20250107_Statistik_WIN2

- KEVIN 20241001

$n=100$ $\boxed{\begin{matrix} n\to\infty \\ p\sim 0{'}5 \end{matrix}}$ BINOMIAL $\hat{=}$ NORMAL

$n=100$

$p=0{'}1$

$100!$ $N \cdot P \cdot T$ X

1. Korrektheit der Normalverteilungs-Approximation Die Approximation der Binomialverteilung durch die Normalverteilung ist dann gut geeignet, wenn: - n groß genug ist, - p nicht zu extrem ist (z. B. $p \approx 0,5$).

In Ihrem Fall ist $n = 100$ und $p = 0,1$. Der Wert für p ist relativ klein, was bedeutet, dass die Binomialverteilung eine starke Schiefe aufweist (sie ist asymmetrisch). Das führt dazu, dass die Normalverteilung die Binomialverteilung in diesem Fall nicht gut approximiert.

— 2. Berechnung mit der Normalverteilungs-Approximation Sie haben folgende Werte berechnet: - Erwartungswert: $\mu = n \cdot p = 10$ - Standardabweichung: $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = 4{,}33$

Ihre Schritte zur Normierung und Berechnung sind ebenfalls korrekt:

$$P(Z > 15) = 1 - P(Z \leq \frac{15-10}{4{,}33}) = 1 - P(Z \leq 0{,}924) = 1 - 0{,}8212 = 0{,}1788\,(17{,}88\%)$$

Diese Berechnung ist methodisch korrekt, weicht aber stark von der tatsächlichen Wahrscheinlichkeit ab, da die Normalverteilung hier die tatsächliche Binomialverteilung nicht gut annähert.

— 3. Warum weicht das Ergebnis ab? Das Hauptproblem ist, dass $p = 0{,}1$ klein ist. Dies führt zu einer deutlichen Asymmetrie der Binomialverteilung, die die Normalverteilung (symmetrisch) nicht erfassen kann.

Zudem wird bei der Normalverteilungs-Approximation oft die Stetigkeitskorrektur benötigt, um die bessere Anpassung zu erreichen. Das bedeutet, dass man bei der Umrechnung von $P(X > 15)$ auf die Normalverteilung statt 15 den Wert $15 + 0{,}5$ verwendet:

$$P(Z > 15) \approx P(Z > \frac{15{,}5 - 10}{4{,}33}) = P(Z > 1{,}27).$$

Mit dieser Anpassung ergibt sich:

$$P(Z > 1{,}27) = 1 - P(Z \leq 1{,}27) = 1 - 0{,}8980 = 0{,}102\,(10{,}2\%).$$

Dies wäre näher an der tatsächlichen Wahrscheinlichkeit, aber immer noch nicht exakt.

—

4. Empfehlung: Binomialverteilung direkt berechnen Wenn die Normalverteilung nicht gut geeignet ist, sollten Sie direkt die Binomialverteilung verwenden. Die Wahrscheinlichkeit für $P(X > 15)$ kann wie folgt berechnet werden:

$$P(X > 15) = 1 - P(X \leq 15) = 1 - \sum_{k=0}^{15} 100kp^k(1-p)^{n-k}.$$

Das direkte Berechnen der Binomialwahrscheinlichkeiten ist zwar rechenintensiv, aber bei modernen Taschenrechnern oder Tools wie Python/Excel machbar. Alternativ kann auch eine Software wie R oder MATLAB helfen.

— 5. Fazit Ihr Ergebnis weicht ab, da n noch nicht groß genug ist und p klein ist, was die Normalverteilungs-Approximation verzerrt. Die Verwendung der Binomialverteilung oder eine Korrektur durch die Stetigkeitskorrektur verbessert die Genauigkeit, kann aber dennoch nicht die gesamte Asymmetrie abbilden.

1

- POISSON 20241008 . LARA

X: die Ereignisse in der Zeit zufällig stattfinden, dann die Ereignisse $X(t)$ unterliegen einen POISSON Prozeß.

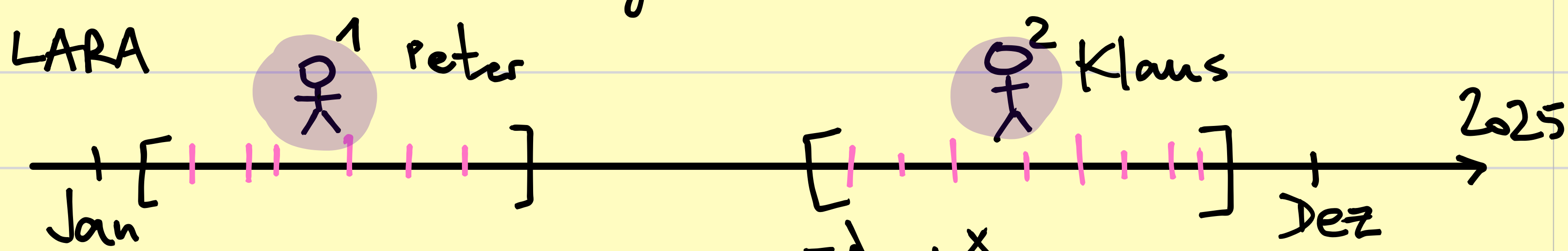
Die Frequenz der Ereignisse $\lambda > 0$

Wenn 1) $X(t=0)=0$.

2) Die Anzahl Ereignisse in zwei nicht überlappenden Intervale ist UNABHÄNGIG von einander!

KEIN GEDÄCHTNIS!

3) Die Anzahl Ereignisse ist proportional zur Länge der Periode



$$X(t) \rightarrow P(X=x) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^{x}}{x!}$$

$$\lambda = 2 \qquad P(X<1) = P(X=0) = \frac{e^{-2} \cdot 2^{0}}{0!} = e^{-2}$$