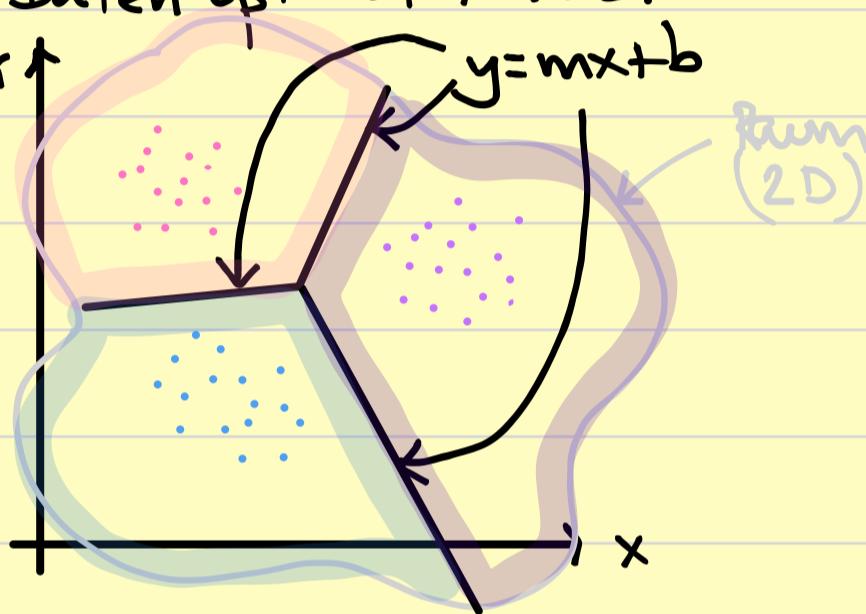


## MASCHINELLES LERNEN . (ML)

### SUPPORT VECTOR MACHINES (SVM)

Das Ziel von SVM ist es, die optimale Trennlinie (2D), oder Trennebene (3D), oder Trennhyperebene (mehr als 3D) zu finden, welche die Daten optimal trennt.

Beispiel:



(1) Wir brauchen Trainingsdaten um das SVM Algorithmus anzuwenden. Das heißt, es handelt sich um ein ..überwachter.. Lernalgorithmus.

(2) Die Trennung der Daten in Klassen/Gruppen ist deshalb optimal, weil der Abstand zu den Daten maximal ist.

Beispiel .

Größe x	155	160	158	150	170	165	175	180	190	185
Gewicht Y	50	60	68	58	55	90	85	88	75	72
Klasse	♀	♀	♀	♀	♀	♂	♂	♂	♂	♂

BILDUNGS CAMPUS

HHN  
HOCHSCHULE HEILBRONN

BRAIN HACKING & KÜNSTLICHE INTELLIGENZ –  
WIE SIE UNSER LEBEN BEDROHEN

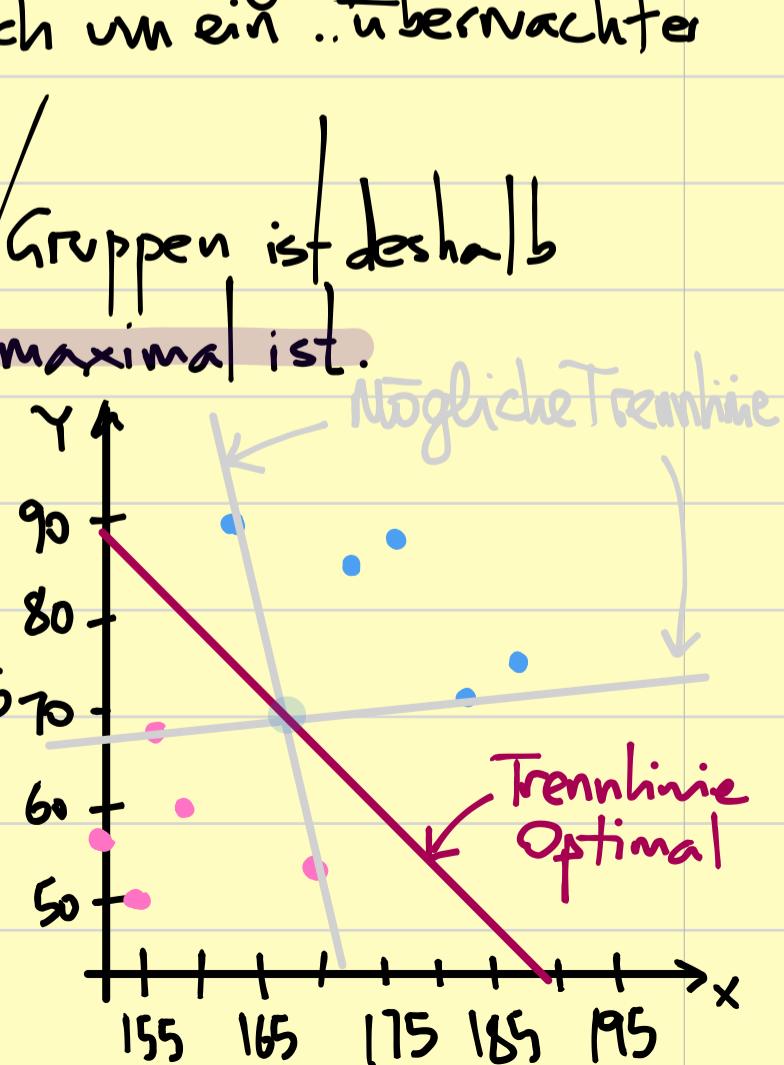
Mittwoch, 18. Dezember 2024  
14.00 Uhr

Mit Prof. Dr. Dr. Javier Villalba-Diez und  
Haller-Tagblatt-Redakteur Tobias Würth

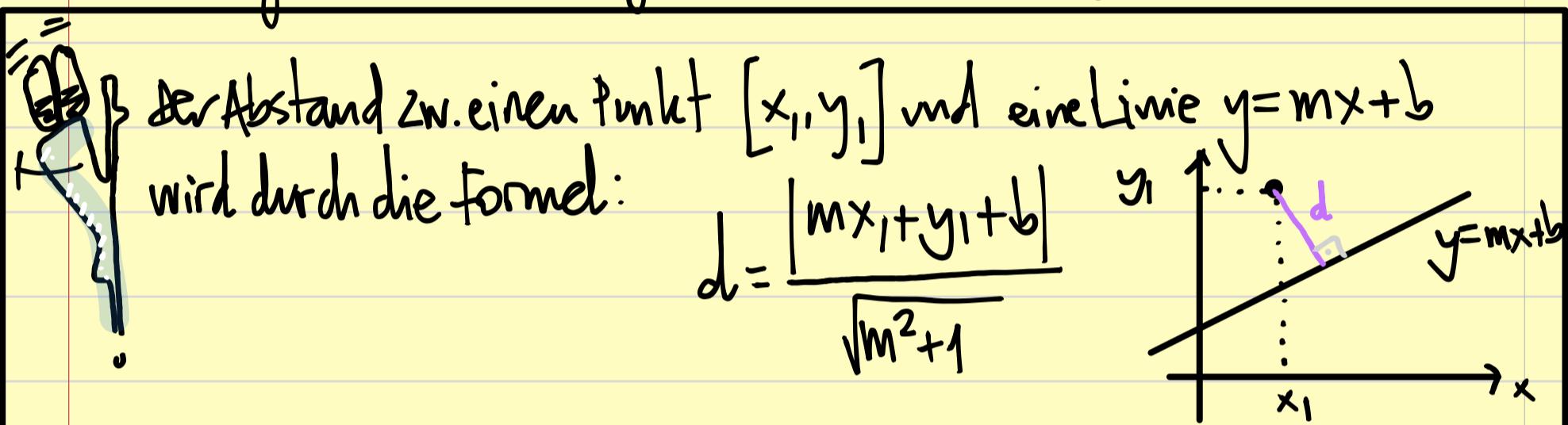
Gebäude 14 | T Raum: TV50

Mehr zur Veranstaltung:  
[hs-heilbronn.de/brain-hacking](http://hs-heilbronn.de/brain-hacking)

Eintritt frei!



Beide mögliche Trennlinien trennen die 2D-Fläche in 2 Räume, welche alle Daten der Klasse beinhalten. Allerdings, der Abstand zw den Trennlinien und den Punkten ist nicht maximal. Besser ist die rote Linie durch den Punkten  $[190,0], [0,90]$ . SVM liefert die Gleichung der roten Linie:  $y = mx + b$

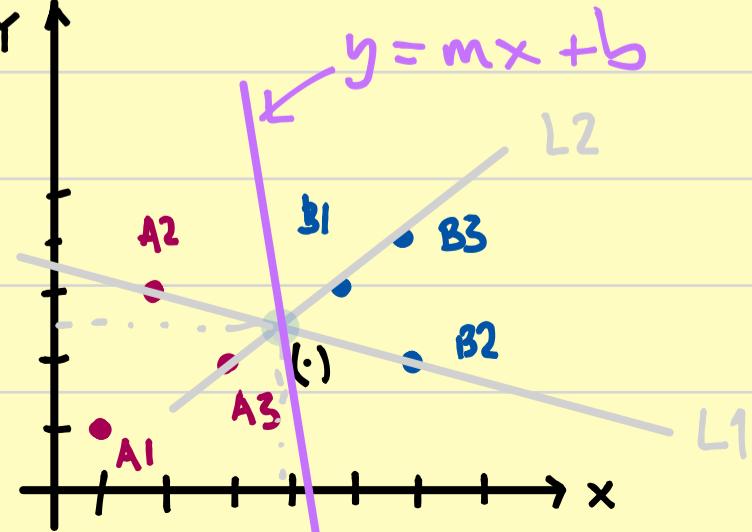


Beispiel. Gegeben sind folgende Punkte:

- ROTE (Klasse A) :  $A_1[1,1], A_2[2,3], A_3[3,2]$
- BLAUE (Klasse B) :  $B_1[5,3], B_2[6,2], B_3[6,4]$

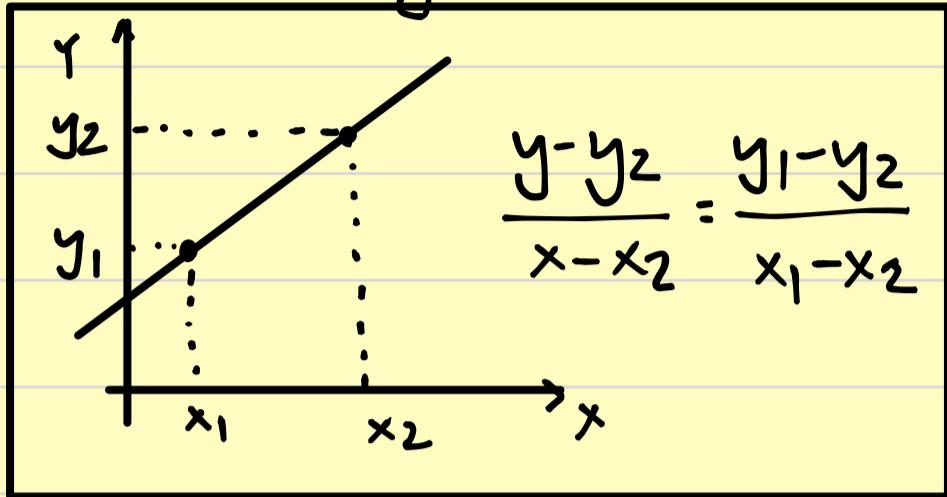
Ziel: a) Finden Sie die optimale Trennlinie ( $y = mx + b$ ), welche die beiden Klassen trennt.  
 b) Berechnen Sie die Abstände der nächstgelegenen Punkten zur Trennlinie.  
 c) Identifizieren Sie die .. Support Vektoren.

Schritt 1. Punkte einzeichnen.



Schritt 2. Form der Trennlinie  $y = mx + b$

Schritt 3. Berechnung des Punktes der Trennlinie ( $\bullet$ )



$$L1. A2[2,3] B2[6,2] \rightarrow \frac{y-3}{x-2} = \frac{2-3}{6-2} \rightarrow \frac{y-3}{x-2} = \frac{-1}{4} \rightarrow y = 3 - \frac{1}{4}(x-2)$$

$$L2. A3[3,2] B1[5,3] \rightarrow \frac{y-2}{x-3} = \frac{3-2}{5-3} \rightarrow \frac{y-2}{x-3} = \frac{1}{2} \rightarrow y = 2 + \frac{1}{2}(x-3)$$

$$L1 \quad y = 3 - \frac{1}{4}(x-2)$$

(-)

$$L2 \quad y = 2 + \frac{1}{2}(x-3)$$

$$0 = 1 - \frac{1}{4}(x_0-2) - \frac{1}{2}(x_0-3) \rightarrow 0 = 1 - \frac{1}{4}x_0 + \frac{2}{4} - \frac{1}{2}x_0 + \frac{3}{2} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{3}{4}x_0 = 1 + \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 3 \rightarrow x_0 = 4 \rightarrow y_0 = 3 - \frac{1}{4}(4-2) = 2^15$$

$$(\bullet) \equiv [x_0, y_0] = [4, 2^15]$$

Schritt 4. Maximierung der Abstände zw. der gesuchten Trennlinie und die Punkte A3 & B1.

$$y_0 = mx_0 + b \rightarrow 2^15 = m \cdot 4 + b \quad (1)$$

$$\text{Abstand Linie und } A_3: d_{L \cdot A_3} = \frac{|m \cdot 3 + 2 + b|}{\sqrt{m^2 + 1}}$$

beide Abstände  
sollten gleich sein,  
damit der  
Abstand maximal  
ist.

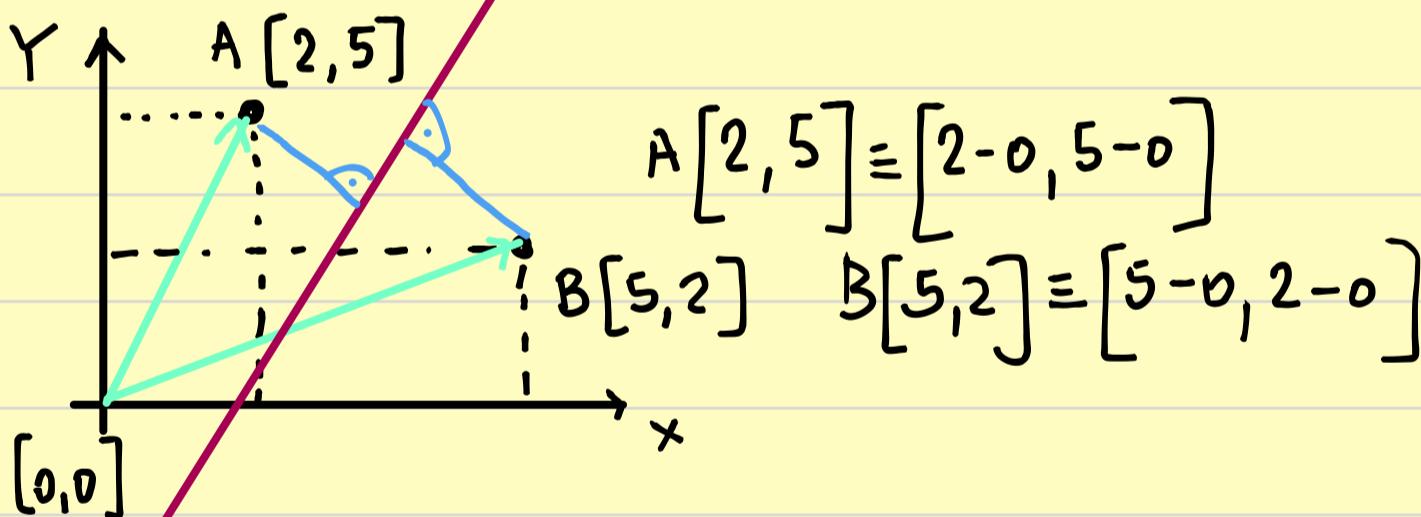
$$\text{Abstand Linie und } B_1: d_{L \cdot B_1} = \frac{|m \cdot 5 + 3 + b|}{\sqrt{m^2 + 1}}$$

$$d_{L \cdot A_3} = d_{L \cdot B_1} \rightarrow 3m + 2 + b = 5m + 3 + b \rightarrow 2m = -1 \rightarrow m = -0.5$$

$$(1) \rightarrow 2.5 = (-0.5) \cdot 4 + b \rightarrow b = 0.5 \rightarrow \boxed{\text{Trennlinie: } y = -0.5x + 0.5}$$

$$d_{L \cdot A_3} = \frac{|3 \cdot (-0.5) + 2 + 0.5|}{\sqrt{(-0.5)^2 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{5}{4}}} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5} = 0.894 = d_{L \cdot B_1}$$

Support Vektoren  $A_3[3,2]$   $B_1[5,3]$  c)



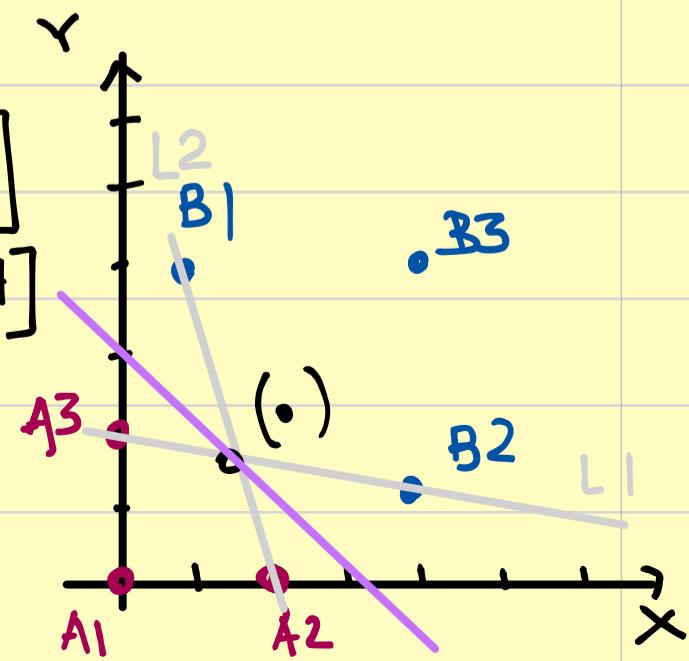
Beispiel. Fragestellung wie oben.

ROTE (klasse A).  $A_1[0,0] A_2[2,0] A_3[0,2]$

BLAUE (klasse B).  $B_1[1,4] B_2[4,1] B_3[4,4]$

$$L1. \frac{y-1}{x-4} = \frac{2-1}{0-4} \rightarrow y = 1 - \frac{1}{4}(x-4) \quad (-)$$

$$L2. \frac{y-0}{x-2} = \frac{4-0}{1-2} \rightarrow y = 0 - 4(x-2)$$



$$0 = 1 - \frac{1}{4}(x_0 - 4) + 4(x_0 - 2) \rightarrow$$

$$\rightarrow 0 = 1 - \frac{1}{4}x_0 + 1 + 4x_0 - 8 \rightarrow 6 = \frac{15}{4}x_0 \rightarrow x_0 = \frac{1}{16} \rightarrow y_0 = \frac{1}{16}$$

$$(0) \equiv [x_0, y_0] = [1^1 6, 1^1 6]$$

$$y = mx + b \rightarrow 1^1 6 = m \cdot 1^1 6 + b \quad (1)$$

$$d_{L \cdot A3} = \frac{|m \cdot 0 + 2 + b|}{\sqrt{m^2 + 1}}$$

$$d_{L \cdot B2} = \frac{|m \cdot 4 + 1 + b|}{\sqrt{m^2 + 1}}$$

$$m \cdot 0 + 2 + b = m \cdot 4 + 1 + b \rightarrow m = 0^1 25 \\ \rightarrow 1^1 6 = 0^1 25 \cdot 1^1 6 + b \rightarrow b = 1^1 2$$

(1)

$$y = 0^1 25 x + b \quad \checkmark$$

$$d_{L \cdot A3} = \frac{|2 + 1^1 2|}{\sqrt{0^1 25^2 + 1}} = 3^1 0117 \quad \checkmark$$

Support Vektoren  $[A3, B2] \quad \checkmark$

