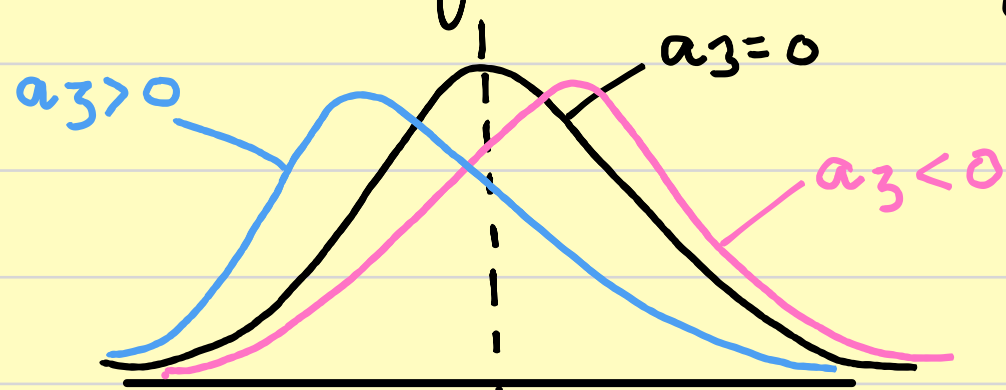
... 3. a_3. 3. MOMENT $(k=3)$

BEZUGSPUNKT $\boxed{\psi = \frac{x_i - M_1}{\sqrt{m_2}}}$ (·) — (·) NORMIERUNG

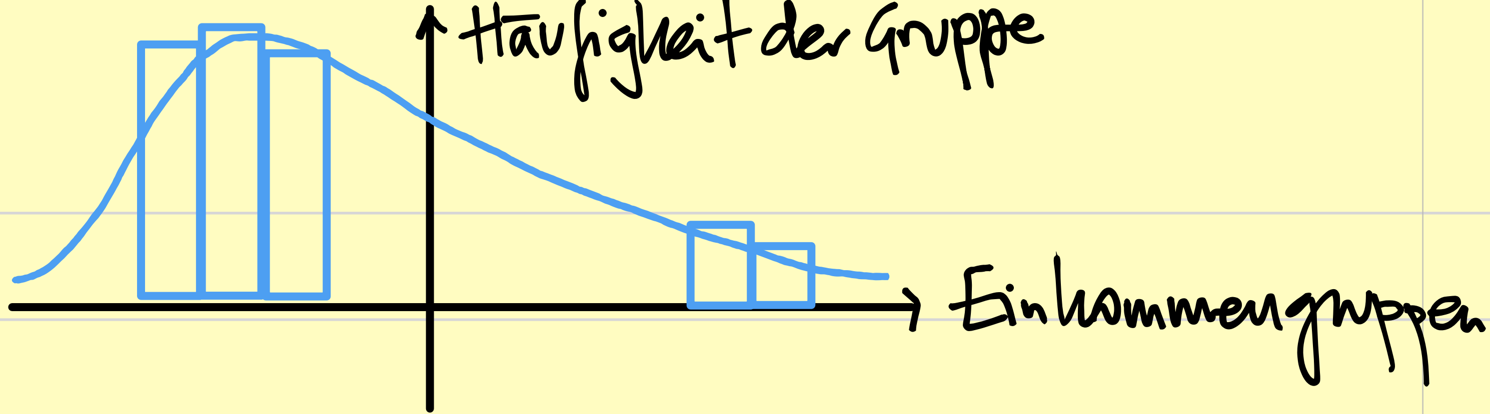
$$a_3 : \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \left[\frac{x_i - M_1}{\sqrt{m_2}} \right]^3 = \boxed{\text{SCHIEFE}}$$

Die Schiefe kann jeden reellen Wert annehmen. $a_3 \in \mathbb{R}$

- Bei negativer Schiefe $a_3 < 0$, spricht man von einer „linksschiefen" Verteilung: sie fällt in typischen Fällen auf der linken Seite flacher ab als auf der rechten.
- Bei positiver Schiefe $a_3 > 0$, spricht man von eine „rechtsschiefen" Verteilung: sie fällt in typischen Fällen auf der rechten Seite flacher ab als auf der linken.



Interpretation: Rechtschiefe Verteilungen findet man zB häufig bei „Pro-Kopf" Einkommen: hier gibt es einige (wenige) Personen mit extrem hohem Einkommen und sehr viele Personen mit eher niedrigem Einkommen.



Beispiel. $x_1 = 57\,kg$ $x_2 = 35\,Kg$ $x_3 = 67\,kg$ $x_4 = 73\,kg$

$$a_3 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(\frac{x_i - M_1}{\sqrt{m_2}}\right)^3$$

$N = 4$

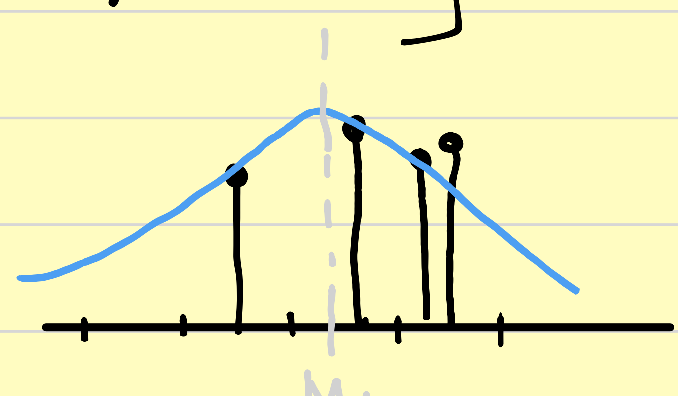
$$M_1 = \frac{1}{4}\cdot\left[57+35+67+73\right] = 58\,Kg$$

$$\sqrt{m_2} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum(x_i - M_1)^2} = \sqrt{\frac{1}{4}\left[(57-58)^2+(35-58)^2+(67-58)^2+(73-58)^2\right]}$$

$$= 14'456\,kg$$

$$a_3 = \frac{1}{4}\left[\left(\frac{57-58}{14'456}\right)^3 + \left(\frac{35-58}{14'456}\right)^3 + \left(\frac{67-58}{14'456}\right)^3 + \left(\frac{73-58}{14'456}\right)^3\right] = -0'669$$

$a_3 < 0 \rightarrow$ LINKSSCHIEFE



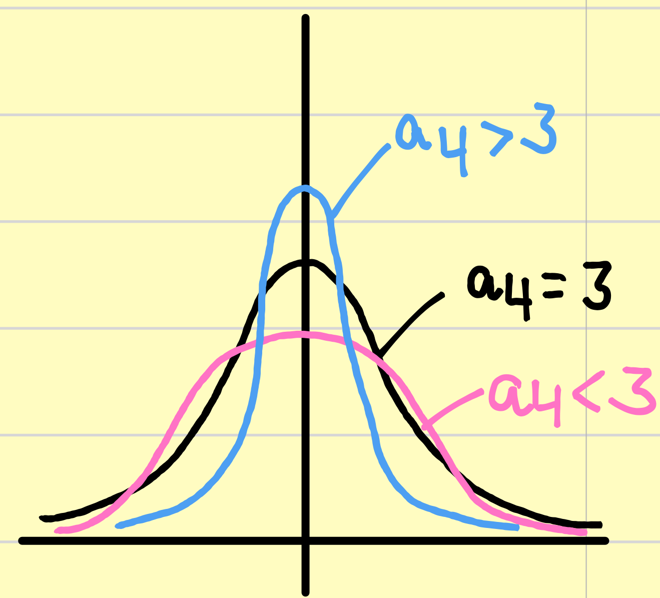
4. a_4. 4. MOMENT der STATISTIK $(k=4)$

BEZUGSPUNKT $\psi = \frac{x_i - M_1}{\sqrt{m_2}}$

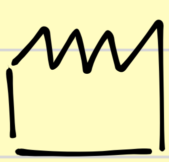
$$a_4 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(\frac{x_i - M_1}{\sqrt{m_2}}\right)^4 \longrightarrow \boxed{\text{WÖLBUNG}}$$

$a_4 > 0$

- Normalverteilung $a_4 = 3$
- $a_4 < 3 \rightarrow$ FLACHGIPFIG
- $a_4 > 3 \rightarrow$ STEILGIPFIG



Übung. bitte M_1, m_2, a_3, a_4 ermitteln von einer ein-dimensionaler Datendistribution, welche die Lieferzeit eines Unternehmens darstellt.

 $\xrightarrow{x_i\,(\text{Tage})}$

$x_1 = 3;\ x_2 = 2'5;\ x_3 = 4'5;\ x_4 = 2'5$

$x_5 = 8;\ x_6 = 3'5$

$$\boxed{\Pi_K = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \alpha)^K}$$

$$M_1 = \frac{1}{6}\left[3 + 2'5 + 4'5 + 2'5 + 8 + 3'5\right] = 4$$

$$m_2 = \frac{1}{6}\left[(3-4)^2 + (2'5-4)^2 + (4'5-4)^2 + (2'5-4)^2 + (8-4)^2 + (3'5-4)^2\right] = 3'67$$

$$\sqrt{m_2} = 1'9$$

$$a_3 = \frac{1}{6}\left[\left(\frac{3-4}{1'9}\right)^3 + \left(\frac{2'5-4}{1'9}\right)^3 + \left(\frac{4'5-4}{1'9}\right)^3 + \left(\frac{2'5-4}{1'9}\right)^3 + \left(\frac{8-4}{1'9}\right)^3 + \left(\frac{3'5-4}{1'9}\right)^3\right]$$

$= 1'35 > 0 \rightarrow$ RECHTSSCHIEFE ...

$$a_4 = \frac{1}{6}\left[\left(\frac{3-4}{1'9}\right)^4 + \left(\frac{2'5-4}{1'9}\right)^4 + \left(\frac{4'5-4}{1'9}\right)^4 + \left(\frac{2'5-4}{1'9}\right)^4 + \left(\frac{8-4}{1'9}\right)^4 + \left(\frac{3'5-4}{1'9}\right)^4\right]$$

$$= 3'42 > 3 \longrightarrow \text{STEILGIPFIG} \ldots$$

Übung Nr 9. $x_i = [1000, 1200, 1100, 1300, 1250, 1150]$ M_1, m_2, a_3, a_4

$$M_1 = \frac{1}{6} \cdot [1000+1200+1100+1300+1250+1150] = 1166'67$$

$$m_2 = \frac{1}{6} \cdot \left[(1000-1166'67)^2 + (1200-1166'67)^2 + (1100-1166'67)^2 + (1300-1166'67)^2 + (1250-1166'67)^2 + (1150-1166'67)^2\right] = 9722'2$$

$$\sqrt{m_2} : 98'6$$

$$a_3 = \frac{1}{6}\left[\left(\frac{1000-1166'67}{98'6}\right)^3 + \left(\frac{1200-1166'67}{98'6}\right)^3 + \left(\frac{1100-1166'67}{98'6}\right)^3 + \left(\frac{1300-1166'67}{98'6}\right)^3 + \left(\frac{1250-1166'67}{98'6}\right)^3 + \left(\frac{1150-1166'67}{98'6}\right)^3\right] = \ldots$$

$$a_4 = \frac{1}{6}\left[\left(\frac{1000-1166'67}{98'6}\right)^4 + \ldots\right] = \ldots$$