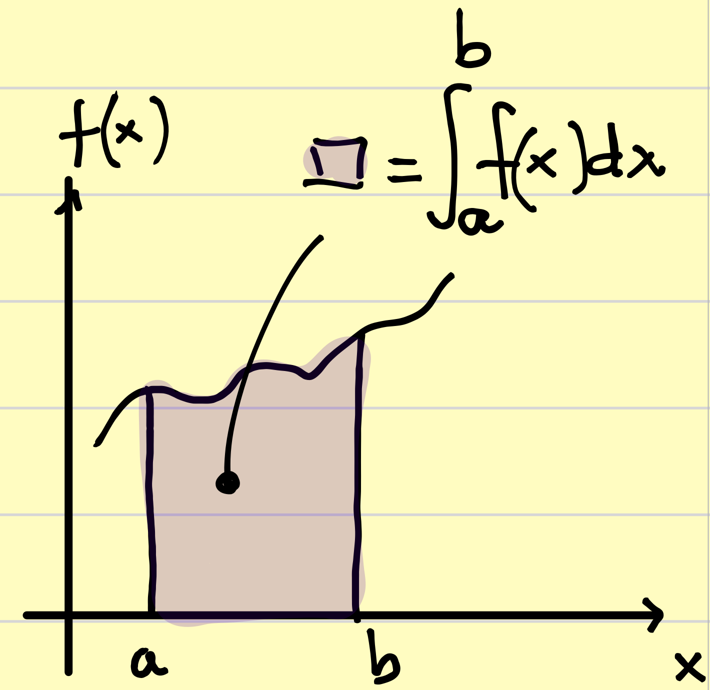
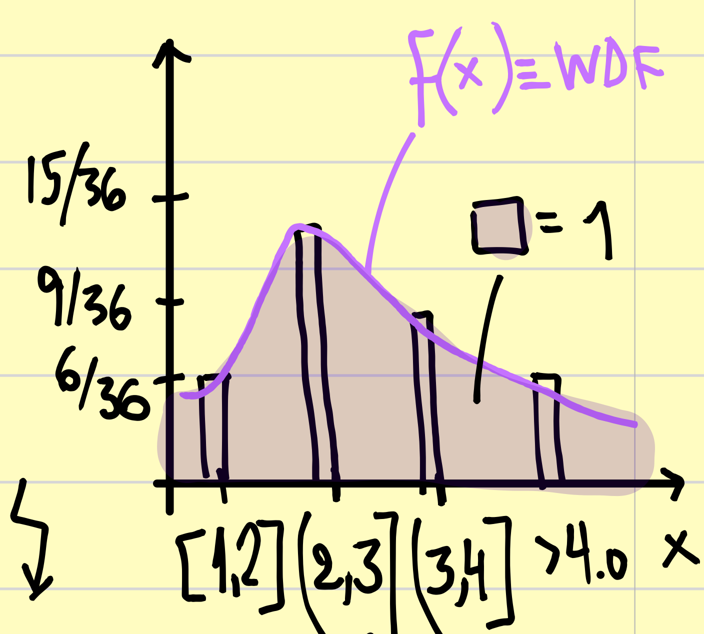
Wahrscheinlichkeitstheorie (W. Theorie)

W. Funktionen.

- W. Dichtefunktion (WDF)



Beispiel.	x (Noten)	Häufigkeit der Variabel
>4.0	6	6/36
(3,4]	9	9/36
(2,3]	15	15/36
[1,2]	6	6/36
	$\sum 36$	$\sum = 1$

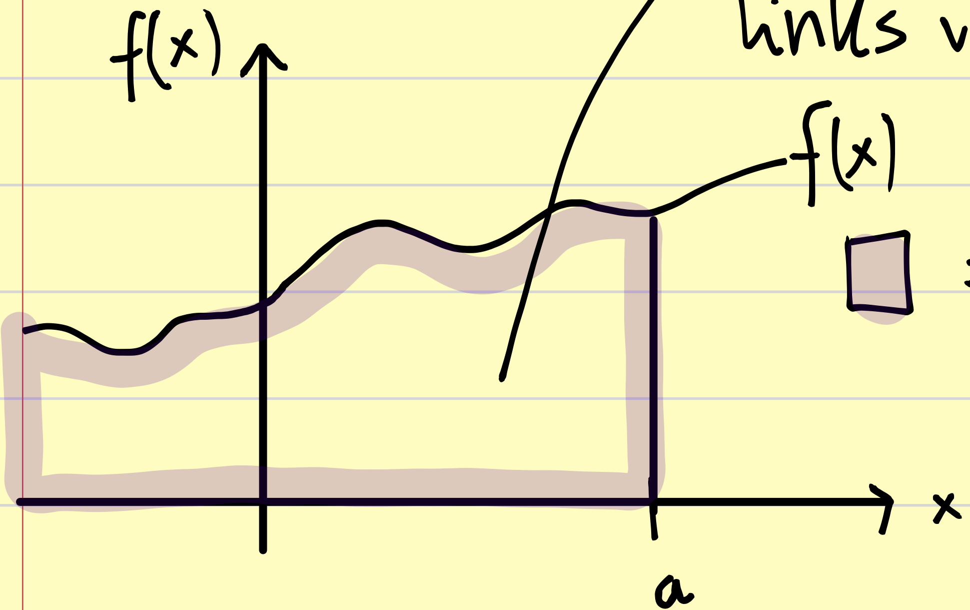


Die Häufigkeit vom Interval ergibt die WDF $= f(x)$.

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = \sum \text{Häufigkeiten} = 1$$

- W. Rechnung, angenommen die WDF ist bekannt.

a) Was ist die W. dafür, dass X kleiner/kleiner gleich als „a" ist? ≡ Was ist die Fläche unter der Kurve links von „a"?

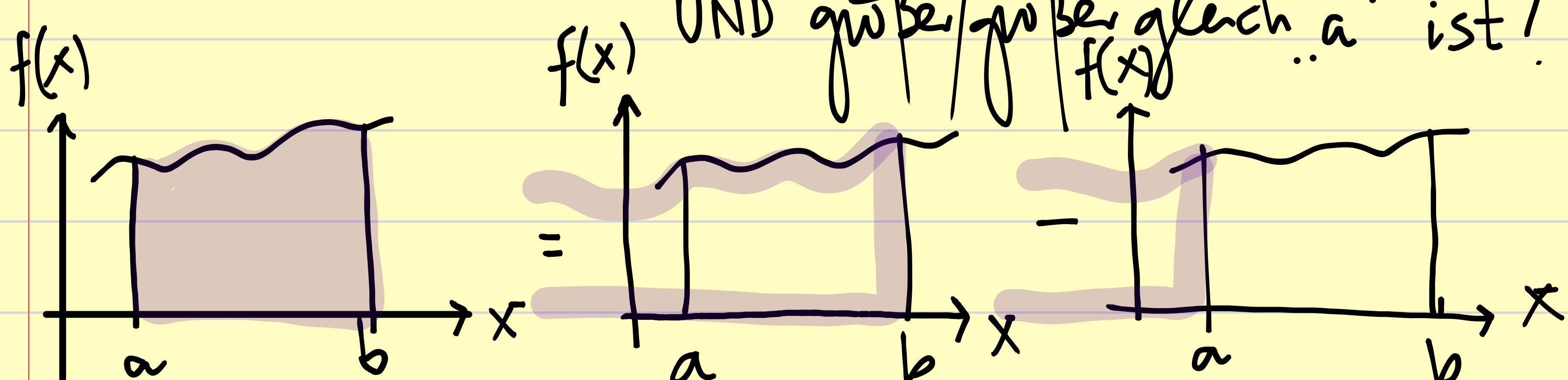


$$= \int_{-\infty}^{a} f(x)\,dx = P(X \leq a) = F(a)$$

Probability Kumulative Funktion

$$F(\infty) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = 1$$

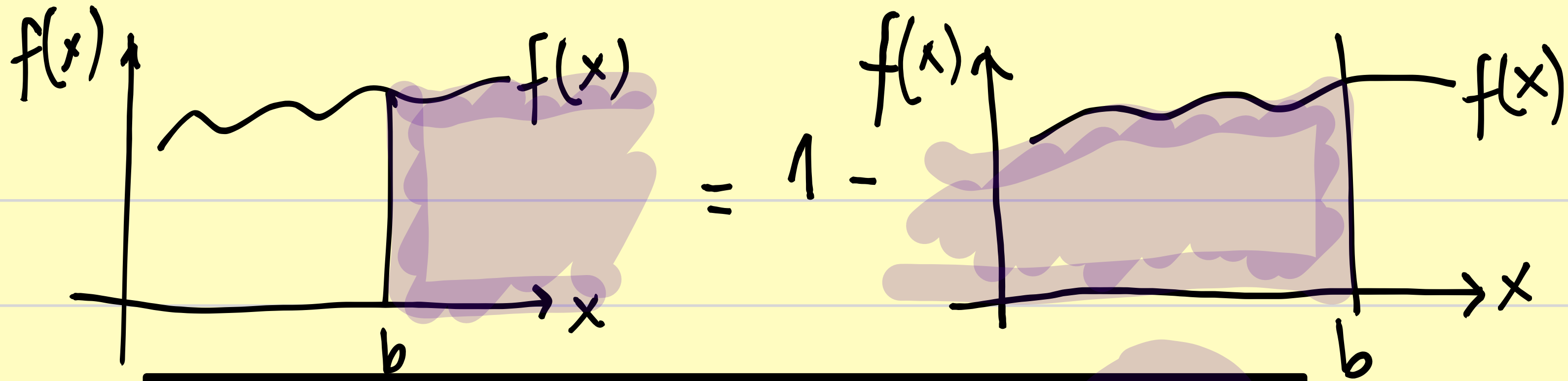
b) Was ist die W. dafür, dass X kleiner/kleiner gleich „b" UND größer/größer gleich „a" ist?



$$\boxed{P(a \leq X \leq b) = P(X \leq b) - P(X \leq a)}$$

$$\int_{a}^{b} f(x)\,dx = \int_{-\infty}^{b} f(x)\,dx - \int_{-\infty}^{a} f(x)\,dx$$

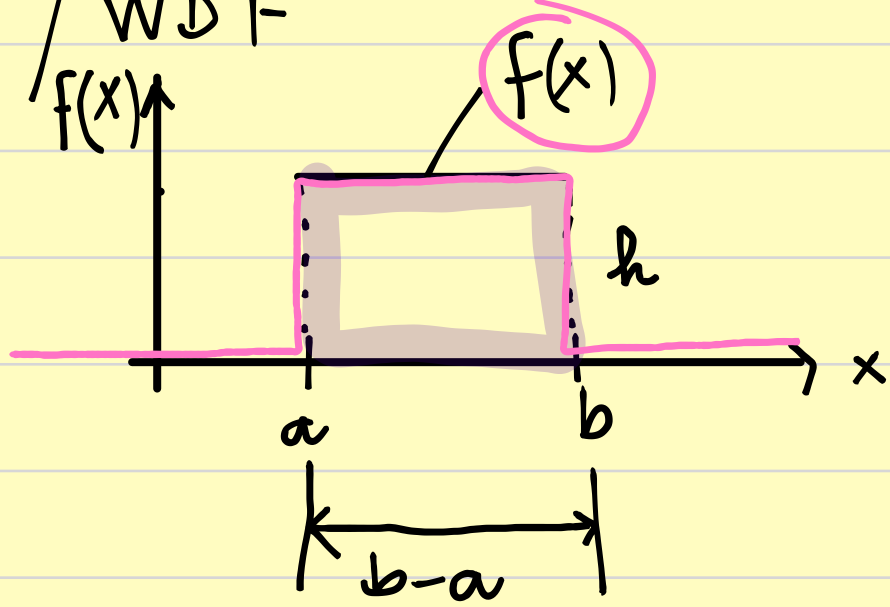
c. Was ist die W. dafür X größer/größer gleich b ist?



$$\boxed{P(X \geq b) = 1 - P(X \leq b)}$$

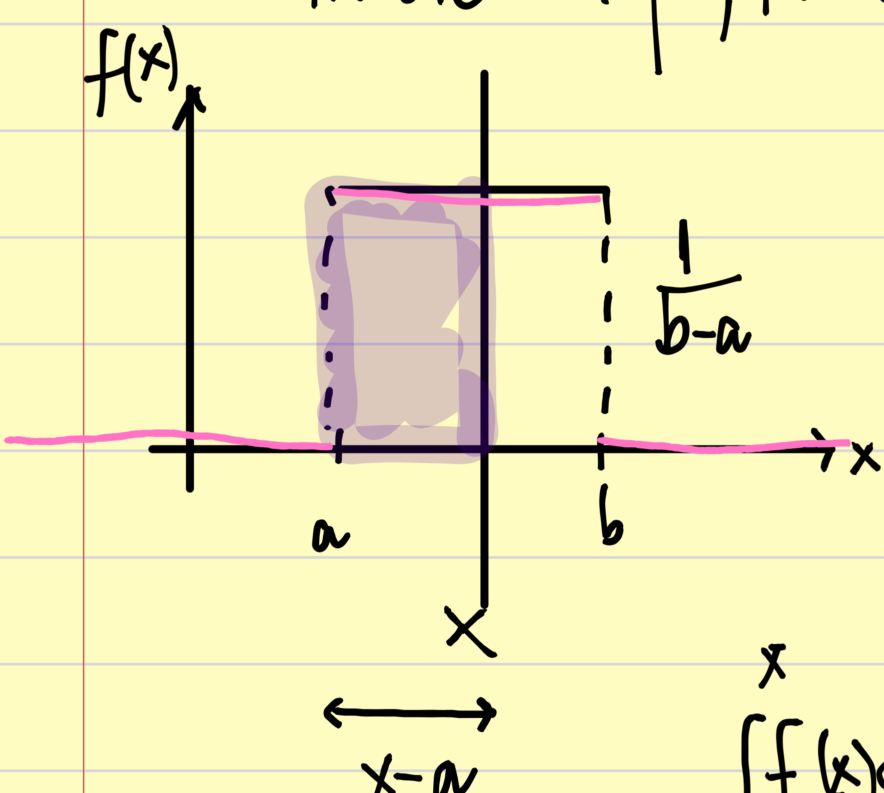
---

1. UNIFORM VERTEILUNG / WDF



$$\boxed{\begin{array}{l} \square \text{ Fläche} = 1 = (b-a)\cdot h \\ h = \dfrac{1}{b-a} \\ f_u(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{b-a} & a \leq x \leq b \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \\ M_1 = \dfrac{a+b}{2} \qquad \sqrt{m_2} = \dfrac{b-a}{\sqrt{12}} \end{array}}$$

. Was ist die W. dafür, dass $X \leq x$ ist?

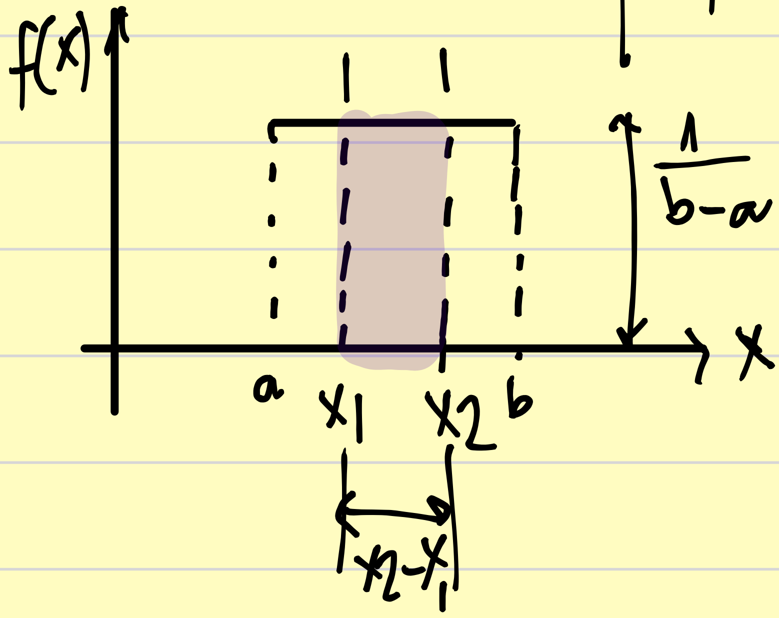


$$P(X_u \leq x) = \int_{-\infty}^{x} f_u(x)\,dx = \frac{1}{b-a}\cdot x-a$$

$$\boxed{F(X) = \frac{x-a}{b-a}}$$

$$\int_{-\infty}^{x} f_u(x)\,dx = \int_{a}^{x} f_u(x)\,dx = \frac{x-a}{b-a}$$

· Was ist die W. dafür, dass $X \leq x_2$ UND $X \geq x_1$ ist?



$$P(x_1 \leq X \leq x_2) = \frac{x_2 - x_1}{b-a} =$$

$$= P(X \leq x_2) - P(X \leq x_1) =$$

$$= \frac{x_2 - a}{b-a} - \frac{x_1 - a}{b-a} = \frac{x_2 - a - x_1 + a}{b-a}$$

$$= \frac{x_2 - x_1}{b-a}$$

Übung. Uniformverteilung. Die Wartezeit an einer Bushaltestelle ist UNIFORM verteilt: $X \sim U[1,12]$ Minuten.

a) Was ist die WDF?

b) Was ist die W. dafür, dass die Wartezeit $X \leq 8$ Minuten ist?

c) " " " " " , " " " $X \geq 4$ " " ?

d) Was ist m_1 & $\sqrt{m_2}$?

e) Was ist die W. dafür, dass die Wartezeit $3 \leq X \leq 6$ Minuten ist?