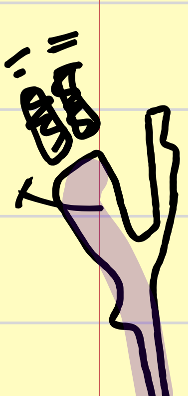
Bode Diagramm Das Bode-Diagramm ist ein graphisches Werkzeug, das idR verwendet wird, um das Verhalten eines linearen, zeitinvarianten Systems zu analysieren.

Es besteht aus 2 Diagrammen: dem Amplituden und Phasen Bode Diagramm

1. Amplituden Bode-Diagramm
   Auf der X-Achse wird die Kreisfrequenz ω (im logarithmischen Skala) dargestellt.
   Auf der Y-Achse wird der Amplitudenverstärkungsfaktor (in Dezibel · DB) dargestellt.
2. Phasen Bode-Diagramm
   Auf der X-Achse wird (ebenfalls) die Kreisfrequenz ω (im logaritmischen Skala) dargestellt.
   Auf der Y-Achse wird der Phasenverschiebungswinkel (im Grad) dargestellt. φ



Zusammenhänge zw. Bode-Diagramm & Übertragungsfunktion

1. Amplituden Bode-Diagramm.
   a) Die Steigung des A.BDs bei niedrigen Frequenzen (Linkskurve) entspricht der Anzahl der POLE in der Übertragungsfunktion.
   b) Die Steigung des ABDs bei hohen Frequenzen (Rechtskurve) entspricht der Anzahl der NULLEN

in der Übertragungsfunktion.

2. Phasen Bode Diagramm

a) Das PBD gibt Aufschluß darüber wie schell das System auf Änderungen in der Eingangs-frequenz reagiert.

Im Folgenden sollten die Bode-Diagramme von Regelkreisgliedern mit elementaren Zeitverhalten behandelt werden.

Häufig wird der Amplitudengang in Dezibel (dB) eingetragen

DEFINITIONSGEMÄß:

$$|G(j\omega)|_{dB} = 20 \log_{10}|G(j\omega)|$$

1. Bode Diagramm (BD) des P-Gliedes.

Die Übertragungsfunktion $G(s) = K_p$.

Der Frequenzgang $G(j\omega) = \frac{u_a(j\omega)}{u_e(j\omega)} = K_p \equiv$ konstant

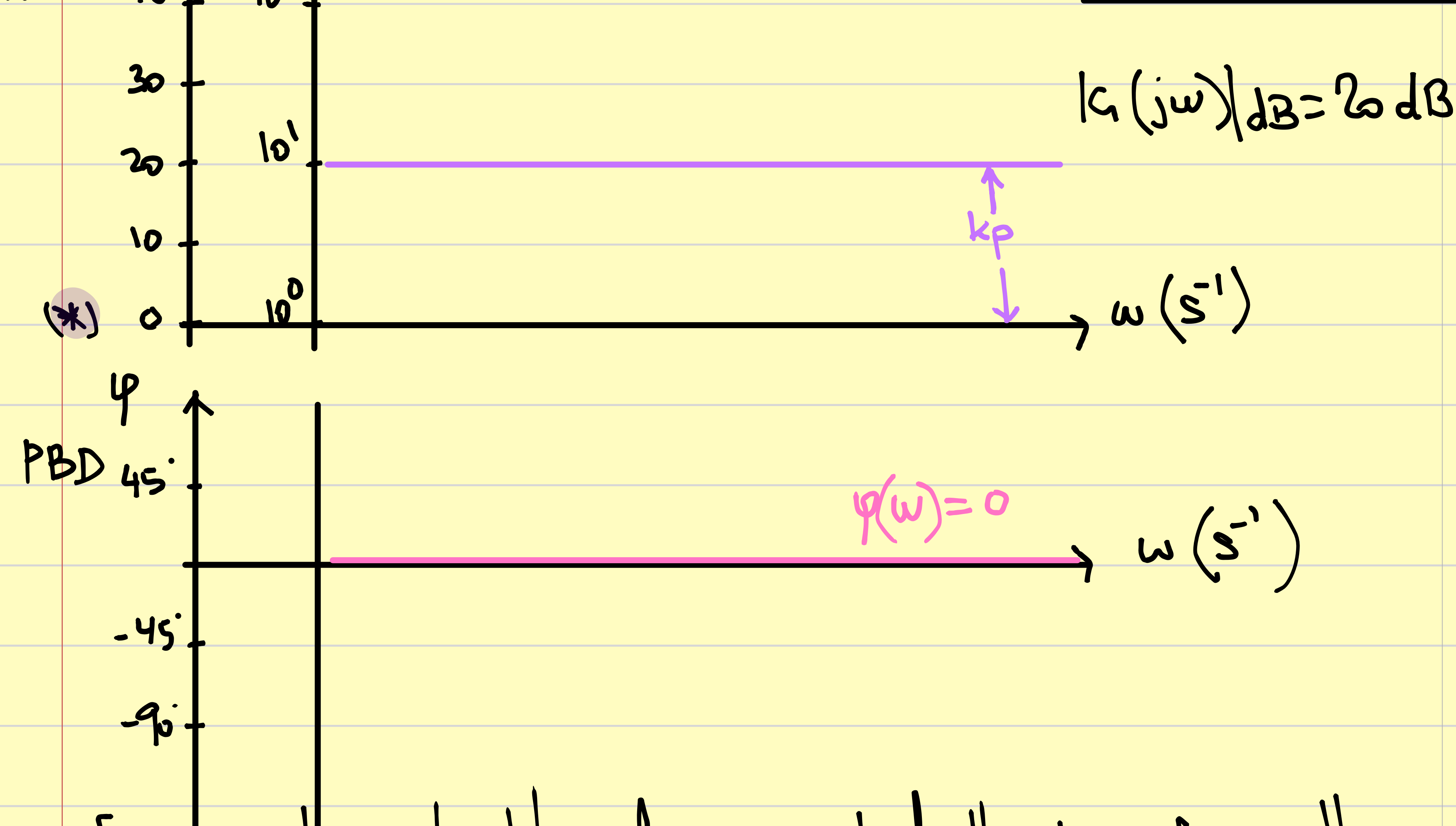
Daraus folgt $|G(j\omega)| = K_p$ $\varphi(\omega) = 0$

Beispiel: BD P-Glied $K_p = 10$

(*) $40\,dB = 20\log_{10}(10^2)$

$20\,dB = 20\log_{10}(10^1)$

...



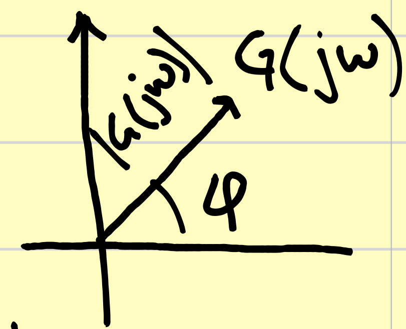
Es ist wichtig zu beachten, dass ein P-Glied allein kein frequenzabhängiges Verhalten hat, da es keine Pole im System gibt. Es hat also keinen Einfluß auf die Frequenzkomponenten des Signals, sondern nur auf die Amplitude durch K_p.

2. BD eines I-Gliedes

Die Übertragungsfunktion lautet $G(s) = \frac{K_I}{s}$

Der Frequenzgang $G(j\omega) = \frac{u_a(j\omega)}{u_e(j\omega)} = \frac{K_I}{j\omega} \overset{(*)}{=} \frac{-K_I j\omega}{\omega^2} = \frac{-K_I}{\omega} j$

Die Konstante K_I kann gleich $K_I = \frac{1}{T_1}$ dargestellt werden. Wobei T_1 als „Integrierzeit" verstanden wird.



Daraus folgt $G(j\omega) = \frac{-j}{\omega T_1}$

Dementsprechend: $|G(j\omega)| = \frac{1}{\omega T_1} = (\omega T_1)^{-1}$

Somit $|G(j\omega)|_{dB} = 20 \log |G(j\omega)| = 20 \cdot (-1) \cdot \log(\omega T_1)$

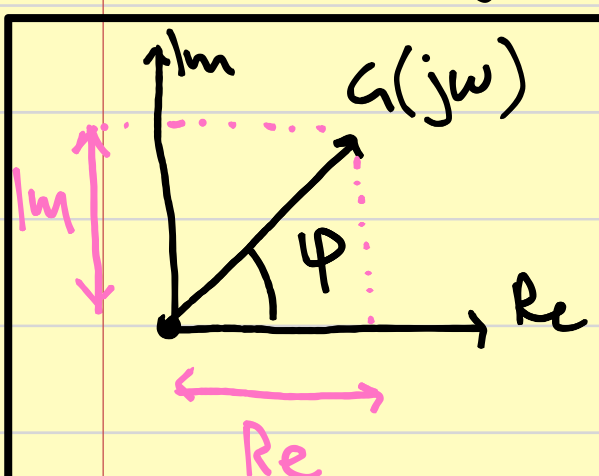
(*) $\frac{k}{a+bj} = \frac{k}{a+bj} \cdot \frac{a-bj}{a-bj} = \frac{ak-bkj}{a^2+b^2 \cancel{-abj} \cancel{+abj}} = \frac{ak-bkj}{a^2+b^2}$

$= k \frac{a-bj}{a^2+b^2}$

$z = a+bj$; $\frac{k}{z} = k \frac{z^*}{|z|}$

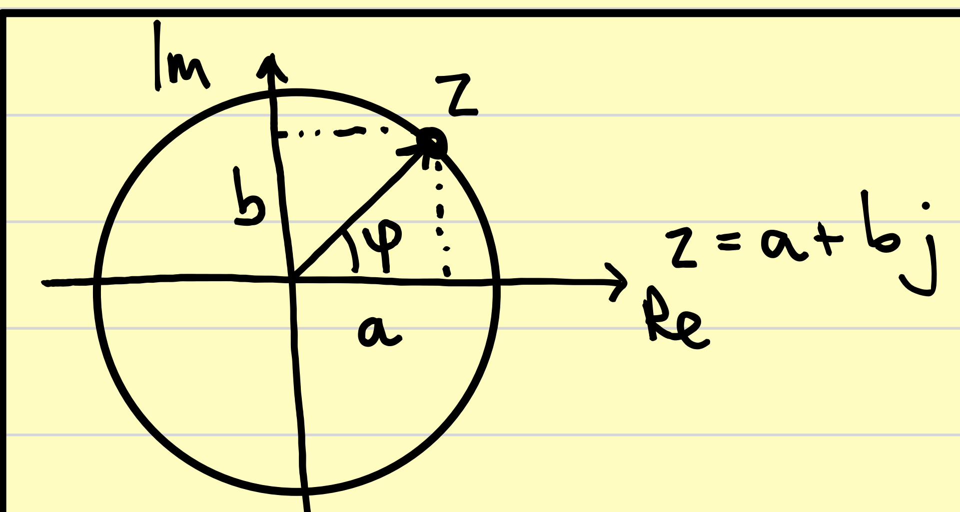
$G(j\omega) = \frac{-j}{\omega T_1} \rightarrow \varphi = \arctan g \left[\frac{\operatorname{Im} G(j\omega)}{\operatorname{Re} G(j\omega)} \right] =$

$= \arctan g \left[\frac{-1/\omega T_1}{0} \right] = -90°$



$tg\, \varphi = \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} = \frac{\operatorname{Im} G(j\omega)}{\operatorname{Re} G(j\omega)}$

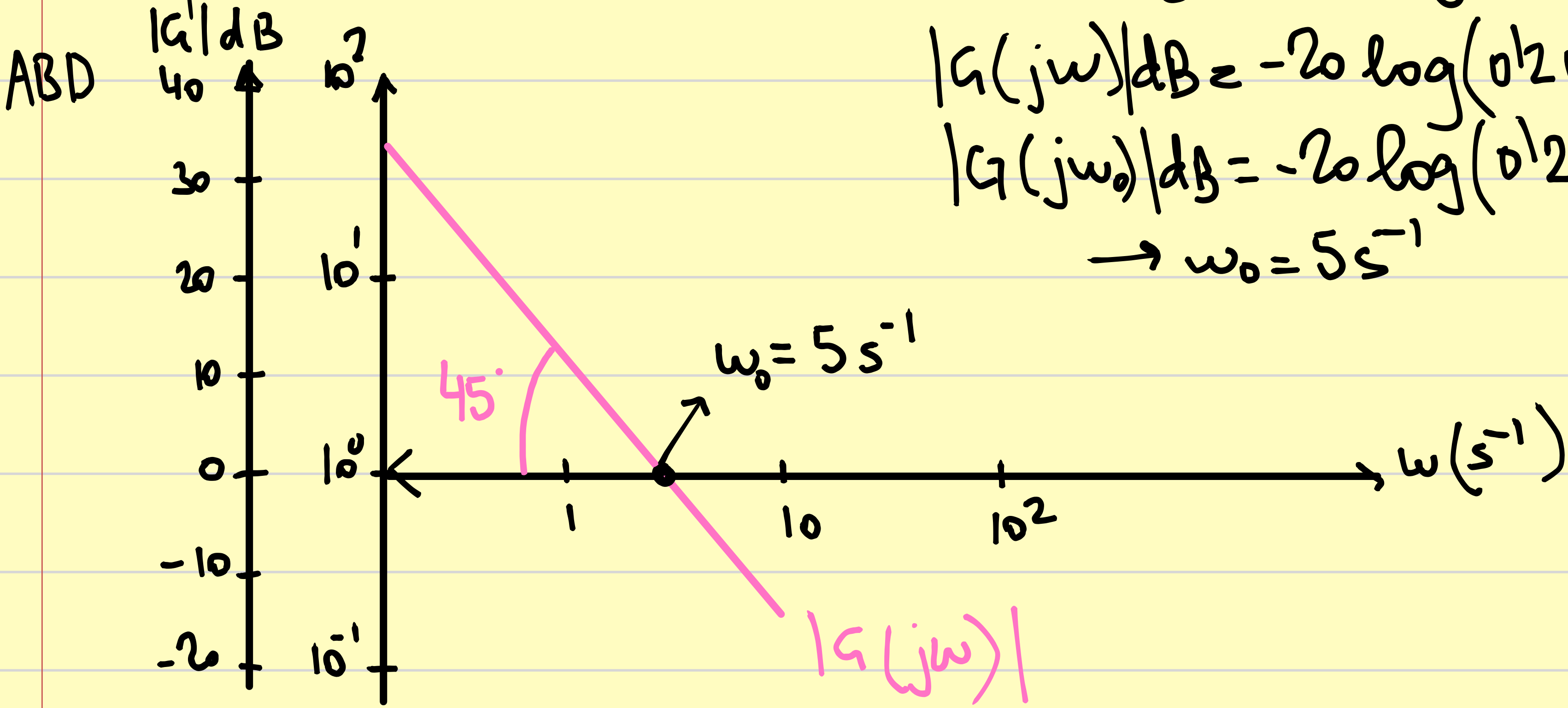
$\varphi = \arctan g \left[\frac{\operatorname{Im}(G(j\omega))}{\operatorname{Re}(G(j\omega))} \right]$



Beispiel: $T_1 = 0{,}2\,s$

$$|G(j\omega)|_{dB} = -20\log(\omega T_1)$$
$$|G(j\omega)|_{dB} = -20\log(0{,}2\,\omega)$$
$$|G(j\omega_0)|_{dB} = -20\log(0{,}2\cdot\omega_0) = 0$$
$$\rightarrow \omega_0 = 5\,s^{-1}$$

ABD



PBD

3. BD eines D-Gliedes

Die Übertragungsfunktion $G(s) = K_D \cdot s$

Frequenzgang: $G(j\omega) = j\omega K_D$

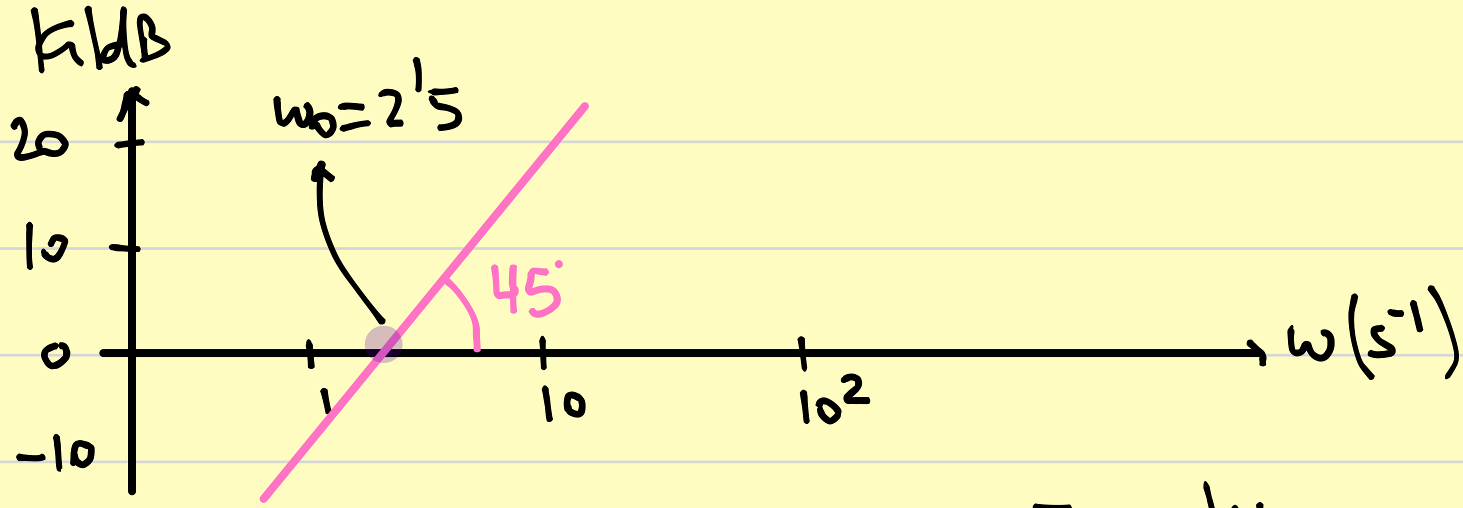
Wir definieren die Differenzierzeit $T_D = K_D$

Somit $G(j\omega) = j\omega T_D$

Folglich: $|G(j\omega)| = \omega T_D \rightarrow |G(j\omega)|_{dB} = 20\log(\omega T_D)$

$$\rightarrow \varphi = \arctan\left[\frac{\omega T_D}{0}\right] = 90°$$

PBD



$T_D = 0'4$

$|G(jw_0)|_{dB} = 20\log(w_0 \cdot 0'4) = 0$

$w_0 \cdot 0'4 = 1 \rightarrow w_0 = 2'5$