

Netzwerktheorie



Buchempfehlung: Network Science
(Barabasi, 2016)

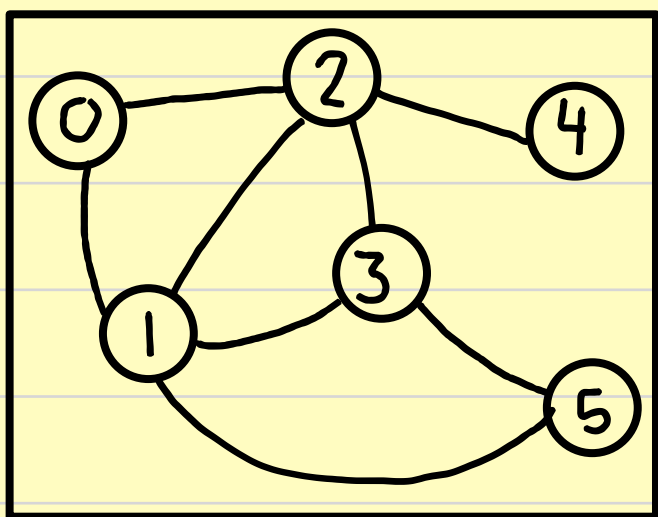
Was ist ein Netzwerk?

Liste (Set) von Knoten (Nodes) und Kanten (Edges) \equiv GRAPH.

Ein Netzwerk wird durch einen GRAPH vollständig beschrieben.

$$\text{GRAPH} \equiv G = \left\{ \overset{\text{nodes}}{N}, \overset{\text{edges}}{E} \right\} \quad N: \{1, \dots, n\} \quad E: \{1, \dots, e\}$$

zB.



$$N: \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$E: \{ [0,1], [1,3], [1,2], [0,2], [2,3], [2,4], [1,5], [3,5] \}$$

- Hypothesen:
- 1) Je schneller Information von A nach B in dem Netzwerk fließt, desto effizienter das Netzwerk.
 - 2) Je besser die Kommunikation innerhalb von Netzwerkgruppen ist, desto effizienter das Netzwerk.

2 KPI (Key Performance Indicator) \equiv 2 Kennzahlen um die Effizienz des Netzwerkes zu messen.

1) AVERAGE PATH LENGTH.

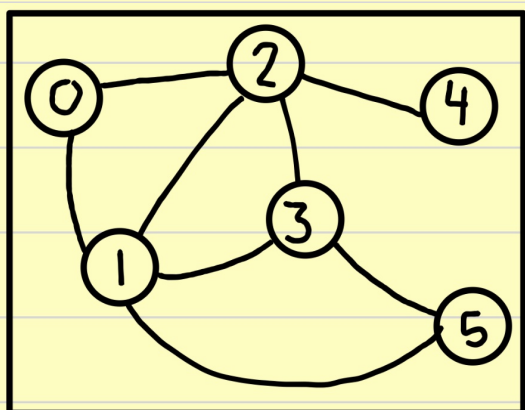
Mittelwert der Abstände zwischen den Knoten.

$$APL = \frac{1}{N \cdot (N-1)} \cdot \sum_i \sum_j d_{ij}$$

$N \cdot (N-1) \equiv$ MAXIMALE ANZAHL BEZIEHUNGEN
IN EINEM NETZWERK.

$d_{ij} \equiv$ ABSTAND / PATH / ANZAHL SCHRITTE
ZWISCHEN KNOTE $\dots i$ & $\dots j$

zB.



$N = 6$

$$APL = \frac{1}{6 \cdot (6-1)} \cdot \left[\begin{array}{c} d_{01} \ d_{02} \ d_{03} \ d_{04} \ d_{05} \\ 1 + 1 + 2 + 2 + 2 \end{array} \right] +$$

$$+ \begin{array}{c} d_{10} \ d_{12} \ d_{13} \ d_{14} \ d_{15} \\ 1 + 1 + 1 + 2 + 1 \end{array} +$$

$$+ \begin{array}{c} d_{20} \ d_{21} \ d_{23} \ d_{24} \ d_{25} \\ 1 + 1 + 1 + 1 + 2 \end{array} +$$

$$+ \begin{array}{c} d_{30} \ d_{31} \ d_{32} \ d_{34} \ d_{35} \\ 2 + 1 + 1 + 2 + 1 \end{array} +$$

$$+ \begin{array}{c} d_{40} \ d_{41} \ d_{42} \ d_{43} \ d_{45} \\ 2 + 2 + 1 + 2 + 3 \end{array} + \begin{array}{c} d_{50} \ d_{51} \ d_{52} \ d_{53} \ d_{54} \\ 2 + 1 + 2 + 1 + 3 \end{array} \Bigg]$$

Je kleiner der APL, desto effizienter das Netzwerk.

2) CLUSTERING COEFFICIENT (CC)

cluster \equiv Gruppe

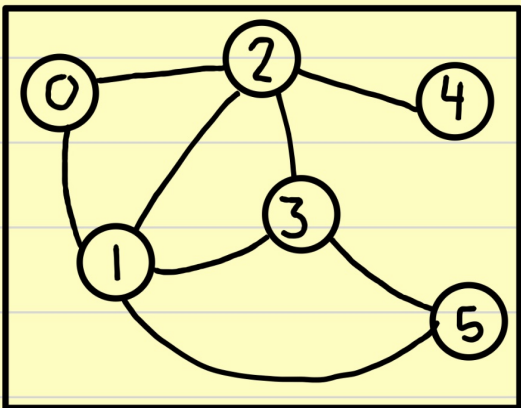
CC ergibt wie gut sich im Netzwerk Gruppen bilden.

$$CC = \frac{1}{N} \sum_i \frac{2L_i}{K_i(K_i-1)}$$

$L_i \equiv$ Anzahl Verbindungen zwischen den Nachbarn vom Knoten $..i$

$K_i \equiv$ Anzahl Verbindungen von Knoten $..i$

z.B.



$$CC = \frac{1}{6} \cdot \left[\begin{aligned} &_0 \left[\frac{2 \cdot 1}{2 \cdot (2-1)} \right] + \left[\frac{2 \cdot 3}{4 \cdot (4-1)} \right] + \\ &_1 \left[\frac{2 \cdot 2}{4 \cdot (4-1)} \right] + \left[\frac{2 \cdot 2}{3 \cdot (3-1)} \right] + \\ &_2 \left[\frac{2 \cdot 1}{2 \cdot (2-1)} \right] + \left[\frac{2 \cdot 1}{2 \cdot (2-1)} \right] + \dots \end{aligned} \right]$$

Je größer unser CC, desto mehr Gruppen es gibt im Netzwerk: somit wird die Kommunikation im Netzwerk effizienter.

DEGREE DISTRIBUTION

Degree $\equiv k_i \equiv$ Anzahl Verbindung vom Knoten $\dots i$

z.B.

