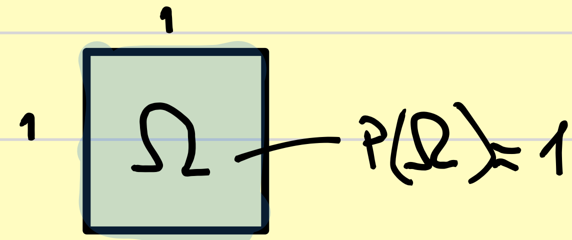
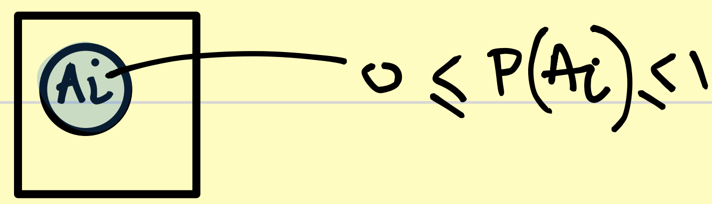
Wahrscheinlichkeitstheorie.

1. Kolmogorov Axiome

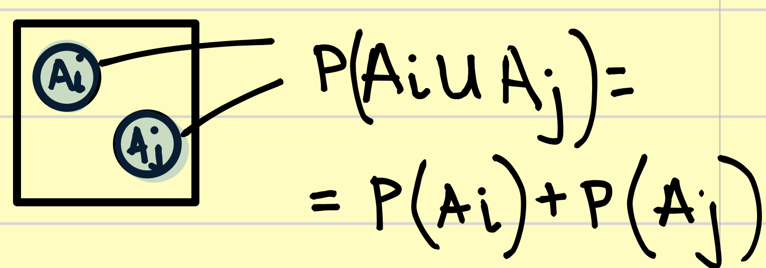
1. Das sichere Ereignis Ω hat eine W von 1. $P(\Omega)=1$.



2. Für jedes Ereignis A_i, ist die W von $A_i \in [0,1]$. $P(A_i) \in [0,1]$



3. Die W einer Vereinigung abzählbarer vieler Inkompatibler Ereignisse ist die Summe der W der einzelnen.



$$P(A_i \cup A_j) = P(A_i) + P(A_j)$$

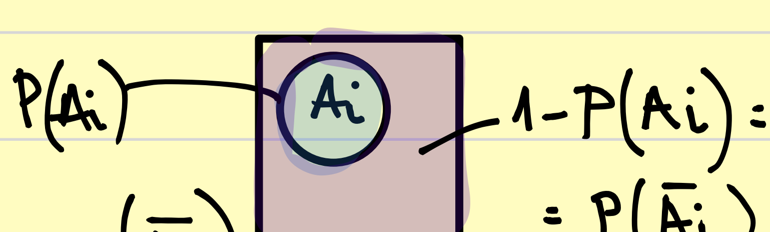
ODER

Inkompatibel

Folgerungen:

A. Aus der Additivität der W disjunktiver Ereignisse (A#3) folgt, dass Komplementäre Ereignisse, eine s.g. Gegenwahrscheinlichkeit haben: $P(A_i) = 1 - P(\bar{A_i})$

Proof:



$$\left.\begin{aligned} P(\Omega) &= P(A_i) + P(\bar{A_i}) \\ P(\Omega) &= 1 \end{aligned}\right\} P(A_i) = 1 - P(\bar{A_i})$$

B. Das unmögliche Ereignis, hat eine W von null.

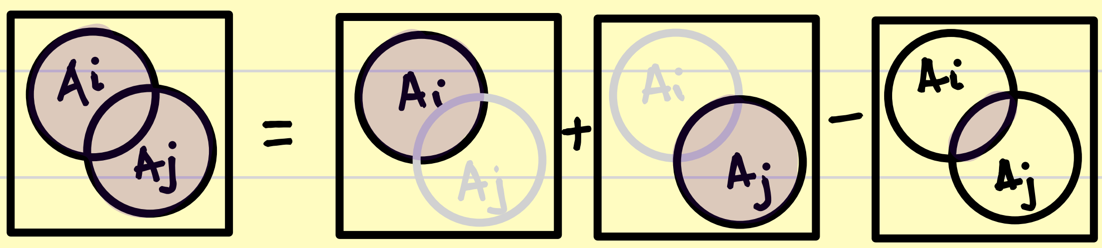
$P(\Omega) = 1$

$P(\bar{\Omega}) = P(\emptyset) = 1 - P(\Omega) = 1 - 1 = 0$

C. Für die Vereinigung nicht disjunktiver (kompatibler) Ereignisse folgt:

$$\boxed{P(A_i \cup A_j) = P(A_i) + P(A_j) - P(A_i \cap A_j)}$$

ODER UND



Beispiel: A_1: WIN Studierende Mathe bestanden im 1. Semester

A_2: WIN " werden Statistik bestehen

$A_1 \cap A_2$: WIN " Mathe best. 1 Sem. UND werden Stat. bestehen

WAS IST $A_1 \cup A_2$?

$P(A_1) = 0'3$

$P(A_2) = 0'4$

$P(A_1 \cap A_2) = 0'2$

$\Rightarrow P(A_1 \cup A_2) = 0'3 + 0'4 - 0'2 = 0'5$

2. Bedingte W.

Unter einer BW versteht man die W dafür, dass das Eintretten eines Ereignisses A_i unter der Voraussetzung, dass das Eintretten eines anderen Ereignisses A_j bereits bekannt ist:

$$\boxed{P(A_i|A_j) = \frac{P(A_i \cap A_j)}{P(A_j)}}$$ Laplace BW

Beispiel: in einem Pokerkartendeck von 52 Karten, was ist die W dafür, dass wir eine Karo ♢ Karte ziehen, vorausgesetzt die gezogene Karte ist rot.

$$P(\diamondsuit|rot) = \frac{P(\diamondsuit \cap rot)}{P(rot)} = \frac{13/52}{26/52} = \frac{13}{26} = 0{,}5 \equiv 50\%$$

3. Satz von Bayes

Schnittmenge von nicht disjunktiver Ereignisse werden dadurch ermittelt.

Laplace: $P(A_i|A_j) = \frac{P(A_i \cap A_j)}{P(A_j)} \rightarrow P(A_i \cap A_j) = P(A_i|A_j) \cdot P(A_j)$

$$\parallel$$

$P(A_j|A_i) = \frac{P(A_j \cap A_i)}{P(A_i)} \rightarrow P(A_j \cap A_i) = P(A_j|A_i) \cdot P(A_i)$

$$P(A_i|A_j)\cdot P(A_j) = P(A_j|A_i)\cdot P(A_i)$$

$$\boxed{P(A_i|A_j) = \frac{P(A_j|A_i)\cdot P(A_i)}{P(A_j)}}$$ Satz von Bayes