

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Tecnologia e Geociências
Departamento de Engenharia Mecânica

ANÁLISE MULTIMÉTRICA DAS MOTOS

Fábio Magnani

Conteúdo

1	Introdução	3
1.1	Organização da Apostila	5
2	Mobilidades	5
2.1	A Cidade: Organização Econômica e Física	6
2.2	Métricas Individuais e Coletivas	8
2.3	Outras Métricas	8
3	Ciclo de Condução	9
4	Ciclo Simplificado	14
4.1	Cinemática	17
4.2	Dinâmica	19
4.3	Energia Mecânica	20
4.4	Consumo de Combustível	21
5	Cálculo das Métricas	22
5.1	Revisão de Matemática Financeira	22
5.2	Parâmetros dos Veículos	23
5.3	Equacionamento das Métricas Individuais	23
6	Estudo de Casos	31
7	Conclusão	38

1 Introdução

Na primeira apostila¹ deste curso², nós vimos as motocicletas a partir de um grande número de pontos de vista, como a sua história, seu movimento no trânsito e a cultura que as envolve. Depois, nas outras cinco apostilas³, o nosso objetivo passou a ser a criação um modelo físico, matemático e computacional do movimento longitudinal da motocicleta, modelo esse que nos permitiu calcular a dinâmica e o consumo de combustível das motos, levando em conta suas características físicas e também as estratégias de controle escolhidas pelo piloto. Na apostila de hoje, iremos sair de dentro das motos, ao considerar algumas métricas que nos permitirão comparar as motocicletas entre elas, e as motocicletas com outros veículos de transporte urbano de pessoas.

É muito importante salientar que as necessidades e as escolhas das pessoas varia enormemente dependendo de suas preferências, histórias pessoais e condições de vida, bem como da economia, cultura e organização urbana nas quais essa pessoa está inserida. São questões que envolvem a sociologia, economia e urbanismo, que vão muito além do escopo deste trabalho. As equações aqui propostas são extremamente simplórias, e certamente não refletem toda a complexidade do mundo real. No entanto, não podemos esperar o conhecimento completo antes de começarmos a investigar fenômenos

¹A primeira apostila do curso foi *Visões das Motocicletas*

²Este material foi desenvolvido para dar suporte às disciplinas *Engenharia da Motocicleta* do Curso de Graduação em Engenharia Mecânica da UFPE, e *Propulsão de Bicicletas e Motocicletas*, do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da mesma universidade.

³Da segunda à sexta apostila, tivemos: *Física Básica das Motos*, *Solução Computacional do Movimento das Motos*, *A Moto por Dentro*, *O Motor da Moto*, e *O Piloto da Moto*.

importantes. Afinal, a escolha por usar ou não uma motocicleta, que é o objeto de estudo desta disciplina, vai muito além de aspectos puramente técnicos. Então, para instigar o pensamento sobre quais são as razões pela qual as pessoas escolhem usar as motocicletas, nós começaremos refletindo sobre a importância das várias dimensões da mobilidade.

O sociólogo John Urry (*Mobilities*, 2007) estende o uso da palavra mobilidade para áreas muito além das quais estamos acostumados. Para ele, mobilidade se refere ao movimento de pessoas e mercadorias, mas também ao movimento de dinheiro, drogas e informação. Por exemplo, na idade média, assim como a mobilidade de uma pessoa podia estar associada ao seu movimento até uma das pouquíssimas bibliotecas, o movimento de um livro até essa pessoa também era mobilidade. O uso das tecnologias de informação para comunicação entre as pessoas vêm aumentando muito a mobilidade social, mesmo que não esteja aumentando o movimento físico dessas pessoas.

Para analisar os vários meios de transporte, vamos usar o termo *métrica*. Podemos ter uma métrica cinemática, como a velocidade média; uma métrica financeira, como o gasto com combustível; uma métrica psicológica, como a sensação física de usar tal meio de transporte; e assim por diante. Para as pessoas, as métricas mais importantes são a mobilidade socioeconômica (para se relacionarem com outras pessoas, terem acesso ao trabalho e à cultura), o risco de acidentes (o transporte de pessoas é responsável por milhares de mortes no Brasil todos os anos), as recompensas psicológicas (a pessoa sentir prazer físico por andar de moto, poder se sentir especial por ter uma bicicleta antiga, poder se sentir importante por ter um carro importado), e os gastos globais com o transporte (somando vários gastos, como aquisição, seguro, impostos, gasolina, tempo perdido no tráfego, *etc.*).

Em um nível secundário, são importantes métricas como a velocidade máxima, aceleração, custo de aquisição, custo operacional, e mobilidade no tráfego. Essas métricas não são tão importantes em si, mas claramente têm um forte impacto nas métricas mais importantes do parágrafo anterior. São para essas métricas que olharemos com mais detalhes nesta apostila (pois são mais fáceis de quantificar).

Em um terceiro nível, existem as métricas que influenciam as métricas secundárias. Por exemplo, potência e torque do motor, e peso do veículo. Certamente essas métricas influenciam a dinâmica, que certamente influencia os gastos e a experiência de pilotagem - muito embora não sejam importantes em si. As campanhas publicitárias dão muita ênfase para essas métricas. Por exemplo, em geral destacam o fato da moto X ter grande potência, não destacam a moto ser mais segura, mais rápida, ou mais ágil no tráfego.

O modelo matemático proposto nesta apostila é extremamente simples, tanto na forma das equações quanto na qualidade dos dados que o alimenta.

Portanto, as conclusões numéricas alcançadas aqui não devem ser generalizadas. Que o modelo seja visto como uma ferramenta de instigação, que faça com que o leitor pense nos vários aspectos que são levados em conta quando alguém escolhe andar de moto ou de ônibus.

1.1 Organização da Apostila

Na próxima seção, discutiremos a mobilidade urbana e alguns critérios para estudá-la. Depois, analisaremos rapidamente como a moto se comporta no tráfego. Iremos então propor um ciclo simplificado para representar esse movimento e analisaremos os erros cometidos por essa simplificação. Na Seção 4 vamos deduzir as equações cinemáticas, dinâmicas e energéticas desse movimento simplificado. Na Seção 5 iremos propor equações de monetização que nos permitirão comparar quantitativamente as várias métricas. Finalmente, na Seção 6 usaremos o modelo proposto para comparar vários veículos diferentes. Na última seção, iremos fechar o material e propor atividades de estudo.

2 Mobilidades

Antes de pensarmos em porque uma pessoa escolhe andar de moto, precisamos pensar em porque essa pessoa quer se mover. Em um nível mais geral, as pessoas se movem em busca de oportunidades sociais (conhecer pessoas interessantes), culturais (assistir um espetáculo de música, estudar em uma universidade), psicológicas (aproveitar o passeio) e econômicas (trabalhar, comprar ou vender). No mundo moderno, uma grande parte das movimentações se dá por questões econômicas: *i.e.*, as pessoas se movimentam o tempo principalmente para trabalhar, comprar e vender. Quanto maior o nível de atividade econômica de uma cidade, maior a necessidade de mobilidade — física ou de informação.

Um livro interessante, escrito por um filósofo e mecânico de motos, é *Shop Class as Soulcraft*, de Matthew B. Crawford (2009). Nele, o autor explica como, até o início da revolução industrial, o trabalho (*e.g.*, realizado por agricultores, militares, monges e artesãos) dignificava as pessoas, já que envolvia conhecimento de técnicas e o controle de todo o processo. Com a especialização do trabalho a partir da Revolução Industrial, as pessoas não sabem mais qual o fruto final do seu trabalho, e muitas vezes não podem decidir como realizá-lo — e por isso o trabalho de hoje em dia seria muito mais entediante do que foi há tempos. A pergunta que Crawford nos faz é: por que trabalhamos tanto em algo que não gostamos de fazer? A resposta:

para termos dinheiro. E a próxima pergunta que ele nos faz, então, é: por que precisamos de dinheiro? Para comprar coisas que não precisamos e para pagar as dívidas que contraímos para comprar essas coisas. Para ele, a armadilha é estimular o crédito e o desejo por mercadorias, e então as pessoas irão trabalhar no que não gostam. As propagandas convencem a pessoa de que ela precisa uma moto nova, uma viagem nova, uma roupa nova, uma casa nova. O que ele propõe como remédio para essa armadilha, usando o conserto de motos como exemplo, é que a gente pense no que realmente é importante para a gente. Será que vale a pena trabalhar 40 horas por semana em um trabalho chato para poder consumir um hotel caro no final de semana que nos faça esquecer do trabalho chato que pagou por ele? Será que precisamos consumir tanto quanto consumimos? Será que não estamos pagando caro demais, com uma vida insatisfatória e com a dilapidação irreversível do nosso planeta?

2.1 A Cidade: Organização Econômica e Física

Voltando à nossa conversa sobre mobilidade, o grande motivador dos movimentos urbanos é a atividade social, cultural e econômica da cidade. Dada essa atividade, o segundo ponto importante é como a cidade é organizada. As casas são próximas às indústrias? Pouco movimento é necessário. Os bairros residenciais e industriais são distantes? Então mais movimento é necessário. A integração de residências, trabalho e comércio têm vantagens e desvantagens. Para quem estiver interessado em conhecer algumas teorias sobre porque as cidades são, ou deveriam ser, deste ou daquele jeito, recomendo os clássicos opostos: *The City of To-morrow and Its Planning*, do Le Corbusier (1929), e *The Death and Life of Great American Cities*, de Jane Jacobs (1961). Para uma visão mais integradora, moderna e talvez mais sensata, um livro bem interessante é *Triumph of the City* (Edward L. Glaeser, 2011).

Em um terceiro nível, dadas a atividade socio-cultural-econômica e a organização da cidade, vem a escolha do sistema de transporte. Qual percentual será feito usando carros, qual o percentual usando metrô? Aqui, basicamente, as cidades escolhem a participação do subsistema individual (*e.g.*, carro, moto, bicicleta, táxi) e do subsistema coletivo (*e.g.*, ônibus, metro, Kombi). Para compreender a relação entre o subsistema de transporte individual e o coletivo, bem como as relações entre o sistema de transporte e a organização das cidades, o livro clássico é *The Transit Metropolis*, de Robert Cervero (1998).

Há vantagens e desvantagens entre o subsistema individual e o coletivo. Em geral, o subsistema coletivo transporta mais gente e de forma mais barata. Por outro lado, o subsistema individual transporta para uma maior

diversidade de locais e de horários. As cidades escolhem a proporção entre os dois subsistemas que melhor se adapte às suas peculiaridades.

Dentro de um dos subsistemas de transporte, o individual ou o coletivo, há a escolha entre vários veículos⁴. Por exemplo, é melhor andar de carro ou de moto? Ao fazer esta pergunta, a pessoa não está se perguntando por que precisa se mover, ou por que precisa se mover de A para B. A pergunta é apenas em como se mover. Essa escolha envolve várias dimensões, por exemplo: custo de aquisição, custo de operação, segurança, conforto, prestígio e tempo perdido no tráfego.

Um desafio é em como comparar essas métricas tão diferentes. Para fazer essa comparação, nesta apostila iremos monetizar (dar um valor financeiro) para cada uma dessas métricas, e assim poderemos compará-las.

Existem pessoas que se sentem desconfortáveis em colocar um valor financeiro em tudo, e então preferem transformar tudo em tempo. A ideia é a mesma, transformar tempo em dinheiro ou dinheiro em tempo. Quer dizer, você pode estimar quanto vale o seu tempo perdido no tráfego, ou então estimar quanto tempo precisará trabalhar para comprar o seu carro. O importante é que as métricas tenham a mesma unidade para poderem ser comparadas.

A escolha dos fatores que transformam conforto em dinheiro, por exemplo, devem refletir o valor que as pessoas dão para aquela métrica. Por exemplo, digamos que uma pessoa tenha que escolher entre pagar R\$100 por mês para andar de carro ou de ônibus⁵. Certamente ele vai preferir andar de carro, pois é mais confortável e prático. E se o carro custar R\$150 e o ônibus custar R\$100? Provavelmente ele vai continuar preferindo o carro, pois o conforto e praticidade valem mais do que R\$50 por mês. Mas se o carro custar R\$15.000 por mês? Então talvez ele prefira o ônibus. Os fatores de conversão de conforto (ou tempo, ou segurança) para dinheiro devem ser escolhidos de forma a representar as escolhas que as pessoas fazem no dia a dia.

⁴Nossa apostila olha particularmente para a escolha entre vários veículos em um subsistema de transporte individual

⁵No caso dos ônibus, estou sempre pensando na cidade do Recife, onde são caros, lentos e desconfortáveis. Essa realidade, vivida pela maioria dos estudantes que lerão esta apostila, não é verdade em outras cidades do mundo, onde os veículos coletivos são uma ótima opção em questão de conforto, custo e praticidade. O nosso problema não está no ônibus enquanto conceito, mas sim na forma como vem sendo usado por aqui. Para se ter uma ideia, há duas linhas que os estudantes usam como metáfora para o inferno: Barro/Macacheira e Rio Doce/CDU.

2.2 Métricas Individuais e Coletivas

Outro ponto fundamental na discussão da mobilidade é a diferença entre métricas individuais e coletivas. Quer dizer, se a escolha está sendo feita por um indivíduo (que não pode mudar muito a sua realidade social, econômica e urbanística) ou pela coletividade (que precisa se preocupar com o bem-estar de toda a população). Por exemplo, em uma cidade quente e com sistema de transporte coletivo precário, a grande maioria dos indivíduos prefere andar de carro. O que é extremamente racional e inteligente. Por outro lado, para a cidade como um todo, seria mais interessante ter menos carros e um sistema de transporte coletivo mais atrativo, pois isso diminuiria os congestionamentos. Para a cidade, o racional e inteligente é diminuir um pouco o uso de carros. São dois pontos de vista completamente diferentes e completamente legítimos. É importante sempre perceber qual o ponto de vista que está sendo usado em determinado estudo ou conversa, pois confundir os dois gera confusão e brigas desnecessárias. Uma coisa é uma pessoa escolher andar de carro, outra muito diferente é um gestor público estimular que todos usem carros.

Essa diferença dependendo do ponto de vista ocorre porque há vários custos do transporte que são coletivos, logo o indivíduo tem dificuldade em quantificá-los. Por exemplo, o espaço público destinado a estacionamento ao longo das ruas, o tratamento de acidentados, a poluição, as mudanças climáticas, a construção de vias, a modificação do tecido social, e assim por diante. Se o indivíduo já tem dificuldade em comparar gasto com gasolina e conforto, imagine comparar o custo de aquisição do seu veículo com os gastos do sistema de saúde com atropelados.

2.3 Outras Métricas

Como dito anteriormente, nosso modelo computacional tem por objetivo servir como uma ferramenta de instigação ao pensamento, muito mais do que a precisa representação do mundo real. Portanto, fizemos algumas escolhas nas métricas que iremos estudar. Outras métricas relativamente fáceis de quantificar, e que poderiam também ter sido calculadas, seriam: velocidade efetiva⁶, emissão de CO₂ (na construção do veículo, na produção de energia, na operação diária e no descarte), emissão de poluentes, risco de sofrer acidentes, risco de provocar acidentes, e a imposição de massa/segurança nos outros veículos (*i.e.*, o uso de veículos pesados e velozes força os outros

⁶Na velocidade efetiva, como explicado anteriormente, a pessoa converte dinheiro em tempo, e não tempo em dinheiro. É a mesma ideia e leva às mesmas conclusões, mas, por esconder a menção do dinheiro, deixa algumas pessoas mais confortáveis.

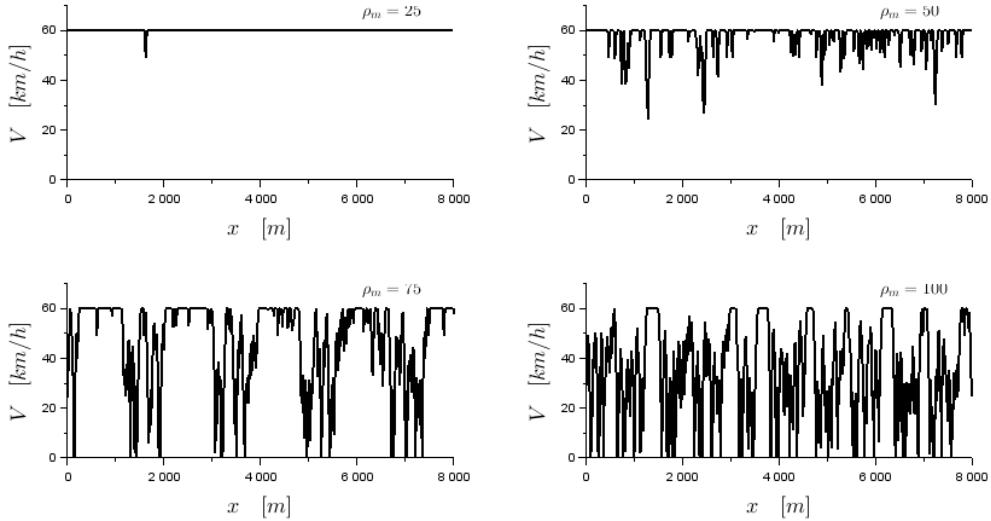


Figura 1: Trajetória da motocicleta em função da densidade ρ_m [motos/km] na pista. Simulação computacional considerando tráfego de motos em uma via de pista única sem ultrapassagens.

veículos a serem mais pesados para se protegerem no caso de colisão).

3 Ciclo de Condução

O movimento de uma motocicleta no tráfego é algo extremamente variável, dependendo das condições da pista, do tipo de moto, das vontades do piloto e, principalmente em vias mais lotadas, das condições do tráfego. Na apostila *A Moto no Tráfego* vamos construir um modelo computacional para estudar particularmente o efeito do tráfego no movimento. Para adiantar um pouco, vejamos a Figura 1, que mostra a evolução da velocidade de uma moto em diferentes densidades na via⁷. Quando há poucas motos na pista ($\rho_m=25$ motos/km), o motoqueiro consegue manter a velocidade média próxima à máxima (60 km/h), com exceção de uma frenagem aleatória para desviar de um buraco ou algo assim. Quanto maior a densidade de veículos na pista, menor a velocidade média e maior o número de acelerações e frenagens, conforme vemos nos outros gráficos da mesma figura.

Digamos agora que alguém queira comparar o consumo de duas mo-

⁷Os resultados foram obtidos com uma modificação do modelo computacional desenvolvido por Maurício Novaes Santos (2018). Para as simulações da Figura 1, consideramos que há apenas motos na pista e que elas não podem ultrapassar umas às outras.

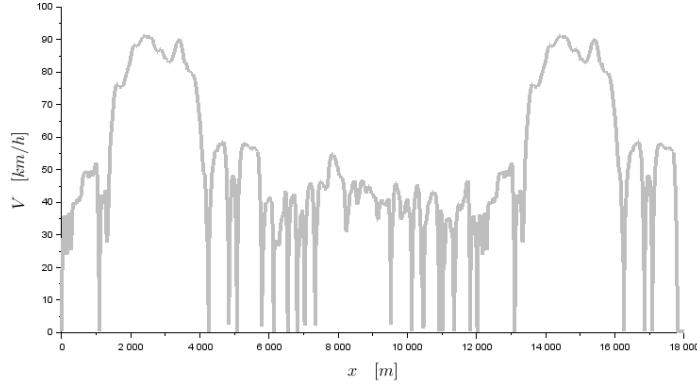


Figura 2: Ciclo de condução completo

tos. Como ele pode fazer isso se o movimento de cada moto depende tanto de condições externas variáveis? Para lidar com isso, é comum criar ciclos de condução, que são vetores de velocidade que tentam representar o que acontece no mundo real, mas que por outro lado podem ser repetidos em laboratório. Por exemplo, a Figura 2 mostra o ciclo FTP-75, que é bastante usado ao redor do mundo para testar consumo e emissão de poluentes⁸. Para ter uma visão mais completa desses ciclos, recomendo a leitura da tese de doutorado do Guilherme Medeiros de Andrade (2021).

Nós poderíamos fazer os estudos desta apostila usando o ciclo da Figura 2, mas, ao invés disso, iremos propor um ciclo simplificado que nos permitirá encontrar soluções analíticas mais diretas. No restante desta seção iremos comparar o ciclo de condução com um ciclo simplificado, para termos noção dos erros associados à simplificação.

Na Figura 3 vemos o ciclo simplificado, que tem basicamente uma parte em aceleração (que chamaremos de rampa de velocidade) e uma parte com velocidade constante (que chamaremos de cruzeiro). A ideia com esse ciclo é representar o que acontece entre dois semáforos, com a moto acelerando no início e depois se deslocando em velocidade constante até a próxima parada.

Para nos aproximarmos mais do que acontece no Recife, em que a velocidade máxima é 60 km/h, vamos considerar apenas uma parte do ciclo de condução (4.000 a 12.000m). Na Figura 5 vemos a comparação entre o ciclo de condução e o ciclo simplificado (replicado várias vezes).

Para propor os parâmetros do ciclo simplificado, fizemos os seguintes ajustes: 1) a aceleração da rampa foi escolhida para ser igual à aceleração média do ciclo de condução (considerando apenas os instantes em que a moto

⁸Há vários ciclos como esses, dependendo do país e da utilização.

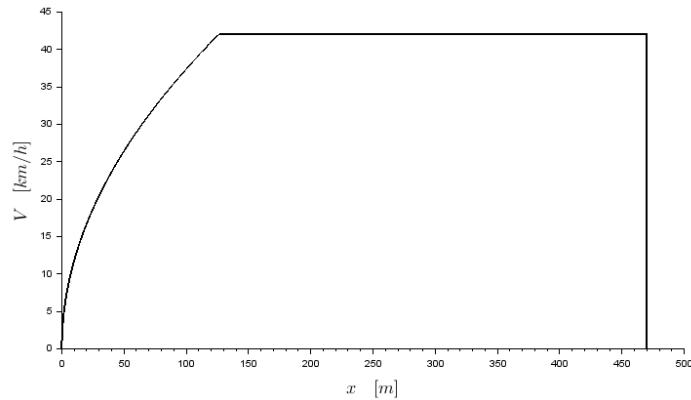


Figura 3: Ciclo simplificado

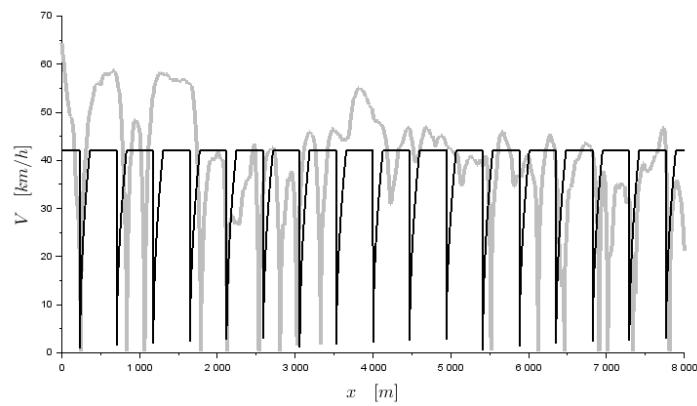


Figura 4: Ciclo de condução cortado (4.000 a 12.000 m, em cinza) e o ciclo simplificado replicado (17 vezes, em preto).

Tabela 1: Comparação cinemática entre o ciclo de condução proposto e o ciclo simplificado proposto (em movimento quando $V > 0,2 \text{ m/s}$; acelerando quando $a > 0,05 \text{ m/s}^2$).

Parâmetro	Ciclo de condução	Ciclo simplificado
$L, \text{ m}$	8.000	8.000
n_{par}	17	17
$V_{med,mov}, \text{ km/h}$	33,1	33,8
$V_{med,tot}, \text{ km/h}$	28,5	33,8
$a_{med,acel}, \text{ m/s}^2$	0,54	0,54
$a_{med,des}, \text{ m/s}^2$	-0,68	-102,4
$a_{med,mov}, \text{ m/s}^2$	0,00	0,01
$a_{med,tot}, \text{ m/s}^2$	-0,01	0,00
$\Delta t_{tot}, \text{ s}$	1012	851
$\Delta t_{par}, \text{ s}$	143	0
$\Delta t_{mov}, \text{ s}$	869	851
$\Delta t_{crz}, \text{ s}$	156	499
$\Delta t_{acel}, \text{ s}$	394	351
$\Delta t_{des}, \text{ s}$	319	1

está acelerando), 2) o comprimento de cada período do ciclo simplificado foi escolhido para que os dois tivessem o mesmo número de paradas, 3) a velocidade de cruzeiro do ciclo simplificado foi escolhida para que a velocidade média dos dois ciclos fossem parecidas (considerando apenas os instantes em que a moto está em movimento⁹), 4) a eficiência do motor (considerada constante) foi ajustada para que o consumo da moto fosse o mesmo ao calculado usando eficiência variável, 5) a potência interna dissipada foi escolhida para que o consumo calculado pelo modelo dinâmico de movimento longitudinal fosse mantido ao calcularmos o consumo pelo modelo simplificado da próxima seção.

A Tabela 1 mostra as diferenças cinemáticas entre o ciclo de condução e o ciclo combinado, e a Tabela 2 mostra as diferenças energéticas. Caso não seja dito nada em contrário, os dados da motocicleta serão aqueles apresentados no Apêndice da apostila *O Motor da Moto*. Nesta seção, iremos usar o modelo do movimento longitudinal desenvolvido nas apostilas passadas, mas da próxima seção em diante usaremos o modelo simples que será desenvolvido.

⁹Consideramos que a moto está em movimento quando a velocidade é maior que 0,2 m/s e que está acelerando quando a aceleração é maior que 0,05 m/s²

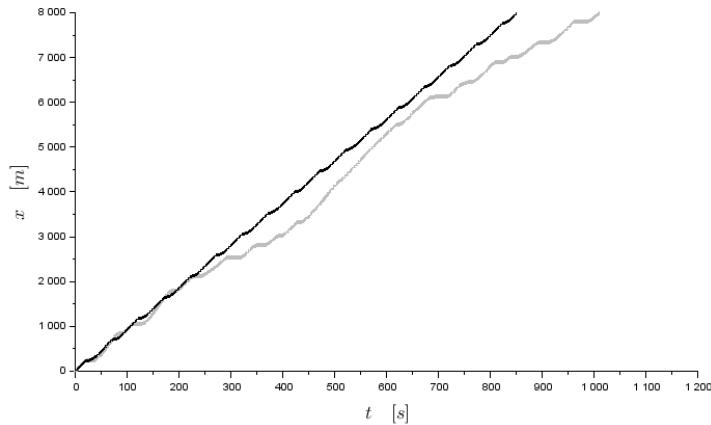


Figura 5: Variação da posição com o tempo no ciclo de condução (cinza) e no ciclo simplificado (preto).

A diferença cinemática entre o ciclo de condução e o ciclo simplificado se dá principalmente porque o veículo no ciclo de condução fica parte do tempo parado. Podemos ver isso na Figura 5, em que há mini-platôs na parte em que a moto fica parada.

A Tabela 2 mostra cinco simulações do movimento da moto. As quatro primeiras foram feitas com o modelo longitudinal desenvolvido nas apostilas passadas, enquanto o quinto mostra os resultados para o modelo que será apresentado na próxima seção. São mostrados os resultados para eficiência variável e constante (o valor constante foi ajustado para que os consumos fossem parecidos), e para o ciclo de condução e o ciclo combinado (a diferença se dá principalmente pelas diferenças de tempo parado entre os dois ciclos). Observa-se, comparando a quarta e a quinta linhas, que o ajuste do modelo simplificado foi feita de forma correta, já que apresenta o mesmo resultado obtido caso usássemos o modelo de movimento longitudinal (que exige a solução da equação diferencial do movimento) das apostilas passadas. É importante salientar que os dois apresentam resultados parecidos apenas neste caso simples. O modelo de movimento longitudinal continua importante quando queremos estudar movimentos em que o piloto, o motor e a pista provocam um comportamento mais complexo da motocicleta.

Comparando as Tabelas 1 e 2 vê-se uma diferença entre as velocidades médias na análise puramente cinemática e na simulação dinâmica. Isso ocorre porque o movimento simulado da motocicleta não é exatamente igual ao ciclo proposto. Quando olhamos para os pequenos detalhes, vemos que não necessariamente a velocidade simulada é exatamente igual à desejada,

Tabela 2: Movimento e consumo da moto (no ciclo simplificado foi simulada apenas uma pista de 470m)

Tipo de movimento	Tipo de cálculo	η_m	V_{med} , km/h	ϵ , km/L
Ciclo de condução	simulado	variável	27,0	35,4
Ciclo de condução	simulado	constante	27,0	35,7
Ciclo simplificado	simulado	variável	33,0	33,1
Ciclo simplificado	simulado	constante	33,0	33,2
Ciclo simplificado	analítico	constante	33,2	33,1

conforme mostrado na Figura 6. Isso se dá tanto pelas restrições dinâmicas da moto¹⁰ quanto por questões numéricas¹¹.

Na Figura 7 vemos como a eficiência varia durante o trajeto. A Figura 8 apresenta a análise dinâmica da moto no ciclo de condução. Conforme bastante descrito na apostila *O Piloto da Moto*, vemos o desenvolvimento da velocidade de acordo com o especificado no ciclo, que a moto não realiza manobras indesejadas, e a evolução do uso do acelerador e do freio. Análise semelhante é apresentada na Figura 7, mas agora para o ciclo simplificado. Nesse último caso, para diminuir os erros, simulamos apenas um ciclo rampa/cruzeiro para medir a velocidade média e o consumo.

4 Ciclo Simplificado

Como comentado anteriormente, o ciclo combinado que usaremos nesta apostila consiste de um trecho com aceleração constante seguido de um trecho com velocidade constante (Figura 3). Nesta seção faremos a análise cinemática, dinâmica e energética deste ciclo. Na próxima seção, de métricas, poderíamos até usar os resultados da simulação do movimento longitudinal, como fizemos na seção passada, mas perderíamos a elegância da solução analítica. Fica como atividade ao leitor refazer o estudo de casos com o modelo mais preciso¹². Para respeitar o ajuste do ciclo simplificado ao ciclo de condução,

¹⁰A moto não necessariamente consegue frear ou acelerar conforme o ciclo.

¹¹Os ciclos são especificados a cada 1 segundo, então o que acontece entre essas velocidades específicas depende do tipo de interpolação escolhida. Não entraremos nestes detalhes nesta apostila, já que o objetivo é explorar as várias métricas. No entanto, essas questões certamente são importantes para o cálculo preciso do consumo.

¹²Importante comentar, outra vez, que modelos mais detalhados em geral perdem a elegância matemática. Por um lado são mais precisos, mas por outro não revelam a relevância e a inter-relação entre as variáveis.

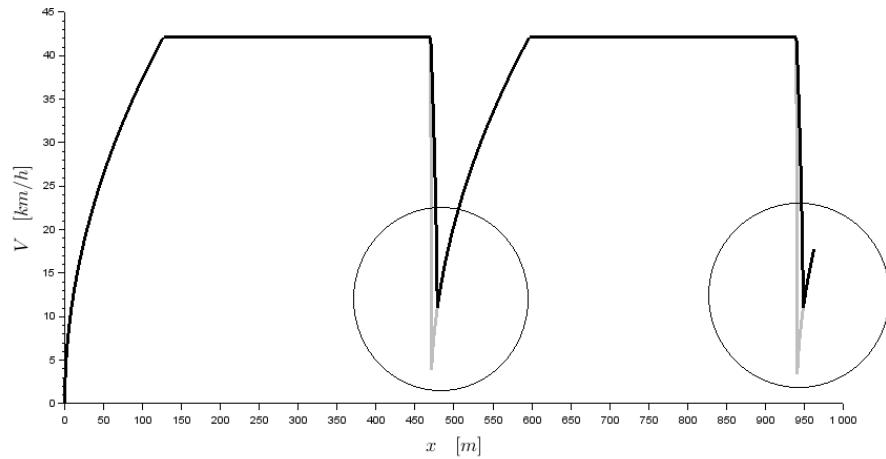


Figura 6: Diferença entre a velocidade desejada (cinza) e a velocidade simulada (preto). Essa diferença explica o desvio entre a análise cinemática do ciclos propostos (Tabela 1) e dos ciclos simulados (Tabela 2).

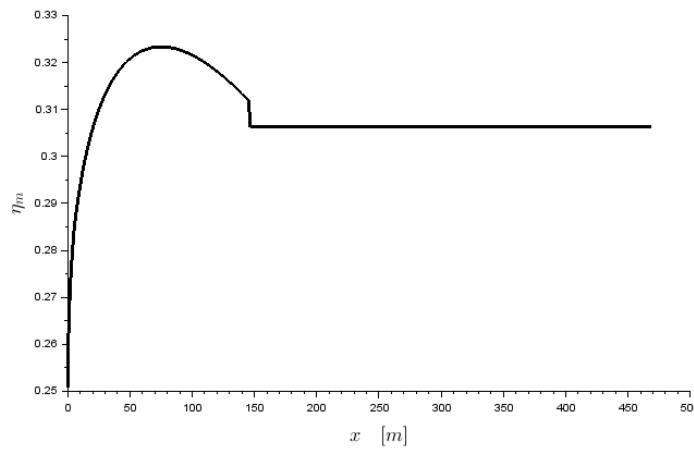


Figura 7: Variação da eficiência do motor com a posição no ciclo simplificado

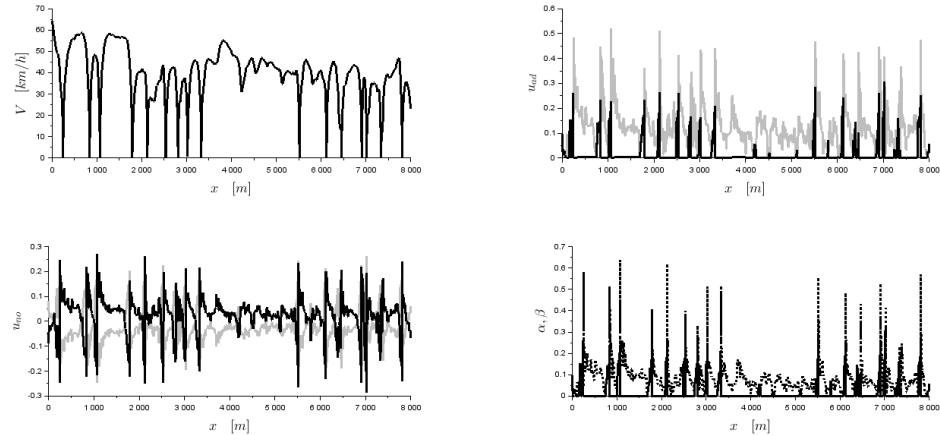


Figura 8: Movimento da moto seguindo o ciclo de condução

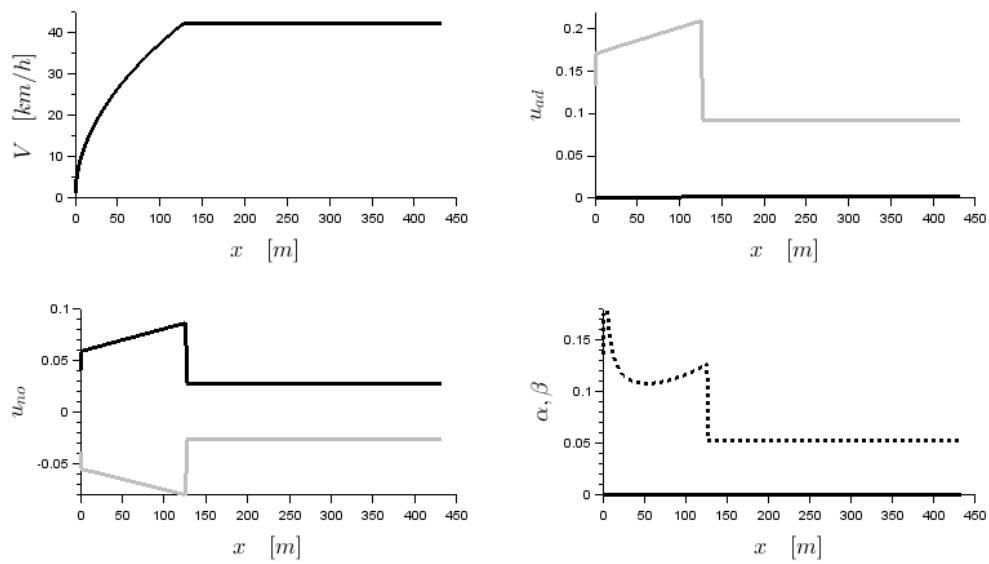


Figura 9: Movimento da moto seguindo o ciclo simplificado

vamos considerar que cada pista (L_{pst}) tem 470m. Depois, os valores obtidos para cada pista serão replicados várias vezes até completar o deslocamento total desejado no mês (L_{mes}).

4.1 Cinemática

O movimento do ciclo simplificado é bastante simples, com aceleração nula ou constante dependendo do trecho. Então, podemos usar as relações clássicas de movimento uniformemente acelerado:

$$x = x_0 + V_0 t + \frac{a}{2} t^2 \quad (1)$$

$$V = V_0 + at \quad (2)$$

$$V^2 = V_0^2 + 2a(x - x_0) \quad (3)$$

Rampa de Velocidade

No primeiro trecho do ciclo, de aceleração constante, a moto sai da velocidade zero, acelerando (a_{rmp}) até alcançar a velocidade de cruzeiro (V_{crz}).

$$a = a_{rmp} \quad (4)$$

$$V_0 = 0 \quad (5)$$

As Equações 1-3 geram:

$$V = a_{rmp}t \quad (6)$$

$$dt = \frac{dV}{a_{rmp}} \quad (7)$$

$$\Delta t_{rmp} = \frac{V_{crz}}{a_{rmp}} \quad (8)$$

$$L_{rmp} = \frac{V_{crz}^2}{2a_{rmp}} \quad (9)$$

Velocidade de Cruzeiro

No parte de cruzeiro, a aceleração é constante.

$$a = 0 \quad (10)$$

$$V_0 = V_{crz} \quad (11)$$

Das Equações 1-3 obtemos:

$$V = V_{crz} \quad (12)$$

$$x = L_{rmp} + V_{crz}(t - \Delta t_{rmp}) \quad (13)$$

$$dt = \frac{dx}{V_{crz}} \quad (14)$$

$$L_{crz} = L_{pst} - L_{rmp} = L_{pst} - \frac{V_{crz}^2}{2a_{rmp}} \quad (15)$$

$$\Delta t_{crz} = \frac{L_{crz}}{V_{crz}} = \frac{L_{pst} - L_{rmp}}{V_{crz}} = \frac{L_{pst}}{V_{crz}} - \frac{L_{rmp}}{V_{crz}} \quad (16)$$

$$\Delta t_{crz} = \frac{L_{pst}}{V_{crz}} - \frac{V_{crz}}{2a_{rmp}} \quad (17)$$

Pista Completa

Unindo os dois trechos, podemos calcular o tempo para percorrer a pista e a velocidade média:

$$\Delta t_{pst} = \Delta t_{rmp} + \Delta t_{crz} \quad (18)$$

$$\Delta t_{pst} = \frac{L_{pst}}{V_{crz}} + \frac{V_{crz}}{2a_{rmp}} \quad (19)$$

$$V_{med,pst} = \frac{L_{pst}}{\Delta t_{pst}} = \frac{L_{pst}}{\frac{L_{pst}}{V_{crz}} + \frac{V_{crz}}{2a_{rmp}}} \quad (20)$$

$$V_{med,pst} = \frac{V_{crz}}{1 + \frac{V_{crz}^2}{2a_{rmp}L_{pst}}} \quad (21)$$

4.2 Dinâmica

A massa útil que a moto carrega é a soma das massas dos passageiros mais a massa da carga:

$$m_{uti} = n_{pas}m_{pas} + m_{crg} \quad (22)$$

Que, somada com a massa da própria moto, resulta na massa total do conjunto:

$$m_{tot} = m_{vei} + m_{uti} \quad (23)$$

A dinâmica da moto é modelada pela Segunda Lei de Newton (ver Seção 5 da apostila *Física Básica das Motos*). No caso sem frenagem, temos:

$$m_{tot}a = \frac{P_{pro}}{V} - F_{res} \quad (24)$$

ou:

$$P_{pro} = (m_{tot}a + F_{res})V \quad (25)$$

Considerando que não há velocidade do vento ($W = 0$), as forças resistentes são:

$$F_{res} = k_A V^2 + C_R m_{tot} g \cos \theta_{pista} + m_{tot} g \sin \theta_{pista} \quad (26)$$

Logo, podemos calcular a potência de propulsão na roda por:

$$P_{pro} = m_{tot}aV + C_R m_{tot}g \cos \theta_{pista}V + m_{tot}g \sin \theta_{pista}V + k_A V^3 \quad (27)$$

Casos Limites

Na parte de cruzeiro, sem aceleração, a potência necessária na roda é:

$$P_{pro,crz} = C_R m_{tot}g \cos \theta_{pista}V_{crz} + m_{tot}g \sin \theta_{pista}V_{crz} + k_A V_{crz}^3 \quad (28)$$

A potência máxima é exigida ao final da rampa de velocidade, momento em que tanto a resistência inercial quanto a aerodinâmica são máximas:

$$P_{pro,fim/rmp} = m_{tot}a_{rmp}V_{crz} + C_R m_{tot}g \cos \theta_{pista}V_{crz} + m_{tot}g \sin \theta_{pista}V_{crz} + k_A V_{crz}^3 \quad (29)$$

ou:

$$P_{pro,fim/rmp} = m_{tot}a_{rmp}V_{crz} + P_{pro,crz} \quad (30)$$

4.3 Energia Mecânica

A energia mecânica necessária para o movimento é dada pela integral da potência:

$$E_{pro} = \int P_{pro} dt \quad (31)$$

Rampa de Velocidade

No caso da rampa de velocidade:

$$E_{pro,rmp} = \int_{V=0}^{V=V_{crz}} \left\{ m_{tot} a_{rmp} V + C_R m_{tot} g \cos \theta_{pista} V + m_{tot} g \sin \theta_{pista} V + k_A V^3 \right\} \frac{dV}{a_{rmp}} \quad (32)$$

ou:

$$E_{pro,rmp} = m_{tot} \frac{V_{crz}^2}{2} + C_R m_{tot} g \cos \theta_{pista} \frac{V_{crz}^2}{2a_{rmp}} + m_{tot} g \sin \theta_{pista} \frac{V_{crz}^2}{2a_{rmp}} + k_A \frac{V_{crz}^4}{4a_{rmp}} \quad (33)$$

Velocidade de Cruzeiro

O mesmo vale para o trecho em velocidade constante:

$$E_{pro,crz} = \int_{x=L_{rmp}}^{x=L_{rmp}+L_{crz}} \left\{ C_R m_{tot} g \cos \theta_{pista} V_{crz} + m_{tot} g \sin \theta_{pista} V_{crz} + k_A V_{crz}^3 \right\} \frac{dx}{V_{crz}} \quad (34)$$

ou:

$$E_{pro,crz} = \left(C_R m_{tot} g \cos \theta_{pista} + m_{tot} g \sin \theta_{pista} + k_A V_{crz}^2 \right) \left(L_{pst} - \frac{V_{crz}^2}{2a_{rmp}} \right) \quad (35)$$

Pista Completa

Somando as energias para os dois trechos, temos que a energia mecânica necessária para o movimento da moto é:

$$E_{pro,pst} = E_{pro,rmp} + E_{pro,crz} \quad (36)$$

ou:

$$E_{pro,pst} = m_{tot} \frac{V_{crz}^2}{2} + C_R m_{tot} g \cos \theta_{pista} L_{pst} + m_{tot} g \operatorname{sen} \theta_{pista} L_{pst} + k_A V_{crz}^2 \left(L_{pst} - \frac{V_{crz}^2}{4a_{rmp}} \right) \quad (37)$$

4.4 Consumo de Combustível

Conforme visto na apostila *O Piloto da Moto*, a energia da fonte¹³ é convertida em energia mecânica no motor. Parte dessa energia mecânica é dissipada internamente no próprio motor e parte é dissipada na transmissão. O restante vai para a roda. Logo, a energia da fonte é dada por:

$$E_{font,pst} = \frac{E_{pro}}{\eta_t \eta_m} + \frac{P_{int} \Delta t_{pst}}{\eta_m} \quad (38)$$

ou:

$$E_{font,pst} = \frac{E_{pro}}{\eta_t \eta_m} + \frac{P_{int} L_{pst}}{V_{med,pst} \eta_m} \quad (39)$$

A massa de combustível¹⁴ é:

$$m_{comb,pst} = \frac{E_{font,pst}}{PC_{comb}} \quad (40)$$

E o volume do combustível consumido:

$$\mathbb{V}_{pst} = \frac{E_{font,pst}}{\rho_{comb} PC_{comb}} \quad (41)$$

A economia do veículo (*i.e.*, quantos quilometros ele roda por litro equivalente de gasolina) é dada por:

$$\epsilon = \frac{L_{pst}}{\mathbb{V}_{pst}} \quad (42)$$

¹³A fonte de energia é o combustível no caso de motores de combustão interna, energia química da bateria no caso de veículos elétricos, e principalmente glicogênio no caso de propulsão humana.

¹⁴Ao longo desta apostila, iremos sempre calcular a massa de combustível usando o poder calorífico da gasolina. Mesmo para o caso de veículos elétricos e propulsão humana. Isso significa que os cálculos serão em "litros equivalentes de gasolina". Em outras palavras, quanto de gasolina seria consumido para ter a mesma disponibilidade de energia que a energia real da fonte. Isso é interessante porque não temos o costume de lidar com joules, mas ouvimos falar todos os dias na economia dos veículos, *i.e.*, quantos quilômetros fazem por litro de gasolina.

Substituindo as equações acima, temos:

$$\epsilon = \frac{\eta_m \rho_{comb} P C_{comb}}{\frac{m_{tot}}{\eta_t} \left[\frac{V_{crz}^2}{2L_{pst}} + C_R g \cos \theta_{pista} + g \operatorname{sen} \theta_{pista} + \frac{k_A V_{crz}^2}{m_{tot}} \left(1 - \frac{V_{crz}^2}{4L_{pst} a_{rmp}} \right) \right] + \frac{P_{int}}{V_{med,pst}}} \quad (43)$$

Pela Equação 43, vemos como é o impacto de cada variável na economia do veículo. Quanto maior a eficiência do motor, maior é a economia (por isso veículos elétricos são melhores). Também, que quanto menor a massa melhor a economia (por isso motos consomem menos que carros, e porque carros inteligentes consomem menos que SUVs). Também, vemos que é melhor rodar com velocidade mais baixa, rodar em descidas, e que é melhor acelerar menos. Esse tipo de resultado, explicitado pela Equação 43, não é visto diretamente nos modelos computacionais.

5 Cálculo das Métricas

Agora que já calculamos a cinemática, a dinâmica e o consumo energético dos nossos veículos (nos exemplos sempre citamos as motos, mas usaremos as mesmas equações para todos os veículos), podemos monetizar nossos vários interesses.

5.1 Revisão de Matemática Financeira

Um problema com a análise financeira é que o dinheiro muda o seu valor com o tempo. Por exemplo, R\$100 hoje não têm o mesmo valor que R\$100 daqui 5 anos¹⁵. Por isso, precisamos transferir todos os valores para o mesmo instante de tempo. Considerando que a taxa de investimento no sistema financeiro é de f_j ao mês, podemos calcular o equivalente hoje de um pagamento feito mensalmente nos próximos n_{mes} meses. Por exemplo, para trazer um valor mensal recorrente para o seu equivalente total presente, temos que multiplicá-lo por:

$$\mu_{m \rightarrow p} = \sum_{i=1}^{n_{mes}} \frac{1}{(1 + f_j)^i} \quad (44)$$

Que, considerado como uma progressão geométrica, é o mesmo que:

¹⁵Mesmo corrigindo a inflação, R\$ 100 hoje podem ser investidos, e daqui 5 anos terão o valor original mais o valor da aplicação.

$$\mu_{m \rightarrow p} = \frac{(1 + f_j)^{n_{mes}} - 1}{f_j(1 + f_j)^{n_{mes}}} \quad (45)$$

Invertendo, podemos calcular qual é o valor mensal de um valor presente:

$$\mu_{p \rightarrow m} = \frac{1}{\mu_{m \rightarrow p}} = \frac{f_j(1 + f_j)^{n_{mes}}}{(1 + f_j)^{n_{mes}} - 1} \quad (46)$$

Também, podemos calcular o valor presente de um único pagamento futuro:

$$\mu_{f(i) \rightarrow p} = \frac{1}{(1 + f_j)^i} \quad (47)$$

E o valor futuro de um pagamento presente:

$$\mu_{p \rightarrow f(i)} = \frac{1}{\mu_{f(i) \rightarrow p}} = \frac{(1 + f_j)^i}{1} \quad (48)$$

Com essas relações, podemos agora comparar valores que acontecem no início da operação do veículo (*i.e.*, aquisição), durante todos os meses de operação (*e.g.*, gasto com combustível), e no final da operação (*i.e.*, revenda). Em geral, em projetos industriais, nesse tipo de análise, é comum trazer todos os valores para o presente. No entanto, as pessoas no dia a dia têm mais noção da ordem de grandeza de pagamentos mensais. Então, neste estudo, levaremos todos os valores para seus equivalentes mensais. Por exemplo, ao falarmos que o custo de aquisição de um carro foi de R\$40 mil, usaremos o multiplicador $\mu_{p \rightarrow m}$ para calcular o valor mensal correspondente daquele custo inicial.

5.2 Parâmetros dos Veículos

As Tabelas 3, 4, 5 e 6 apresentam os parâmetros que aparecem nas equações, incluindo a sua descrição e o valor usado nos exemplos. Elas devem ser consultadas sempre que houver dúvida sobre o significado de algum parâmetro no modelo matemático.

5.3 Equacionamento das Métricas Individuais

Vamos agora propor algumas métricas individuais. Como discutido na introdução, bom lembrar que essas não são as únicas métricas individuais que existem. Além disso, há métricas coletivas que são mais relevantes para as discussões governamentais do que essas. Neste momento, no entanto, estamos mais interessados nas escolhas feitas pelos indivíduos.

Tabela 3: Caso base: parâmetros comuns a todos os veículos

Parâmetro	Valor	Descrição
L_{mes}	900.000	deslocamento mensal, m
S_{mes}	6.000	salário mensal, R\$
L_{pst}	470	comprimento da pista, m
θ_{pista}	0	aclive da pista, rad
η_t	0,866	eficiência da transmissão
n_{pas}	1	número de passageiros
m_{pas}	80	massa de cada passageiro, kg
m_{crg}	0	massa da carga, kg
ρ_{comb}	730	massa específica do combustível, kg/m ³
PC_{comb}	$42,5 \times 10^6$	poder calorífico do combustível, J/kg
n_{mes}	48	número de meses
f_j	0,01	taxa de juros mensal
V_{ref}	5/3,6	velocidade de referência, m/s
f_{cmpr}	0,3	fator de comprometimento

Compra

A métrica de aquisição do veículo é dada pela soma do valor de compra com o valor de revenda (transportados para o valor mensal):

$$M_{Cp}^{(v)} = - (I_{compra}\mu_{p->m} - I_{revenda}\mu_{f(n_{mes})->p}\mu_{p->m}) f_{compra} \quad (49)$$

O fator de compra, f_{compra} , é usado para representar também os acréscimos proporcionais ao valor do veículo, como pagamento de seguro e IPVA.

Operação

Durante a operação, o gasto principal é com o combustível. Logo, temos a métrica de operação:

$$M_{Op}^{(v)} = - \frac{L_{mes}\kappa_{comb}\rho_{comb}f_{oper}}{\epsilon} \quad (50)$$

O fator de operação, f_{oper} , é usado para levar em conta também os gastos adicionais durante a operação, proporcionais ao uso, como estacionamento e manutenção.

Tabela 4: Caso base: parâmetros diferentes entre os veículos. 1:moto, 2:carro, 3:50cc, 4:elétrica.

Par.	1	2	3	4	Descrição
[Cinemática]					
a_{rmp}	0,54	0,30	0,15	0,54	aceleração, m/s ²
V_{crz}	42/3,6	25/3,6	20/3,6	42/3,6	vel. cruz., m/s
$\Delta t_{est,mes}$	120×60	240×60	60×60	120×60	estac., seg/mes
$\Delta t_{sem,pst}$	30	90	30	30	semáforo, seg/pista
[Veículo e motor]					
m_{vei}	170	1.000	80	220	massa do veículo, kg
C_R	0,02	0,06	0,02	0,02	coef. rolagem
k_A	0,35	0,70	0,30	0,35	coef. aer., kg/m
η_m	0,315	0,315	0,315	0,800	efic. motor
P_{int}	1.370	3.000	400	1.000	pot. diss. int., W
[Compra e revenda]					
I_{compra}	15.000	40.000	5.000	25.000	aquisição, R\$
$I_{revenda}$	6.000	20.000	1.000	10.000	revenda, R\$
[Fatores financeiros]					
f_{oper}	1,2	1,2	1,1	1,2	ft. oper.
f_{compra}	1,3	1,3	1,1	1,3	ft. compra
f_{pt}	+1/1000	+4/1000	+1/1000	+1/1000	ft. prest.
f_{tg}	+10/1000	+10/1000	+10/1000	+10/1000	ft. tempo, R\$/s
f_{cf}	+1/1000	+2/1000	+1/1000	+1/1000	ft. conf., R\$/m
f_{sg}	-1/1000	+1/1000	-1/1000	-1/1000	ft. seg., R\$/m

Tabela 5: Caso base: parâmetros diferentes entre os os veículos. 5:bicicleta, 6:táxi, 7:ônibus.

Par.	5	6	7	Descrição
[Cinemática]				
a_{rmp}	0,05	0,54	0,15	aceleração, m/s ²
V_{crz}	10/3,6	42/3,6	15/3,6	vel. de cruz., m/s
$\Delta t_{est,mes}$	30×60	120×60	480×60	estac., seg/mes
$\Delta t_{sem,pst}$	30	30	120	semáforo, seg/pista
[Veículo e motor]				
m_{vei}	15	n/a	n/a	massa do veículo, kg
C_R	0,02	n/a	n/a	coef. rolagem
k_A	0,20	n/a	n/a	coef. aer., kg/m
η_m	0,315	n/a	n/a	efic. motor
P_{int}	50	n/a	n/a	pot. diss. int., W
[Compra e revenda]				
I_{compra}	500	n/a	n/a	aquisição, R\$
$I_{revenda}$	100	n/a	n/a	revenda, R\$
[Fatores financeiros]				
f_{oper}	1,05	n/a	n/a	ft. oper.
f_{compra}	1,05	n/a	n/a	ft. compra
f_{pt}	+1/1000	+1/1000	+0/1000	ft. prest.
f_{tg}	+10/1000	+10/1000	+10/1000	ft. tempo, R\$/s
f_{cf}	+0/1000	+1/1000	+1/1000	ft. conf., R\$/m
f_{sg}	+0/1000	-1/1000	+1/1000	ft. seg., R\$/m

Tabela 6: Caso base: tarifas

Veículo	Parâmetro	Valor	Unidade
1: moto	κ_{comb}	6,2	R\$/kg
2: carro	κ_{comb}	6,2	R\$/kg
3: 50cc	κ_{comb}	6,2	R\$/kg
4: elétrica	κ_{elet}	0,85	R\$/kWh
5: bicicleta	κ_{comida}	17,5	R\$/kg
	PC_{comida}	11.103.500	J/kg
6: táxi	$\kappa_{taxi,B}$	$2 \times 5,0 \times 30$	R\$/mes
	$\kappa_{taxi,L}$	1,5/1000	R\$/m
7: ônibus	κ_{onibus}	$2 \times 4,5 \times 30$	R\$/mes

Comprometimento

O comprometimento financeiro que a pessoa tem por usar o veículo é a razão entre os gastos financeiros e o salário mensal:

$$\mathfrak{c} = \frac{M_{Cp}^{(v)} + M_{Op}^{(v)}}{S_{mes}} \quad (51)$$

Monetização

De agora em diante, passamos a monetizar (transformar em dinheiro) as grandezas temporais e subjetivas. Para tanto, usaremos fatores de transformação, como mostrados nas Tabelas 4 e 5 para cada veículo. Observando-se as tabelas, vê-se como, por exemplo, o fator de segurança é maior para os carros do que para as motos.

Tempo Ganho

O número de pistas percorridas em um mês é dada por:

$$n_{pst,mes} = \frac{L_{mes}}{L_{pst}} \quad (52)$$

Para monetizar o tempo ganho pelo uso de determinado veículo, vamos considerar o tempo que seria gasto por um certo meio de transporte de referência (caminhar, por exemplo):

$$\Delta t_{ref,mes} = \frac{L_{mes}}{V_{ref}} \quad (53)$$

Logo, o tempo ganho é dado por (considerando o tempo do veículo em movimento, o tempo de estacionamento e nos semáforos):

$$\Delta t_{tg,mes} = \Delta t_{ref,mes} - \Delta t_{est,mes} - (\Delta t_{sem,pst} + \Delta t_{rmp} + \Delta t_{crz}) n_{pst,mes} \quad (54)$$

Monetizando o tempo de ganho pelo fator f_{tg} , temos:

$$M_{Tg}^{(v)} = \Delta t_{tg,mes} f_{tg} \quad (55)$$

Conforto, Prestígio e Segurança

Os fatores subjetivos também serão monetizados. Iremos considerar três grandes grupos: prestígio (que inclui prestígio financeiro, cultural e social), conforto (que inclui ergonomia, lazer e diversão, além de proteção contra o calor, frio e chuva), e segurança (inclui segurança contra acidentes e contra assaltos). O prestígio depende muito do círculo social de uma pessoa. Para os burgueses, ter um carro caro é sinal de prestígio. Para os *hipsters*, sinal de prestígio é ter uma bicicleta de aço feita a mão. Já para os *nerds*, uma moto elétrica eficiente é mais prestigiosa. Em relação à segurança, do ponto de vista individual ela é mais percebida do que real. A pessoa vai fazer uma escolha baseada em sua percepção de segurança. Por exemplo, um adolescente pode preferir andar de moto porque não percebe o risco de acidentes, uma outra pessoa pode não querer andar de ônibus porque tem a sensação de que pode ser assalta mais facilmente, e assim por diante. Esses valores serão representados pelo fator de conforto, f_{cf} , fator de prestígio, f_{pt} , e fator de segurança f_{sg} (ver os valores diferentes que usamos para os vários veículos nas Tabelas 4 e 5).

O prestígio é proporcional ao valor de aquisição¹⁶:

$$M_{pt}^{(v)} = I_{compra} f_{pt} \quad (56)$$

Já o conforto e a segurança são proporcionais ao tempo de uso (ou à distância percorrida):

¹⁶Ressaltando mais uma vez, este é um modelo extremamente simples. Certamente conhecemos um monte de gente que não dá importância para o valor do seu carro, bem como mais outra porção de amigos que têm prestígio pelo conhecimento que têm dos seus veículos, não pelo valor deles.

$$M_{cf}^{(v)} = L_{mes} f_{cf} \quad (57)$$

$$M_{sg}^{(v)} = L_{mes} f_{sg} \quad (58)$$

Para facilitar as análises, iremos unir as três métricas subjetivas em um único valor:

$$M_{CPS}^{(v)} = M_{cf}^{(v)} + M_{pt}^{(v)} + M_{sg}^{(v)} \quad (59)$$

Métricas Globais

Para sofisticar um pouco o nosso modelo em relação ao comportamento real das pessoas, vamos imaginar o valor que dão em função da sua condição financeira. Por exemplo, uma pessoa que recebe um salário muito baixo não tem como dar valor para o prestígio do veículo, já que não tem dinheiro para tanto. Ainda, o tempo ganho pode ser bastante diferente de uma pessoa para outra. Um autônomo pode quantificar o tempo perdido diretamente, já que vai deixar de fazer algum trabalho. Já um assalariado retira o tempo perdido do seu lazer, que é de difícil conversão em dinheiro.

A métrica global financeira é dada pela soma dos gastos de aquisição (e lucro com a revenda) e os gastos operacionais mensais:

$$M_{glb,f}^{(v)} = M_{Cp}^{(v)} + M_{Op}^{(v)} \quad (60)$$

Unindo os gastos financeiros com o tempo ganho, temos:

$$M_{glb,ft}^{(v)} = \begin{cases} M_{Cp}^{(v)} + M_{Op}^{(v)} + M_{Tg}^{(v)} & \text{para } c \leq f_{cmpr} \\ 0 & \text{para } c > f_{cmpr} \end{cases} \quad (61)$$

Finalmente, juntando os gastos financeiros, o tempo ganho e as métricas subjetivas, chegamos a:

$$M_{glb,fts}^{(v)} = \begin{cases} M_{Cp}^{(v)} + M_{Op}^{(v)} + M_{Tg}^{(v)} + M_{CPS}^{(v)} & \text{para } c \leq f_{cmpr} \\ 0 & \text{para } c > f_{cmpr} \end{cases} \quad (62)$$

Nas duas últimas métricas, quando o comprometimento é maior do que uma certa proporção do salário (*i.e.*, $c > f_{cmpr}$), nós zeramos as métricas $M_{glb,ft}^{(v)}$ e $M_{glb,fts}^{(v)}$, para ficar aparente nos gráficos que a pessoa não escolherá aquele veículo por uma questão financeira, independentemente do tempo ganho ou das questões subjetivas.

Outras Bases

As métricas até aqui foram escritas em função do veículo. No entanto, poderíamos pensar também em escrevê-las em função da carga carregada ou do número de passageiros:

$$M_X^{(c)} = \frac{M_X^{(v)}}{m_{uti}} \quad (63)$$

$$M_X^{(p)} = \frac{M_X^{(v)}}{n_{pas}} \quad (64)$$

Afinal, por exemplo, uma das várias vantagens dos carros sobre as motos é a sua capacidade de levar mais passageiros e mais carga.

Outras Fontes Energéticas e Tarifas

No caso de veículos particulares com motor a gasolina, o valor mensal é dado por (ver Equação 50):

$$M_{Op}^{(v)} = -\kappa_{comb} \frac{L_{mes} E_{font,pst} f_{oper}}{L_{pst} PC_{comb}} \quad (65)$$

Podemos calcular o valor operacional para outros tipos de energia ou outros tipos de tarifa. No caso de veículos elétricos, a tarifa operacional é:

$$M_{Op}^{(v)} = -\kappa_{elet} \frac{L_{mes} E_{font,pst} f_{oper}}{1000 \times 3600 L_{pst}} \quad (66)$$

Ou, caso queiramos usar a mesma Equação 65, basta calcular a tarifa de combustível como:

$$\kappa_{comb} = \kappa_{elet} \frac{PC_{comb}}{1000 \times 3600} \quad (67)$$

No caso de propulsão humana, ou outro combustível, é só uma questão de modificar o poder calorífico e o valor do combustível¹⁷:

¹⁷O caso da bicicleta é bastante dependente do tipo de usuário. Por exemplo, ele pode estar andando de bicicleta no lugar de ir à academia, então não estará gastando tempo ou comendo mais do que comeria. Pode ser que precise pagar pela água a mais, então teria que aumentar o valor que consideramos na tarifa. Ainda, no caso de pessoas bem articuladas política ou socialmente, o uso da bicicleta pode trazer um prestígio não proporcional ao valor de aquisição. No entanto, essas ressalvas não são relevantes para a grande maioria dos brasileiros. O caso dos veículos coletivos também tem suas peculiaridades, já que o passageiro pode aproveitar o tempo para ler, participar de reuniões ou descansar. Logo, não necessariamente o tempo no tráfego é totalmente perdido.

$$M_{Op}^{(v)} = -\kappa_{comida} \frac{L_{mes} E_{font,pst} f_{oper}}{L_{pst} PC_{comida}} \quad (68)$$

Caso queiramos manter a Equação 65, é só recalcular a tarifa por:

$$\kappa_{comb} = \kappa_{comida} \frac{PC_{comb}}{PC_{comida}} \quad (69)$$

No caso do ônibus, a tarifa é por viagem, não por quilometro. Nesse caso, o valor operacional mensal é:

$$M_{Op}^{(v)} = -\kappa_{onibus} \quad (70)$$

No caso do táxi, do mototáxi, ou do Uber, a tarifa é uma bandeirada mais um valor proporcional ao deslocamento¹⁸

$$M_{Op}^{(v)} = -\kappa_{taxi,B} - \kappa_{taxi,L} L_{mes} \quad (71)$$

Uma observação importante é que, nas Tabelas mostradas anteriormente, algumas variáveis não se aplicam para o caso do táxi e do ônibus (*e.g.*, valor de aquisição). Indicamos esses casos com *n/a* (*não se aplica*).

6 Estudo de Casos

Vamos agora usar o nosso modelo matemático para estudar como os vários parâmetros influenciam as escolhas por este ou aquele veículo. Olhando as Tabelas 4 e 5, podemos observar as principais diferenças entre os vários veículos. Os veículos de duas rodas são mais leves e mais eficientes. O prestígio e o conforto associados aos carros são mais altos, e a segurança dos veículos de duas rodas são mais baixos (negativos).

A Tabela 7 mostra os resultados comuns a todos os veículos no Caso Base. As Tabelas 8 e 9 trazem os resultados físicos diferentes dependendo de cada veículo, e as Tabelas 10 e 11 as métricas para cada veículo. Os cálculos são realizados pelo código *multimetrica.sce* desenvolvido em *Scilab*¹⁹ e disponível em conjunto com esta apostila.

No Caso Base (Tabela 3), o usuário roda 30 km por dia (*i.e.*, 900.000 metros por mês) e recebe R\$ 6.000,00 por mês. Na Tabela 7 vemos que há 1.915 pistas de 470 m durante o mês, e que, caso ele fosse um pedestre, usaria 180 horas (648.000 s) para transporte pessoal.

¹⁸Na verdade a tarifa do Uber é bem mais complicada, levando em conta também a oferta e procura.

¹⁹O *Scilab* pode ser baixado em <http://www.scilab.org/download>

Tabela 7: Caso base: resultados comuns a todos os veículos

Parâmetro	Parâmetro	Descrição
$n_{pst,mes}$	1.915	número de pistas por mês
m_{uti}	80	massa útil, kg
$\Delta t_{ref,mes}$	648.000	tempo de referência por mês, s
$\mu_{m->p}$	38,0	valor mensal para presente
$\mu_{p->m}$	0,026	valor presente para mensal
$\mu_{f(48)->p}$	0,62	valor futuro para presente
$\mu_{p->f(48)}$	1,62	valor presente para futuro

Tabela 8: Caso base: resultados físicos diferentes entre os os veículos. 1:moto, 2:carro, 3:50cc, 4:elétrica.

Par.	1	2	3	4	Descrição
L_{rmp}	126	80	103	126	comp. rampa, m
L_{crz}	344	390	367	344	comp. cruz., m
Δt_{rmp}	22,6	23,1	37,0	21,6	tmp. rampa, s
Δt_{crz}	29,5	56,1	66,1	29,5	tmp. cruz, s
Δt_{pst}	51,1	79,3	103,1	51,1	tmp. pista, s
$\Delta t_{tg,mes}$	485.525	309.496	389.492	485.525	tmp. ganho mês, s
m_{tot}	250	1080	160	300	massa tot., kg
$P_{pro,fim/rmp}$	2703	6899	359	3132	pot. fim. rmp., W
$P_{pro,crz}$	1128	4649	226	1242	pot. cruz., W
$E_{pro,rmp}$	26.198	78.492	6.175	30.837	energia rampa, J
$E_{pro,crz}$	33.258	260.832	14.924	36.633	energia cruz., J
$E_{pro,pst}$	59.456	339.325	21.099	67.469	energia pista, J
$E_{font,pst}$	440.147	1.998.705	208.289	161.247	energia fonte, J
$m_{comb,pst}$	0,010	0,047	0,005	0,004	massa comb., kg
\mathbb{V}_{pst}	0,014	0,064	0,007	0,005	vol. comb., litros
ϵ	33,1	7,3	70,0	90,4	economia, km/litro

Tabela 9: Caso base: resultados físicos diferentes entre os os veículos. 5:bicicleta, 6:táxi, 7:ônibus.

Par.	5	6	7	Descrição
L_{rmp}	77	126	58	comp. rampa, m
L_{crz}	393	344	412	comp. cruz., m
Δt_{rmp}	55,6	21,6	27,8	tempo rampa, s
Δt_{crz}	141,4	29,5	98,9	tempo cruz, s
Δt_{pst}	197,0	51,1	126,7	tempo pista, s
$\Delta t_{tg,mes}$	211.562	485.525	146.817	tempo ganho mês, s
m_{tot}	95	250	1080	massa tot., kg
$P_{pro,fim/rmp}$	69	n/a	n/a	pot. fim. rmp., W
$P_{pro,crz}$	56	n/a	n/a	pot. cruz., W
$E_{pro,rmp}$	1.864	n/a	n/a	energia rampa, J
$E_{pro,crz}$	7.928	n/a	n/a	energia cruz., J
$E_{pro,pst}$	9.793	n/a	n/a	energia pista, J
$E_{font,pst}$	67.164	n/a	n/a	energia fonte, J
$m_{comb,pst}$	0,002	n/a	n/a	massa comb., kg
V_{pst}	0,002	n/a	n/a	vol. comb., litros
ϵ	217,1	n/a	n/a	economia, km/litro

Tabela 10: Caso base: resultados financeiros diferentes entre os os veículos. 1:moto, 2:carro, 3:50cc, 4:elétrica.

Par.	1	2	3	4	Descrição
c	9%	27%	3%	12%	comprometimento
$M_{Cp}^{(v)}$	-386	-945	-127	-644	compra, R\$
$M_{Op}^{(v)}$	-148	-670	-64	-87	operacional, R\$
$M_{Tg}^{(v)}$	4.855	3.095	3.895	4.855	tempo ganho, R\$
$M_{cf}^{(v)}$	900	1.800	900	900	conforto, R\$
$M_{pt}^{(v)}$	15	160	5	25	prestígio, R\$
$M_{sg}^{(v)}$	-900	900	-900	-900	segurança, R\$
$M_{CPS}^{(v)}$	15	2.860	5	25	conf.,prest.,seg., R\$
$M_{glb,f}^{(v)}$	-534	-1.615	-191	-731	financeiro, R\$
$M_{glb,ft}^{(v)}$	4.322	1.480	3.704	4.124	fin.temporal, R\$
$M_{glb,fts}^{(v)}$	4.337	4.340	3.709	4.149	fin.temp.subjetivo, R\$

Tabela 11: Caso base: resultados financeiros diferentes entre os os veículos.
5:bicicleta, 6:táxi, 7:ônibus.

Par.	5	6	7	Descrição
c	4%	27%	5%	comprometimento
$M_{Cp}^{(v)}$	-12	0	0	compra, R\$
$M_{Op}^{(v)}$	-213	-1650	-270	operação, R\$
$M_{Tg}^{(v)}$	2.116	4.855	1.468	tempo ganho, R\$
$M_{cf}^{(v)}$	0	900	900	conforto, R\$
$M_{pt}^{(v)}$	0,5	0	0	prestígio, R\$
$M_{sg}^{(v)}$	0	-900	900	segurança, R\$
$M_{CPS}^{(v)}$	0,5	0	1.800	conf.,prest.,seg., R\$
$M_{glb,f}^{(v)}$	-225	-1.650	-270	financeiro, R\$
$M_{glb,ft}^{(v)}$	1.891	3.205	1.198	fin.temporal, R\$
$M_{glb,fts}^{(v)}$	1.891	3.205	2.998	fin.temp.subjetivo, R\$

Olhando agora para os resultados físicos, Tabelas 8 e 9, vemos como as cinquentinhas (motos de 50cc), motos elétricas e bicicletas são bem mais econômicas, seguidas pelas motos convencionais e finalmente pelos carros. Em relação ao ganho de tempo, as motos são bem mais vantajosas. Aliás, é esse o fator que faz as pessoas terem motos no dia a dia, a despeito do altíssimo risco de acidentes.

Em relação às métricas monetizadas, Tabelas 10 e 11, podemos destacar: o comprometimento do salário é bem mais alto com carro e táxi; o custo operacional da cinquentinha é o mais baixo; o tempo ganho com as motos é o mais alto; e o conforto e o prestígio do carro são os mais altos.

Do ponto de vista global, levando em conta apenas os gastos, $M_{glb,f}^{(v)}$, a melhor opção é a cinquentinha, seguida da bicicleta e depois do ônibus. Levando em conta os gastos e o tempo ganho, a melhor opção é a moto convencional, depois a moto elétrica, seguida da cinquentinha. E levando em conta gastos, tempo ganho e questões subjetivas, a melhor opção é o carro quase empatado com a moto convencional/elétrica, e depois a cinquentinha. Interessante esse quase empate, porque a moto (convencional e elétrica) tem como vantagem o maior tempo ganho, o carro o maior prestígio/conforto/-segurança, e a cinquentinha os menores gastos. A escolha por um ou outro veículo se dá por razões diferentes.

Nas Figuras 10 a 17 estudaremos a influência da distância diária (no

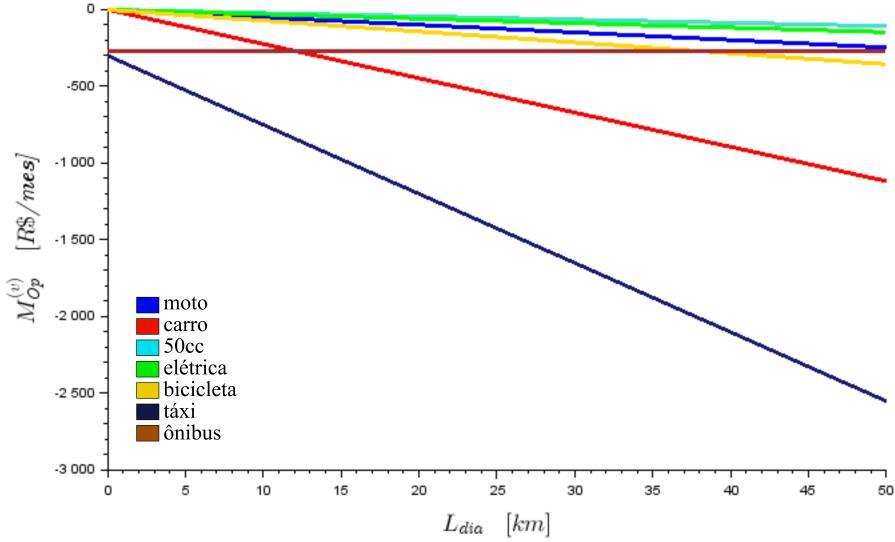


Figura 10: Custo operacional em função da distância diária.

Caso Base a distância é de 30 km/dia) nas várias métricas. Nas Figuras 18 a 20 veremos qual a influência do salário (no caso Base o salário é de R\$ 6.000 por mês).

Em relação aos custos operacionais, as cinquentinha sempre têm a vantagem (Figura 10). Os ônibus ficam mais atrativos que os carros acima de 12 km/dia e que as motos depois de 50 km/dia. Em relação ao tempo ganho, (Figura 11) os veículos mantêm a mesma tendência, com exceção das bicicletas que são mais interessantes para pequenas distâncias (abaixo de 5 km/dia), mas que depois perdem essa vantagem. Isso ocorre porque as bicicletas têm menor gasto de tempo no estacionamento, mas por outro lado são mais lentas em deslocamento. Em relação ao conforto/prestígio/segurança (Figura 12), os carros são bem melhores que qualquer outro veículo. Os ônibus ficam no meio termo, já que são mais seguros que os veículos de duas rodas.

Analizando as métricas globais, em relação aos gastos financeiros apenas (Figura 13), as bicicletas são mais atrativas para pequenas distâncias (abaixo de 20 km/dia), as cinquentinhas para médias distâncias (20 a 65 km/dia), e os ônibus para distâncias acima de 65 km/dia. Levando em conta também o tempo perdido (Figura 14), as bicicletas são as melhores para distâncias muito curtas (abaixo de 2 km/dia), depois as cinquentinhas (entre 2 e 10 km/dia), e depois as motos para distâncias acima de 10 km/dia. O táxi é inviável acima de 32 km/dia e os carros acima de 38 km/dia (nesses casos, o

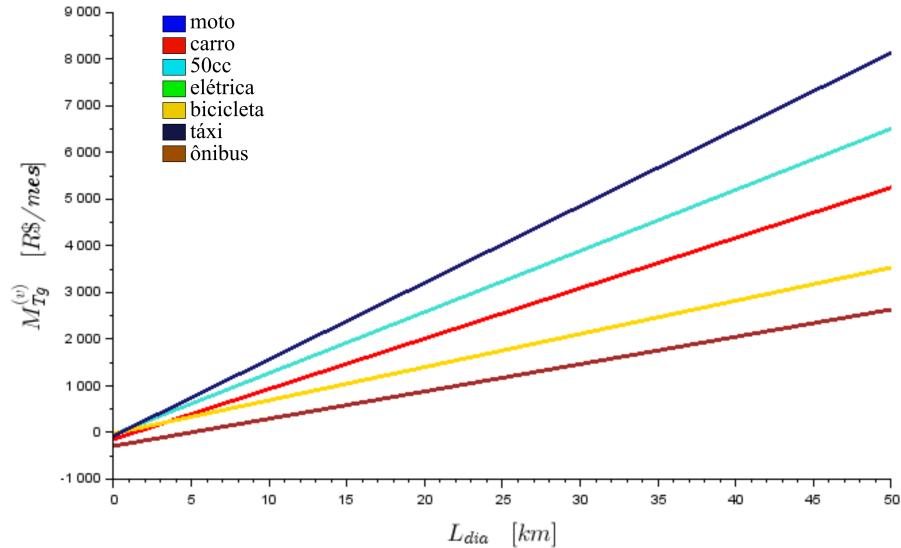


Figura 11: Tempo ganho monetarizado em função da distância diária.

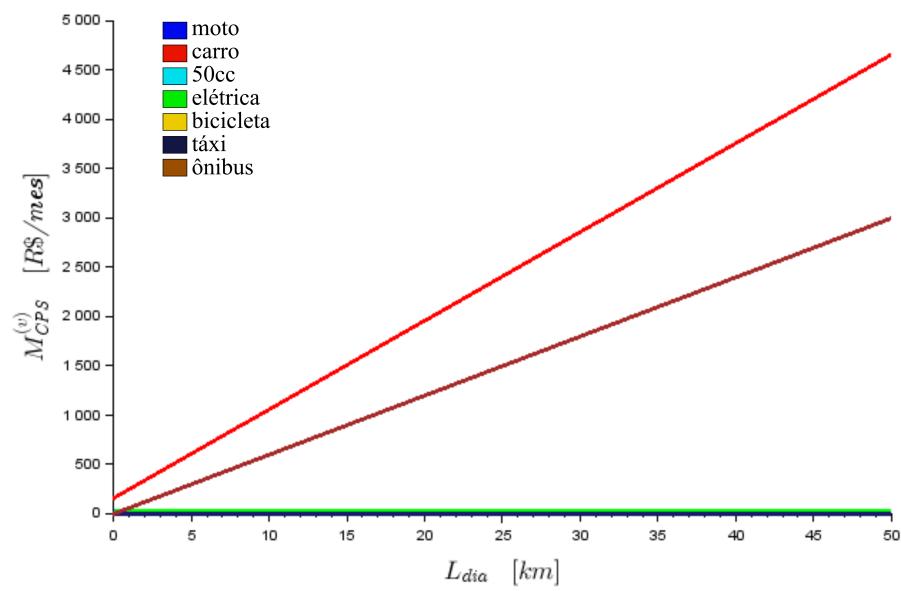


Figura 12: Conforto, prestígio e segurança monetarizados em função da distância diária.

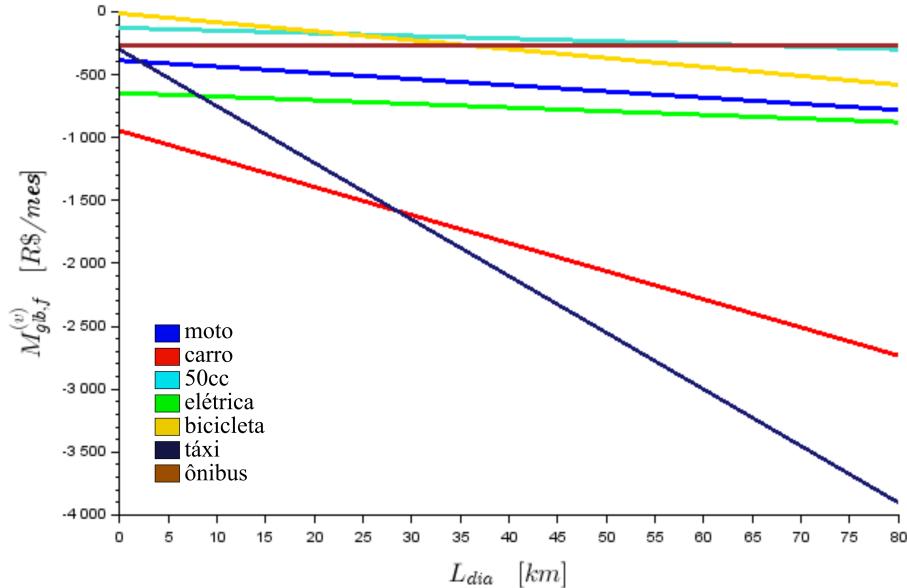


Figura 13: Gastos financeiros em função da distância diária.

usuário compromete mais de 30% do seu salário de R\$ 6.000,00 mensais). Finalmente, levando em conta gastos, tempo e critérios subjetivos (Figura 15), vemos algo muito parecido com o estudo anterior, mas com o carro sendo o mais vantajoso entre 30 e 38 km/h. As motos são mais vantajosas para distâncias abaixo disso porque a insegurança e desconforto são menores, já que são proporcionais à distância. Acima disso, conforme já dito, financeiramente os carros ficam inviáveis para esse salário. A Figura 16 mostra um detalhe da figura anterior, onde podemos ver a transição em pequenas distâncias, da bicicleta para a cinquentinha e depois para a moto. Finalmente, a Figura 17 mostra como é a evolução do comprometimento do salário com a distância diária para cada veículo.

Agora vamos estudar a influência do salário. Pelas nossas equações, o salário tem influência apenas no comprometimento, e portanto é usado apenas para zerar as métricas nas Equações 61 e 62. Portanto, mostraremos apenas as variáveis que são influenciadas pelo salário. A Figura 18 mostra como abaixo de R\$ 600, todos os veículos comprometem mais de 30% do salário. Acima disso, o usuário tem progressivamente como melhores opções a cinquentinha e depois a moto. O baixo custo das motos, associado ao tempo ganho são quase imbatíveis quando não leva em conta questões como conforto e segurança. Na Figura 19 vemos como os carros se tornam a opção

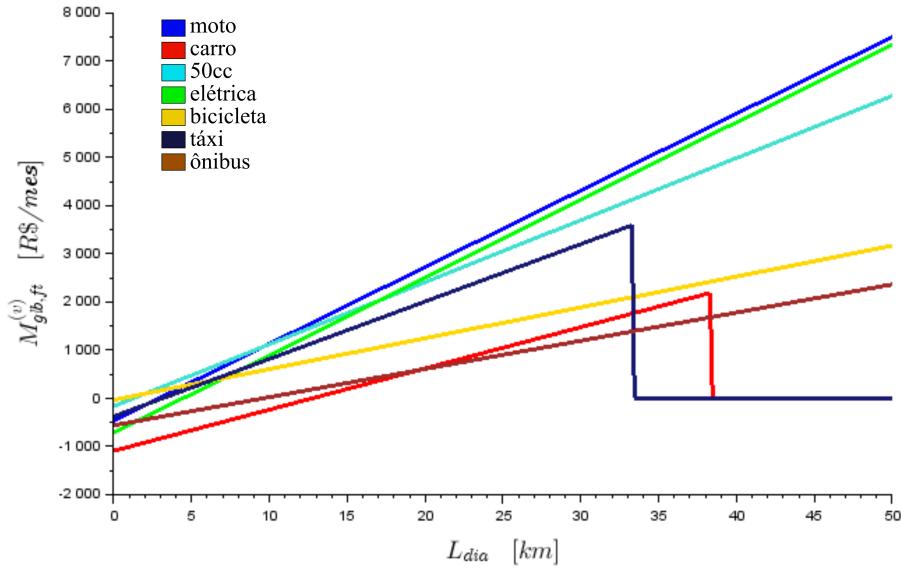


Figura 14: Gastos financeiros e tempo ganho monetarizado em função da distância diária (métrica zerada quando o comprometimento é superior a 30%).

mais atrativa acima dos 5,5 km/dia, com as motos convencionais quase empatando. Finalmente, a Figura 20 mostra a evolução do comprometimento com o salário.

7 Conclusão

Nesta apostila, nós estudamos como os vários fatores físicos, financeiros e subjetivos influenciam na escolha individual por um ou outro veículo. O modelo matemático utilizado é bastante simples e os dados usados para alimentar esses modelos são apenas exemplos. Por essa razão, os resultados aqui obtidos não podem ser transportados diretamente para a realidade. No entanto, o modelo é realista e suficiente para mostrar tendências e para instigar o leitor a pensar sobre os vários critérios usados para a escolha do melhor veículo.

No início da apostila, discutimos também como, anteriormente à escolha do veículo, a necessidade de transporte depende do contexto econômico, social e urbanístico da cidade. Ainda, que a escolha entre o transporte individual ou coletivo se dá muito mais pelas escolhas coletivas de infraestrutura

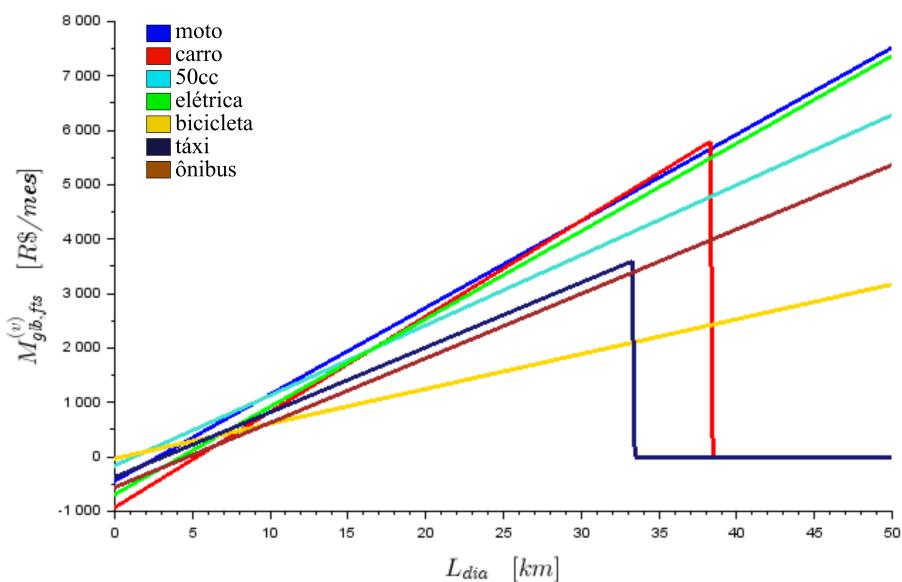


Figura 15: Gastos financeiros e tempo ganho, conforto, prestígio e segurança monetarizados em função da distância diária (métrica zerada quando o comprometimento é superior a 30%).

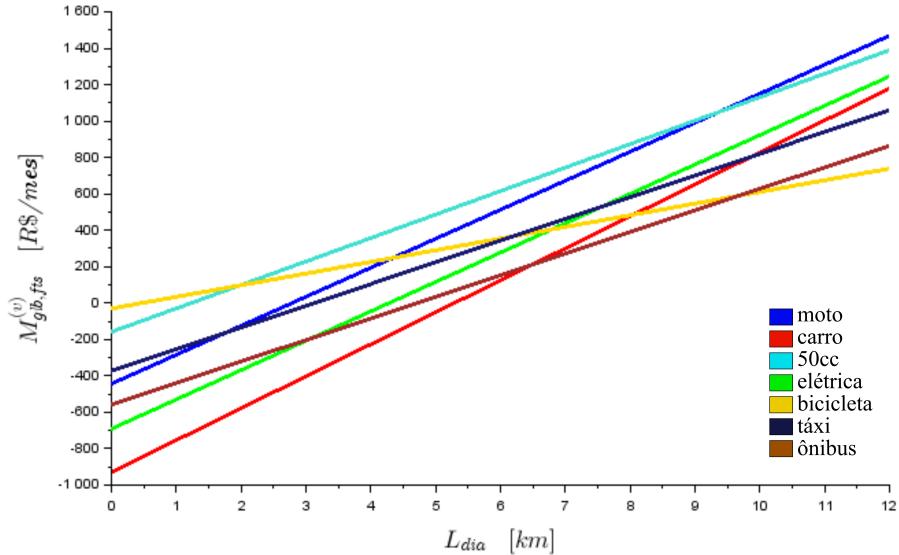


Figura 16: Gastos financeiros e tempo ganho, conforto, prestígio e segurança monetarizados em função da distância diária (métrica zerada quando o comprometimento é superior a 30%).

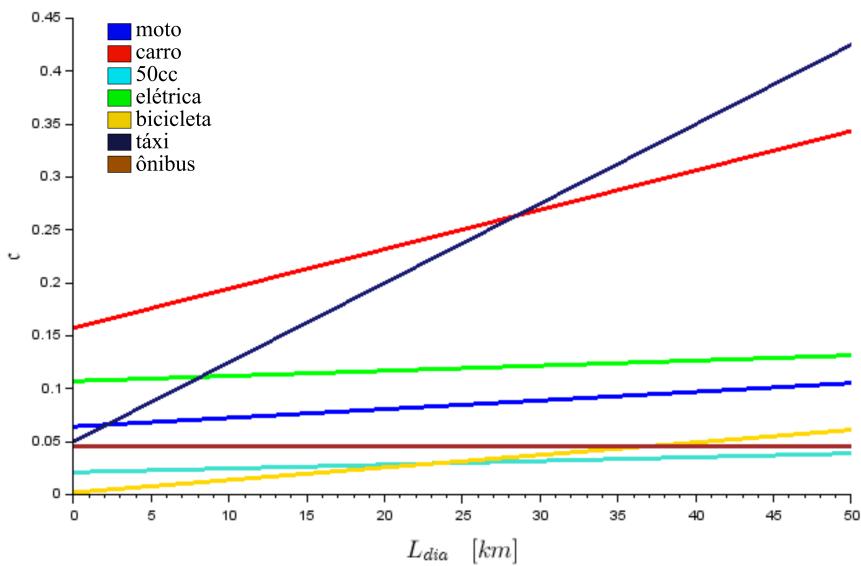


Figura 17: Comprometimento do salário com transporte em função da distância diária.

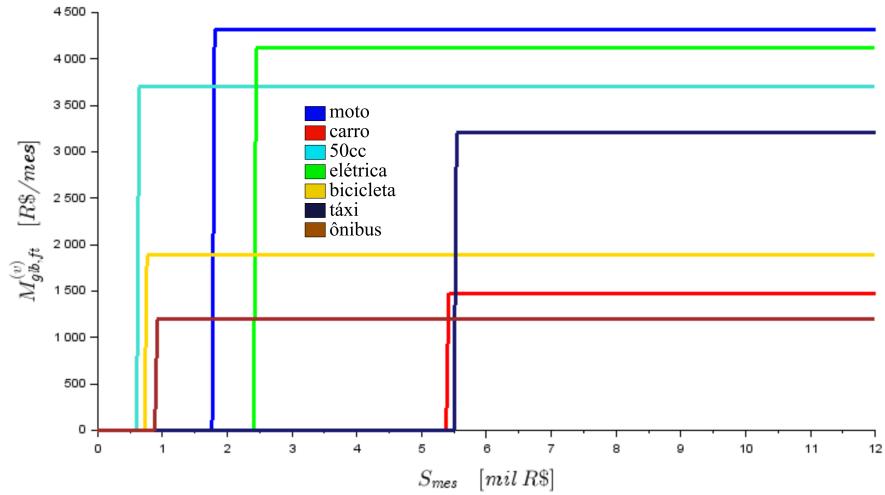


Figura 18: Gastos financeiros e tempo ganho monetarizado em função do salário (métrica zerada quando o comprometimento é superior a 30%).

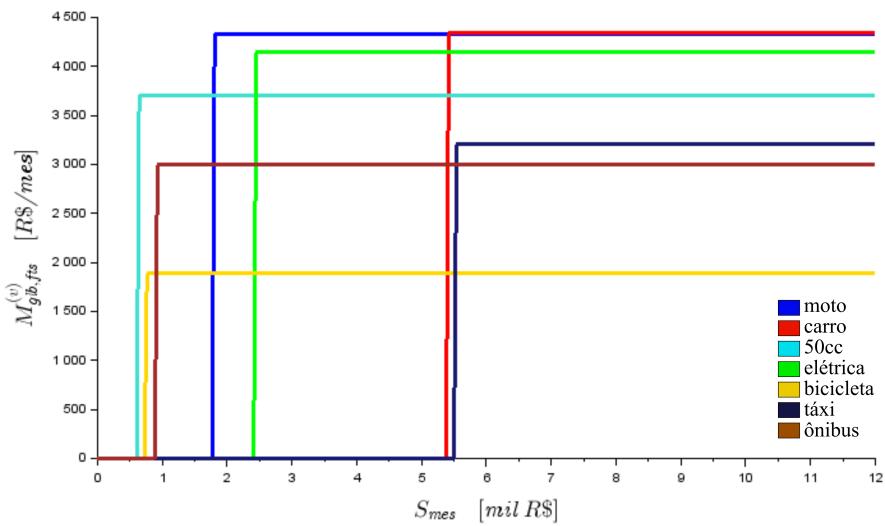


Figura 19: Gastos financeiros e tempo ganho, conforto, prestígio e segurança monetarizados em função do salário (métrica zerada quando o comprometimento é superior a 30%).

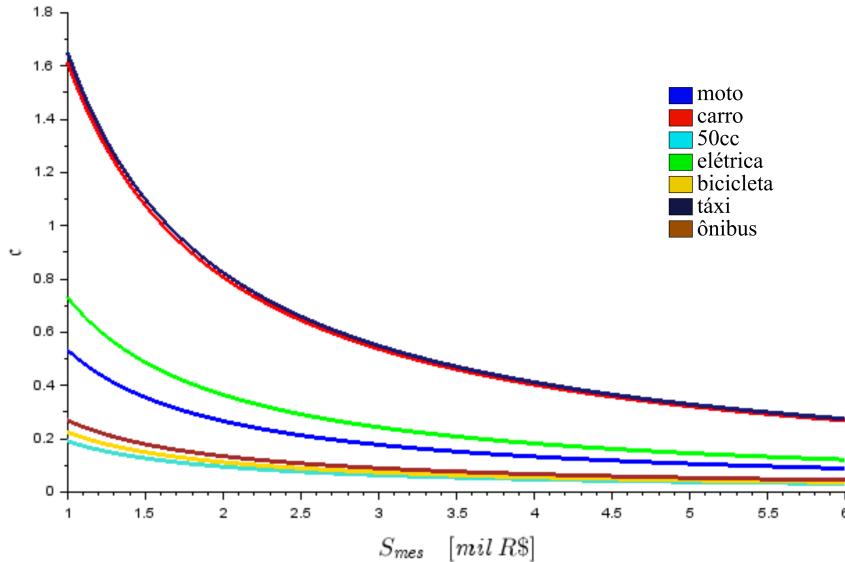


Figura 20: Comprometimento do salário com transporte em função do salário.

oferecida do que propriamente de uma escolha pessoal.

Nas próximas apostilas estudaremos como as condições de tráfego influenciam o movimento das motos (*A Moto no Tráfego*), vamos modelar o sistema de amortecimento das motos (*A Suspensão da Moto*), aprofundaremos alguns modelos técnicos (*Tópicos Técnicos Sobre Motocicletas*), estenderemos a visão não-técnica sobre as motos (*Tópicos Gerais Sobre Duas Rodas*), e veremos as bicicletas com um pouco mais de detalhes (*Visões das Bicicletas*).

Sobre o modelo aqui proposto, sugerimos as seguintes atividades para estender o seu uso: considerar bicicletas e carros elétricos; calcular o prestígio de outras formas (*e.g.*, levando em conta exclusividade do veículo além do seu valor); refazer os gráficos e tabelas usando os resultados das simulações do ciclo de condução no lugar do ciclo simplificado; fazer a análise de sensibilidade dos vários parâmetros físicos e financeiros nas métricas; descobrir limites para as equações e parâmetros para os quais os resultados passam a ser totalmente irreais; analisar o consumo energético dos ônibus e táxis levando em conta seus parâmetros físicos (inclusive o motorista, que não é passageiro); estudar a influência do número de passageiros nos vários veículos; ajustar o valor dos fatores e a forma das equações para que os resultados se adequem às pesquisas de preferência dos usuários; propor um ciclo inter-

mediário com aceleração, cruzeiro, desaceleração e tempo parado; propor um ciclo composto por vários ciclos intermediários; modificar parâmetros numéricos até que os resultados da simulação do movimento, da análise cinemática e da solução analítica fiquem exatamente iguais.

Bibliografia

- Cervero, Robert. *The Transit Metropolis*. 4th. Island Press, 1998.
- Crawford, Matthew B. *Shop Class as Soulcraft*. Penguin Press HC, 2009.
- de Andrade, Guilherme. *Desenvolvimento de um Método Simples e de Baixo Custo para Estimar o Consumo e a Cinemática de um Veículo em um Trajeto Específico Usando GPS de 1 Hz*. Tese de doutorado da UFPE, orientada por Fábio Magnani. 2021.
- Glaeser, Edward L. *Triumph of the City*. 2011.
- Jacobs, Jane. *The Death and Life of Great American Cities*. 1961.
- Le Corbusier. *The City of To-morrow and Its Planning*. 1929.
- Magnani, Fábio. *A Moto no Tráfego*. Equilíbrio em Duas Rodas, 2020.
- *A Moto por Dentro*. Equilíbrio em Duas Rodas, 2020.
- *A Suspensão da Moto*. Equilíbrio em Duas Rodas, 2020.
- *Física Básica das Motos*. Equilíbrio em Duas Rodas, 2020.
- *O Motor da Moto*. Equilíbrio em Duas Rodas, 2020.
- *O Piloto da Moto*. Equilíbrio em Duas Rodas, 2020.
- *Solução Computacional do Movimento das Motos*. Equilíbrio em Duas Rodas, 2020.
- *Tópicos Gerais Sobre Duas Rodas*. Equilíbrio em Duas Rodas, 2020.
- *Tópicos Técnicos Sobre Motocicletas*. Equilíbrio em Duas Rodas, 2020.
- *Visões das Bicicletas*. Equilíbrio em Duas Rodas, 2020.
- *Visões das Motocicletas*. Equilíbrio em Duas Rodas, 2020.
- Santos, Maurício Pereira Magalhães de Novaes. *A Importância do Motor na Simulação de Carros e Motos em Situação de Tráfego*. Dissertação de mestrado da UFPE, orientada por Fábio Magnani. 2018.
- Urry, John. *Mobilities*. 2007.