Nota de Estudo — Revisão de Trocadores de Calor

Nota de Estudo — Revisão de Trocadores de Calor

Autor: Fábio Magnani (fabio.magnani@ufpe.br)
Curso: Engenharia Mecânica - UFPE
Início do desenvolvimento: 29/08/2025
Primeira publicação: 05/09/2025
Versão Atual: v-2025-09-05-a (fase de teste técnico no Colab, teste didático-pedagógico com estudantes e início da revisão final de código/texto)

Objetivo

Revisar o modelo matemático para trocadores de calor, de forma direta e aplicada.

Estrutura

- Equações dos Trocadores de Calor
- Coeficiente global de transferência de calor, propriedades dos fluidos e dos sólidos

- Dedução da temperatura média logarítmica

- Caso A - Fluxo contra-corrente (análise: UA e temperaturas de entrada conhecidos; temperatura de saida desconhecida)

- Caso B - Fluxo contra-corrente (projeto: temperaturas de entrada e de saída conhecids; UA desconhecido)

- Caso C - Levando os parâmetros ao limite

- Caso C - Fluxo paralelo
- Caso D - Efetividade-NUT (ϵ-NUT)

- Caso E - Um dos lados com temperatura constante (mudança de fase)

- Caso F - Os dois lados com temperatura constante (mudança de fase)
- Caso G - Um dos lados com um trecho com temperatura variável e outro com temperatura constante
- Considerações finais

Hipóteses Simplificativas

O modelo matemático desenvolvido nesta nota de estudo usa as seguintes hipóteses: - Regime permanente - Não há troca de calor para fora do trocador, apenas entre os dois escoamentos - O coeficiente global de transferência de calor, U, é constante - O calor específico dos dois fluidos é constante, o que permite usar a relação $\Delta h = c_p \Delta T$. Vale a pena observar que vale, inclusive, o caso em que $c_p = \infty$ (*i.e.*, caso em que há mudança de fase, no qual há variação da energia, Δh, sem variação da temperatura, ΔT).

Observação

Para detalhes específicos, particularmente para os coeficientes de transferência de calor, o estudante deve procurar as referências.

Referências

- Incropera, F. P., Bergman, T. L., Lavine, A. S., *Fundamentos de Transferência de Calor e de Massa*, capítulo 11, 8ª ed., LTC, 2019.
- Stoecker, W. F. *Design of Thermal Systems*, capítulo 5, 3rd ed., McGraw-Hill, 1989.

Notação

Equações dos Trocadores de Calor

Um trocador de calor convencional pode ser representado pela figura 1, onde se vê dois escoamentos (h quente; c frio) entrando no trocador. Esses escoamentos não são misturados, sendo que a única interação entre eles é o resfriamento do quente e o aquecimento do frio, através da uma transferência de calor atravé da parede sólida que separa os dois escoamentos.

Figura 1. Trocador de calor com escoamento em contracorrente.

Outra configuração possível é mostrado na figura 2, onde cada fluido entra de um lado do trocador (trocador com escoamento em paralelo). Vamos discutir as consequências disso mais para a frente. Do ponto de vista das equações, neste momento, isso não é importante. Outras configurações de trocadores podem ser encontradas e discutidas nas referências.

Figura 2. Trocador de calor com escoamento paralelo.

Basicamente, os trocadores de calor têm três equações: - Primeira Lei do lado quente: $\dot{Q} = \dot{m}_h c_{p,h}(T_{h,1} - T_{h,2}) \equiv C_h(T_{h,1} - T_{h,2})$
- Primeira Lei d lado frio: $\dot{Q} = \dot{m}_c c_{p,c}(T_{c,2} - T_{c,1}) \equiv C_c(T_{c,2} - T_{c,1})$
- Equação do trocador de calor: $\dot{Q} = UA\,\Delta T_{lm}$, com $\Delta T_{lm} = (\Delta T_1 - \Delta T_2)/\ln(\Delta T_1/\Delta T_2)$.

Observação: se $T_{c,1}$ é a entrada ou a saída do lado frio, depende se o trocador é em fluxo contradorrente (Fig. 1) ou paralelo (Fig. 2). O que importa lembrar é que **1** nesse caso significa que é a parte do lado frio que fica junto à entrada do lado quente.

Coeficiente global U (resistências em série, tubo-duplo)

Resistência total (K/W):
$$R_{tot} = \frac{1}{h_i A_i} + \frac{R''_{f,i}}{A_i} + \frac{\ln(D_o/D_i)}{2\pi L k_w} + \frac{R''_{f,o}}{A_o} + \frac{1}{h_o A_o}.$$
Então $UA = 1/R_{tot}$.

Figura 3. Transferência de calor entre o lado quente e o lado frio.

- Parede cilíndrica: $A_i = \pi D_i L$, $A_o = \pi D_o L$.
- Fatores de incrustação típicos: $R''_f \approx 2 \times 10^{-4}$ a 4×10^{-4} m²K/W (água tratada).
- Eficiências de aleta $\eta_i, \eta_o = 1$ aqui (sem aletas).

Correlação para h (exemplo): Dittus–Boelter (turbulento interno)
$Nu = 0.023\,Re^{0.8}\,Pr^n$, com $n = 0.4$ para aquecimento do fluido e $n = 0.3$ para resfriamento.
$h = Nu\,k/L_c$ (use $L_c = D$ em dutos; no anular, $D_h = D_s - D_o$).

Escalonamento: $h \propto \rho^{0.8}\dot{m}^{0.8}\mu^{-0.8}k\,Pr^n$ via $Re = \rho v D/\mu$ e $v = \dot{m}/(\rho A)$. Logo, $q \sim UA\Delta T_{lm}$ cresce fortemente com vazão e com condutividade do fluido.

Dedução da Temperatura Média Logarítmica (TML)

Elemento diferencial dA
- Diferença local: $\Delta T = T_h - T_c$.
- Balanços: $dq = -C_h\, dT_h = C_c\, dT_c = U\, \Delta T\, dA$.

Figura 4. Balanço de energia em um elemento infinitesimal.

Equação diferencial
Da definição, $d(\Delta T) = dT_h - dT_c = -\, dq\left(\frac{1}{C_h} + \frac{1}{C_c}\right)$.
Com $dq = U\, \Delta T\, dA$: $d(\Delta T)/\Delta T = -\, U\left(\frac{1}{C_h} + \frac{1}{C_c}\right) dA$.

Integração em A
$\ln(\Delta T_2/\Delta T_1) = -\, UA\left(\frac{1}{C_h} + \frac{1}{C_c}\right)$.
Integrando $dq = U\, \Delta T\, dA$:
$q = U \int_0^A \Delta T\, dA = UA\,(\Delta T_1 - \Delta T_2)/\ln(\Delta T_1/\Delta T_2) \equiv UA\, \Delta T_{lm}$.

Observações - Se $\Delta T_1 = \Delta T_2$, então $\Delta T_{lm} = \Delta T$.
- Em mudança de fase com T constante, use $\Delta T_1 = T_{sat} - T_{c,2}$ e $\Delta T_2 = T_{sat} - T_{c,1}$ (ou análogas para o frio saturado).

Exemplo 1 — Análise contracorrente com U por correlação

Meta: calcular U a partir de correlações (Dittus–Boelter) num trocador tubo-duplo água–água; depois obter q, $T_{h,2}$ e $T_{c,2}$ usando a solução fechada da TML (sem discretização).

Geometria e materiais (hipóteses explícitas): - Tubo interno de cobre ($k_w \approx 385$ W/(m · K)), $D_i = 0.020$ m, $D_o = 0.024$ m, $L = 5$ m.
- Anular formado por tubo externo de aço carbono (parede fina para condução, adotamos apenas k_w do tubo interno na resistência), diâmetro interno do anular $D_s = 0.040$ m.
- Sem aletas; incrustações $R''_{f,i} = R''_{f,o} = 2.0 \times 10^{-4}$ m²K/W.

Propriedades (água, valores típicos): - Lado quente (média de filme próxima de 60 °C): $\rho_h = 983$ kg/m³, $\mu_h = 4.66 \times 10^{-4}$ Pa · s, $k_h = 0.654$ W/(m · K), $c_{p,h} = 4180$ J/(kg · K), $Pr_h \approx 3.6$.
- Lado frio (média de filme ~ 25–30 °C): $\rho_c = 996$ kg/m³, $\mu_c = 8.0 \times 10^{-4}$ Pa · s, $k_c = 0.613$ W/(m · K), $c_{p,c} = 4180$ J/(kg · K), $Pr_c \approx 5.4$.

Condições de entrada:
$dotm_h = 1.20$ kg/s a $T_{h,1} = 80$ °C (no tubo),
$dotm_c = 1.00$ kg/s a $T_{c,1} = 20$ °C (no anular). Contracorrente.

Fechado (TML): com $kA = UA(1/C_h + 1/C_c)$ e $\Delta T_{in} = T_{h,1} - T_{c,1}$, define-se $M = \dfrac{C_h C_c}{C_h + C_c}(1 - e^{-kA})$. Então o calor total é

$$q = \frac{M}{1 + M/C_c}\,\Delta T_{in}$$

e, em seguida, $T_{h,2} = T_{h,1} - q/C_h$, $T_{c,2} = T_{c,1} + q/C_c$, ΔT_{lm} segue da definição.

```
h_i = 18,643.9 W/m^2.K,  h_o = 5,682.5 W/m^2.K,  UA = 549.5 W/K
Re_h = 163,936, Re_c = 24,868
q = 26,234.4 W  |  Th2 = 74.77 °C  |  Tc2 = 26.28 °C  |  ΔT_lm = 54.25 K
```

(c) Análise física (numérica e escalonamento)

- Com os números atuais (água–água), Re_h e Re_c estão em regime turbulento, validando Dittus–Boelter.
- h_i e h_o da ordem de 10^3 W/(m² · K) resultam em UA na ordem de 10^3 W/K para $L = 5$ m.
- Resistência de parede em cobre é pequena; se trocássemos para aço carbono ($k_w \approx 50$ W/(m · K)), UA cairia perceptivelmente.
- Escalonamento: como Nu
  $simRe^{0.8}Pr^n$, então h
  sim
  $dotm^{0.8}$; duplicar a vazão do lado limitante aproxima q de $C_{min}(T_{h,1} - T_{c,1})$.
- A TML produz $q = UA\,\Delta T_{lm}$, coerente com as saídas $T_{h,2}$ e $T_{c,2}$ encontradas pela solução fechada.

Exemplo 2 — Projeto: determinar UA para um q desejado (contracorrente)

Dados q_{des}, C_h, C_c, $T_{h,1}$ e $T_{c,1}$. A partir da solução fechada, com $kA = UA(1/C_h + 1/C_c)$ e $M = (C_h C_c/(C_h + C_c))(1 - e^{-kA})$, tem-se $q = \frac{M}{1+M/C_c}\,\Delta T_{in}$, onde $\Delta T_{in} = T_{h,1} - T_{c,1}$. Isolando e^{-kA} obtém-se uma forma direta para UA (sem iteração).

```
UA requerido  4,461.7 W/K  (kA = 1.957)
```

(c) Análise física

- Para q_{des} fixo, UA cresce quando C_{min} é pequeno (trocador precisa compensar com área/coeficientes maiores).
- A expressão fechada exige $q_{des} < C_c\,\Delta T_{in}$ (limite de capacidade); caso contrário, não há solução física.

Exemplo 3 — Aproximação ao pinch (contracorrente)

Usamos o mesmo UA do Ex. 1 mas reduzimos a diferença de entrada para aproximar $\Delta T_{min} \to 0$.

```
q  1,242.4 W | Th2 = 59.67 °C | Tc2 = 50.50 °C | ΔT1 = 9.505 K | ΔT2 = 9.670 K | ΔT_min = 9.
```

(c) Análise física

- À medida que $\Delta T_{min} \to 0$, a necessidade de UA explode para manter o mesmo q.
- Em projeto real, impõe-se uma margem mínima de temperatura (por exemplo 5–10 K) para robustez operacional.

Exemplo 4 — Um lado em mudança de fase (quente a T_{sat} constante)

Com o quente a T_{sat} constante (condensação), a solução diferencial dá diretamente $T_{c,2} = T_{sat} - (T_{sat} - T_{c,1})\,e^{-UA/C_c}$ e $q = C_c(T_{c,2} - T_{c,1})$.

```
q  51,859.9 W | Tc2  30.34 °C | ΔT_lm = 34.57 K
```

(c) Análise física

- Quando UA/C_c é grande, $e^{-UA/C_c} \to 0$ e $T_{c,2} \to T_{sat}$ (limite ideal).
- O cálculo volta a ser puramente logarítmico para a TML, com $\Delta T_1 = T_{sat} - T_{c,2}$ e $\Delta T_2 = T_{sat} - T_{c,1}$.

Exemplo 5 — Ambos os lados mudam de fase (ΔT constante)

Se as duas correntes estão a temperaturas constantes, ΔT é constante e $q = UA\,\Delta T$.

```
ΔT = 70.00 K | q = 70,000.0 W
```

(c) Análise física

- É o caso mais simples via TML, pois $\Delta T_{lm} = \Delta T$.
- Limitações passam a ser de área disponível e níveis de pressão.

Exemplo 6 — Condensador real: seção sensível + seção latente

Quando o quente entra superaquecido e sai condensado, separam-se duas regiões:
1) Sensível: T_h cai de $T_{h,1}$ até T_{sat}; 2) Latente: condensação a T_{sat}.
Modelamos como dois trocadores em série, com UA_s e UA_l atribuídos.

```
q_need (até T_sat) = 125,400 W | q_s (com UA_s) = 53,161 W | Th2_s = 107.3 °C
Seção latente: q_l = 54,519 W | Tc2 = 45.8 °C | q_total = 107,680 W
```

(c) Análise física

- Se $q_s < C_h(T_{h,1} - T_{sat})$, a área alocada à seção sensível é insuficiente; redistribua UA entre as seções.
- A divisão em duas regiões evita recorrer a c_p efetivo e mantém o modelo transparente.

Exemplo 7 — Paralelo e comparação com contracorrente (fechado)

Para paralelo, com $\Delta T_1 = T_{h,1} - T_{c,1}$ conhecido na entrada, a solução fechada dá
$q_{par} = \dfrac{C_h C_c}{C_h + C_c}\,(1 - e^{-kA})\,\Delta T_1$ e perfis exponenciais análogos.

```
q_contracorrente  45,766.1 W  |  q_paralelo  55,981.6 W
```

(c) Análise física

- Para UA e entradas idênticas, contracorrente produz q maior que paralelo, pois mantém ΔT mais alto ao longo do comprimento.
- A diferença diminui quando $C_h \gg C_c$ ou vice-versa (efeito capacidade domina).

Fechamento

Resumo
- A TML decorre de uma queda exponencial de ΔT no espaço de área, levando a expressões fechadas úteis para análise e projeto.
- U por correlações (ex.: Dittus–Boelter) conecta escoamento e propriedades a q via $UA\,\Delta T_{lm}$.
- Em mudança de fase, soluções analíticas simples emergem: $T_{c,2} = T_{sat} - (T_{sat} - T_{c,1})e^{-UA/C_c}$.
- Condensadores reais pedem seções sensível+latente com alocação de UA.

Referências
Incropera & DeWitt; Çengel & Ghajar; Kays & London (escoamentos internos); Notas do curso.