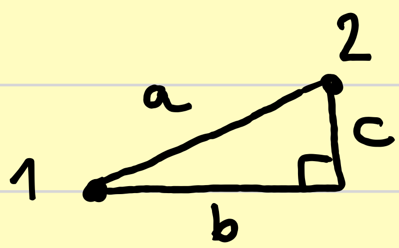
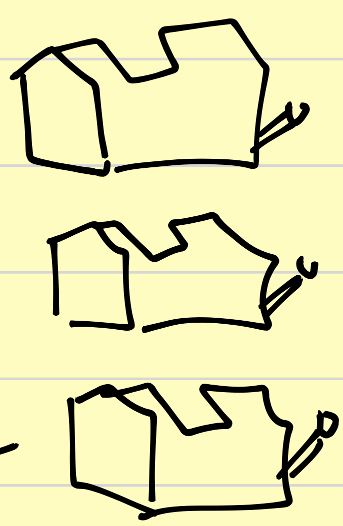
PYTAGORAS



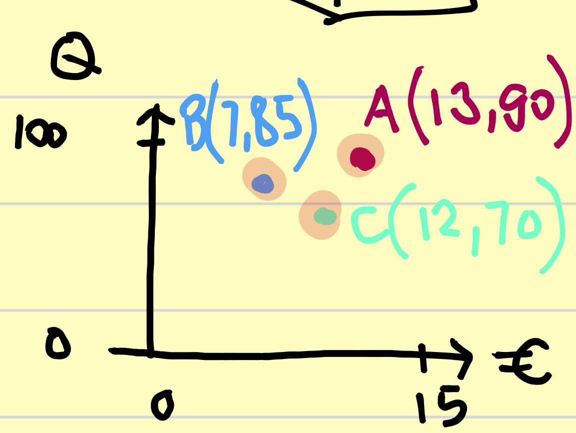
$$a = \sqrt{b^2 + c^2}$$

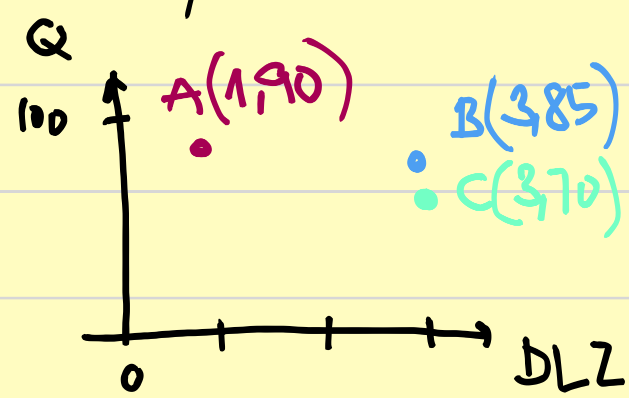
Hypothese: der Raum ist Euklydisch.

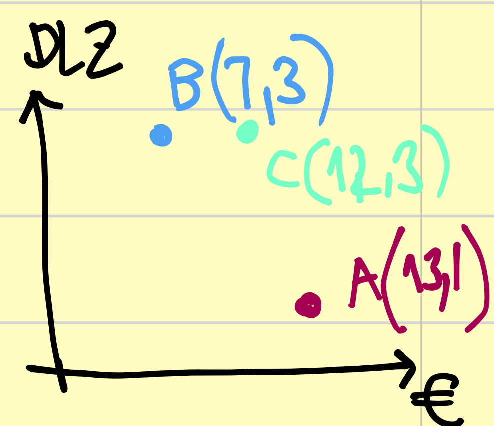
Statistik hypothese: ähnliche Punkte im RAUM sind in der nähe voneinander



	QUALITÄT	€/STÜCK	DURCHLAUFZEIT
A	90 %	13	1
B	85 %	7	3
C	70 %	12	3



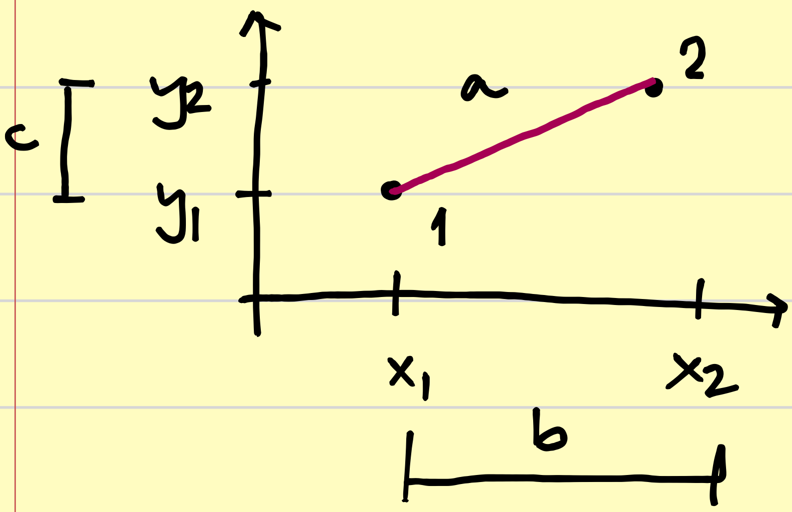




Input → $\boxed{\text{Prozeß}}$ → Output

→ KPI Input KPI Prozeß KPI Output ←

Die Ähnlichkeit der Datensätze wird durch den Abstand im Raum gemessen. Punkte die ähnlich sind, sind nah beiander.



$$\text{Abstand} = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

$b = x_2 - x_1$

$c = y_2 - y_1$

MOMENTE DER STATISTIK.

$$\Pi_K = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i-\alpha)^K$$

Π_K : k. ésime Moment der Statistik $k = 1,2,3,..$

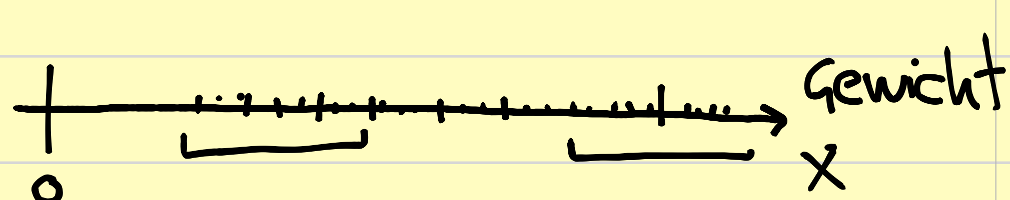
α : Bezugspunkt

N : Anzahl Datensätze

x_i : Meßbare Variabeln $i = 1,\dots,N$

$\sum$: summe

$\alpha = 0$: Bezugspunkt ist NULL.



(1) M_1. 1. MOMENT Bezugspunkt $\alpha = 0$

$$M_1 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} (x_i - 0)^1 \underset{(*)}{=} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} (x_i)$$ MITTELWERT

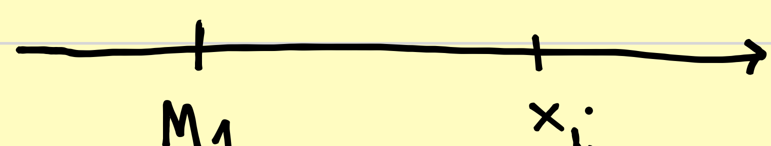
Beispiel: $x_1 = 70$ $x_2 = 35$ $x_3 = 37$ $x_4 = 67$

$$M_1 = \frac{1}{4} \cdot (70 + 35 + 37 + 67) = 52{,}25 .$$

(*) $\sum_{i=1}^{N} x_i = x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_N$ (ich fange bei $i=1$ an bis $i=N$)

② M_2. 2. MOMENT Bezugspunkt $\alpha = M_1$

$$m_2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} (x_i - M_1)^2 \equiv \text{VARIANZ}$$



$|x_i - M_1| \equiv$ Abstand zw. Punkt x_i und M_1

$\sqrt{m_2} \equiv s$ $\equiv$ STANDARD ABWEICHUNG.

Die geometrische Interpretation der Std Abweichung lautet:

$$s = \frac{1}{\sqrt{N}} \cdot$$ SUMME DER ABSTÄNDE DER PUNKTE ZUM MITTELWERT.

Beispiel. $x_1 = 52$ $x_2 = 57$ $x_3 = 63$ $x_4 = 37$ $x_5 = 31$

$$M_1 = \frac{1}{5} \cdot (52 + 57 + 63 + 37 + 31) = 48$$

VARIANZ $m_2 = \frac{1}{5}\left((52-48)^2+(57-48)^2+(63-48)^2+(37-48)^2+(31-48)^2\right)$

was ist $52-48$? : Abstand zw. x_1 und M_1

STD. ABW. $\sqrt{m_2} = s = \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \sqrt{(52-48)^2+(57-48)^2+(63-48)^2+(37-48)^2+(31-48)^2}$

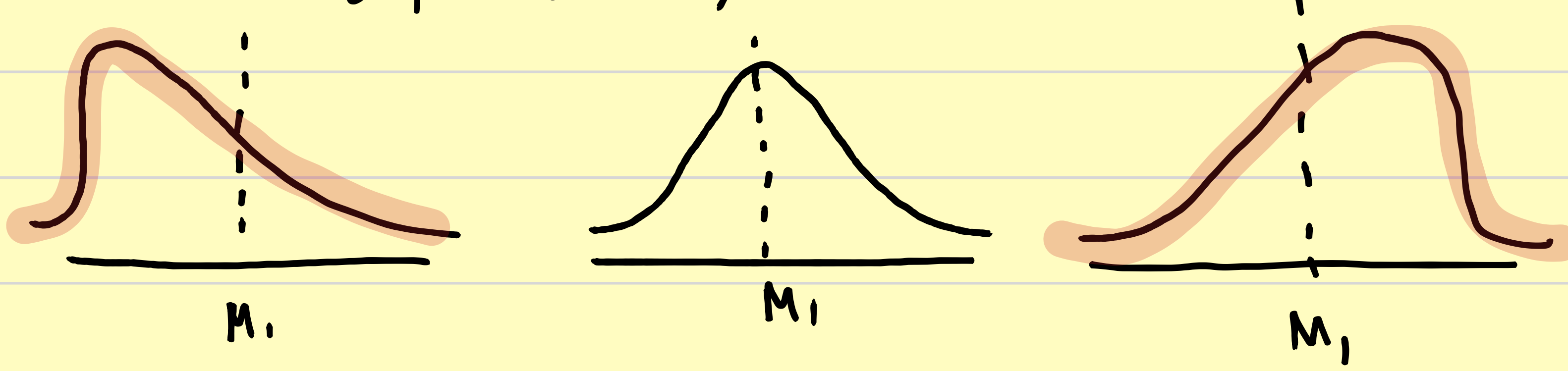
$\sqrt{a^2} = a \qquad \sqrt{a^2+b^2} \neq a+b$

$(a+b)^2 = a^2+b^2+2ab$

③ 3. MOMENT BEZUGSPUNKT $\underbrace{\psi_i = \frac{x_i - M_1}{\sqrt{m_2}}}_{\text{NORMIERUNG}}$

$\frac{x_i - M_1}{\sqrt{m_2}}$

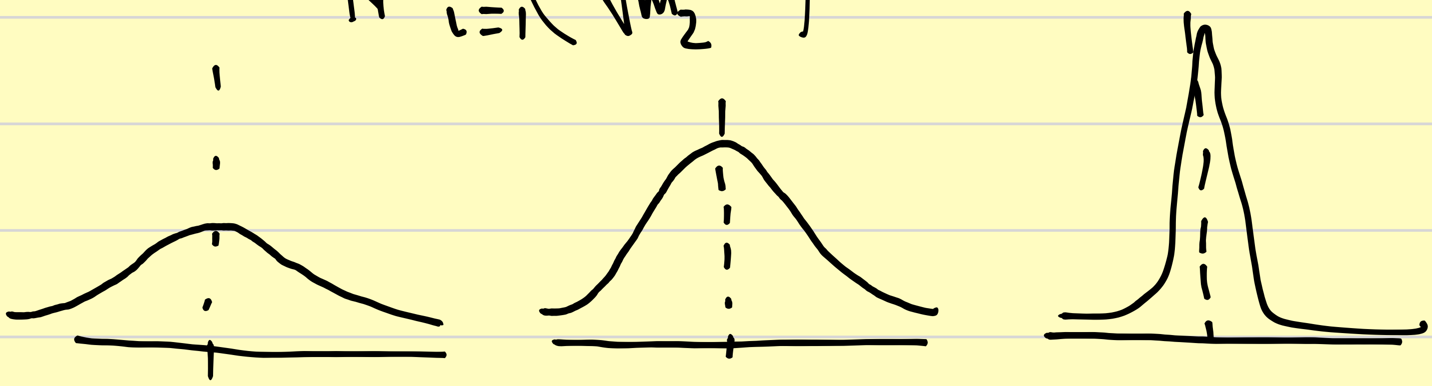
$a_3 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(\frac{x_i - M_1}{\sqrt{m_2}}\right)^3 \equiv$ SCHIEFE



$a_3 > 0$ RECHTSSCHIEFE | $a_3 = 0$ SYMMETRISCH | $a_3 < 0$ LINKSSCHIEFE

④ 4. MOMENT BEZUGSPUNKT $\psi_i = \frac{x_i - M_1}{\sqrt{m_2}}$

$$a_4 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(\frac{x_i - M_1}{\sqrt{m_2}}\right)^4$$ = WÖLBUNG



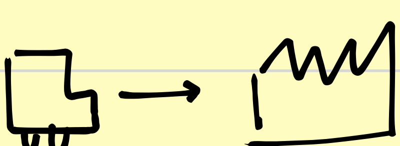
$a_4 < 0$	$a_4 = 0$	$a_4 > 0$
Kleiner als die Normal-verteilung	genau so hoch wie die Normalverteilung	höher als die Normal-verteilung

---

Übung. Prüfung 2022.

eindimensional

bitte M_1, m_2, a_3, a_4 von einer 1-D Datendistribution, welche die Lieferzeit eines Lieferanten darstellt.



$x_1 = 3$ $\quad x_2 = 3'5$ $\quad x_3 = 4'5$ $\quad x_4 = 2'5$ $\quad x_5 = 8$ $\quad x_6 = 3'5$

M_1: $\alpha = 0$: $\quad M_1 = \frac{1}{6}\left(3 + 3'5 + 4'5 + 2'5 + 8 + 3'5\right) = 4'16$

m_2: $\alpha = 4'16$: $\quad m_2 = \frac{1}{6}\Big[(3-4'16)^2 + (3'5-4'16)^2 + (4'5-4'16)^2 + (2'5-4'16)^2 + (8-4'16)^2 + (3'5-4'16)^2\Big]$

VARIANZ

a_3: $\quad a_3 = \frac{1}{6}\left[\left(\frac{3-4'16}{\sqrt{m_2}}\right)^3 + \left(\frac{3'5-4'16}{\sqrt{m_2}}\right)^3 + \left(\frac{4'5-4'16}{\sqrt{m_2}}\right)^3 + \left(\frac{2'5-4'16}{\sqrt{m_2}}\right)^3 + \left(\frac{8-4'16}{\sqrt{m_2}}\right)^3 + \left(\frac{3'5-4'16}{\sqrt{m_2}}\right)^3\right]$

SCHIEFE

Interpretation nicht vergessen! $a_3 \overset{<}{\underset{>}{=}} 0$

a_4: WÖLBUNG

$$a_4 = \frac{1}{6}\left[\left(\frac{3-4'16}{\sqrt{m_2}}\right)^4 + \left(\frac{3-4'16}{\sqrt{m_2}}\right)^4 + \left(\frac{4'5-4'16}{\sqrt{m_2}}\right)^4 + \left(\frac{2'5-4'16}{\sqrt{m_2}}\right)^4 + \left(\frac{8-4'16}{\sqrt{m_2}}\right)^4 + \left(\frac{3'5-4'16}{\sqrt{m_2}}\right)^4\right]$$

Interpretation nicht vergessen!

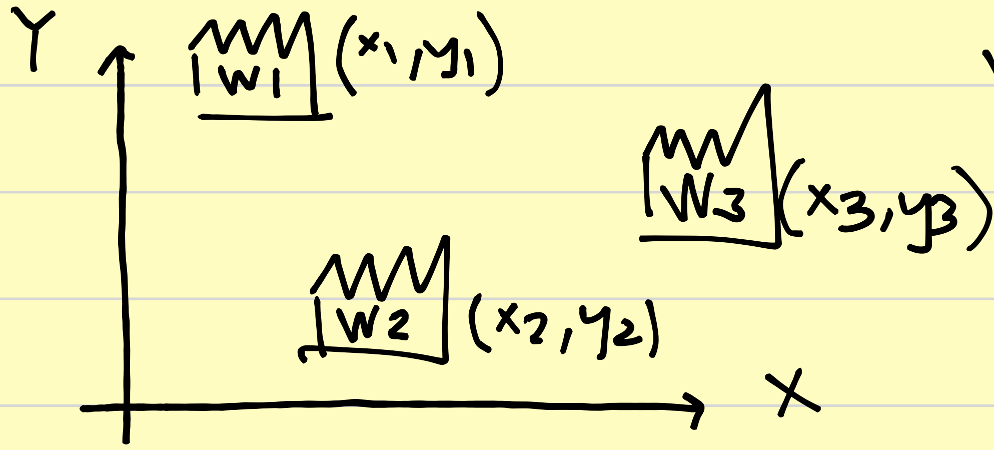
Übung: gegeben ist der Datensatz $D = \{3, 7, 7, 2, 5, 8, 10, 2, 4, 9, 6, 5, 8, 9\}$

Bitte ermitteln Sie M_1, m_2, a_3, a_4 und interpretieren Sie die Ergebnisse.

M_1	MITTELWERT	MOMENT #1	BEZUGSPUNKT	0
m_2	VARIANZ	MOMENT #2	BEZUGSPUNKT	M_1
a_3	SCHIEFE	MOMENT #3	VARIABEL	$\frac{x_i - M_1}{\sqrt{m_2}}$
a_4	WÖLBUNG	MOMENT #4	VARIABEL	$\frac{x_i - M_1}{\sqrt{m_2}}$

Gewichteter Mittelwert ...

OPTIMALER LAGERORT BESTIMMEN



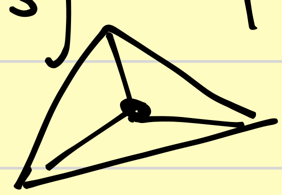
w_1 : 200 st/Tag

w_2 : 500 st/Tag

w_3 : 100 st/Tag

Wenn Alle Werke gleiches Volumen fahren würden:

$$X = \frac{1}{3}(x_1 + x_2 + x_3) \qquad Y = \frac{1}{3}(y_1 + y_2 + y_3) \longleftarrow$$



Da die Werke unterschiedliche liefervolumen haben, ändert sich den Mittelwert:

$$X_g = \frac{1}{3} \cdot \frac{200 \cdot x_1 + 500 \cdot x_2 + 100 \cdot x_3}{(200 + 500 + 100)}$$

$$Y_g = \frac{1}{3} \cdot \frac{200 \cdot y_1 + 500 \cdot y_2 + 100 \cdot y_3}{(200 + 500 + 100)}$$

Ich teile es durch die Summe damit es korrekte Einheiten hat.

Übung. In der statistikvorlesung stellt sich die Gesamtnote aus drei Teilen zusammen: Hausaufgaben (30%), Zwischentest (20%), Abschlußprüfung (50%)

Die Studierende haben folgende Noten erreicht:

- Hausaufgaben 85/100
- Zwischentest 90/100
- Abschlußprüfung 40/100

Was ist die Gesamtnote der Klasse unter Verwendung des gewichteten Mittelwerts.