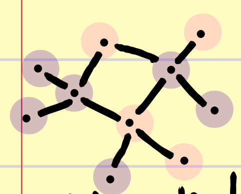
20211116_Beschaffung_und_Produktionswirtschaft_FAT1

Industrie 4.0 Prozeße. Sozio-technische Cyber-Physische Netzwerke.



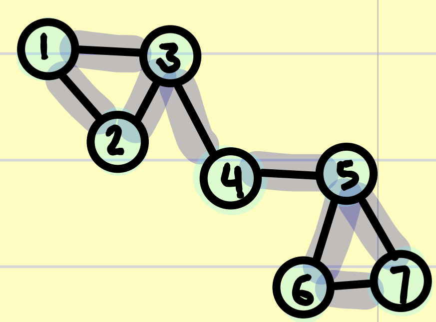
- Cybernetisch
- Physisch

Netzwerk

- Ein Netzwerk kann durch die Gruppe (Set) der Knoten (nodes) und Kanten (Edges) definiert werden.
- Diese Gruppe wird als Graph „G" bezeichnet.

$$\boxed{G=\{n,e\} \quad \begin{matrix} n=1,\dots,N \\ e=1,\dots,E \end{matrix}}$$

Beispiel Netzwerk Graph



$G: \{[1,2,3,4,5,6,7],$
$[[1,2],[1,3],[2,3],$
$[3,4],[4,5],$
$[5,6],[5,7],[6,7]]\}$

In einem Industrie-System wollen wir:

1. Kurze Durchlaufzeiten. So gering wie möglich.
2. Homogene Verteilung der Information in den Gruppen. So groß wie möglich.

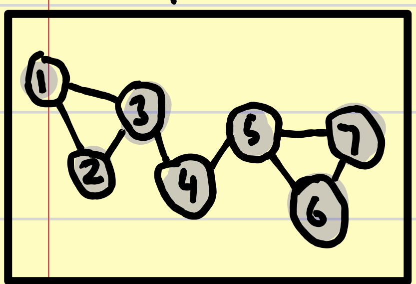
- Die DLZ kann mit dem Average Path Length (APL) ≡ Mittelwert der Abstände zw. Knoten ≡ gemessen werden. APL sollte so klein wie möglich dimensioniert werden.
- Die Verteilung der Information in Gruppen kann mit dem Clusterkoeffizient (CC) gemessen werden. CC sollte so groß wie möglich dimensioniert werden.

$$\boxed{APL = \frac{1}{N(N-1)} \cdot \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} d_{ij}}$$

$N(N-1) \equiv$ Maximale Anzahl Beziehungen in einem Netzwerk

$\sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} d_{ij} \equiv$ Summe Aller Abstände der Knoten zu Allen anderen.

Beispiel:



$$APL = \frac{1}{7\cdot 6}\Bigg[\Big[\overset{d_{12}}{1} + \overset{d_{13}}{1} + \overset{d_{14}}{2} + \overset{d_{15}}{3} + \overset{d_{16}}{4} + \overset{d_{17}}{4}\Big]_{1} +$$

$$+\Big[\overset{d_{21}}{1} + \overset{d_{23}}{1} + \overset{d_{24}}{2} + \overset{d_{25}}{3} + \overset{d_{26}}{4} + \overset{d_{27}}{4}\Big]_{2} +$$

$$+\Big[\overset{d_{31}}{1} + \overset{d_{32}}{1} + \overset{d_{34}}{1} + \overset{d_{35}}{2} + \overset{d_{36}}{3} + \overset{d_{37}}{3}\Big]_{3} +$$

$$+\Big[\overset{d_{41}}{2} + \overset{d_{42}}{2} + \overset{d_{43}}{1} + \overset{d_{45}}{1} + \overset{d_{46}}{2} + \overset{d_{47}}{2}\Big]_{4} +$$

$$+\Big[\overset{d_{51}}{3} + \overset{d_{52}}{3} + \overset{d_{53}}{2} + \overset{d_{54}}{1} + \overset{d_{56}}{1} + \overset{d_{57}}{1}\Big]_{5} +$$

$$+\Big[\overset{d_{61}}{4} + \overset{d_{62}}{4} + \overset{d_{63}}{3} + \overset{d_{64}}{2} + \overset{d_{65}}{1} + \overset{d_{67}}{1}\Big]_{6} +$$

$$+\Big[\overset{d_{71}}{4} + \overset{d_{72}}{4} + \overset{d_{73}}{3} + \overset{d_{74}}{2} + \overset{d_{75}}{1} + \overset{d_{76}}{1}\Big]_{7} =$$

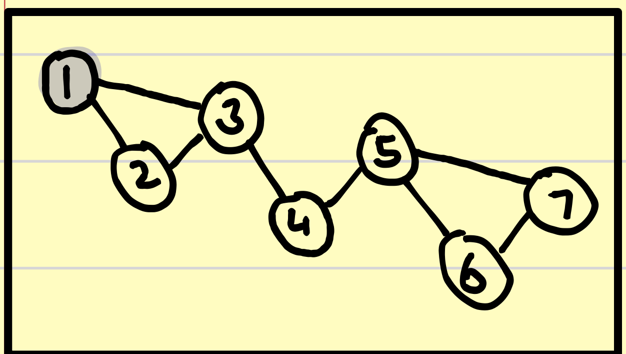
$$\boxed{APL_G = \frac{92}{42} = 2'19047 62}$$

- Wenn zwei Netzwerken gegeben werden, diejenige die einen kleineren APL hat, wird die kleinste DLZ haben.
- Wir können damit also Netzwerke (Prozeße) vergleichen.

Clustering Coefficient

$$\boxed{CC = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\frac{2.L_i}{K_i(K_i-1)}}$$

- N : Anzahl Knoten
- L_i : Anzahl Beziehungen zwischen den Nachbarn von Knote „i"
- K_i : Degree von Knote ≡ Anzahl Nachbarn vom Knote „i"



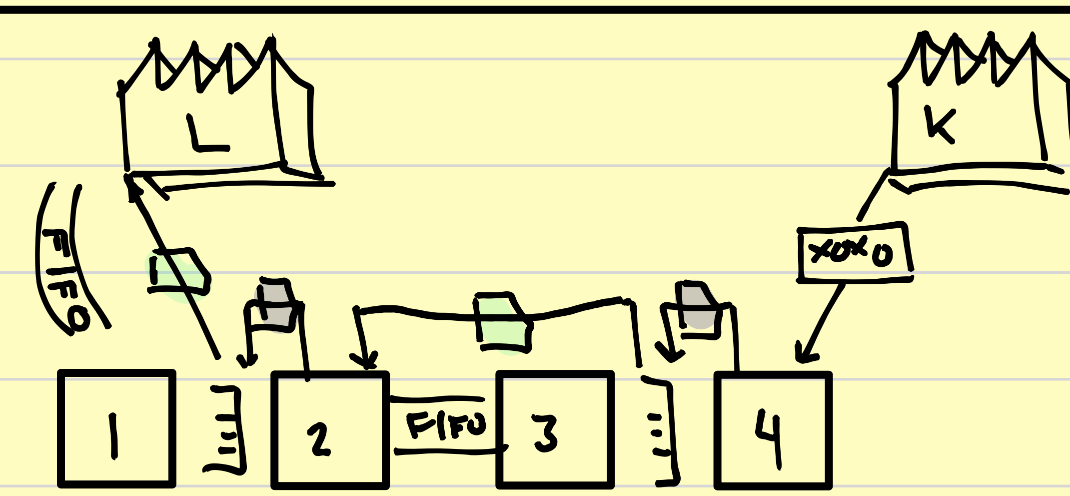
L_1 ≡ Anzahl Beziehungen zw Nachbarn von Knote 1

$$CC = \frac{1}{7}\left[\left[\frac{2 \cdot 1}{2\cdot(2-1)}\right]_1 + \left[\frac{2\cdot 1}{2(2-1)}\right]_2 + \left[\frac{2\cdot 1}{3(3-1)}\right]_3 + \left[\frac{2\cdot 0}{2(2-1)}\right]_4 + \left[\frac{2\cdot 1}{3(3-1)}\right]_5 + \left[\frac{2\cdot 1}{2(2-1)}\right]_6 + \left[\frac{2\cdot 1}{2(2-1)}\right]_7\right] = 0'6$$

K_1 ≡ Anzahl Nachbarn Knote 1

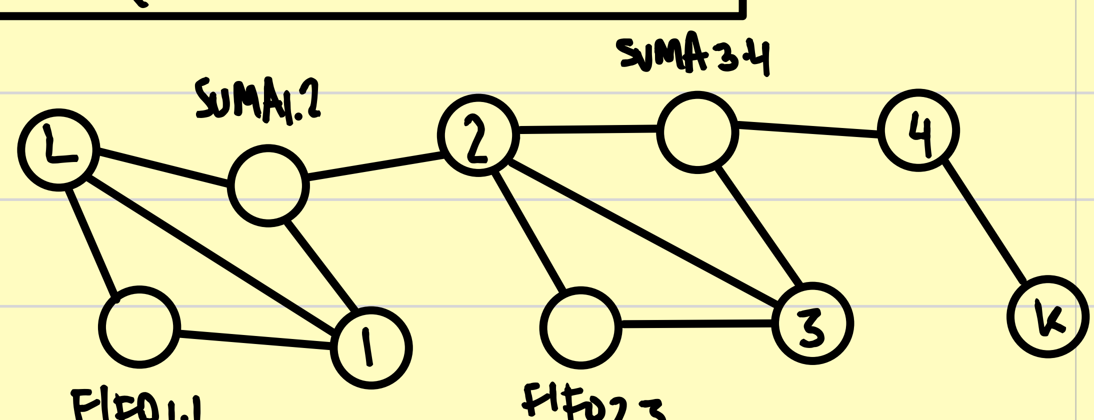
- Je größer unser CC, desto besser bilden sich Gruppen (Clusters) in unserem Netzwerk, desto besser ist also unserer Informationsaustausch in der Organisation.

Übung



- Bitte ermitteln Sie den APL & CC vom Netzwerk.

Hinweis: Als erstes stellen wir ein Graph dar vom Prozeß:



$$APL = \frac{1}{N(N-1)} \cdot \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} d_{ij} = \frac{1}{10\cdot 9} \cdot \Bigg[\Big[\overset{d_{LFIFOL1}}{1} + \overset{d_{L1}}{1} + \overset{d_{LSUMA_{12}}}{1} + \overset{d_{L2}}{2} + \overset{d_{LFIFO23}}{3} + \overset{d_{LSUMA_{34}}}{3} + \overset{d_{L3}}{3} + \overset{d_{L4}}{4} + \overset{d_{Lk}}{5} \Big] + \dots \Bigg] = \dots$$

$$CC = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \frac{2L_i}{k_i(k_i-1)} = \frac{1}{10} \cdot \Bigg[\left[\frac{2\cdot 2}{3(3-1)}\right]_{L} + \left[\frac{2\cdot 0}{2\cdot(2-1)}\right]_{FIFO\,L1} + \left[\frac{2\cdot 0}{2(2-1)}\right]_{SUMA\,12} + \left[\frac{2\cdot 2}{3(3-1)}\right]_{1} + \dots \Bigg] = \dots$$

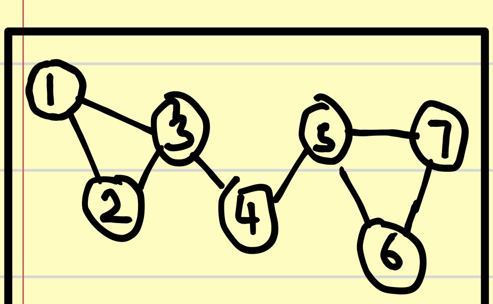
Laplacian vom Graph

$$\boxed{\mathcal{L} = D - A}$$

$\mathcal{L} \equiv$ Laplacian matrix vom Graph

$D \equiv$ Degree Matrix = diagonal Elemente mit den Anzahl nachbarn (Degree)

$A \equiv$ Adjazenz Matrix = nur Elemente außerhalb der diagonale mit 1 bei Beziehung
0 " Keine "



$$D = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} 2 & & & & & & \\ & 2 & & & [0] & & \\ & & 3 & & & & \\ & & & 2 & & & \\ & [0] & & & 3 & & \\ & & & & & 2 & \\ & & & & & & 2 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \end{array}$$

$$A = \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \end{array}$$

$$
L = \begin{vmatrix}
2 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-1 & -1 & 3 & -1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & -1 & 3 & -1 & -1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 2
\end{vmatrix}
$$

Laplacian Matrix

- Eigenvektoren der Laplacian Matrix (2. Eigenvektor $\equiv$ Fiedler vektor) kann uns analytisch sagen wo der Engpaß des Prozeßes liegt.

(·) Fiedler Vektor

Spectrale Eigenschaften vom Graph.

$$
\begin{bmatrix} + \\ + \\ + \\ \hline - \\ - \\ - \\ - \end{bmatrix} \leftarrow \text{4. Knote der Engpaß des Prozeßes ist.}
$$

Buch Tipp: The Lean Brain Theory

w³.profH4.com

H4