

Economic Order Quantity (EOQ) - Model I



Wie ist die optimale Bestellmenge um die Gesamtkosten so gering wie möglich zu halten?

Parameter:

D : Demand (Bedarf) [Stück/Zeiteinheit]

W3.profH4.com → LECTURES

C : Stückkosten [€/Stück]

A : Setupkosten [€]

h : Bestandshaltungskosten [€/Stück · Zeiteinheit]

Q : Bestellmenge [Stück]

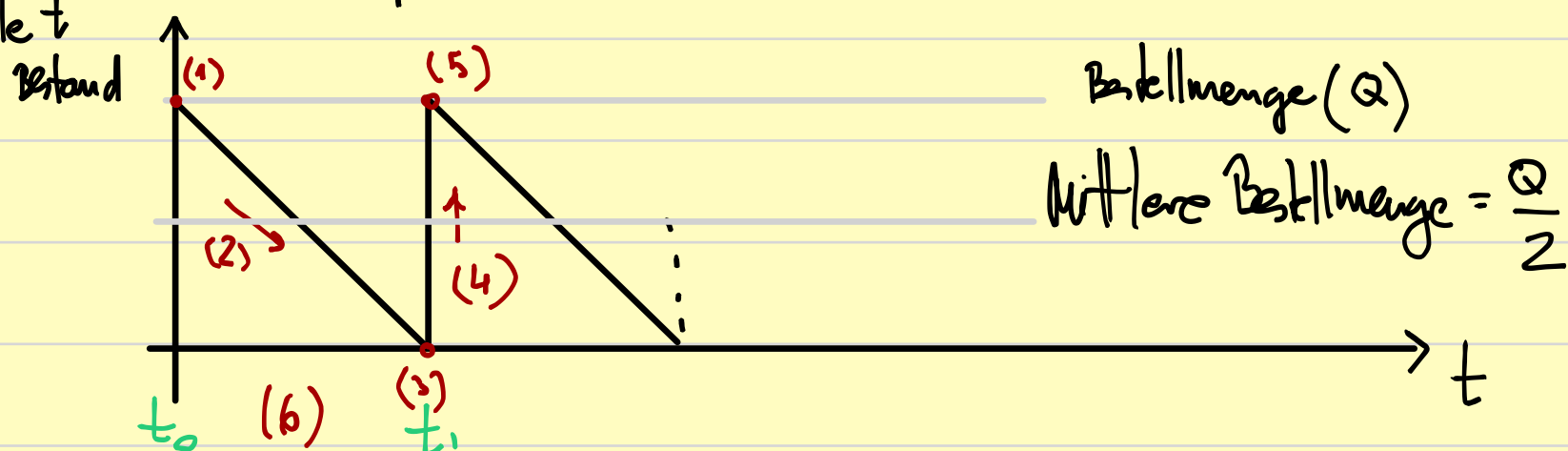
Annahmen: 1. Produktion findet sofort statt.

2. Lieferung findet sofort statt.

3. Bedarf ist konstant in der Zeit $\equiv \frac{\partial D}{\partial t} = 0 \quad \forall t$

4. Wenn wir produzieren, haben wir "Setupkosten".

$\frac{\partial}{\partial t}$: partielle Ableitung
 $\forall t$: für alle t



(1) Der Bestand am Anfang ist Q [Stück]

(2) Der Bestand geht konstant herunter (deshalb ist es eine Linie).

(3) Bestand wurde aufgebraucht.

(4) Wird sofort produziert & geliefert, somit die Bestellmenge Q ist sofort wieder da (5).

(6) Die Zeit um den Bestand Q aufzubringen ist die Bestellzeit

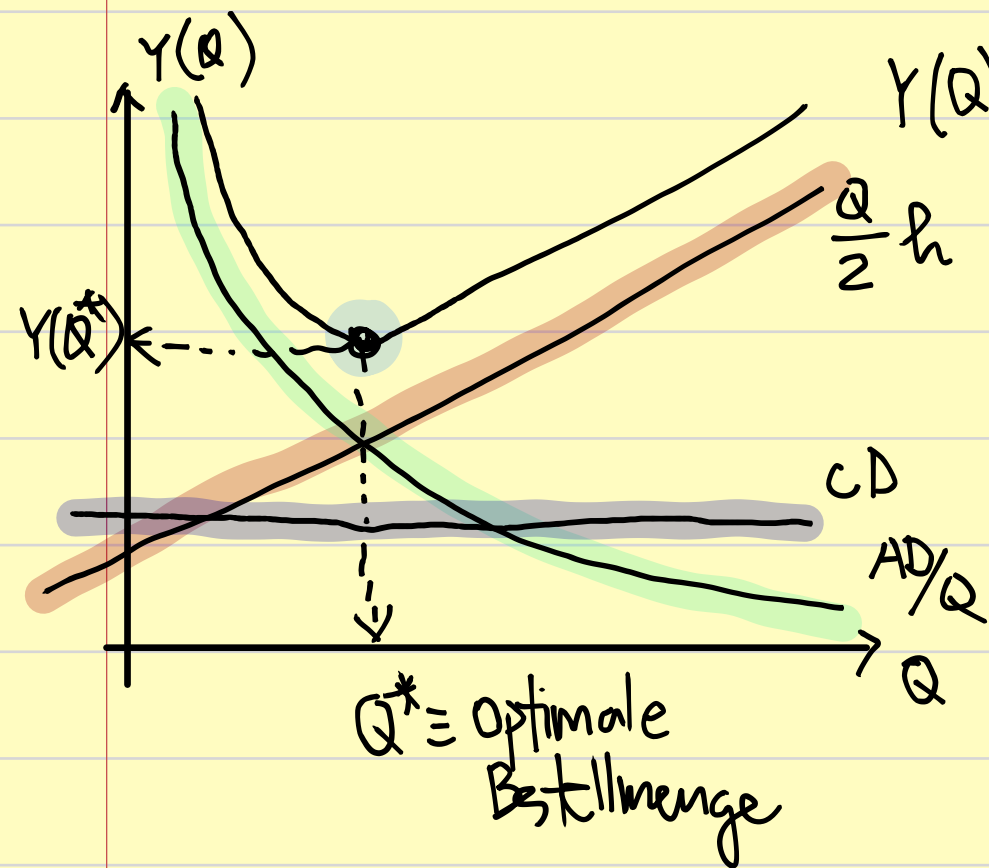
$$t_1 - t_0 = \frac{Q}{D}$$

Die Frequenz der Bestellung ist

$$\nu_B = \frac{1}{t_1 - t_0} = \frac{D}{Q}$$

Gesamtkosten
als Funktion
von Q (Bestellmenge)

$$Y(Q) = \text{Kosten durch den Bestand} + \text{Setup Kosten} + \text{Produktionskosten}$$



$$Y(Q) = \frac{Q}{2} \cdot h + A \cdot \frac{1}{\frac{Q}{D}} + c \cdot D$$

↑
Mittlerer Bestand

↑
Bestands halte Kosten

↑
Frequenz der Bestellung

↑
Produkt Kosten

↑
Kosten durch den Bestand

↑
Setup Kosten

$$\left. \frac{dY}{dQ} \right|_{Q=Q^*} = 0 \rightarrow \left. \frac{h}{2} \cdot \frac{dQ}{dQ} \right|_{Q=Q^*} + A \cdot D \cdot \left. \frac{d(1/Q)}{dQ} \right|_{Q=Q^*} = 0$$

Kondition für Minimum

$$\rightarrow \frac{h}{2} + \frac{AD}{-Q^{*2}} = 0 \rightarrow$$

$$Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h}}$$

$$\frac{d(Q)}{dQ} = 1 \quad \frac{d(Q^{-1})}{dQ} = -\frac{1}{Q^2}$$

$$f(x) = x^n$$

$$f'(x) = n \cdot x^{n-1}$$

$$n = -1$$

$$Y(Q^*) = \frac{h Q^*}{2} + \frac{AD}{Q^*} + \cancel{cD} =$$

$$Y(Q^*) = \frac{h}{2} \cdot \sqrt{\frac{2AD}{h}} + \frac{AD}{\sqrt{\frac{2AD}{h}}} = \sqrt{\frac{2AD h^2}{2^2 \cdot h}} + \sqrt{\frac{h^2 A^2 D^2}{2AD}}$$

$$Y(Q^*) = \sqrt{2ADh}$$

..Empfindlichkeit" von Modell I

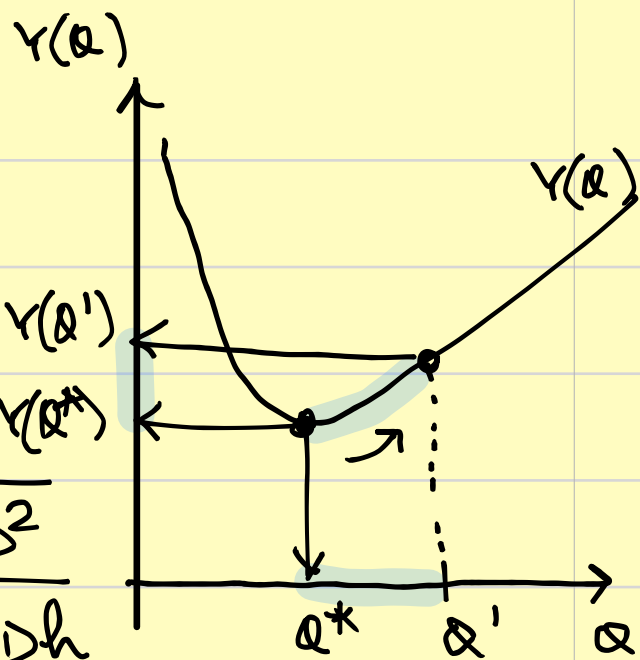
① Wenn die Variable Q (Bestellmenge) sich ändert...

② Wie viel ändert sich die Funktion $Y(Q)$ (Kosten)? $Y(Q')$

$$\frac{Y(Q')}{Y(Q^*)} = \frac{\frac{hQ'}{2} + \frac{AD}{Q'}}{\sqrt{2ADh}} = \frac{Q'}{2} \sqrt{\frac{h^2}{2ADh}} + \frac{1}{Q'} \sqrt{\frac{A^2 D^2}{2ADh}}$$

$$\frac{Y(Q')}{Y(Q^*)} = \frac{Q'}{2} \sqrt{\frac{h}{2AD}} + \frac{1}{2Q'} \sqrt{\frac{2AD}{h}} =$$

$$\frac{Y(Q')}{Y(Q^*)} = \frac{1}{2} \left(\frac{Q'}{Q^*} + \frac{Q^*}{Q'} \right)$$



Interpretation: wenn ich z.B. doppel zu viel bestelle $Q' = 2Q^*$

dann erhöhen sich die Kosten um $\frac{Y(Q')}{Y(Q^*)} = \frac{Y(2Q^*)}{Y(Q^*)} = \frac{1}{2} \left(\frac{2Q^*}{Q^*} + \frac{Q^*}{2Q^*} \right)$

$$\frac{Y(Q')}{Y(Q^*)} = \frac{1}{2} \left(2 + \frac{1}{2} \right) = 1.25$$

25% Kostenenerhöhung

Beispiele / Übungen: bitte ermitteln Sie Q^* , $Y(Q^*)$, $\frac{Y(Q')}{Y(Q^*)}$

① $D = \ln Q$
 $A = Q$

② $D = \frac{1}{Q^2}$
 $A = Q$

③ $D = e^{-Q}$

Alles andere konstant

