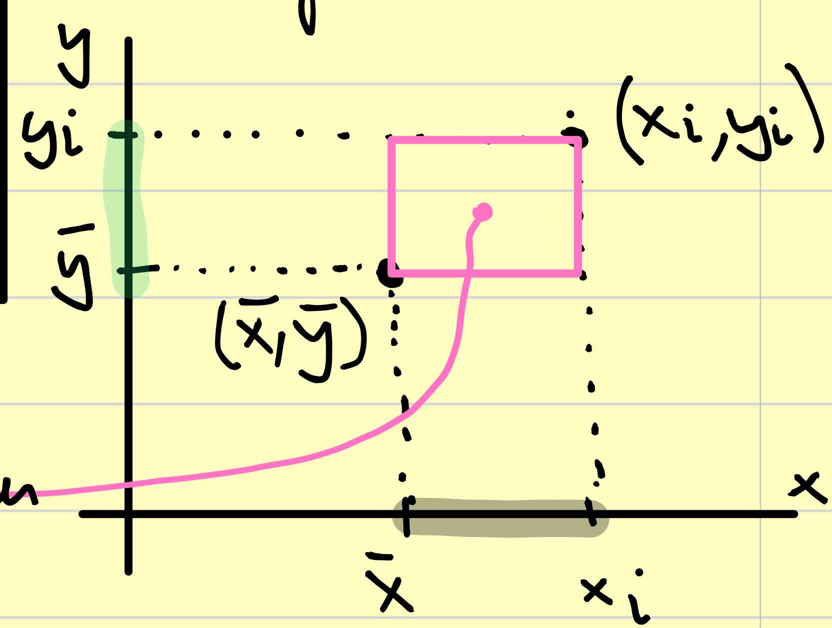
$m_2$ : VAR : $\dfrac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}$ 1 VARIABLE

Mehr als 1 VARIABLE ... KOVARIANZ für 2 VARIABLEN

$$\boxed{Kov(x,y) = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n-1}}$$




Die geometrische Interpretation der Kovarianz ist die Summe der Flächen der Vierecken zum Mittelwert.

Beispiel. gegeben ist ein Kennzahlensystem mit zwei Kennzahlen DURCHLAUFZEIT (Tage) & KOSTEN (€/Stück).

| | DLZ | K |
|---|---|---|
| KW1 | 6'3 | 230 |
| 2 | 4'7 | 180 |
| 3 | 3'2 | 170 |
| 4 | 3'8 | 175 |

$$Kov(x,y) = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n-1}$$

$$\bar{x} = \overline{DLZ} = \frac{6'3 + 4'7 + 3'2 + 3'8}{4} = 4'5$$

$$\bar{y} = \overline{\frac{€}{St}} = \frac{230 + 180 + 170 + 175}{4} = 188'75$$

$$[(6'3 - 4'5)(230 - 188'75) + (4'7 - 4'5)(180 - 188'75) + (3'2 - 4'5)(170 - 188'75) +$$

$$\text{KOV} = \frac{\left[(3'8-4'5)(175-188'75)\right]}{4-1}$$

$= \dots$

$$\text{KOV}[X,Y] = \text{KOV}[Y,X]$$

$$\frac{\sum (x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{n} = \frac{\sum (y_i-\bar{y})(x_i-\bar{x})}{n}$$ BIYEKTIV!

· was machen wir für mehr als 2 Variablen?

für 3 VARIABLEN:

$$A = \text{KOV}[X,Y,Z] = \begin{bmatrix} \text{VAR}(X) & \text{KOV}(X,Y) & \text{KOV}(X,Z) \\ \text{KOV}(Y,X) & \text{VAR}(Y) & \text{KOV}(Y,Z) \\ \text{KOV}(Z,X) & \text{KOV}(Z,Y) & \text{VAR}(Z) \end{bmatrix}$$

KOVARIANZ MATRIX

$$\boxed{\text{KOV. MATRIX}[X,Y,Z] = \begin{bmatrix} \text{VAR}(X) & \text{KOV}(X,Y) & \text{KOV}(X,Z) \\ \text{KOV}(X,Y) & \text{VAR}(Y) & \text{KOV}(Y,Z) \\ \text{KOV}(Z,X) & \text{KOV}(Y,Z) & \text{VAR}(Z) \end{bmatrix}}$$

Beispiel. 3 Variablen.

Mgmt System mit 3 VARIABLEN.

| | DLZ | K | Q (ppm) |
|---|---|---|---|
| KW1 | 6'3 | 230 | 3200 |
| 2 | 4'7 | 180 | 4700 |
| 3 | 3'2 | 170 | 2100 |
| 4 | 3'8 | 175 | 1500 |

Wir sind gezwungen VOR der KOVARIANZ Rechnung zu NORMIEREN:

| | $DLZ^*$ | $K^*$ | $Q^*$ |
|---|---|---|---|
| KW1 | $\frac{6'3-3'2}{6'3-3'2}=1$ | $\frac{230-170}{230-170}=1$ | $\frac{3200-1500}{4700-1500}=0'53$ |
| 2 | $\frac{4'7-3'2}{6'3-3'2}=0'48$ | $\frac{180-170}{230-170}=0'1\overline{6}$ | 1 |
| 3 | 0 | 0 | $\frac{2100-1500}{4700-1500}=0'1875$ |
| 4 | $\frac{3'8-3'2}{6'3-3'2}=0'19$ | $\frac{175-170}{230-170}=0'08\overline{3}$ | 0 |

Standard Skalierung: $\frac{x_i - x_{min}}{x_{max} - x_{min}}$

$$\overline{DLZ^*} = \frac{1+0'48+0'19}{4} = 0'4175$$

$$VAR(DLZ^*) = \frac{(1-0'4175)^2+(0'48-0'4175)^2+(0-0'4175)^2+(0'19-0'4175)^2}{4}$$

$$\overline{K^*} = \frac{1+0'1\overline{6}+0'08\overline{3}}{4} = 0'3124$$

$$VAR(K^*) = \frac{(1-0'3124)^2+(0'1\overline{6}-0'3124)^2+(0'08\overline{3}-0'3124)^2+(0-0'3124)^2}{4}$$

$$Q^* = \frac{0'53 + 1 + 0'1875}{4} = 0'429$$

$$VAR(Q^*) = \frac{(0'53 - 0'429)^2 + (1 - 0'429)^2 + (0'1875 - 0'429)^2 + (0 - 0'429)^2}{4}$$

$$KOV(DLZ^*, K^*) = \frac{(1 - 0'4175)(1 - 0'3124) + (0'48 - 0'4175)(0'1\widehat{6} - 0'3124) + (0 - 0'4175)(0 - 0'3124) + (0'19 - 0'4175)(0'08\widehat{3} - 0'3124)}{3}$$

$$KOV(DLZ^*, Q^*) = \frac{(1 - 0'4175)(0'53 - 0'429) + (0'48 - 0'4175)(1 - 0'429) + (0 - 0'4175)(0'1875 - 0'429) + (0'19 - 0'4175)(0 - 0'429)}{3}$$

$$KOV(K^*, Q^*) = \frac{(1 - 0'3124)(0'53 - 0'429) + (0'1\widehat{6} - 0'3124)(1 - 0'429) + (0 - 0'3124)(0'1875 - 0'429) + (0'08\widehat{3} - 0'3124)}{3}$$

$$KOV(DLZ^*, K^*, Q^*) = \begin{bmatrix} VAR(DLZ^*) & KOV(DLZ^*, K^*) & KOV(DLZ^*, Q^*) \\ KOV(DLZ^*, K^*) & VAR(K^*) & KOV(K^*, Q^*) \\ KOV(DLZ^*, Q^*) & KOV(K^*, Q^*) & VAR(Q^*) \end{bmatrix}$$