sample_yalmip_***.m

```
1 % sample_yalmip_default.m
2 % last modified: 2023/05/15 by Masakatsu KAWATA
4 plant
                                      % アクロボットに対してシステム行列などを定義した M ファイルの実行
5 % -----
gamma = sdpvar(1,1);
                                      % 決定変数 gamma (ガンマ):スカラ
  X = sdpvar(n,n,'sy');
                                      % 決定変数 X:n×n の対称行列
      = sdpvar(n,m,'f');
                                      % 決定変数 Z:n×m の長方行列
10
   ep = 1e-5;
                                      % 十分小さな正数 <=== 加筆
  LMI = [];
                                      % LMI の記述の初期化
12
13 % -----
14 AX = A*X + B2*Z';
15 CX = C1*X + D12*Z';
16 % -----
17 M1 = [r*X AX-c*X]
  AX'-c*X r*X ];
18
19 LMI = [LMI, M1 >= eps*eye(length(M1))];  % M1 ≧ eps*I (> 0)
20 % ------
21 M2 = [ AX+AX' B1 CX'
22 B1' -gamma*eye(q) D11'
23 CX D11 -gamma*eye(p)];
                                    % M2 ≦ -eps*I (< 0)
24 LMI = [LMI, M2 <= -eps*eye(length(M2))];</pre>
25 % -----
                                      % 目的関数を E = gamma とした凸最適化問題を解く
26 optimize(LMI,gamma)
27
                                      %・ソルバは標準のものを使用
28
                                        (MOSEK > SeDuMi > SDPT3 > LMILAB の優先順位)
                                      %・ソルバを指定するには ===> sample_yalmip_sedumi.m などを参照
29
30
  gamma_opt = value(gamma)
                                      % 得られた gamma の最適解 gamma_opt
31
32
  X_opt = value(X)
                                      % 得られた X の最適解 X_opt
33 Z_opt = value(Z)
                                      % 得られた Z の最適解 Z_opt
34 % -----
35 K_opt = Z_opt'*inv(X_opt)
                                     % コントローラゲイン K_opt
```

説明

M ファイル sample_yalmip_default.m を実行するには,

- LMI パーサ
 - YALMIP
- SDP ソルバ (以下の少なくとも 1 つ)
 - SeDuMi
 - SDPT3
 - MOSEK (商用ですが、アカデミックライセンスは無料)
 - Robust Control Toolbox (商用)

をインストールしている必要があります. インストール方法は,

https://kawata.apps.kct.ac.jp/

にある

- SDP ソルバと LMI パーサのインストール
 - SeDuMi, SDPT3 および YALMIP のインストール
 - MOSEK のインストール (アカデミックライセンス)

を参照してください.

この M ファイルは、連立 LMI

$$\boldsymbol{M}_1 := \left[\begin{array}{cc} r\boldsymbol{X} & \boldsymbol{A}_X - c\boldsymbol{X} \\ * & r\boldsymbol{X} \end{array} \right] \succ 0 \tag{1}$$

$$M_{1} := \begin{bmatrix} rX & A_{X} - cX \\ * & rX \end{bmatrix} \succ 0$$

$$M_{2} := \begin{bmatrix} A_{X} + A_{X}^{\top} & B_{1} & * \\ * & -\gamma I & * \\ C_{X} & D_{11} & -\gamma I \end{bmatrix} \prec 0$$

$$(1)$$

を満足する解

$$\boldsymbol{X} = \boldsymbol{X}^{\top} \succ 0, \ \boldsymbol{Z}, \ \gamma > 0$$

が存在する範囲で線形目的関数 $E = \gamma > 0$ を最小化し (線形目的関数 $E = \gamma > 0$ を最小化する凸最適化問題を解き), 得られた解を用い、コントローラを

$$u(t) = Kx(t), K = Z^{\top}X^{-1}$$
(3)

のように決定します. ただし、

$$\left\{egin{array}{l} oldsymbol{A}_X := oldsymbol{A}oldsymbol{X} + oldsymbol{B}_2oldsymbol{Z}^ op \ oldsymbol{C}_X := oldsymbol{C}_1oldsymbol{X} + oldsymbol{D}_{12}oldsymbol{Z}^ op \end{array}
ight.$$

です.

最近の YALMIP では、正定 (負定) 条件ではなく半正定 (半負定) 条件で記述する必要があります. そのため、十分小 さな正数 $\varepsilon > 0$ を用いて, (1), (2) 式をそれぞれ次式のように書き換えます.

$$\boldsymbol{M}_{1} := \begin{bmatrix} r\boldsymbol{X} & \boldsymbol{A}_{X} - c\boldsymbol{X} \\ * & r\boldsymbol{X} \end{bmatrix} \succeq \varepsilon \boldsymbol{I} \ (\succ 0) \tag{4}$$

$$\boldsymbol{M}_{2} := \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_{X} + \boldsymbol{A}_{X}^{\top} & \boldsymbol{B}_{1} & * \\ * & -\gamma \boldsymbol{I} & * \\ \boldsymbol{C}_{X} & \boldsymbol{D}_{11} & -\gamma \boldsymbol{I} \end{bmatrix} \preceq -\varepsilon \boldsymbol{I} \ (\prec 0)$$

$$(5)$$

関数 sdpvar

YALMIP では、関数 sdpvar により決定変数を定義します.

γ:スカラ

• $X = X^{\top}$: $n \times n$ の対称行列

Z:n×m の長方行列

関数 optimize

YALMIP では、関数 optimize により LMI で記述された凸可解問題や凸最適化問題を解くことができます. 解説 記事を執筆した当時は関数 solvesdp が使用されていましたが、最近のバージョンでは関数 solvesdp の代わりに関 数 optimize を利用することが推奨されています.

目的関数を $E = \gamma$ とした凸最適化問題

26 optimize(LMI,gamma)

M ファイル sample_yalmip_default.m ではソルバを指定していませんので、インストールされているソルバに応じ て、自動選択されます. SeDuMi をインストールすると、ソルバを特に指定しなければ、YALMIP で使用する標準の ソルバは SeDuMi となります. これに加えて後述の MOSEK をインストールすると, YALMIP で使用する標準のソ ルバは MOSEK となります、ソルバの優先順位は

となります.

ソルバを指定する (どのソルバを使用するのかを明示する) には、sample_yalmip_default.m の $26 \sim 29$ 行目を以下のように変更します.

```
26 opt = sdpsettings; opt.solver = 'sedumi'; % ソルバとして SeDuMi を利用
27 optimize(LMI,gamma,opt) % 目的関数を E = gamma とした凸最適化問題を解く
28 %%% もしくは上 2 行の代わりに
29 %%% optimize(LMI,gamma,sdpsettings('solver','sedumi'))
```



```
26 opt = sdpsettings; opt.solver = 'sdpt3'; % ソルバとして SDPT3 を利用
27 optimize(LMI,gamma,opt) % 目的関数を E = gamma とした凸最適化問題を解く
28 %% もしくは上 2 行の代わりに
29 %% optimize(LMI,gamma,sdpsettings('solver','sdpt3'))
```

| sample_yalmip_mosek.m | ------------------ソルバ MOSEK を使用

```
26 opt = sdpsettings; opt.solver = 'mosek'; % ソルバとして MOSEK を利用
27 optimize(LMI,gamma,opt) % 目的関数を E = gamma とした凸最適化問題を解く
28 %% もしくは上 2 行の代わりに
29 %% optimize(LMI,gamma,sdpsettings('solver','mosek'))
```



```
opt = sdpsettings; opt.solver = 'lmilab'; % ソルバとして LMILAB を利用
optimize(LMI,gamma,opt) % 目的関数を E = gamma とした凸最適化問題を解く
%%% もしくは上 2 行の代わりに
29 %%% optimize(LMI,gamma,sdpsettings('solver','lmilab'))
```

関数 value

関数 optimize により得られた解は、関数 value により数値に変換することができます。解説記事を執筆した当時 は関数 double が使用されていましたが、最近のバージョンでは関数 double の代わりに関数 value を利用すること が推奨されています.

```
      31 gamma_opt = value(gamma)
      % 得られた gamma の最適解 gamma_opt

      32 X_opt = value(X)
      % 得られた X の最適解 X_opt

      33 Z_opt = value(Z)
      % 得られた Z の最適解 Z_opt
```

実行結果

使用するソルバの違いにより、以下のような実行結果が得られます.

sample_yalmip_sedumi.m

```
>> sample_yalmip_sedumi

SeDuMi 1.21 by AdvOL, 2005-2008 and Jos F. Sturm, 1998-2003.

Alg = 2: xz-corrector, theta = 0.250, beta = 0.500

eqs m = 21, order n = 19, dim = 165, blocks = 3

nnz(A) = 207 + 0, nnz(ADA) = 441, nnz(L) = 231

it : b*y gap delta rate t/tP* t/tD* feas cg cg prec

0: 1.42E+02 0.000

1: -1.37E+00 3.46E+01 0.000 0.2434 0.9000 0.9000 1.30 1 1 2.6E+01

2: -2.25E+00 1.04E+01 0.000 0.3013 0.9000 0.9000 0.42 1 1 1.1E+01
```

```
3 : -1.97E+00 2.68E+00 0.000 0.2571 0.9000 0.9000 0.66 1 1 3.4E+00
 4 : -1.63E+00 7.22E-01 0.000 0.2697 0.9000 0.9000 0.58 1 1 1.2E+00
 5 : -1.38E+00 1.98E-01 0.000 0.2747 0.9000 0.9000 0.46 1 1 4.6E-01
 6: -1.22E+00 5.61E-02 0.000 0.2826 0.9000 0.9000 0.46 1 1 1.8E-01
 7: -1.09E+00 1.49E-02 0.000 0.2652 0.9000 0.9000 0.36 1 1 7.2E-02
 8: -9.79E-01 3.77E-03 0.000 0.2537 0.9000 0.9000 0.26 1 1 3.0E-02
 9: -9.06E-01 9.90E-04 0.000 0.2624 0.9000 0.9000 0.24 1 1 1.3E-02
10: -8.63E-01 2.98E-04 0.000 0.3010 0.9000 0.9000 0.30 1 1 5.7E-03
11: -8.32E-01 9.02E-05 0.000 0.3026 0.9000 0.9000 0.36 1 1 2.5E-03
12: -8.12E-01 3.23E-05 0.000 0.3583 0.9000 0.9000 0.41 1 1 1.3E-03
13 : -7.99E-01 1.21E-05 0.000 0.3731 0.9000 0.9000 0.50 1 1 6.1E-04
14 : -7.92E-01 5.88E-06 0.000 0.4880 0.9000 0.9000 0.49 1 1 3.8E-04
15 : -7.86E-01 2.35E-06 0.000 0.4003 0.9000 0.9000 0.64 1 1 1.8E-04
16 : -7.82E-01 1.18E-06 0.000 0.4991 0.9000 0.9000 0.54 1 1 1.2E-04
17: -7.79E-01 4.65E-07 0.000 0.3957 0.9000 0.9000 0.67 1 1 5.3E-05
18 : -7.77E-01 2.22E-07 0.000 0.4771 0.9000 0.9000 0.55 1 1 3.3E-05
19 : -7.76E-01 8.16E-08 0.000 0.3679 0.9000 0.9000
                                                 0.69 1 1 1.4E-05
20 : -7.75E-01 4.32E-08 0.000 0.5298 0.9000 0.9000
                                                 0.70 1 2 8.1E-06
                                                 0.97 1 1 2.6E-07
21 : -7.75E-01 1.37E-09 0.000 0.0317 0.9900 0.9900
22 : -7.75E-01 1.20E-11 0.000 0.0087 0.9990 0.9990
                                                 0.99 2 2 2.3E-09
23 : -7.75E-01 3.39E-12 0.000 0.2830 0.9000 0.9000 1.00 2 2 6.4E-10
iter seconds digits
                     C*X
23 0.0 Inf -7.7494084475e-01 -7.7494083882e-01
|Ax-b| = 9.1e-10, [Ay-c]_+ = 0.0E+00, |x| = 1.1e+00, |y| = 5.0e+02
Detailed timing (sec)
 Pre IPM
                        Post
0.000E+00 0.000E+00 0.000E+00
Max-norms: ||b||=1, ||c||=2,
Cholesky |add|=0, |skip|=0, ||L.L||=517.817.
ans =
 フィールドをもつ struct:
   yalmipversion: '20210331'
   matlabversion: '9.14.0.2206163 (R2023a)'
     yalmiptime: 0.0454
      solvertime: 0.0236
           info: 'Successfully solved (SeDuMi-1.3)'
        problem: 0
gamma_opt =
  0.7749
X_opt =
  66.3097 5.1041 -166.1867 -23.0468 16.0398
           1.5470 -8.2857 -5.0882
                                      1.5097
   5.1041
 -166.1867 -8.2857 456.2532 57.9318 -34.8458
 -23.0468 -5.0882 57.9318 80.5338 -4.5469
  16.0398 1.5097 -34.8458 -4.5469 4.8827
Z_opt =
  -6.2690
  -2.5465
  14.4106
   4.0314
  -1.2958
K_opt =
   6.5233 \quad -7.7435 \quad 1.7718 \quad -0.2351 \quad -6.8743
```

sample_yalmip_sdpt3.m

```
SDPT3: Infeasible path-following algorithms
************************
   version predcorr gam expon scale_data
          HKM 1 0.000 1 0
it pstep dstep pinfeas dinfeas gap
                                                                                                                                                        prim-obj
                                                                                                                                                                                                        dual-obj cputime
   0|0.000|0.000|5.4e+02|9.5e+01|1.4e+04|-6.217249e-14 0.000000e+00| 0:0:00| chol 1 1
   1|0.850|0.925|8.1e+01|7.3e+00|1.9e+03|-2.856643e-01 -5.375930e+01| 0:0:00| chol 1 1
   2 | 0.673 | 0.894 | 2.6e + 01 | 7.8e - 01 | 6.9e + 02 | -5.030134e - 01 \\ -5.958118e + 01 | 0:0:00 | chol \\ 1 \\ 1 \\ 1
   3|0.628|0.887|9.8e+00|8.9e-02|2.9e+02|-2.573922e-01 -3.891857e+01| 0:0:00| chol 1 1
   4|0.650|1.000|3.4e+00|1.0e-04|1.2e+02|-2.258608e-01 -1.644511e+01| 0:0:00| chol 1 1
    5|0.906|0.906|3.2e-01|1.8e-05|1.4e+01|-3.275003e-01 -5.542629e+00| 0:0:00| chol 1 1
   6 \mid 0.531 \mid 1.000 \mid 1.5 \text{e} - 01 \mid 1.0 \text{e} - 06 \mid 8.2 \text{e} + 00 \mid -7.029058 \text{e} - 01 \quad -3.017501 \text{e} + 00 \mid \quad 0:0:00 \mid \quad \text{chol} \quad \quad 1 \quad \quad
   7|0.845|0.977|2.3e-02|1.2e-07|1.7e+00|-6.227445e-01 -1.327250e+00| 0:0:00| chol 1 1 1 -1.327250e+00| 0:0:00| chol 1 1 1 -1.327250e+00| 0:0:00| chol 1 1 1 1 -1.327250e+00| chol 1 
   8 \mid 0.653 \mid 1.000 \mid 8.1 = -03 \mid 4.7 = -03 \mid 9.1 = -01 \mid -6.599637 = -01 -1.073696 \\ e + 00 \mid 0:0:00 \mid \text{chol} \quad 1 \quad 1
   9|0.782|1.000|1.8e-03|1.6e-03|3.4e-01|-7.194625e-01 \\ -9.028305e-01| \\ 0:0:00| \\ chol \\ 1 \\ 1 \\ 1
10|0.679|1.000|5.7e-04|3.5e-04|1.3e-01|-7.527889e-01 -8.135413e-01| \ 0:0:00| \ chol \ 1 \ 1
12|0.462|1.000|1.3e-04|4.7e-05|5.6e-02|-7.574675e-01 -7.904237e-01| 0:0:00| chol 1
13|0.640|0.778|4.5e-05|3.5e-05|3.5e-02|-7.611090e-01 -7.841262e-01| 0:0:00| chol 2
14|0.682|1.000|1.4e-05|9.0e-06|1.9e-02|-7.655458e-01 -7.801834e-01| 0:0:00| chol 2
15|1.000|0.779|6.8e-12|4.9e-06|7.4e-03|-7.698532e-01-7.772960e-01|0:0:00| chol 1 2
16|0.979|0.979|2.9e-13|1.0e-07|1.6e-04|-7.748359e-01-7.749926e-01|0:0:00| chol 2 2
17 | 0.976 | 0.976 | 2.1e - 12 | 2.4e - 09 | 3.8e - 06 | -7.749383e - 01 - 7.749421e - 01 | 0:0:00 | chol 2 1 | 2.4e - 01 | 
18 | 1.000 | 1.000 | 1.9 \\ e^{-11} | 1.0 \\ e^{-12} | 4.5 \\ e^{-07} | -7.749405 \\ e^{-01} | -7.749410 \\ e^{-01} | 0:0:00 | chol 2 \\ 2
19|1.000|1.000|2.7e-12|1.5e-12|8.9e-09|-7.749408e-01-7.749408e-01|0:0:00|
     stop: max(relative gap, infeasibilities) < 1.00e-07</pre>
   number of iterations = 19
   primal objective value = -7.74940791e-01
   dual objective value = -7.74940799e-01
   gap := trace(XZ) = 8.88e-09
   relative gap
                                                                                 = 3.48e-09
   actual relative gap = 3.31e-09
   rel. primal infeas = 2.71e-12
   rel. dual infeas = 1.53e-12
   norm(X), norm(y), norm(Z) = 1.1e+00, 5.0e+02, 7.1e+03
   norm(A), norm(b), norm(C) = 1.9e+02, 2.0e+00, 2.4e+00
   Total CPU time (secs) = 0.15
   CPU time per iteration = 0.01
    termination code = 0
   DIMACS: 2.7e-12 0.0e+00 1.8e-12 0.0e+00 3.3e-09 3.5e-09
ans =
       フィールドをもつ struct:
              yalmipversion: '20210331'
              matlabversion: '9.14.0.2206163 (R2023a)'
                        yalmiptime: 0.0484
                          solvertime: 0.1876
                                              info: 'Successfully solved (SDPT3-4)'
                                  problem: 0
gamma_opt =
              0.7749
X_opt =
           66.3096 5.1043 -166.1865 -23.0505 16.0398
            5.1043 1.5470 -8.2860 -5.0885 1.5097
    -166.1865 -8.2860 456.2524 57.9411 -34.8457
        -23.0505 -5.0885 57.9411 80.5351 -4.5477
                                             1.5097 -34.8457 -4.5477 4.8827
          16.0398
Z_{opt} =
           -6.2692
            -2.5465
```

```
14.4110

4.0317

-1.2958

K_opt =

6.5233 -7.7435 1.7719 -0.2351 -6.8743
```

sample_yalmip_mosek.m

```
>> sample_yalmip_mosek
  MOSEK Version 10.0.43 (Build date: 2023-5-1 11:48:31)
  Copyright (c) MOSEK ApS, Denmark WWW: mosek.com
  Platform: Windows/64-X86
  Problem
       Name :
Objective sense : minimize
Type : CONIC (conic optimization problem)
Constraints : 21
        Affine conic cons. : 0
         Disjunctive cons.
                                                                                             : 0
         Cones
                                                                                                : 0
         Scalar variables : 0
        Matrix variables
Integer variables
  Optimizer started.
  Presolve started.
  Linear dependency checker started.
  Linear dependency checker terminated.
  Eliminator started.
  Freed constraints in eliminator: 0
  Eliminator terminated.
 Eliminator - tries
Lin. dep. - tries
Lin. dep. - number
                                                                                                                                                                                                                   time
time
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        : 0.00
                                                                                                                                            : 1
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         : 0.00
                                                                                                                                         : 1
                                                                                                                                         : 0
  Presolve terminated. Time: 0.00
  Problem
       Name :
Objective sense : minimize
Type : CONIC (conic optimization problem)
Constraints : 21
         Affine conic cons. : 0
         Disjunctive cons. : 0
         Cones
       Scalar variables : 0
Matrix variables : 2
Integer variables : 0
Optimizer - threads : 8

Optimizer - solved problem : the primal
Optimizer - Constraints : 21

Optimizer - Cones : 0

        Optimizer
        - Cones
        : 0

        Optimizer
        - Scalar variables
        : 0

        Optimizer
        - Semi-definite variables: 2
        scalarized
        : 91

        Factor
        - setup time
        : 0.00
        dense det. time
        : 0.00

        Factor
        - ML order time
        : 0.00
        GP order time
        : 0.00

        Factor
        - nonzeros before factor: 231
        after factor
        : 231

        Factor
        - dense dim.
        : 0
        flops
        : 2.48e+04

        ITE PFEAS
        DFEAS
        GFEAS
        PRSTATUS
        POBJ
        DOBJ
        MU
        TIME

  1 \quad \  \, 4.2 e-01 \quad 2.1 e-01 \quad 1.9 e-01 \quad 2.00 e-01 \quad \  \, -1.568542351 e+00 \quad -1.138163486 e+00 \quad 2.1 e-01 \quad 0.02 \\
  2 1.2e-01 6.0e-02 5.2e-02 -5.10e-02 -2.626770870e+00 -2.086534078e+00 6.0e-02 0.02
  3 \quad \  \  3.0e-02 \quad 1.5e-02 \quad 7.1e-03 \quad 5.39e-01 \quad \  \  -2.084223366e+00 \quad -1.911821928e+00 \quad 1.5e-02 \quad 0.02 \quad
```

```
6.3e-03 3.2e-03 1.1e-03 4.79e-01 -1.710555321e+00 -1.609065503e+00 3.2e-03 0.02
            1.9 e-03 \quad 9.7 e-04 \quad 2.6 e-04 \quad 4.29 e-01 \quad -1.440633713 e+00 \quad -1.375235808 e+00 \quad 9.7 e-04 \quad 0.02
5
6 6.8e-04 3.4e-04 6.9e-05 5.70e-01 -1.295059860e+00 -1.257936393e+00 3.4e-04 0.02
           1.6e-04 8.0e-05 1.4e-05 2.84e-01 -1.105295531e+00 -1.074649634e+00 8.0e-05 0.02
 8 \quad 3.8e-05 \quad 1.9e-05 \quad 2.6e-06 \quad 4.08e-01 \quad -9.962072623e-01 \quad -9.784716529e-01 \quad 1.9e-05 \quad 0.02 
9 9.9e-06 5.0e-06 5.7e-07 2.83e-01 -9.203861813e-01 -9.073783319e-01 5.0e-06 0.02
10 3.2e-06 1.6e-06 1.4e-07 4.51e-01 -8.774005888e-01 -8.697274998e-01 1.6e-06 0.02
11 \quad 1.2 \\ e^{-06} \quad 6.0 \\ e^{-07} \quad 5.0 \\ e^{-08} \quad 2.30 \\ e^{-01} \quad -8.430006803 \\ e^{-01} \quad -8.359507438 \\ e^{-01} \quad 6.0 \\ e^{-07} \quad 0.02
12 3.0e-07 1.5e-07 8.3e-09 5.72e-01 -8.173585343e-01 -8.143556690e-01 1.5e-07 0.02
13 \quad 1.0 \\ e-07 \quad 5.0 \\ e-08 \quad 2.5 \\ e-09 \quad 3.44 \\ e-01 \quad -7.989584961 \\ e-01 \quad -7.965537348 \\ e-01 \quad 5.0 \\ e-08 \quad 0.02 \\ e-08
14 \quad 3.2 \\ e^{-08} \quad 1.6 \\ e^{-08} \quad 5.3 \\ e^{-10} \quad 6.30 \\ e^{-01} \quad -7.895683640 \\ e^{-01} \quad -7.884773646 \\ e^{-01} \quad 1.6 \\ e^{-08} \quad 0.02
15 \quad 1.6 \text{e} - 08 \quad 7.8 \text{e} - 09 \quad 2.5 \text{e} - 10 \quad 4.37 \text{e} - 01 \quad -7.838424341 \text{e} - 01 \quad -7.828627688 \text{e} - 01 \quad 7.8 \text{e} - 09 \quad 0.02
16 \quad 4.8 \text{e} - 09 \quad 2.4 \text{e} - 09 \quad 4.7 \text{e} - 11 \quad 7.46 \text{e} - 01 \quad -7.801240745 \text{e} - 01 \quad -7.797477083 \text{e} - 01 \quad 2.4 \text{e} - 09 \quad 0.02
17 \quad 2.1 \\ e^{-09} \quad 1.1 \\ e^{-09} \quad 1.9 \\ e^{-11} \quad 4.60 \\ e^{-01} \quad -7.773050811 \\ e^{-01} \quad -7.769677644 \\ e^{-01} \quad 1.1 \\ e^{-09} \quad 0.02
18 \quad 5.5 \\ \text{e} - 10 \quad 2.7 \\ \text{e} - 10 \quad 2.9 \\ \text{e} - 12 \quad 7.73 \\ \text{e} - 01 \quad -7.757599923 \\ \text{e} - 01 \quad -7.756478269 \\ \text{e} - 01 \quad 2.7 \\ \text{e} - 10 \quad 0.02 \\ \text{e} -
19 \quad 7.2 \text{e-} 11 \quad 3.8 \text{e-} 11 \quad 9.9 \text{e-} 14 \quad 8.14 \text{e-} 01 \quad -7.750924328 \text{e-} 01 \quad -7.750847322 \text{e-} 01 \quad 3.6 \text{e-} 11 \quad 0.02
20 \quad 2.6 \text{e} - 12 \quad 1.6 \text{e} - 11 \quad 7.3 \text{e} - 16 \quad 9.56 \text{e} - 01 \quad -7.749461240 \text{e} - 01 \quad -7.749458159 \text{e} - 01 \quad 1.3 \text{e} - 12 \quad 0.02
21 \quad 4.6e - 14 \quad 3.1e - 10 \quad 2.0e - 18 \quad 9.99e - 01 \quad -7.749408779e - 01 \quad -7.749408720e - 01 \quad 2.5e - 14 \quad 0.02e - 18 \quad
Optimizer terminated. Time: 0.02
Interior-point solution summary
       Problem status : PRIMAL_AND_DUAL_FEASIBLE
       Solution status : OPTIMAL
       Primal. obj: -7.7494087789e-01 nrm: 1e+00 Viol. con: 1e-09
                                                                                                                                                                                                                                                                                          barvar: 0e+00
       Dual. obj: -7.7494087196e-01 nrm: 4e+03 Viol. con: 0e+00 barvar: 4e-12
Optimizer summary
       Optimizer
                                                                                                                                                                                                                 time: 0.02
              Interior-point - iterations : 21
                                                                                                                                                                                                           time: 0.02
                       Basis identification -
                                                                                                                                                                                                            time: 0.00
                                                                                                        - iterations : 0
                                                                                                                                                                                                         time: 0.00
                               Dual
                                                                                                        - iterations : 0
                                                                                                                                                                                                         time: 0.00
                               Clean primal - iterations : 0
                                                                                                                                                                                                         time: 0.00
                               Clean dual
                                                                                                            - iterations : 0
                                                                                                                                                                                                           time: 0.00
              Simplex
                                                                                                                                                                                                            time: 0.00
                       Primal simplex
Dual simplex
                                                                                                           - iterations: 0 time: 0.00 - iterations: 0 time: 0.00
               Mixed integer
                                                                                                             - relaxations: 0
                                                                                                                                                                                                            time: 0.00
ans =
       フィールドをもつ struct:
                yalmipversion: '20210331'
                matlabversion: '9.14.0.2206163 (R2023a)'
                          yalmiptime: 0.0475
                            solvertime: 0.0155
                                                info: 'Successfully solved (MOSEK)'
                                     problem: 0
gamma_opt =
             0.7749
X_opt =
           66.3091 5.1041 -166.1852 -23.0470 16.0397
              5.1041 1.5470 -8.2857 -5.0882 1.5097
    -166.1852 -8.2857 456.2491 57.9327 -34.8455
      -23.0470 -5.0882 57.9327 80.5318 -4.5469
          16.0397 1.5097 -34.8455 -4.5469 4.8826
Z_opt =
          -6.2688
            -2.5464
           14.4106
              4.0311
             -1.2957
K_opt =
              6.5233 -7.7434 1.7718 -0.2351 -6.8743
```

```
>> sample_yalmip_lmilab
Solver for linear objective minimization under LMI constraints
Iterations : Best objective value so far
    1
    2
    3
                      5.437626
    4
                     2.514236
    5
                      2.041024
    6
                      2.041024
    7
                      1.486270
    8
                      1.267833
    9
                      1.267833
   10
                      1.043977
   11
                      1.043977
   12
                      1.043977
   13
                      0.990801
   14
                     0.990801
   15
                     0.990801
   16
                     0.990801
   17
                     0.891910
                     0.891910
   18
                 new lower bound:
                                    0.435641
   19
                      0.821455
                 new lower bound:
                                    0.559121
   20
                     0.821455
***
                 new lower bound:
                                    0.627175
                     0.786921
   21
                                    0.681904
                 new lower bound:
                     0.783046
   22
                 new lower bound:
                                    0.756416
***
  23
                     0.777802
                 new lower bound:
                                    0.759309
   24
                      0.777404
                 new lower bound:
                                    0.764459
   25
                      0.776824
                                    0.768248
***
                 new lower bound:
                     0.776399
   26
                                    0.770428
                 new lower bound:
   27
                     0.775928
***
                 new lower bound:
                                    0.771885
   28
                     0.775705
                 new lower bound:
                                    0.772859
   29
                      0.775558
                 new lower bound:
                                    0.773515
   30
                     0.775400
***
                 new lower bound:
                                    0.773959
   31
                     0.775400
***
                 new lower bound:
                                    0.774261
   32
                     0.775267
                 new lower bound:
***
                                    0.774827
Result: feasible solution of required accuracy
        best objective value: 0.775267
         guaranteed absolute accuracy: 4.40e-04
         f-radius saturation: 0.000\% of R = 1.00e+09
You are using LMILAB. Please don't use LMILAB with YALMIP
```

```
https://yalmip.github.io/solver/lmilab/
Install a better SDP solver
https://yalmip.github.io/allsolvers/
To get rid of this message, edit calllmilab.m \,
(but don't expect support when things do not work,
YALMIP + LMILAB => No support)
フィールドをもつ struct:
  yalmipversion: '20210331'
   matlabversion: '9.14.0.2206163 (R2023a)'
     yalmiptime: 0.0480
     solvertime: 0.0600
          info: 'Successfully solved (LMILAB)'
       problem: 0
gamma_opt =
   0.7753
X_opt =
  65.2507 5.0400 -163.3688 -22.6920 15.8043
  5.0400 1.5422 -8.1157 -5.0673 1.4954
-163.3688 -8.1157 448.7471 56.9701 -34.2203
 -22.6920 -5.0673 56.9701 80.3253 -4.4693
 Z_opt =
  -6.1621
  -2.5363
 14.1251
  3.9965
  -1.2723
K_opt =
  6.5131 -7.7392 1.7693 -0.2351 -6.8600
```