POISSON.

$$P(X=k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!} \qquad k = 0,1,2,3,\dots \qquad k! = k(k-1)\dots 3.2.1$$

1.

$\lambda \equiv \frac{\text{kunden}}{\text{std}} \equiv$ konstante mittlere Rate $= 20 \frac{\text{Kunden}}{\text{Std}}$

$$P(X=25) = \frac{20^{25} \cdot e^{-20}}{25!} \simeq 4'46\,\% \equiv 0'0446$$

Kommen genau 25 kunden.

1b. Variante. Was ist die W. dafür, dass genau 10 kunden in einem bestimmten Interval von 15 Minuten kommen?

λ: 20 kunden — 60 Minuten

λ^*: $\frac{20}{4}$ kunden — 15 Minuten

$\frac{1}{4}$

$$P(X=10) = \frac{\left(\frac{20}{4}\right)^{10} \cdot e^{-\frac{20}{4}}}{10!} \simeq 1'81\,\% \equiv 0'0181$$

2. Ereignis $\equiv$ Buchverkauf

$\lambda \equiv \frac{3 \text{ Bücher}}{\text{Tag}}$

$$P(X=0) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^x}{x!} = \frac{e^{-3} \cdot 3^0}{0!} = e^{-3} \simeq 4'98\,\% \equiv 0'0498$$

2b. Was ist die W. dafür, dass mindestens 2 Bücher in 3 Tagen verkauft werden?

λ: 3 Bücher — 1 Tag
λ^*: 9 Bücher — 3 Tagen ($\times 3$)

$$P(X \geq 2) = 1 - P(X < 2) = 1 - [P(X=0) + P(X=1)] =$$
$$= 1 - \left[\frac{e^{-9} \cdot 9^0}{0!} + \frac{e^{-9} \cdot 9^1}{1!}\right] = 12'3\,\% \equiv 0'123$$

12'3 ↯

3. Ereignis: Anrufe.

λ: $5 \frac{\text{Anrufe}}{\text{Std}}$

λ: 5 Anrufe — 60 Minuten
λ^*: $\frac{5}{2}$ Anrufe — 30 Minuten ($\times \frac{1}{2}$)

$$P(X=0) = \frac{e^{-\frac{5}{2}} \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^0}{0!} = e^{-\frac{5}{2}} = 8'21\,\% \equiv 0'0821$$

$\boxed{0! = 1 \quad \text{PER DEFINITION}}$

4. Ereignis. # Verspätete Busse

$\lambda = 2 \frac{\text{V. B.}}{\text{Std}}$

$$P(X > 3) = 1 - P(X \leq 3) = 1 - [P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3)]$$
$$= 1 - \left[\frac{e^{-2} \cdot 2^0}{0!} + \frac{e^{-2} \cdot 2^1}{1!} + \frac{e^{-2} \cdot 2^2}{2!} + \frac{e^{-2}\, 2^3}{3!}\right] = 14'29\,\% \equiv 0'143$$

5. Ereignis. Tier füttern.

$\lambda = 4 \frac{\text{Füttern}}{\text{Tag}}$

$$P(X=6) = \frac{e^{-4} \cdot 4^6}{6!} = 10'42\% = 0'1042$$

6. Ereignis. Landungen.

$$\lambda = 6 \frac{\text{Landungen}}{\text{Std}}$$

$$P(X=0) = \frac{e^{-6} \cdot 6^0}{0!} = 4'5 \cdot 10^{-5} = 0'0045\%$$

6b. Was ist die W. dafür, dass mindestens 3 Flugzeuge in den nächsten 30 Minuten landen?

$$\lambda = 6 \text{ Landungen} \text{ — } 60 \text{ Minuten}$$

$$\lambda^* = \frac{6}{2} = 3 \text{ Landungen} \text{ — } 30 \text{ Minuten}$$

$\times \frac{1}{2}$

$$P(X \geq 3) = 1 - P[X \leq 2] = 1 - [P(X=0) + P(X=1) + P(X=2)] =$$

$$= 1 - \left[\frac{e^{-3} \cdot 3^0}{0!} + \frac{e^{-3} \cdot 3^1}{1!} + \frac{e^{-3} \cdot 3^2}{2!}\right] =$$

7. Ereignis. # Diebstähle

$$\lambda = 2 \frac{\text{Diebstähle}}{\text{Woche}}$$

$$P(X > 4) = 1 - P(X \leq 4) = 1 - [P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) + P(X=4)]$$

$$= 1 - \left[\frac{e^{-2} \cdot 2^0}{0!} + \frac{e^{-2} \cdot 2^1}{1!} + \frac{e^{-2} \cdot 2^2}{2!} + \frac{e^{-2} \cdot 2^3}{3!} + \frac{e^{-2} \cdot 2^4}{4!}\right] \simeq 5'27\%$$

7b. Was ist die W. dafür, dass genau 1 Diebstahl pro Tag stattfindet?

$\lambda: \quad 2 \text{ Diebstähle} \;—\; 7 \text{ Tage}$

$\lambda^*: \quad \frac{2}{7} \text{ Diebstähle} \;—\; 1 \text{ Tag} \quad \left.\right\} \times \frac{1}{7}$

$$P(X=1) = \frac{e^{-\frac{2}{7}} \cdot \left(\frac{2}{7}\right)^1}{1!}$$

8. Ereignis. Nachrichten.

$\lambda \equiv 15 \frac{\text{Nachrichten}}{\text{Tag}}$

$$P(X=20) = \frac{e^{-15} \cdot 15^{20}}{20!} \simeq 4'18\,\%$$

9. Ereignis. Geburten

$\lambda \equiv 8 \frac{\text{Geburten}}{\text{Tag}}$

$$P(X<5) = \sum_{k=0}^{4} \frac{8^k e^{-8}}{k!} = \frac{8^0 \cdot e^{-8}}{0!} + \frac{8^1 \cdot e^{-8}}{1!} + \frac{8^2 \cdot e^{-8}}{2!} + \frac{8^3 \cdot e^{-8}}{3!} + \frac{8^4 e^{-8}}{4!}$$

$$= \dots = 9'96\,\%$$

10. Ereignis. Anrufe.

$\lambda \equiv 12 \frac{\text{Anrufe}}{\text{std}}$

$\lambda \equiv 12 \text{ Anrufe} \;—\; 60 \text{ Minuten}$

$\lambda^* \equiv \frac{12}{4} = 3 \text{ Anrufe} \;—\; 15 \text{ Minuten} \quad \left.\right\} \times \frac{1}{4}$

$$P(X \leq 1) = P(X=0) + P(X=1) = \sum_{k=0}^{1} \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^k}{k!}$$

$$= \frac{e^{-3} \cdot 3^0}{0!} + \frac{e^{-3} \cdot 3^1}{1!} = 95'02\,\%$$