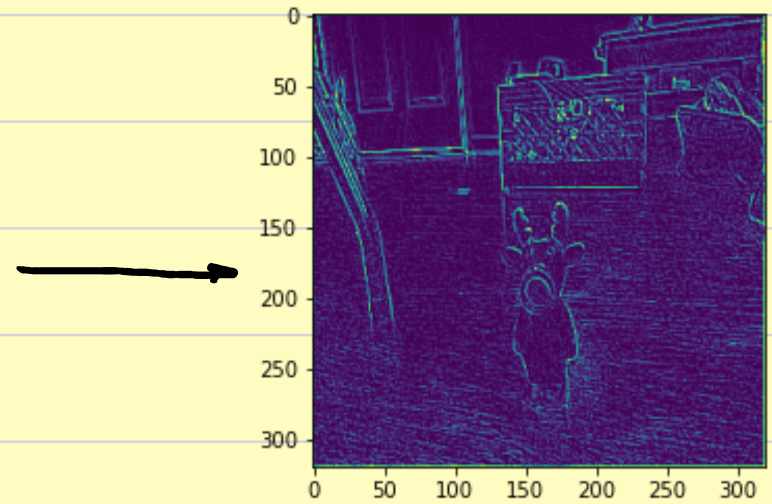
20250409_AKIB2_Python

Deep Learning by Hand (Part 3). CONVOLUTION.

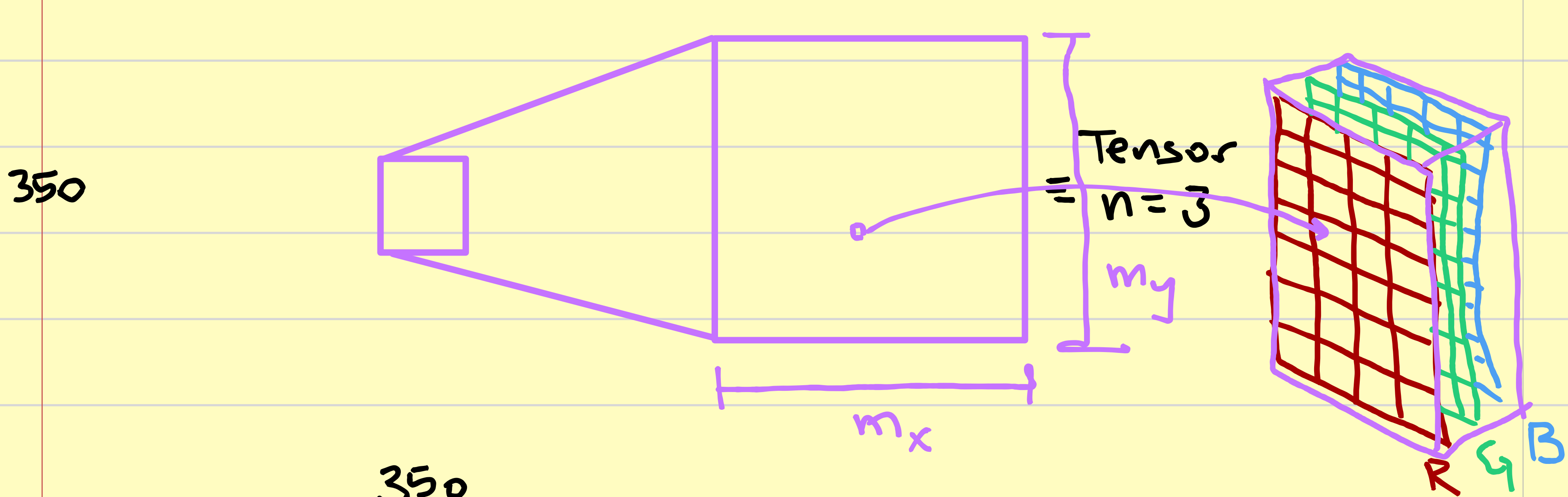


Background. Convolution ist eine Technik, angewendet in der Verarbeitung von Euklydischen Datensätze (Bilder, Videos, ...) um Verhaltensmuster aus den Daten herauszufiltern.

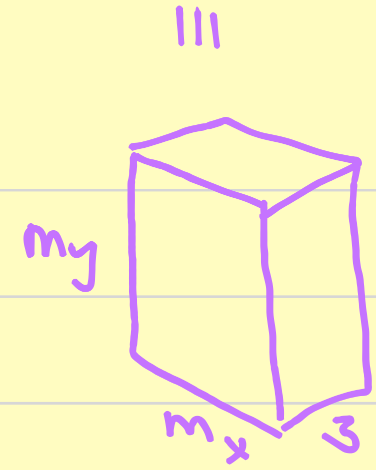
Die Convolution wendet „FILTERN" an, um relevante Informationen aus den Daten zu ziehen.

Diese „FILTER" nennen wir „KERNELS".

Ein kernel (in Diesem kontext) ist ein Tensor welcher die „Gewichte" (weights) der Convolution beeinflußt.

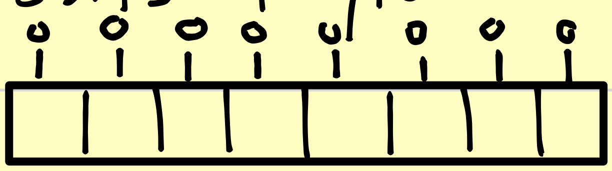


Jeder Pixel hat 3 Werte, einmal Kanal rot, einmal Kanal grün, und blau.



Die Werte können zw [0, 255] sein.

8bits = 1byte



$\equiv 2^8 \equiv 256$

Beispiel: 350 x 350 x 3

- In einem Euklydischen Dataset (Bilder, Videos, ...) können wir einen sinnvollen Abstand messen: in dem Beispiel oben, alle orangene Pixels der Obst sind nah beieinander. NUR so können wir die Orange erkennen. Wären die orangene Pixels zerstreut, würden wir kein Obst erkennen.

INPUT FILTER oder KERNEL.

Eigenschaften von Kernels:

1) Kernels können unterschiedliche Formen haben.
2) Die Kernels machen filtern aus, diese sind Parameter der Convolutionslayers (bei Deep learning): es gibt Kernel für

„Aufmerksamkeit", kernel für „Blurring",
kernel für „Konturerkennung"

Beispiele: 1) KANTEN ERKENNUNG. (3x3)

1	0	-1
0	0	0
-1	0	1

2) AUFMERKSAMKEITS KERNEL (3x3)

0	-1	0
-1	4	-1
0	-1	0

3) STÄRKERE AUFMERKSAMKEIT (3x3)

0	-1	0
-1	8	-1
0	-1	0

Beispiel:

R

1	1	0	2
1	2	1	1
0	1	2	1
1	0	0	1

G

B

Aufmerksamkeitskernel: $\begin{array}{|c|c|c|}\hline 0 & -1 & 0 \\ \hline -1 & 4 & -1 \\ \hline 0 & -1 & 0 \\ \hline \end{array}$

STRIDE: wie viel sich der kernel „bewegt".

STRIDE = 1 pixel.

$$\begin{matrix} 1 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{matrix} \cdot \begin{matrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{matrix} = \begin{aligned} &1\cdot 0 + 1\cdot -1 + 0\cdot 0 + \\ &+ 1\cdot(-1) + 2\cdot 4 + 1\cdot(-1) + \\ &+ 0\cdot 0 + 1\cdot(-1) + 2\cdot 0 = 4 \end{aligned}$$

1 pixel → STRIDE = 1

$$\begin{matrix} 1 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{matrix} \cdot \begin{matrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{matrix} = \begin{aligned} &1\cdot 0 + 0\cdot -1 + 2\cdot 0 + \\ &2\cdot(-1) + 1\cdot 4 + 1\cdot(-1) + \\ &1\cdot 0 + 2\cdot(-1) + 1\cdot 0 = -1 \end{aligned}$$

$\begin{array}{|c|c|} \hline 4 & -1 \\ \hline 0 & 7 \\ \hline \end{array}$

STRIDE = 1

$$\begin{matrix} 1 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{matrix} \cdot \begin{matrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{matrix} = \begin{aligned} &1\cdot 0 + 2\cdot(-1) + 1\cdot 0 + \\ &0\cdot(-1) + 1\cdot 4 + 2\cdot(-1) + \\ &1\cdot 0 + 0\cdot(-1) + 0\cdot 0 = 0 \end{aligned}$$

STRIDE = 1

$$\begin{matrix} 1 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{matrix} \cdot \begin{matrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{matrix} = \begin{aligned} &2\cdot 0 + 1\cdot(-1) + 1\cdot 0 + \\ &1\cdot(-1) + 2\cdot 4 + 1\cdot(-1) + \\ &0\cdot 0 + 0\cdot(-1) + 1\cdot 0 = 7 \end{aligned}$$

Beispiel:

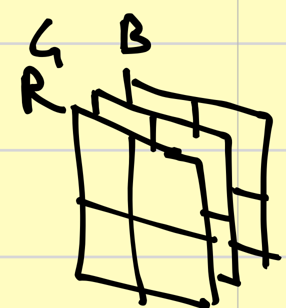
$\longrightarrow$

$$R = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 0 & 2 \\ \hline 1 & 2 & 1 & 1 \\ \hline 0 & 1 & 2 & 1 \\ \hline 1 & 0 & 0 & 1 \\ \hline \end{array} \qquad G \qquad B$$

$$\downarrow$$

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & -1 & 0 \\ \hline -1 & 4 & -1 \\ \hline 0 & -1 & 0 \\ \hline \end{array}$$

$$R_1 = \begin{array}{|c|c|} \hline 4 & -1 \\ \hline 0 & 7 \\ \hline \end{array} \qquad G_1 \qquad B_1$$



KONVOLUTIONSFENSTER. 2×2. $\begin{array}{|c|c|} \hline 2 & 0 \\ \hline -1 & 1 \\ \hline \end{array}$

$$R = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 0 & 2 \\ \hline 1 & 2 & 1 & 1 \\ \hline 0 & 1 & 2 & 1 \\ \hline 1 & 0 & 0 & 1 \\ \hline \end{array} \cdot \begin{array}{|c|c|} \hline 2 & 0 \\ \hline -1 & 1 \\ \hline \end{array} = 1\cdot 2 + 1\cdot 0 + 1\cdot(-1) + 2\cdot 1 = 3$$

$$R = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 0 & 2 \\ \hline 1 & 2 & 1 & 1 \\ \hline 0 & 1 & 2 & 1 \\ \hline 1 & 0 & 0 & 1 \\ \hline \end{array} \cdot \begin{array}{|c|c|} \hline 2 & 0 \\ \hline -1 & 1 \\ \hline \end{array} = 1\cdot 2 + 0\cdot 0 + 2\cdot(-1) + 1\cdot 1 = 1$$

$$R = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 0 & 2 \\ \hline 1 & 2 & 1 & 1 \\ \hline 0 & 1 & 2 & 1 \\ \hline 1 & 0 & 0 & 1 \\ \hline \end{array} \cdot \begin{array}{|c|c|} \hline 2 & 0 \\ \hline -1 & 1 \\ \hline \end{array} = 0\cdot 2 + 2\cdot 0 + 1\cdot(-1) + 1\cdot 1 = 0$$

$$\begin{array}{|ccc|} \hline 3 & 1 & 0 \\ 3 & 5 & 1 \\ -1 & 2 & 5 \\ \hline \end{array}$$

PADDING.

Beispiel:

 $\longrightarrow$

R

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

G

B

Stride = 2

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

3x3 Kernel

$\downarrow$

PADDING

p = 1

R

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix} \cdot \begin{matrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{matrix} = 1 \cdot 4 + 1 \cdot (-1) + 1 \cdot (-1) + 2 \cdot 0 = 2$$

$$\begin{bmatrix} 2 & -4 \\ -2 & 7 \end{bmatrix}$$

PADDING

2 pixels →
STRIDE 2

$$\begin{matrix} 0 & R\,0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} = 1\cdot(-1)+4\cdot 0+2\cdot(-1)+ +2\cdot 0+1\cdot(-1)+1\cdot 0 = -4$$

PADDING

↙
STRIDE 2

$$\begin{matrix} 0 & R\,0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} = 1\cdot(-1)+2\cdot 0+ 0\cdot 4+1\cdot(-1)+ 1\cdot 0+0\cdot(-1)=-2$$

PADDING

$$\begin{matrix} 0 & R\,0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$2\cdot 0+1\cdot(-1)+1\cdot 0+$$
$$= 1\cdot(-1)+2\cdot 4+1\cdot(-1)+$$
$$0+0+0=7$$