………………………… **マス・ばね・ダンパ系**

図 1.14 に示すマス・ばね・ダンパ系に入力 $f(t)$ を加えて台車を動かすと，その運動方程式は，(1.31), (1.33) 式より

$$\underbrace{f(t) - f_s(t) - f_d(t)}_{F(t)} = Ma(t)$$

$$\Longrightarrow \quad f(t) - kz(t) - c\dot{z}(t) = M\ddot{z}(t) \qquad (1.35)$$

となる．ここで，$u(t) = f(t)$, $y(t) = z(t)$ とすると，運動方程式 (1.35) 式は

$$M\ddot{y}(t) + c\dot{y}(t) + ky(t) = u(t) \qquad (1.36)$$

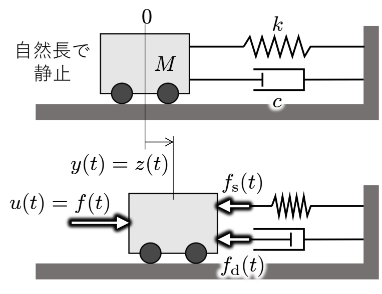


図 1.14　マス・ばね・ダンパ系

のように，線形微分方程式 (1.1) 式の形式となる．初期値をすべて 0 として (1.36) 式の両辺をラプラス変換すると，マス・ばね・ダンパ系の伝達関数表現

$$\big(Ms^2 + cs + k\big)y(s) = u(s) \implies y(s) = P(s)u(s),\ \ P(s) = \frac{1}{Ms^2 + cs + k} \tag{1.37}$$

が得られる．

問題 1.6　図 1.15 に示す水平面を回転するアーム系を考える．ただし，$\tau(t)$ は入力トルク，$\tau_{\mathrm{d}}(t)$ は粘性摩擦トルクである．また，軸まわりの慣性モーメントを J，軸の粘性摩擦係数を c とする．入力 $u(t)$，出力 $y(t)$ を以下のように選んだとき，$u(s)$ から $y(s)$ への伝達関数 $P(s)$ を求めよ．

(1)　$u(t) = \tau(t)$, $y(t) = \theta(t)$
(2)　$u(t) = \tau(t)$, $y(t) = \omega(t) = \dot{\theta}(t)$

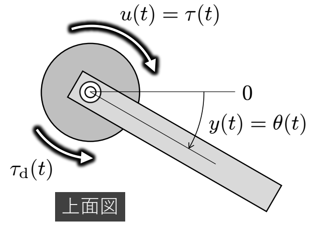


図 1.15　水平面を回転するアーム系

問題 1.7　図 1.16 に示す 2 慣性系は，台車 1 と台車 2 とがばねとダンパにより接続されており，台車 2 にはアクチュエータにより生成される力 $f_2(t)$ が加わっている．$u(t) = f_2(t)$, $y(t) = z_2(t)$ としたとき，以下の設問に答えよ．ただし，台車自体の粘性摩擦は無視する．

(1)　台車 1, 2 の運動方程式

$$F_i(t) = M_i \ddot{z}_i(t) \quad (i = 1,\ 2) \tag{1.38}$$

において，$F_i(t)$ を $f_2(t)$, $f_{\mathrm{s}}(t)$, $f_{\mathrm{d}}(t)$ により表せ．

(2)　すべての初期値を 0 として (1.38) 式の両辺をラプラス変換し，$z_1(s)$ を消去することで $u(s)$ から $y(s)$ への伝達関数 $P(s)$ を求めよ．

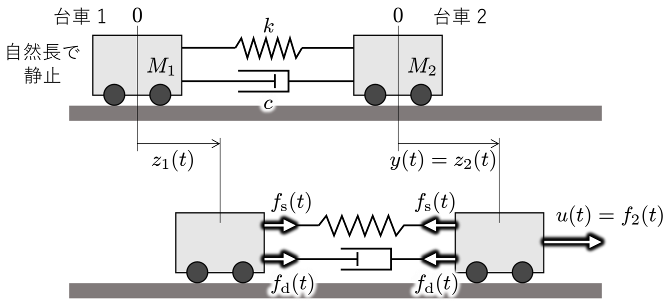


図 1.16　2 慣性系

これまでに示してきた例や問題のシステムは，数学モデルが線形微分方程式 (1.1) 式 (p. 7) で表現できる線形システムであった．そのため，システムの数学モデルを伝達関数表現で記述することができた．しかしながら，一般に，システムの微分方程式は非線形である．このような場合には，微分方程式の非線形項を近似的に**線形化**すれば，数学モデルを伝達関数表現で記述することができる．以下では，非線形なシステムの例として，鉛直面を回転するアーム系を考える．