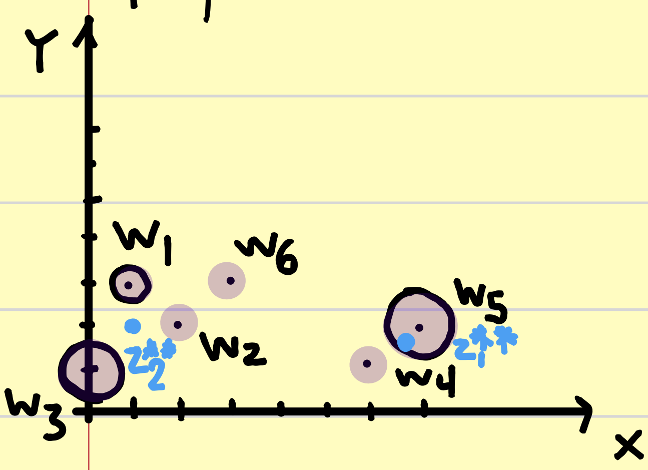
Übung 20250502

- k.Means clustering
- Normierung nicht notwendig, da x & Y in den gleichen Einheiten.
- Graphisch



Beispiel. Die Positionen von 6 Werken mit unterschiedlichen Bedarfen an Rohwahre sind durch Ihre Koordinaten auf der Karte bestimmt. Jedes Werk wird von einem der 2 geplanten Lägern beliefert. Um die Fahrtkosten zu minimieren sollten die Läger so positioniert werden, dass sowohl die Werke möglichst nah sind, als auch die Bedarfe berücksichtigt werden. Bitte nutzen Sie einen geeigneten Algorythmus um der Geschäftsführung eine Empfehlung für die Lagepositionen auszusprechen.

Daten: X [1, 2, 0, 6, 7, 3]
Y [3, 2, 1, 1, 2, 3]
Bedarfe [2, 1, 3, 1, 3, 1]
w_1 w_2 w_3 w_4 w_5 w_6

Wir fangen mit folgenden Gruppen an: $G_1[w_1 w_4 w_5]$
$G_2[w_2 w_3 w_6]$

gewichteter Mittelwert

· Zentroide:

$$z_1 = \left[\frac{1.2+6.1+7.3}{2+1+3}, \frac{3.2+1.1+2.3}{2+1+3}\right] = [4'833, 2'167]$$

$$z_2 = \left[\frac{2.1+0.3+3.1}{1+3+1}, \frac{2.1+1.3+3.1}{1+3+1}\right] = [1, 1'6]$$

G1

w_1: $d_{w1,z1} = \sqrt{(1-4'833)^2+(3-2'167)^2} = 3'922$; $d_{w1,z2} = \sqrt{(1-1)^2+(3-1'6)^2} = 1'4$ ⊗

w_4: $d_{w4,z1} = \sqrt{(6-4'833)^2+(1-2'167)^2} = 1'65$; $d_{w4,z2} = \sqrt{(6-1)^2+(1-1'6)^2} = 5'036$ ✓

w_5: $d_{w5,z1} = \sqrt{(7-4'833)^2+(2-2'167)^2} = 2'17$; $d_{w5,z2} = \sqrt{(7-1)^2+(2-1'6)^2} = 6'01$ ✓

G2 w_2: $d_{w2,z1} = \sqrt{(2-4'833)^2+(2-2'167)^2} = 2'838$; $d_{w2,z2} = \sqrt{(2-1)^2+(2-1'6)^2} = 1'077$ ✓

$w_3: \; d_{w_3,z_1} = \sqrt{(0-4'833)^2+(1-2'167)^2} = 4'972 \; ; \; d_{w_3,z_2} = \sqrt{(0-1)^2+(1-1'6)^2} = 1'077$ ✓

$w_6: \; d_{w_6,z_1} = \sqrt{(3-4'833)^2+(3-2'167)^2} = 2'013 \; ; \; d_{w_6,z_2} = \sqrt{(3-1)^2+(3-1'6)^2} = 2'441$ ✗

- Neue Gruppen: $G_1^* = [w_4, w_5, w_6] \quad G_2^* = [w_1, w_2, w_3]$

- $z_1^* = \left[\frac{6\cdot1+7\cdot3+3\cdot1}{1+3+1}, \frac{1\cdot1+2\cdot3+3\cdot1}{1+3+1}\right] = [6, 2]$

$z_2^* = \left[\frac{1\cdot2+2\cdot1+0\cdot3}{2+1+3}, \frac{3\cdot2+2\cdot1+1\cdot3}{2+1+3}\right] = [0'667, 1'833]$

$G_1^*: \; w_4. \; d_{w_4,z_1^*} = \sqrt{(6-6)^2+(1-2)^2} = 1 \; ; \; d_{w_4,z_2^*} = \sqrt{(6-0'667)^2+(1-1'83)^2} = 5'397$ ✓

$w_5. \; d_{w_5,z_1^*} = \sqrt{(7-6)^2+(2-2)^2} = 1 \; ; \; d_{w_5,z_2^*} = \sqrt{(7-0'667)^2+(2-1'83)^2} = 6'335$ ✓

$w_6. \; d_{w_6,z_1^*} = \sqrt{(3-6)^2+(3-2)^2} = 3'162 \; ; \; d_{w_6,z_2^*} = \sqrt{(3-0'667)^2+(3-1'83)^2} = 2'61$ ✗

$G_2^*: \; w_1. \; d_{w_1,z_1^*} = \sqrt{(1-6)^2+(3-2)^2} = 5'099 \; ; \; d_{w_1,z_2^*} = \sqrt{(1-0'667)^2+(3-1'833)^2} = 1'21$ ✓

$w_2. \; d_{w_2,z_1^*} = \sqrt{(2-6)^2+(2-2)^2} = 4 \; ; \; d_{w_2,z_2^*} = \sqrt{(2-0'667)^2+(2-1'833)^2} = 1'34$ ✓

$w_3. \; d_{w_3,z_1^*} = \sqrt{(0-6)^2+(1-2)^2} = 6'08 \; ; \; d_{w_3,z_2^*} = \sqrt{(0-0'667)^2+(1-1'833)^2} =$ ✓
$= 1'067$

- Neue Gruppen: $G_1^{**} = [w_4, w_5] \quad G_2^{**} = [w_1, w_2, w_3, w_6]$

- $z_1^{**} = \left[\frac{6\cdot1+7\cdot3}{1+3}, \frac{1\cdot1+2\cdot3}{1+3}\right] = [6'75, 1'75]$

$z_2^{**} = \left[\frac{1\cdot2+2\cdot1+0\cdot3+3\cdot1}{2+1+3+1}, \frac{3\cdot2+2\cdot1+1\cdot3+3\cdot1}{2+1+3+1}\right] = [1, 2]$

G_1^{**} · $d_{w4,z_1^{**}} = \sqrt{(0-6'75)^2+(1-1'75)^2} = 1'061$; $d_{w4,z_2^{**}} = \sqrt{(6-1)^2+(1-2)^2} = 5'099$ ✓

$d_{w5,z_1^{**}} = \sqrt{(7-6'75)^2+(2-1'75)^2} = 0'353$; $d_{w5,z_2^{**}} = \sqrt{(7-1)^2+(2-2)^2} = 6$ ✓

G_2^{**} · $d_{w1,z_1^{**}} = \sqrt{(1-6'75)^2+(3-1'75)^2} = 5'884$; $d_{w1,z_2^{**}} = \sqrt{(1-1)^2+(3-2)^2} = 1$

$d_{w2,z_1^{**}} = \sqrt{(2-6'75)^2+(2-1'75)^2} = 4'756$; $d_{w2,z_2^{**}} = \sqrt{(2-1)^2+(2-2)^2} = 1$

$d_{w3,z_1^{**}} = \sqrt{(0-6'75)^2+(1-1'75)^2} = 6'79$; $d_{w3,z_2^{**}} = \sqrt{(0-1)^2+(1-2)^2} = 1'414$ ✓

$d_{w6,z_1^{**}} = \sqrt{(3-6'75)^2+(3-1'75)^2} = 3'95$; $d_{w6,z_2^{**}} = \sqrt{(3-1)^2+(3-2)^2} = 2'23$ ✓

Endgultige Gruppen: $G_1^{**}[w_4, w_5]$ $G_2^{**}[w_1, w_2, w_3, w_6]$

Positionen Läger: $L_1^{**}[6'75, 1'75]$ $L_2^{**}[1, 2]$

- $$\int \frac{7\,dx}{(x-3)(3x-1)} = \int \frac{A\,dx}{(x-3)} + \int \frac{B\,dx}{(x-\frac{1}{3})} = A \ln|x-3| + B \ln\left|x-\frac{1}{3}\right| + C$$

$$\frac{7}{(x-3)(3x-1)} = \frac{7}{(x-3)3(x-\frac{1}{3})} = \frac{7}{3} \cdot \frac{1}{(x-3)(x-\frac{1}{3})} = \frac{A}{(x-3)} + \frac{B}{(x-\frac{1}{3})}$$

$$\frac{7}{3} \cdot \frac{1}{(x-3)(x-\frac{1}{3})} = \frac{A(x-\frac{1}{3}) + B(x-3)}{(x-3)(x-\frac{1}{3})} \longrightarrow \frac{7}{3} = A\left(x-\frac{1}{3}\right) + B(x-3)$$

$\cdot\ x = \frac{1}{3} \longrightarrow \frac{7}{3} = A\cdot\cancel{\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{3}\right)} + B\left(\frac{1}{3}-3\right) \underset{(*)}{=} B\cdot\left(\frac{-8}{3}\right) \longrightarrow B = \frac{-7}{8}$

$\cdot\ x = 3 \longrightarrow \frac{7}{3} = A\cdot\left(3-\frac{1}{3}\right) + B\cancel{(3-3)} = A\cdot\left(\frac{8}{3}\right) \rightarrow A = \frac{7}{8}$

$$\int \frac{7\,dx}{(x-3)(3x-1)} = \frac{7}{8}\ln|x-3| - \frac{7}{8}\ln\left|x-\frac{1}{3}\right| + c \quad ✓$$

$(*)$

$$\frac{7}{3} = B\left(\frac{1}{3}-\frac{9}{3}\right) = B\left(\frac{-8}{3}\right)$$

$$\frac{7}{3} = B\left(\frac{-8}{3}\right) \rightarrow B = \frac{7.3}{3.(-8)} = \frac{-7}{8}$$

$x = x(t)$

$\frac{dx}{dt} = x'(t)$

$\frac{d^2x}{dt^2} = x''(t)$