20250321_BU1_LM1_Mathe_1
https://www.profh4.com

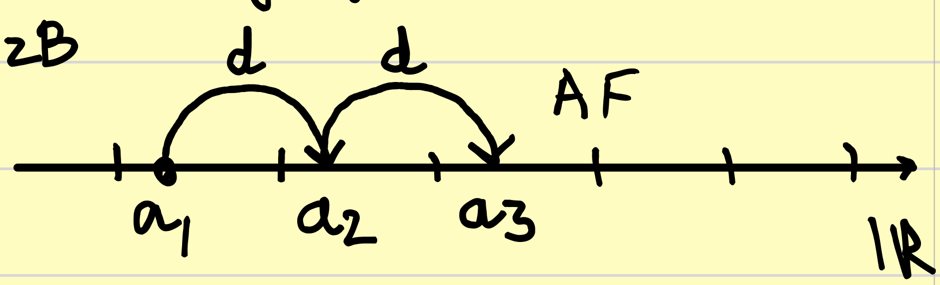
JAVIER
H 4

FINANZMATHEMATIK. FOLGEN

Definition. Ordnet man die natürlichen Zahlen ($\mathbb{N}$) $\{1,2,3,\dots\}$ durch eine beliebige Vorschrift je genau eine reele Zahl ($\mathbb{R}$) zu, so entsteht eine Zahlenfolge $\{a_1,a_2,a_3,\dots\}$.

$$\begin{array}{lcccc} \mathbb{N}: & 1, & 2, & 3, & \dots \\ & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \\ \mathbb{R}: & a_1, & a_2, & a_3, & \dots \end{array}$$

zB



Beispiele:		Funktion:
	$\{3,3,3,3,\dots\}$	$a_n=3$
	$\{1,2,3,4,\dots\}$	$a_n=n$
	$\{1,\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{1}{4},\dots\}$	$a_n=\frac{1}{n}$

Durch die Zuordnung $n \to a_n$ ist die Funktion definiert!
Diese Funktion heißt ZAHLENFOLGE.
„a_1" bzw. „a_0" heißt „Anfangsglied" der Folge.

ARITHMETISCHE FOLGEN (AF)

Bei einer AF ist der Abstand zw. zwei aufeinander folgenden Folgengliedern immer gleich groß.

Das heißt die Differenz $[a_{n+1} - a_n]$ ist konstant. $\equiv d$

Bildungsgesetz der AF : $a_{n+1} = a_n + d \qquad n = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$

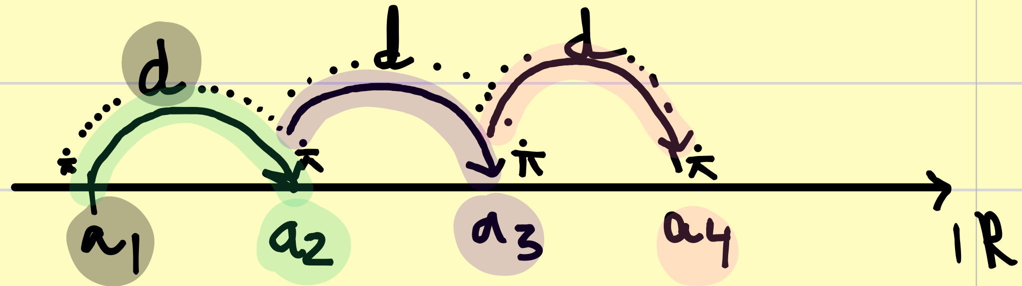
$n = 1 \rightarrow a_2 = a_1 + d$

$n = 2 \rightarrow a_3 = a_2 + d$

$\dots$

Eine AF ist eindeutig durch das Anfangsglied a_1 und die Konstante d.

Es gilt dann für die AF:



$$\begin{aligned}
a_1 &= a_1 \\
a_2 &= a_1 + d \\
a_3 &= a_2 + d = (a_1 + d) + d = a_1 + 2d \\
a_4 &= a_3 + d = (a_1 + 2d) + d = a_1 + 3d \\
&\dots
\end{aligned}$$

$$\boxed{a_n = a_1 + (n-1) \cdot d} \leftarrow \text{Bildungsgesetz der AF}$$

Beispiele:

Folge	Differenz (d)	Bildungsgesetz	
$\{2, 2, 2, 2, \dots\}$	0	$a_1 = 2$	$a_{n+1} = a_n$
$\{1, 2, 3, 4, \dots\}$	1	$a_1 = 1$	$a_{n+1} = a_n + 1$
$\{\frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}, \frac{9}{2}, \dots\}$	1	$a_1 = \frac{3}{2}$	$a_{n+1} = a_n + 1$
$\{200, 175, 150, 125, \dots\}$	-25	$a_1 = 200$	$a_{n+1} = a_n - 25$

Übung. Wie lautet das 150. Glied einer arythmetischen Folge mit Ausgangs Lied $a_1=7$ und Konstante $d=3'5$.

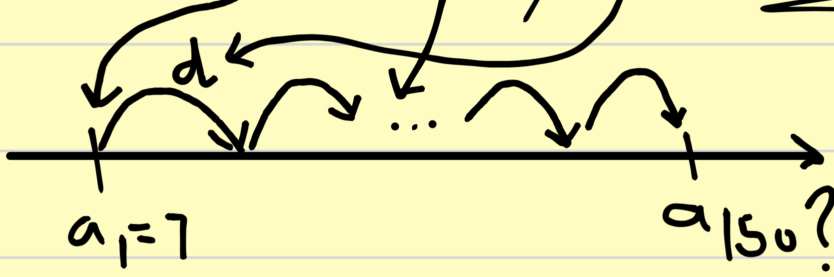
AF: $a_n = a_1 + (n-1)\cdot d$

$a_1 = 7$

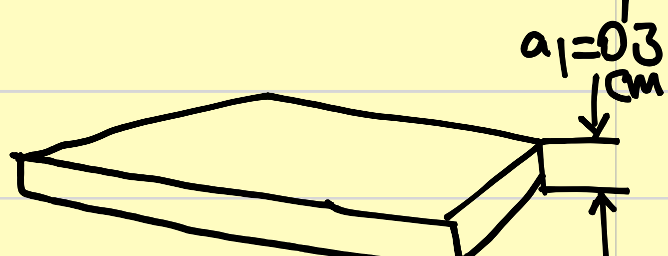
$n = 150$

$d = 3'5$

$\Rightarrow a_{n=150} = 7 + (150-1)\cdot 3'5 = \underline{\underline{528'5}}$

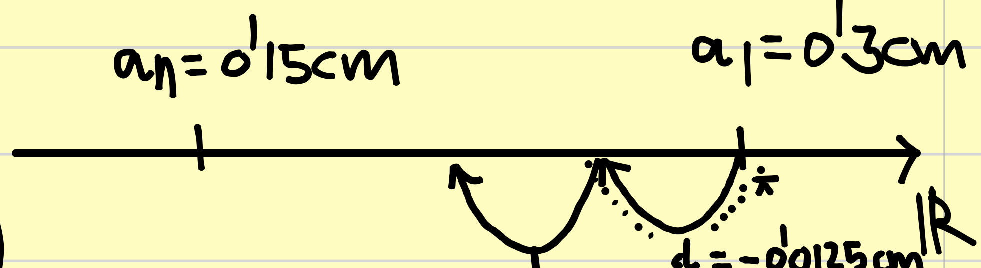


Übung. In einer Versuchsreihe soll die Schutzwirkung eines Bleches in Abhängigkeit von seiner Dicke geprüft werden. Die Versuchsreihe beginnt bei einer Blechstärke von $a_1=0'3$cm und soll mit einer konstanten Verringerung von $d=0'0125$ cm pro Versuch ortgeführt werden.



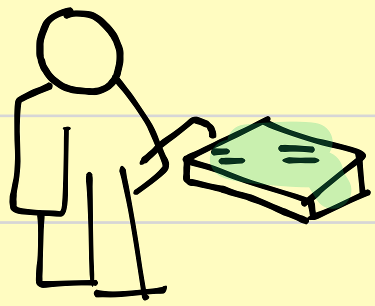
1) Im wievielten Versuch wird die Blechstärke von $a_n=0'15$cm?

2) Wieviele Experimente umfasst die Versuchsreihe (bis unser Blech vollständig abgeschliefen wurde)?



1) $a_n = a_1 + (n-1)\cdot d$ (AF)

$0'15 = 0'3 + (n-1)\cdot(-0'0125) \underset{(*)}{\rightarrow} n = \dfrac{0'15-0'3}{-0'0125} + 1 \rightarrow \boxed{n=13}$



$a_1 = 0'3$ cm

1. Versuch schleift $d = 0'0125$ cm ab.

2. .. ..

3. ...

n. ? $a_n = 0'15$ cm

(*)

$$0'15 = 0'3 + (n-1)\cdot(-0'0125) \rightarrow 0'15 - 0'3 = (n-1)(-0'0125) \rightarrow$$

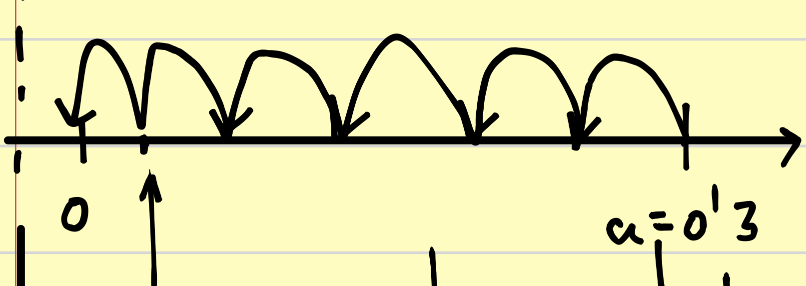
$$\rightarrow \frac{0'15 - 0'3}{-0'0125} = n-1 \rightarrow \frac{0'15 - 0'3}{-0'0125} + 1 = n$$

2) Wenn die Anfangsstärke $a_1 = 0'3$ cm ist, und wir jedes mal $0'0125$ cm abschleifen, wann ist die Stärke 0 erreicht?

$$a_n = 0 = a_1 + (n-1)\cdot d = 0'3 + (n-1)\cdot(-0'0125)$$

$$\frac{-0'3}{-0'0125} + 1 = n \rightarrow n = 25 \rightarrow$$

Bei Versuchsreihe 24 ist Ende!



Dicke = 0

Die gesamte Versuchsreihe umfasst 24 Experimente, weil beim 25. Experiment eine Dicke von NULL erreicht wäre.