

# Wahrscheinlichkeitstheorie (W-Theorie)

## W-FUNKTIONEN

### W. DICHTEFUNKTION (WDF)

Beispiel:  $X$  (Noten) Häufigkeit der Variable

$> 4.0$   
 $(3,4]$   
 $(2,3]$   
 $[1,2]$

6  
 9  
 15  
 6  


---

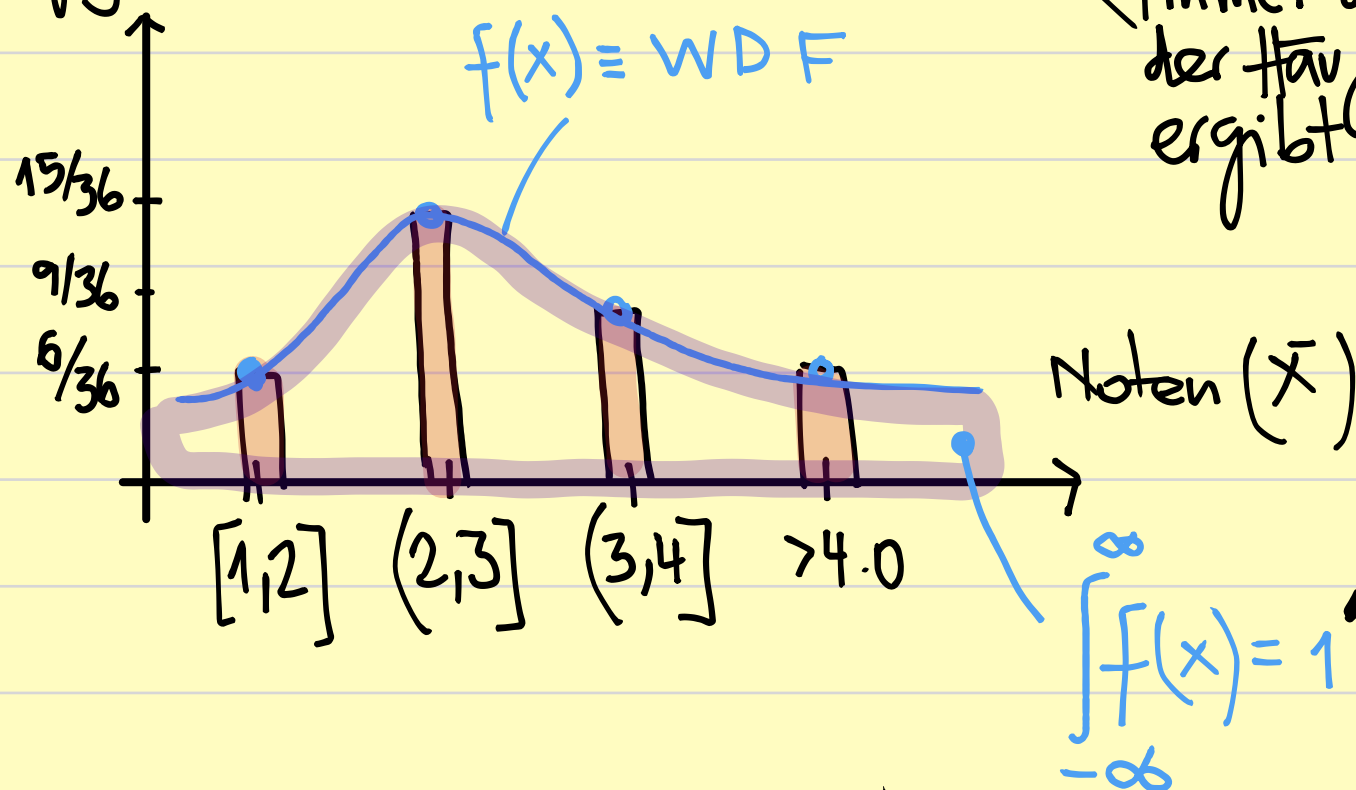
 36


$6/36$   
 $9/36$   
 $15/36$   
 $6/36$   


---

 1

Häufigkeit

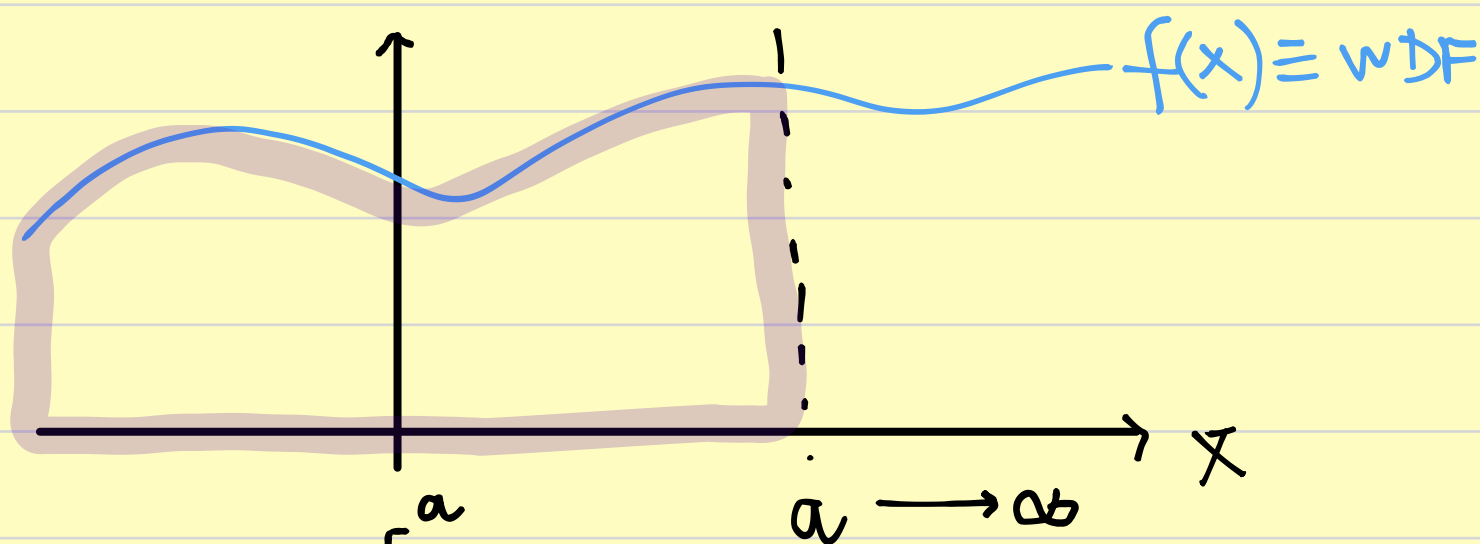


Die Fläche  unter der WDF ist immer 1.

Die W. Rechnung ist möglich, angenommen die WDF ist bekannt.

A) Was ist die W. dafür, dass  $X$  kleiner/kleiner gleich als einen Wert  $\dots a \in \mathbb{R}$  ist?

Was ist die Fläche "unter der WDF links von  $a$ ?"



$$P(X \leq a) = \int_{-\infty}^a f(x) dx = \boxed{\text{shaded area}} = F(a)$$

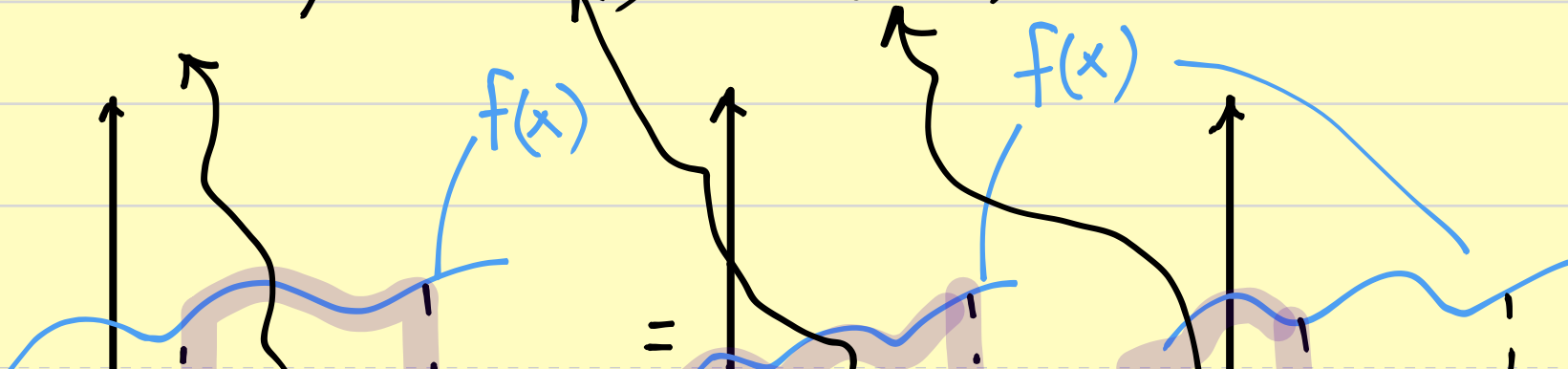
Probability (W.) dafür, dass  $X \leq a$  ist...

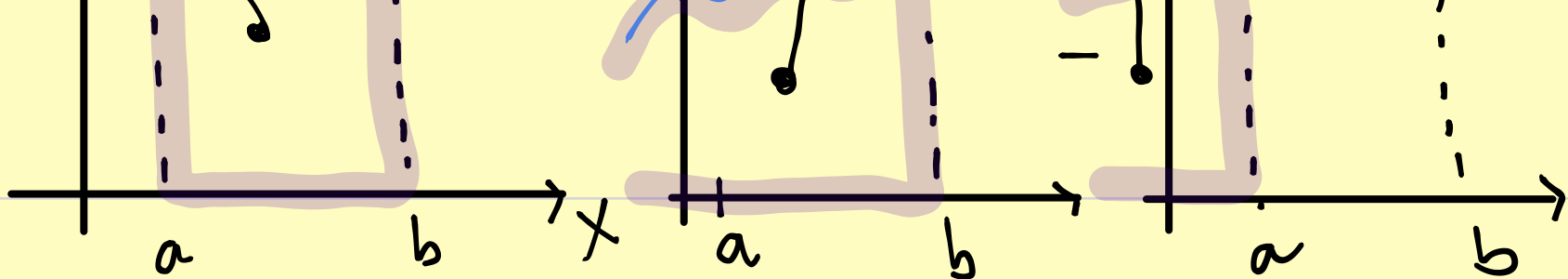
KUMULATIVE  
FUNKTION

$$F(\infty) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

B) Was ist die W. dafür, dass  $a \leq X \leq b$ ?  $a, b \in \mathbb{R}$ .

$$P(a \leq X \leq b) = P(X \leq b) - P(X \leq a)$$



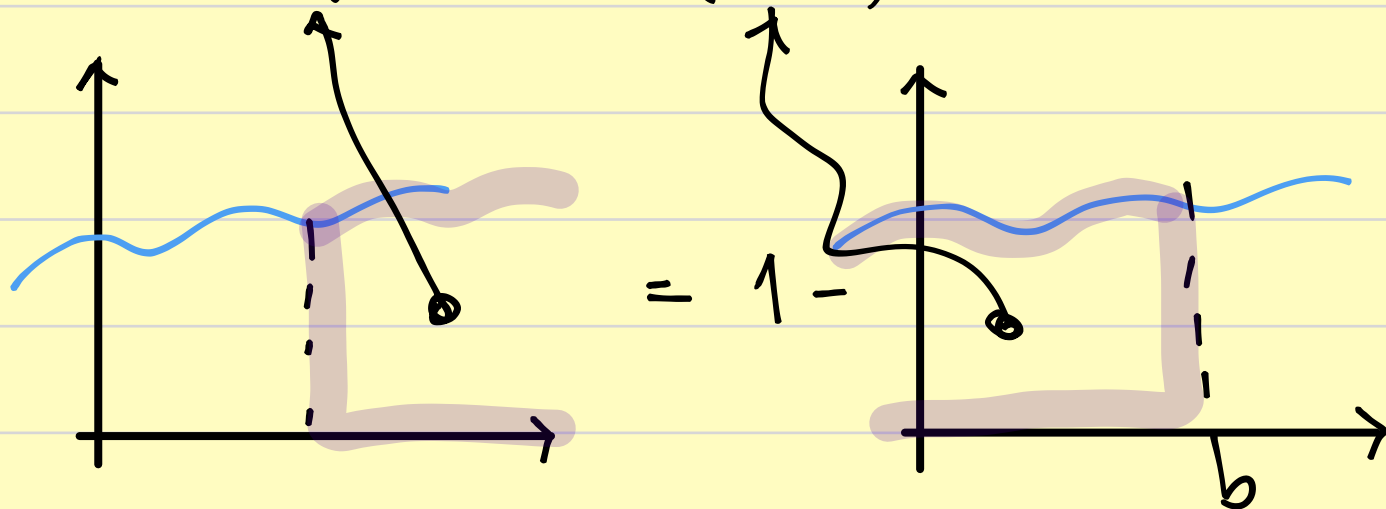


$$\int_a^b f(x) dx = \int_{-\infty}^b f(x) dx - \int_{-\infty}^a f(x) dx$$

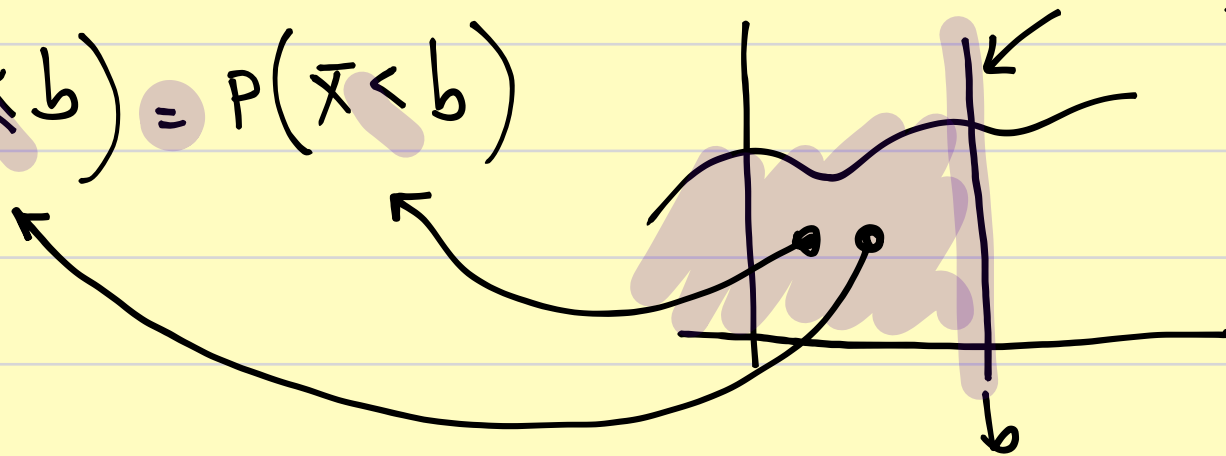
$$P(a \leq X \leq b) = P(X \leq b) - P(X \leq a)$$

c) Was ist die W. dafür, dass  $X$  größer/gleich  $b$  ist?

$$P(X \geq b) = 1 - P(X \leq b)$$



$$P(X \leq b) = P(X < b)$$



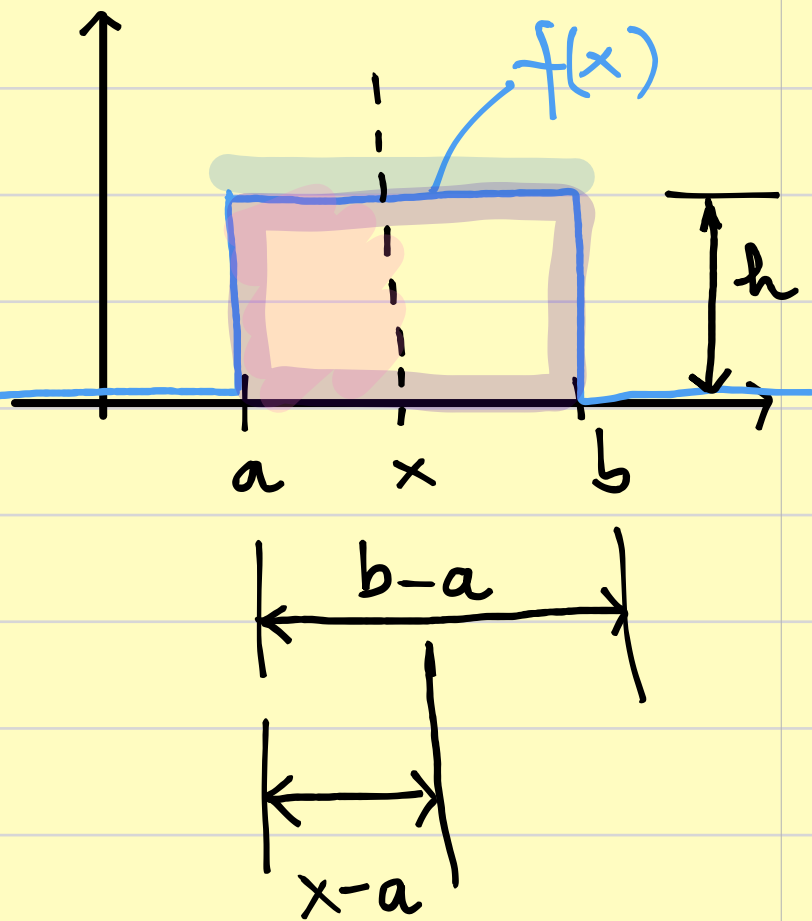
Frage von Ellen

# ① UNIFORM VERTEILUNG

$$\square = 1 = (b-a) \cdot h \rightarrow h = \frac{1}{b-a}$$

$$f_u(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & a \leq x \leq b \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$M_1 = \frac{a+b}{2} \quad \sqrt{m_2} = \frac{b-a}{\sqrt{12}}$$



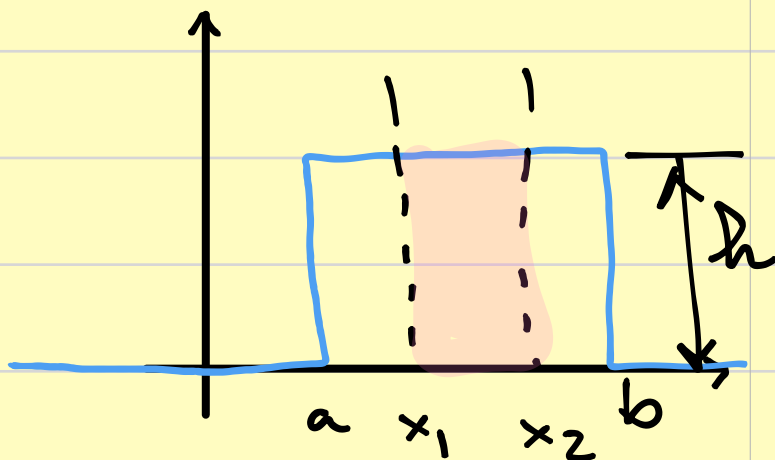
- Was ist die W. dafür, dass  $\bar{X} \leq x$  ist?  $\square$ ?

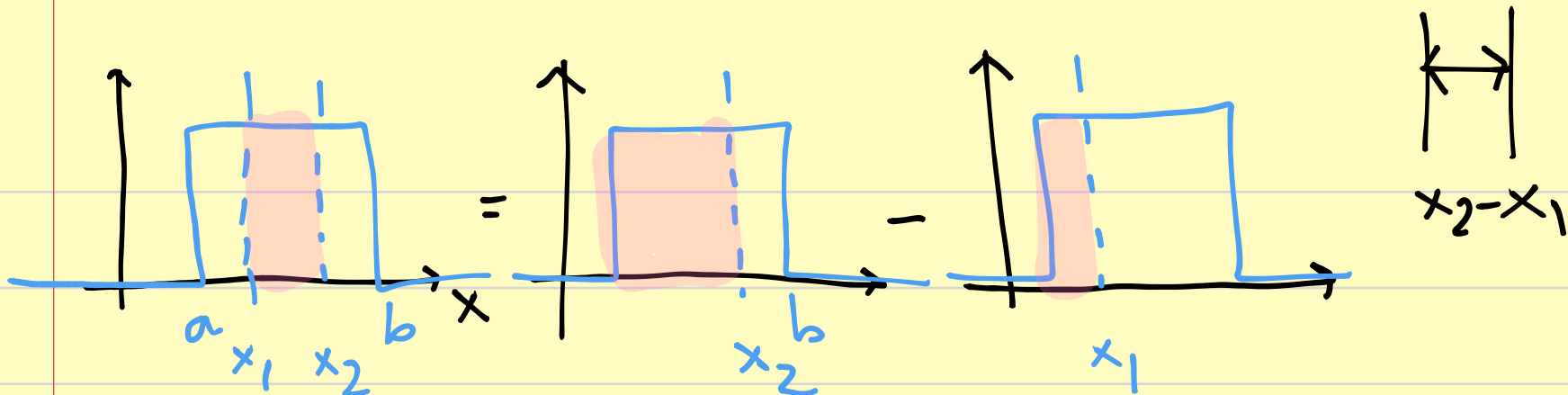
$$\square = P_u(\bar{X} \leq x) = \int_{-\infty}^x f_u(x) dx = (x-a) \cdot h = \frac{x-a}{b-a}$$

$$\bar{F}(x) = \frac{x-a}{b-a}$$

- Was ist die W. dafür, dass  $x_1 \leq \bar{X} \leq x_2$ ?

$$P(x_1 \leq \bar{X} \leq x_2) = \int_{x_1}^{x_2} f_u(x) dx = \frac{x_2 - x_1}{b-a}$$





$$P(x_1 \leq X \leq x_2) = P(X \leq x_2) - P(X \leq x_1) =$$

$$= \frac{x_2 - a}{b - a} - \frac{x_1 - a}{b - a} = \frac{x_2 - x_1}{b - a} \quad \checkmark$$

Übung. Uniformverteilung. Die Wartezeit an einer Bushaltestelle ist UNIFORM verteilt.  $X \sim U[1, 12]$  Minuten

$a=1, b=12$ .

a) Was ist die WDF?

b) Was ist die W. dafür, dass die Wartezeit  $X \leq 8$  Minuten ist?  $P(X \leq 8)$ ?

c) Was ist die W. dafür, dass die Wartezeit zw. 8 & 4 Min. liegt?  $P(4 \leq X \leq 8)$ ?

d) Was ist  $m_1$  &  $\sqrt{m_2}$ ?

e) Was ist die W. dafür, dass die Wartezeit zw. 0.5 & 3 Min. liegt?  $P(0.5 \leq X \leq 3)$ ?

