Immer die Variable definieren!

Poisson

$$\boxed{P(X=k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!} \; ; \quad k! = k(k-1)(k-2)\ldots 3.2.1}$$

1.

$\lambda \equiv$ konstante mittlere Ereignisrate $= 20 \frac{\text{kunden}}{\text{std.}}$

Genau 25 kunden in einer stunde?

$$P(X=25) = \frac{20^{25} \cdot e^{-20}}{25!} \cong 0'0446 \equiv 4'46\%$$

1b. Was ist die W. dafür, dass genau 10 Kunden in einem bestimmten Interval von 15 Minuten kommen?

$$\lambda = 20 \frac{\text{Kunden}}{\text{Std}} \longrightarrow \lambda^* = \frac{20}{4} \frac{\text{kunden}}{\frac{1}{4}\text{std}} = 5 \frac{\text{kunden}}{15\,\text{Min.}}$$

$$P(X^* = 10) = \frac{5^{10} \cdot e^{-5}}{10!} \cong 0'0181$$

$$= \frac{\lambda^{*k} \cdot e^{-\lambda^*}}{k!}$$

2. kein Buch an einem Tag $k=0$

$\lambda = 3$ Bücher/Tag

$$P(X=0) = \frac{3^0 \cdot e^{-3}}{0!} = e^{-3} \simeq 0'0498$$

2b. Was ist die W. dafür, dass mindestens 2 Bücher in 3 Tagen verkauft werden?

$$\lambda = 3 \frac{\text{Bücher}}{\text{Tag}} \rightarrow \lambda^* = 3.3 \frac{\text{Bücher}}{3\,\text{Tagen}} = 9 \frac{\text{Bücher}}{3\,\text{Tagen}}$$

$$P(X^* \geq 2) = 1 - \left[P(X=0) + P(X=1)\right] =$$

$$= 1 - \left[\frac{9^0 e^{-9}}{0!} + \frac{9^1 e^{-9}}{1!}\right] = 0'123$$

3. $\lambda = 5 \frac{\text{Anrufe}}{\text{std}}$

W. dafür, dass in den nächsten 30 Min kein Anruf angeht?

$$\lambda = 5 \frac{\text{Anrufe}}{\text{std}} \rightarrow \lambda^* = 5 \cdot \frac{1}{2} \frac{\text{Anrufe}}{\frac{1}{2}\,\text{std}} = 2'5 \frac{\text{Anrufe}}{30\,\text{min}}$$

$$P(X=0) = \frac{2'5^0 e^{-2'5}}{0!} = 0'0821$$

4. $\lambda = 2 \frac{\text{Busse verspätet}}{\text{std.}}$

W. dafür, dass mehr als 3 Busse in einer Std verspätet

$$P(X>3) = 1 - \left[P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3)\right]$$

$$= 1 - \left[\frac{2^0 e^{-2}}{0!} + \frac{2^1 e^{-2}}{1!} + \frac{2^2 e^{-2}}{2!} + \frac{2^3 e^{-2}}{3!}\right] \simeq \ldots = 0'1429$$

5. $\lambda = 4 \frac{\text{Fütter}}{\text{Tag}}$ $k=6$

$$P(X=6) = \frac{4^6 \cdot e^{-4}}{6!} \simeq \ldots = 0'1042$$

6. $\lambda = 10 \frac{\text{Landungen}}{\text{Sek}}$ $k=0$

$$P(X=0) = \frac{10^0 \cdot e^{-10}}{0!} \simeq \ldots = 4'5 \cdot 10^{-5}$$

6b. Was ist die W. dafür, dass mindestens 3 Flugzeuge landen in den nächsten 2 Sekunden.

$$\lambda = 10 \frac{\text{Land}}{\text{sek}} \rightarrow \lambda^* = 10 \cdot 2 \frac{\text{Land.}}{2\text{sek}} = 20 \frac{\text{Land.}}{2\text{Sek}}$$

$$P(X^* \geq 3) = 1 - \left[P(X^*=0) + P(X^*=1) + P(X^*=2)\right] =$$

$$= 1 - \left[\frac{20^0 e^{-20}}{0!} + \frac{20^1 e^{-20}}{1!} + \frac{20^2 e^{-20}}{2!}\right] \cong \ldots = 1$$

7. $\lambda = 2 \frac{\text{Diebstahl}}{\text{Woche}}$ $k > 4$ / Woche

$$P(X>4) = 1 - \left[P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) + P(X=4)\right]$$

X ≡ Anzahl Diebstähle pro Woche.

$$P(X>4) = 1 - \left[\frac{2^0 e^{-2}}{0!} + \frac{2^1 e^{-2}}{1!} + \frac{2^2 e^{-2}}{2!} + \frac{2^3 e^{-2}}{3!} + \frac{2^4 e^{-2}}{4!}\right] =$$

$$\simeq \dots = 5'27\,\%$$

8. $\lambda = 15 \dfrac{\text{Nachrichten}}{\text{Tag}}$ $\quad k = 20$

$$P(X=20) = \frac{15^{20}\, e^{-15}}{20!} \simeq \dots = 4'18\,\%$$

Anzahl Nachrichten / Tag

9. $\lambda = 8 \dfrac{\text{Geburten}}{\text{Tag}}$ $\quad k < 5$

$$P(X<5) = \sum_{k=0}^{4} \frac{8^k\, e^{-8}}{k!} \simeq \dots = 9'96\,\%$$

10. $\lambda = 12 \dfrac{\text{Anrufe}}{\text{Std}} \longrightarrow \lambda^* = 12 \cdot \dfrac{1}{4} \dfrac{\text{Anrufe}}{\frac{1}{4}\,\text{Std}} = 3 \dfrac{\text{Anrufe}}{15\,\text{Min}}$

$$P(X \geq 1) = 1 - \left[P(X=0) \right]$$

$$= 1 - \left[\frac{3^0 \cdot e^{-3}}{0!} \right] \simeq \dots = 0'9502$$

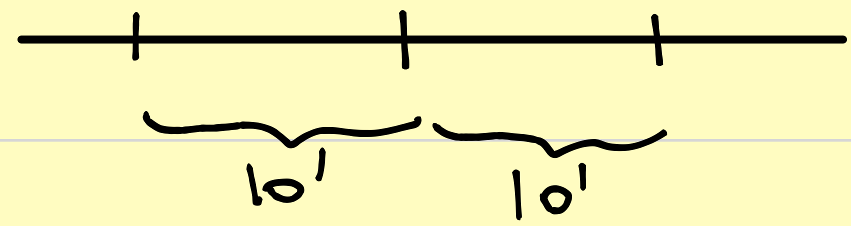
---

2. EXPONETIAL VERTEILUNG.

$$\boxed{P(X \leq x) = 1 - e^{-\lambda x} \; ; \; \lambda = \text{rate} \; ; \; \mu = \frac{1}{\lambda}}$$

1. Durchschnittlich 1 Anruf alle 10 Minuten.

$\lambda = \frac{1}{10} \; \frac{\text{Anruf}}{\text{Minuten}}$



Zeit zw. Ereignissen $\equiv \mu = 10$

$$P(X \leq 5) = 1 - e^{-\frac{1}{10} \cdot 5} = 1 - e^{-0'5} = 0'3935$$

2. Durchschnitt 1 Fehler alle 15 Minuten.

$\lambda = \frac{1}{15} \; \frac{\text{Fehler}}{\text{Minuten}}$

$$P(X \leq 10) = 1 - e^{-\frac{1}{15} \cdot 10} = 1 - e^{-\frac{2}{3}} = 0'4866$$

3. $\lambda = \frac{1}{20} \; \frac{\text{Ankunft}}{\text{Min.}}$

$$P(X \leq 15) = 1 - e^{-\frac{1}{20} \cdot 15} = 1 - e^{-\frac{3}{4}} = 0'5276$$

4. $\lambda = \frac{1}{1000} \; \frac{\text{Ausfall}}{\text{Std}}$

$$P(X \geq 1200) = 1 - \left[1 - e^{-\frac{1}{1000} \cdot 1200}\right] = e^{-\frac{6}{5}} = 0'3011$$

$$= 1 - P(X < 1200) =$$

5. $\lambda = \frac{1}{30} \; \frac{\text{Anruf}}{\text{Min.}}$

$$P(X \geq 45) = 1 - P(X < 45) = 1 - \left[1 - e^{-\frac{1}{30} \cdot 45}\right] =$$

$$= e^{-\frac{3}{2}} = 0'2231$$

6. $\lambda = \frac{1}{2} \frac{\text{Tweet}}{\text{Min.}}$

$$P(X \leq 1) = 1 - e^{-\frac{1}{2} \cdot 1} = 1 - e^{-\frac{1}{2}} = 0'3935$$

7. $\lambda = \frac{1}{5000} \frac{\text{Defekt}}{\text{Betätigungen}}$

$$P(X \leq 4000) = 1 - e^{-\frac{1}{5000} \cdot 4000} = 1 - e^{-\frac{4}{5}} = 0'5507$$

8. $\mu = 10 \text{ Min} \longrightarrow \lambda = \frac{1}{10} \frac{\text{Eintreffen}}{\text{Min}}$

$$P(X \leq 5) = 1 - e^{-\frac{1}{10} \cdot 5} = 0'3935$$

9. $\lambda = \frac{1}{300} \frac{\text{Wartung}}{\text{Seiten}}$

$$P(X \geq 350) = 1 - \left[1 - e^{-\frac{1}{300} \cdot 350}\right] = e^{-\frac{35}{30}} = e^{-\frac{7}{6}} =$$

$$= 0'3114$$

10. $\lambda = \frac{1}{3} \frac{\text{Antwort}}{\text{Tage}}$

$$P(X \leq 2) = 1 - e^{-\frac{1}{3} \cdot 2} = 0'4866$$

WEIBULL-VERTEILUNG

$$\boxed{P(X \leq x) = 1 - e^{-\left(\frac{x}{\lambda}\right)^{K}} \qquad \begin{array}{l} \lambda. \text{ Skalenparameter} \\ K. \text{ Formparameter} \end{array}}$$

1. $k = 1'5 \quad \lambda = 1000\,\text{Std}$

$$P(X \leq 800) = 1 - e^{-\left(\frac{800}{1000}\right)^{1'5}} = \ldots = 0'5111$$

2. $k = 2 \quad \lambda = 1200\,\text{Std}$

$$P(X \geq 1500) = 1 - P(X < 1500) = 1 - \left[1 - e^{-\left(\frac{1200}{1500}\right)^{2}}\right] =$$

$$= e^{-\left(\frac{4}{5}\right)^{2}} = 0'5273$$

3. $k = 1'2 \quad \lambda = 5$ Jahren

$$P(X \leq 3) = 1 - e^{-\left(\frac{3}{5}\right)^{1'2}} =$$

4. $k = 3 \quad \lambda = 20$ Jahren

$$P(X \geq 25) = 1 - \left[1 - e^{-\left(\frac{25}{20}\right)^{3}}\right] = e^{-\left(\frac{5}{4}\right)^{3}} =$$

5. $k = 1'1 \quad \lambda = 3$ Jahren

$$P(X \leq 2) = 1 - e^{-\left(\frac{2}{3}\right)^{1'1}} =$$

6. $k = 1'8 \quad \lambda = 2$ Jahren

$$P(X > 3) = 1 - P(X \leq 3) = 1 - \left[1 - e^{-\left(\frac{3}{2}\right)^{1'8}}\right] =$$

$$= e^{-\left(\frac{3}{2}\right)^{1'8}} =$$

7. $k = 0'9 \quad \lambda = 40\,\text{MPa}$

$$P(X \leq 30) = 1 - e^{-\left(\frac{30}{40}\right)^{0'9}} =$$

8. $k = 0'7 \quad \lambda = 4$ Jahre

$$P(X \leq 1) = 1 - e^{-\left(\frac{1}{4}\right)^{0'7}} =$$

9. $K = 2'5 \quad \lambda = 6$ Jahre

$$P(X > 5) = 1 - P(X \leq 5) = 1 - \left[1 - e^{-\left(\frac{5}{6}\right)^{2'5}}\right]$$

10. $K = 3'2 \quad \lambda = 10$ Jahre

$$P(X > 12) = 1 - \left[1 - e^{-\left(\frac{12}{10}\right)^{3'2}}\right] = e^{-\left(\frac{6}{5}\right)^{3'2}}$$
