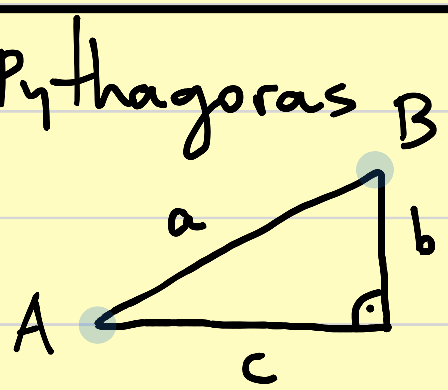
20240924_Statistik_WIN2

Pythagoras

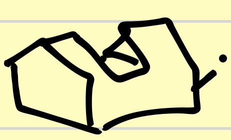
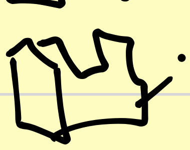


$a^2 = b^2 + c^2$

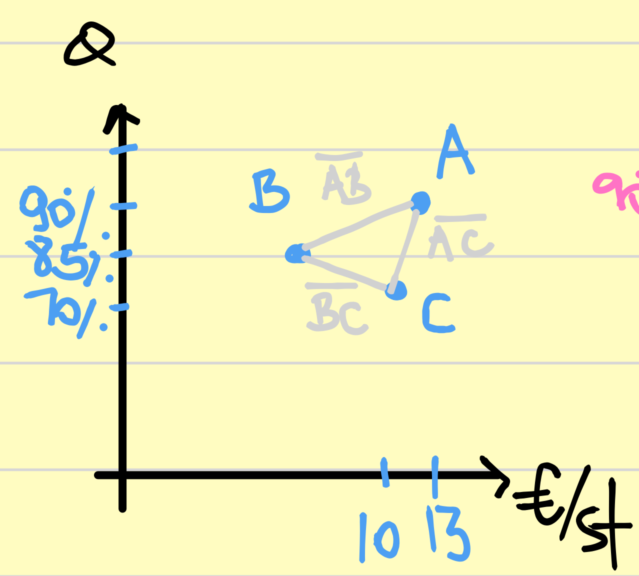
Abstand $\overline{AB} = a = \sqrt{b^2 + c^2}$

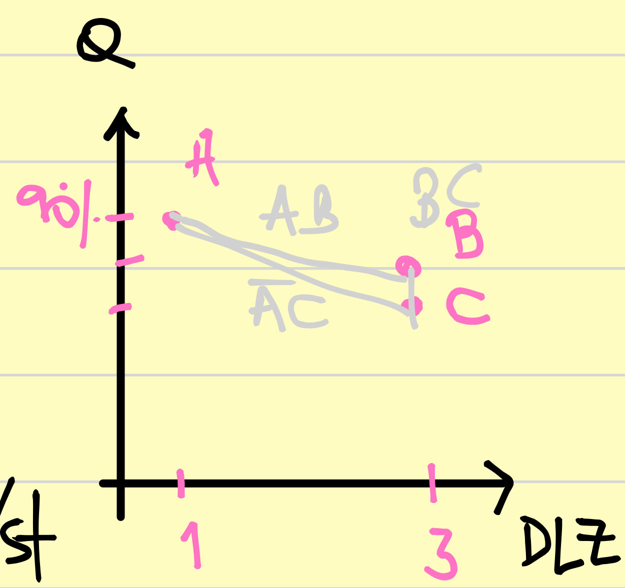
Hypothese: der Raum ist „Euklydisch"

Hypothese der Statistik: ähliche Punkte im Raum sind (im Raum) in der nähe voneinander

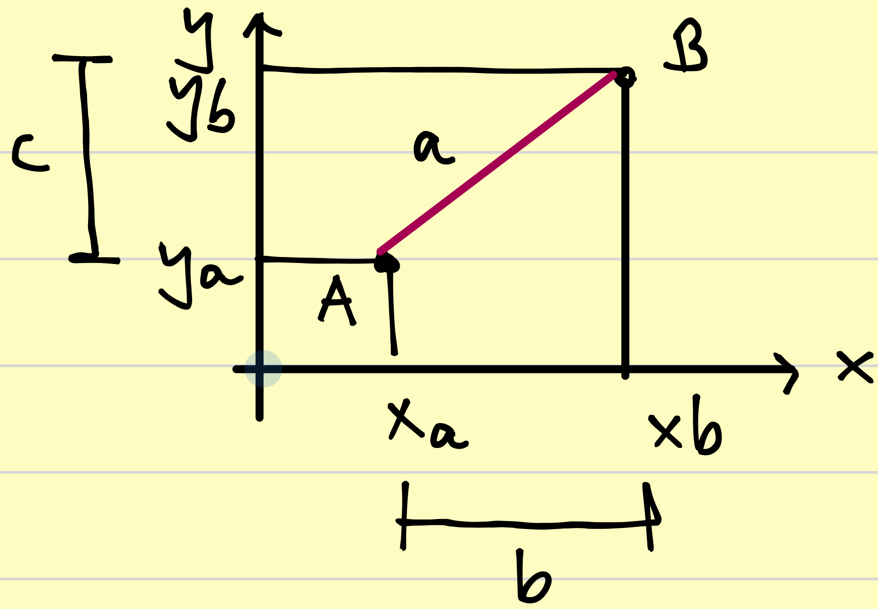
		Qualität	€/Stück	Durchlaufzeit
A		90%	13	1
B		85%	7	3
C		70%	12	3

Raum$_1$





Die Ähnlichkeit der Datensätze wird durch den Abstand im Raum gemessen. Punkte die ähnlich sind, sind nah beieinander.



$b = x_b - x_a$

$c = y_b - y_a$

$a = \sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2}$

MOMENTE DER STATISTIK

$$\boxed{\Pi_K = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} (x_i - \alpha)^K}$$

Π_K : K. ésime Moment der Statistik $K = 1, 2, 3, 4$

α : Bezugspunkt (der Daten)

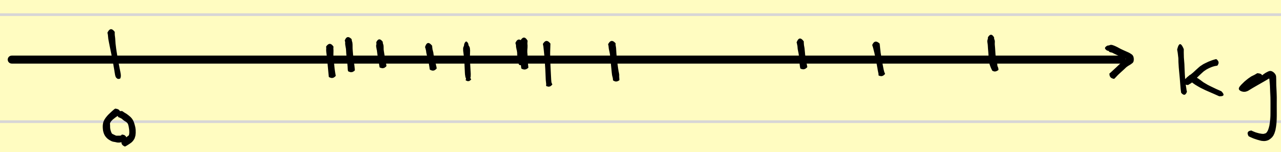
N : Anzahl Datensätze

x_i : Meßbare Variabeln $i = 1, \dots, N$

$\sum$: summe

$\alpha = 0$: Bezungspunkt ist somit NULL

i.e.



1. M_1 . 1. Moment . Bezugspunkt $\alpha = 0$

$$M_1 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} (x_i - 0)^1 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} x_i$$ MITTELWERT

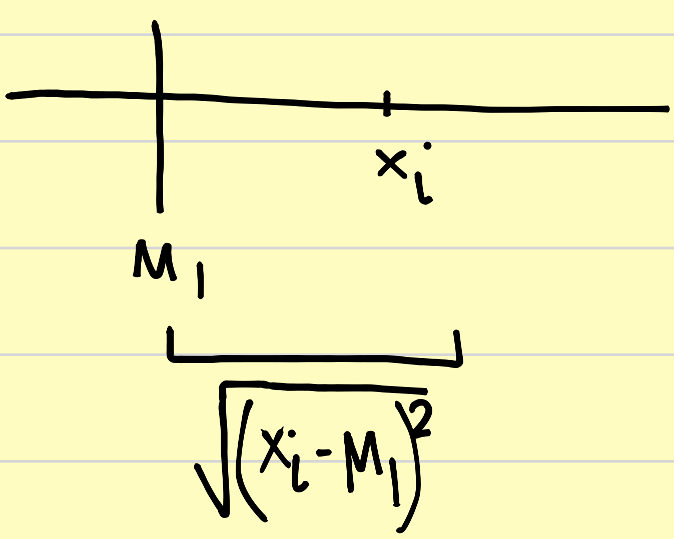
Beispiel. $x_1 = 70 \quad x_2 = 35 \quad x_3 = 37 \quad x_4 = 67$

$$M_1 = \frac{1}{4}\left[70+35+37+67\right] = 52'25$$

2. m_2. 2. Moment. Bezugspunkt $\alpha = M_1$

$$m_2 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(x_i - M_1\right)^2 \equiv \text{VARIANZ}$$

$$\sqrt{m_2} \equiv s \equiv \text{STANDARD ABWEICHUNG}$$



Die Standard Abweichung hat eine geometrische Interpretation

$$s = \frac{1}{\sqrt{N}} \cdot \sum \text{Abstände der Punkte zum Mittelwert}$$

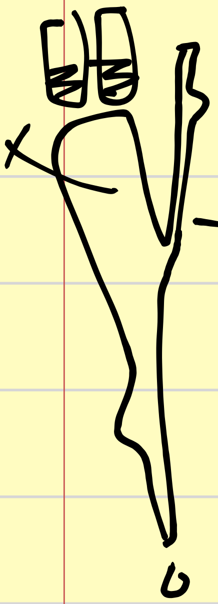
Beispiel. $x_1 = 52 \quad x_2 = 57 \quad x_3 = 63 \quad x_4 = 37 \quad x_5 = 31$

$$M_1 = \frac{1}{5}\left(52+57+63+37+31\right) = 48$$

$$m_2 = \frac{1}{5}\cdot\left[(52-48)^2 + (57-48)^2 + (63-48)^2 + (37-48)^2 + (31-48)^2\right] =$$

$$= 146'4$$

$$\sqrt{m_2} = s = 12'09$$

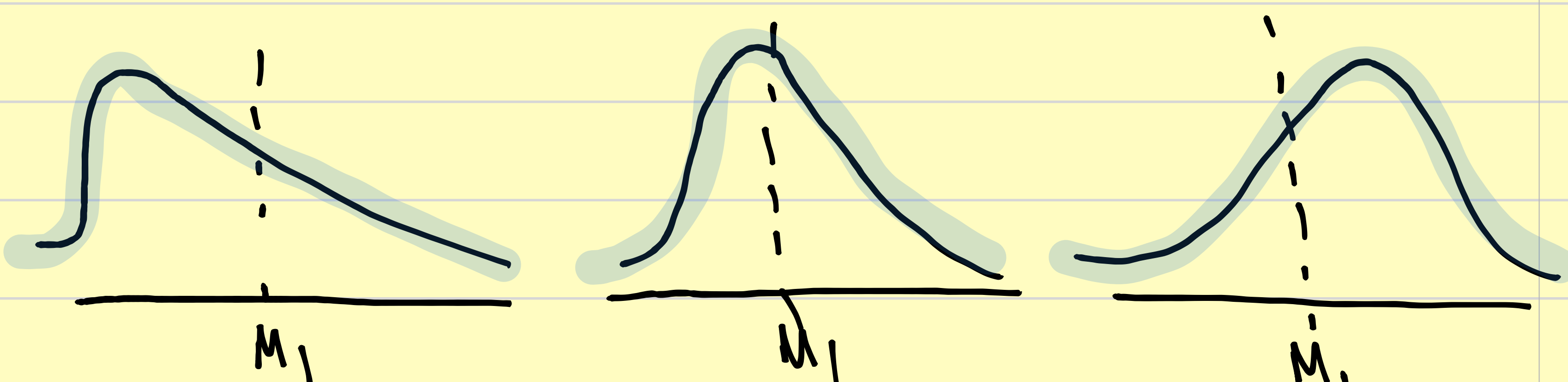


$$\sqrt{a^2+b^2} \neq a+b \qquad \sqrt{a^2} = a$$

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

3. a_3. 3. MOMENT BEZUGSPUNKT. $\psi_i = \frac{x_i - M_1}{\sqrt{m_2}}$ NORMIERUNG

$$a_3 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{x_i - M_1}{\sqrt{m_2}} \right)^3 \equiv \text{SCHIEFE}$$



$a_3 > 0$ $\qquad$ $a_3 = 0$ $\qquad$ $a_3 < 0$

Rechtsschiefe = Links vom Mittelwert

Rechts vom Mittelwert ≡ Linksschiefe

Beispiel: $x_1 = 57 \quad x_2 = 35 \quad x_3 = 67$

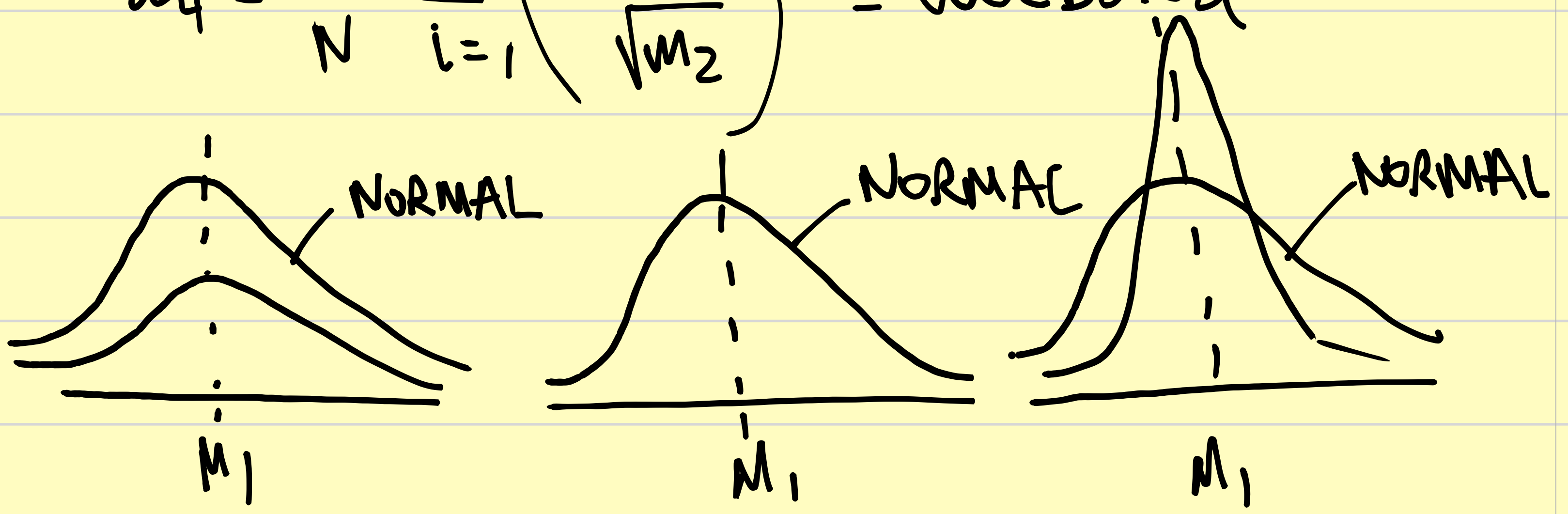
$$a_3 = \frac{1}{3} \left[\left(\frac{57 - M_1}{\sqrt{m_2}} \right)^3 + \left(\frac{35 - M_1}{\sqrt{m_2}} \right)^3 + \left(\frac{67 - M_1}{\sqrt{m_2}} \right)^3 \right]$$

M_1 ✓

m_2 ✓

4. MOMENT BEZUGSPUNKT $\psi_i = \frac{x_i - M_1}{\sqrt{m_2}}$

$$a_4 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{x_i - M_1}{\sqrt{m_2}} \right)^4 \equiv \text{WÖLBUNG}$$

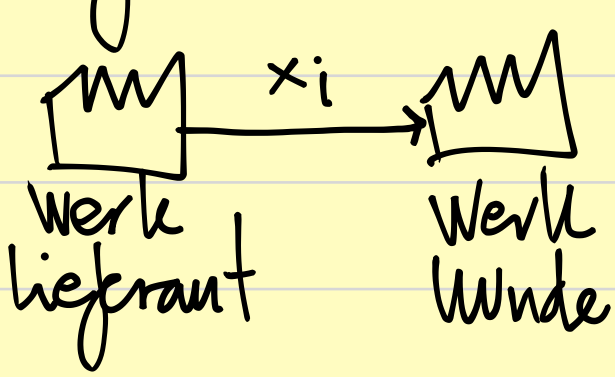


$a_4 < 0$ | $a_4 = 0$ | $a_4 > 0$

kleiner als die Normalverteilung | Genauso hoch als die Normalverteilung | Höher als die Normalverteilung

---

Übung: bitte M_1, m_2, a_3, a_4 von einer eindimensionale Datendistribution, welche die Lieferzeit eines Lieferanten darstellt.



$x_1 = 3 \quad x_2 = 2'5 \quad x_3 = 4'5$

$x_4 = 2'5 \quad x_5 = 8 \quad x_6 = 3'5$

$M_1: \ \alpha = 0 : \ M_1 = \frac{1}{6}\left[3 + 2'5 + 4'5 + 2'5 + 8 + 3'5\right] = 4'16$ ✓

$m_2: \ \alpha = 4'16: \ m_2 = \frac{1}{6}\left[(3-4'16)^2 + (2'5-4'16)^2 + (4'5-4'16)^2 + (2'5-4'16)^2 + (8-4'16)^2 + (3'5-4'16)^2\right] =$ ✓

a_3 : $$a_3 = \frac{1}{6}\left[\left(\frac{3-4{'}16}{\sqrt{m_2}}\right)^3 + \left(\frac{2{'}5-4{'}16}{\sqrt{m_2}}\right)^3 + \left(\frac{4{'}5-4{'}16}{\sqrt{m_2}}\right)^3 + \left(\frac{2{'}5-4{'}16}{\sqrt{m_2}}\right)^3 + \left(\frac{8-4{'}16}{\sqrt{m_2}}\right)^3 + \left(\frac{3{'}5-4{'}16}{\sqrt{m_2}}\right)^3\right] =$$

$a_3 \lesseqgtr 0$ INTERPRETIEREN!

a_4 : $$a_4 = \frac{1}{6}\left[\left(\frac{3-4{'}16}{\sqrt{m_2}}\right)^4 + \left(\frac{2{'}5-4{'}16}{\sqrt{m_2}}\right)^4 + \left(\frac{4{'}5-4{'}16}{\sqrt{m_2}}\right)^4 + \left(\frac{2{'}5-4{'}16}{\sqrt{m_2}}\right)^4 + \left(\frac{8-4{'}16}{\sqrt{m_2}}\right)^4 + \left(\frac{3{'}5-4{'}16}{\sqrt{m_2}}\right)^4\right] =$$

$a_4 \lesseqgtr 0$ INTERPRETIEREN!