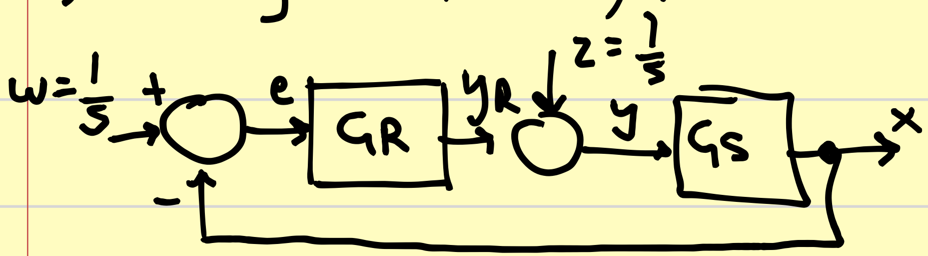
20231128_Regelungstechnik_BEL4

Übung. Lösungsansatz

a) Führungsverhalten b) Störverhalten



$$G_R = 0{,}3 + \frac{0{,}2}{s+0{,}3} \qquad G_S = \frac{0{,}9}{1+s}$$

a) $$G_w = \frac{G_R G_S}{1+G_R G_S} = \frac{\left(0{,}3+\frac{0{,}2}{s+0{,}3}\right)\cdot\frac{0{,}9}{1+s}}{1+\left[\left(0{,}3+\frac{0{,}2}{s+0{,}3}\right)\cdot\frac{0{,}9}{1+s}\right]} = \frac{\frac{\left(0{,}3(s+0{,}3)+0{,}2\right)\cdot 0{,}9}{(s+0{,}3)(1+s)}}{\frac{(s+0{,}3)(1+s)+\left(0{,}3(s+0{,}3)+0{,}2\right)0{,}9}{(s+0{,}3)(1+s)}}$$

$$= \frac{(0{,}3s+0{,}09+0{,}2)\cdot 0{,}9}{s^2+1{,}3s+0{,}3+0{,}27s+0{,}09\cdot 0{,}9+0{,}2\cdot 0{,}9} =$$

$$= \frac{0{,}27s+0{,}261}{s^2+1{,}57s+0{,}561}$$

$$s^* = \frac{-1{,}57\pm\sqrt{(1{,}57)^2-4\cdot 0{,}561}}{2} = \frac{-1{,}57\pm\sqrt{+2{,}465-2{,}244}}{2} =$$

$$= \frac{-1{,}57\pm 0{,}47}{2} = \begin{cases} -0{,}55 \\ -1{,}02 \end{cases}$$

$$= \frac{0{,}27s+0{,}261}{(s+0{,}55)(s+1{,}02)} = \frac{A}{(s+0{,}55)} + \frac{B}{(s+1{,}02)} \to \ldots$$

$$G_w = \frac{X}{W} \to X(s) = G_w\cdot W(s) = \frac{1}{s}\cdot G_w(s)$$

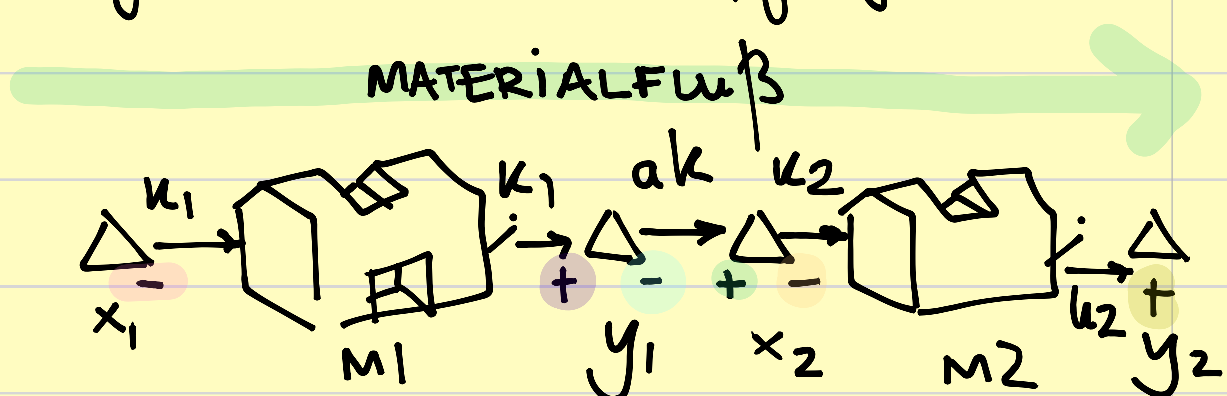
$$\boxed{e^{j\theta} = \cos\theta + j\sin\theta}$$

b) STÖRVERHALTEN

$$G_2 = \frac{G_S}{1+G_R G_S} = \frac{\frac{0'9}{1+s}}{1+\left(0'3+\frac{0'2}{s+0'3}\right)\cdot\frac{0'9}{1+s}} = \frac{\frac{0'9}{\cancel{1+s}}}{\frac{(s+0'3)(1+s)+0'9\left[0'3(s+0'3)+0'2\right]}{\cancel{1+s}\,(s+0'3)}}$$

$$= \frac{0'9\,(s+0'3)}{(s+0'55)(s+1'02)} = \frac{A}{s+0'55} + \frac{B}{s+1'02} = \dots$$

Regelung von einfachen logistischen Wertschöpfungsketten



M1

$$\dot{x}_1 = -k_1 x_1 .$$

Die Änderung des Bestands in x_1 ist proportional zum Bestandslevel.

$$\dot{y}_1 = +k_1 x_1 - ak\, y_1 .$$

Die Änderung des Bestands in y_1, ist proportional zum Bestand in y_1 und in x_1

M2

$$\dot{x}_2 = -k_2 x_2 + ak\, y_1$$

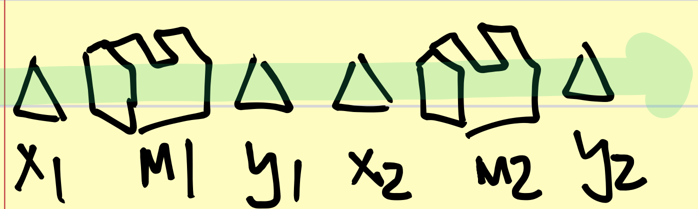
$$\dot{y}_2 = +k_2 x_2$$

Laplace:

M1:
$$sX_1(s) = -k_1 X_1(s) + x_1(0)$$
$$sY_1(s) = k_1 X_1(s) - ak\,Y_1(s) + y_1(0) \qquad (\bullet)$$

M2:
$$sX_2(s) = -k_2 X_2(s) + ak\,Y_1(s)$$
$$sY_2(s) = k_2 X_2(s) + y_2(0) \qquad (\bullet\bullet)$$

$$(\bullet) \equiv \quad H_1(s) = \frac{Y_1(s)}{X_1(s)} = \frac{k_1}{s+ak}$$
$$(\bullet\bullet) \equiv \quad H_2(s) = \frac{Y_2(s)}{X_2(s)} = \frac{k_2}{s}$$
$$H(s) = H_1 \cdot H_2 = \frac{k_1 k_2}{s(s+ak)}$$



$$\equiv \quad -\boxed{H_1}-\boxed{H_2}- \quad \equiv \quad -\boxed{H}-$$

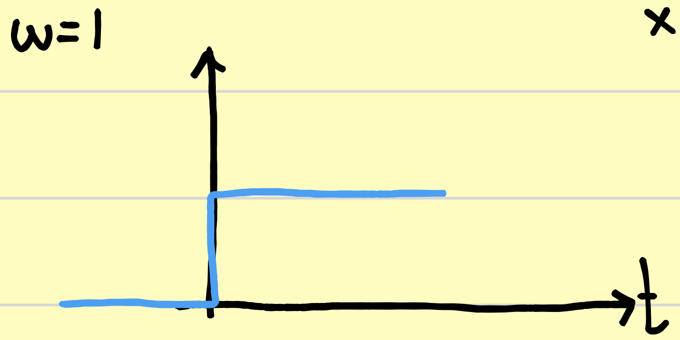
Regelung vom System:

1) OHNE REGLER

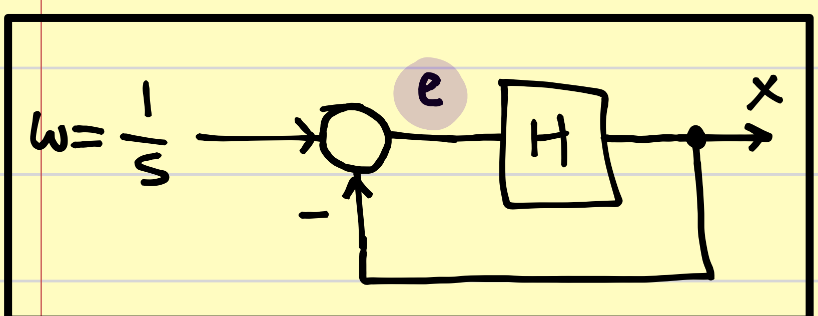
$$w = \frac{1}{s} \longrightarrow \boxed{H} \longrightarrow x$$

$$x(s) = \frac{1}{s} \cdot H = \frac{1}{s} \cdot \frac{k_1 k_2}{s(s+ak)} = \frac{k_1 k_2}{ak} \cdot \frac{1}{s^2\left(1+\frac{s}{ak}\right)}$$

$$\boxed{x(t)=\frac{k_1k_2}{(ak)^2}\left(e^{-akt}-1+t\right)}$$



2) FEEDBACK LOOP



$$x(s)=\frac{1}{s}\cdot\frac{H}{1+H}=\frac{1}{s}\cdot\frac{\frac{k_1k_2}{s(s+ak)}}{1+\frac{k_1k_2}{s(s+ak)}}=\frac{1}{s}\cdot\frac{\frac{k_1k_2}{s(s+ak)}}{\frac{s(s+ak)+k_1k_2}{s(s+ak)}}=$$

$$=\frac{k_1k_2}{s\left(\left[s^2+aks\right]+k_1k_2\right)}=\frac{k_1k_2}{s\left(s^2+aks+k_1k_2\right)}$$

$$s^*=\frac{-ak\pm\sqrt{(ak)^2-4k_1k_2}}{2}<0\longrightarrow \text{STABIL !}$$

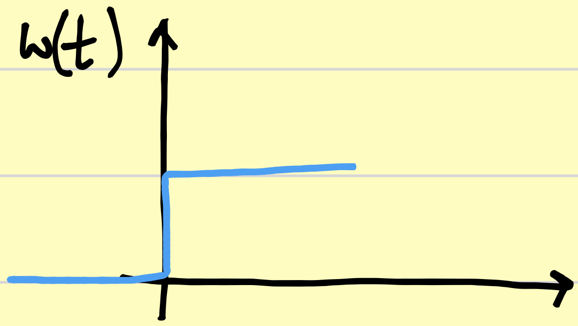
$K=k_1=k_2=1$ (ideale Bestandspunkten)

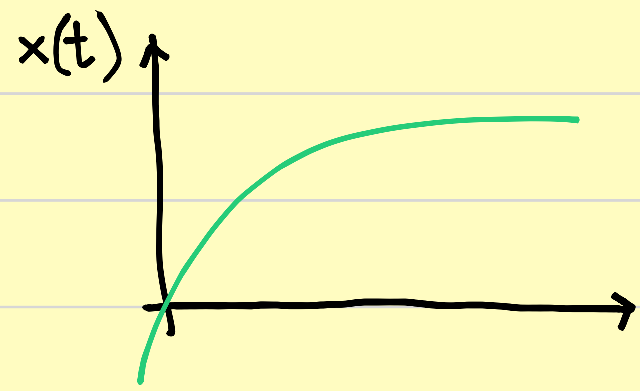
$a=3$

$$s^*=\frac{-3\pm\sqrt{9-4}}{2}=\begin{cases}-0'38\\-2'61\end{cases}$$

$$x(s)=\frac{1}{s(s+0'38)(s+2'61)}=\frac{A}{s}+\frac{B}{s+0'38}+\frac{C}{s+2'61}$$

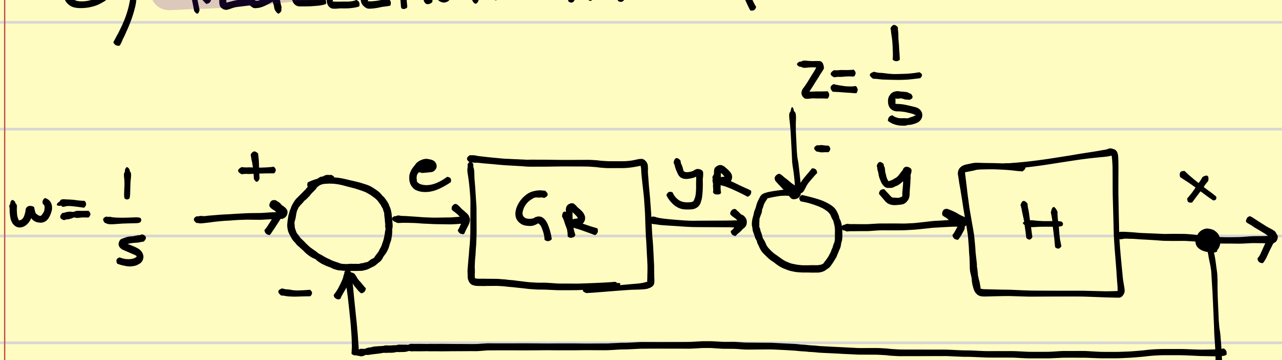
$$x(t)=\dots$$





---

3) REGELEINRICHTUNG



$$x(s)=\frac{1}{s}\cdot\frac{G_R\cdot H}{1+G_R\cdot H}=\frac{1}{s}\cdot\frac{\frac{K_R}{1+Ts}\cdot\frac{k_1k_2}{s(s+ak)}}{1+\frac{K_R}{1+Ts}\cdot\frac{k_1k_2}{(s+ak)s}}=$$

$$\boxed{G_R=\frac{K_R}{1+Ts}}$$

$$=\frac{\frac{K_R\cdot k_1k_2}{(1+Ts)\cdot s\cdot(s+ak)}}{s\left[\frac{(1+Ts)\,s(s+ak)+K_Rk_1k_2}{(1+Ts)\cdot s(s+ak)}\right]}=$$

$$=\frac{K_R\cdot k_1k_2}{s\left[s(1+Ts)(s+ak)+K_Rk_1k_2\right]}=$$

$$= \frac{k_R k_1 k_2}{s\left[s\left(Ts^2 + s(ak+T) + akT\right) + k_R k_1 k_2\right]} =$$

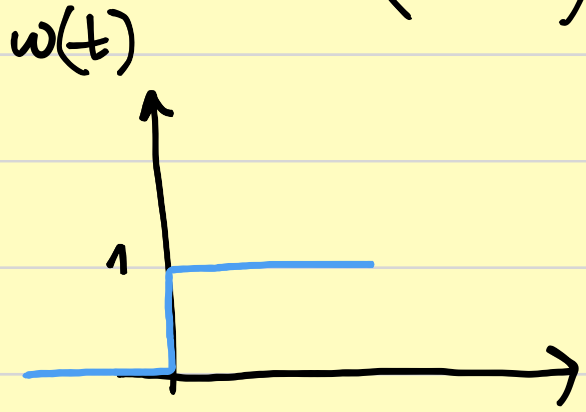
$$= \frac{k_R k_1 k_2}{s\left[Ts^3 + s^2(ak+T) + s\,akT + k_R k_1 k_2\right]} =$$

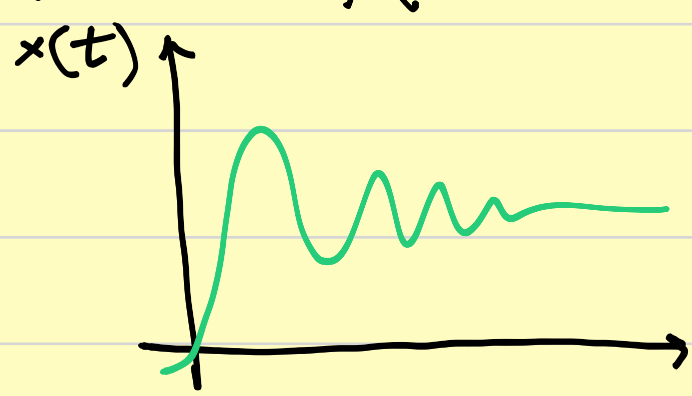
$$\boxed{\begin{array}{l} k_R = k_1 = k_2 = k = 1 \\ a = 3 \\ T = 0{,}9 \end{array}} \rightarrow \; = \frac{1}{s\left[0{,}9s^3 + 3{,}9s^2 + 2{,}7s + 1\right]}$$

$$s_1^* \cong -3{,}6 \; ; \; s_2^* \cong -0{,}5 + 0{,}4j \; ; \; s_3^* = -0{,}5 - 0{,}4j$$

STABIL !

$$x(s) = \frac{1}{s(s+3{,}6)(s+0{,}5-0{,}4j)(s+0{,}5+0{,}4j)}$$

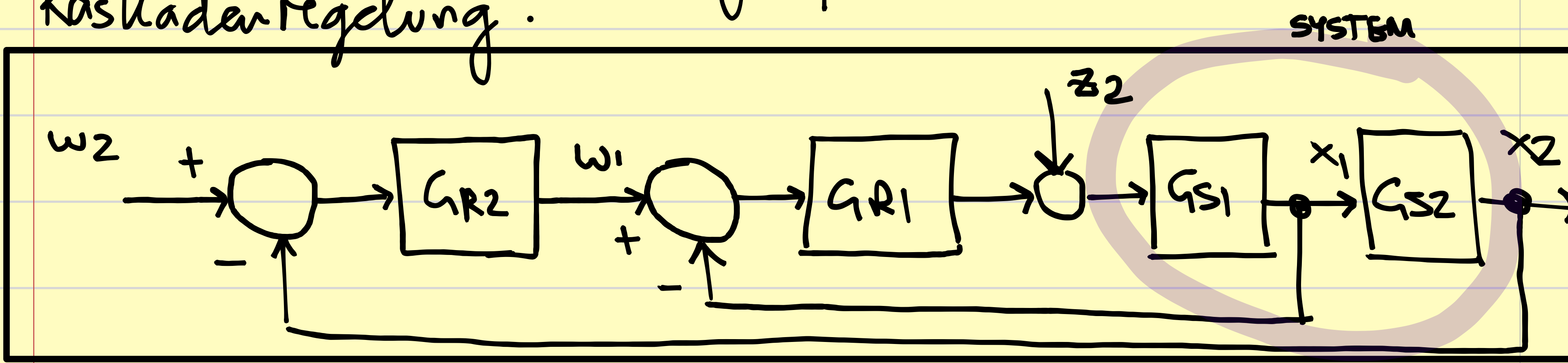




KASKADENREGELUNG

Bei Regelstrecken mit großen Zeitkonstanten ist es oft schwierig, mit einer einschleifigen Regelung ein befriedigendes Ergebnis zu erzielen. Wenn es möglich ist, die Strecke zu unterteilen und eine

„Hilfsregelgröße" zu messen, greift man zu einer Kaskadenregelung.



Der Hilfsregelgröße x_1 wird ein eigener Regler G_{R1} zugeordnet, der als Folgeregler oder Hilfsregler bezeichnet wird.
Der übergeordnete Regler G_{R2} (Führungsregler) gibt dem Folgeregler G_{R1} die Führungsgröße w_1 vor.

FÜHRUNGSVERHALTEN:

$$G_w(s) = \frac{x_2}{w_2} = \frac{G_{R2} \cdot \frac{G_{R1}G_{S1}}{1+G_{R1}G_{S1}} \cdot G_{S2}}{1+G_{R2} \cdot \frac{G_{R1}G_{S1}}{1+G_{R1}G_{S1}} \cdot G_{S2}} = \frac{G_{R2}G_{R1}G_{S1}G_{S2}}{1+G_{R1}G_{S1}+G_{R2}G_{R1}G_{S1}G_{S2}}$$

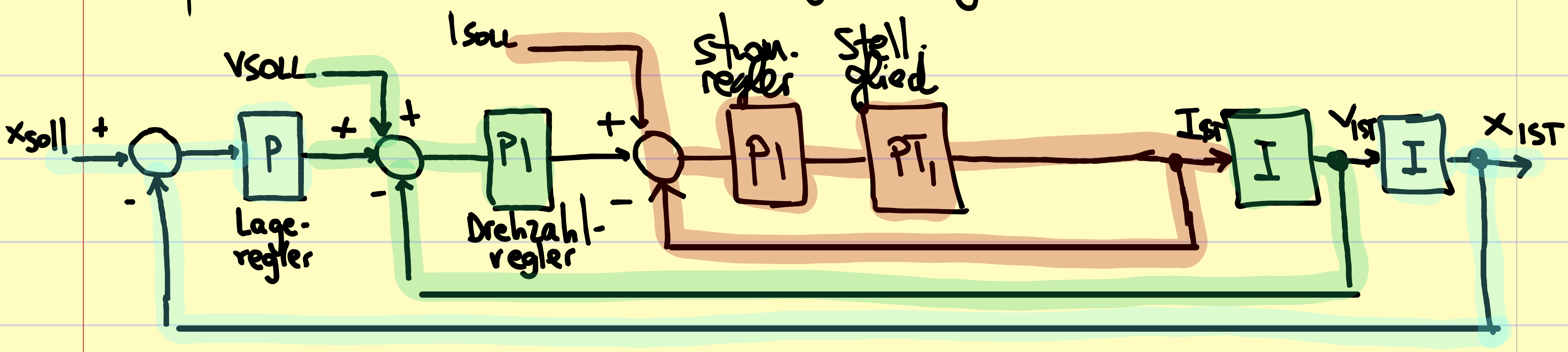
STÖRVERHALTEN:

$$G_z(s) = \frac{x_2}{z_2} = \frac{\frac{G_{S1}}{1+G_{R1}G_{S1}} \cdot G_{S2}}{1+G_{R2} \cdot \frac{G_{R1}G_{S1}}{1+G_{R1}G_{S1}} \cdot G_{S2}} = \frac{G_{S1}G_{S2}}{1+G_{R1}G_{S1}+G_{R2}G_{R1}G_{S1}G_{S2}}$$

Durch die Kaskadenregelung wird die Gesamtregelstrecke in kleinere, besser regelbare Teilstrecken untergliedert.
Gegenüber einem direkt wirkenden Regler erhöht sich

die Regelgenauigkeit.

Beispiel CNC-Maschinenregelung.



X: POSITION Äußerer Regelkreis

V: DREHZAHL Mittlerer Regelkreis

I: STROM Innerer Regelkreis

- Die innere Regelkreise (Drehzahl & Strom) müssen schneller sein als die äußeren. Das heißt die Zeitkonstanten müssen kleiner sein, damit die Kaskadenregelung funktioniert.
Der Stromregler PI ist der schnellste von allen.