

Klausur: Statistik für WIN2

Aufgabe 1: Wahrscheinlichkeiten und Bayes' Theorem

a)

Eine Maschine hat einen Sensor, der die Qualität misst. In 79% der Fälle gibt der Sensor eine korrekte Meldung. Die Wahrscheinlichkeit, dass der Sensor eine zufällige falsche Meldung gibt, beträgt 8%. Wenn der Sensor ausgelöst wird, wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Teil tatsächlich da war?

b)

A : ein Teil ist vorhanden
 B : der Sensor meldet „Teil ist da“

$$P(B | A) = 0.79 \quad \hookrightarrow P(A) = P(-A) = 0.5$$

$$P(B | -A) = 0.08$$

$$P(A | B) = \frac{P(B | A) \cdot P(A)}{P(B)} = \frac{0.79 \cdot 0.5}{P(B)}$$

$$\begin{aligned} P(B) &= P(B | A) \cdot P(A) + P(B | -A) \cdot P(-A) \\ &= 0.79 \cdot 0.5 + 0.08 \cdot 0.5 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{ll} P(B | -A) & \text{falsche Meldung} \\ P(-B | A) & \times \end{array}$$

Übung Bayes. Ein Forschungsteam testet auf einer Raumstation einen "freundlichen Alien-Detektor", der anzeigen soll ob sich freundliche Aliens in der Nähe befinden.

Ereignis A: Es befindet sich ein freundlicher Alien.
B: Der Detektor zeigt "freundlich" an.

Wenn tatsächlich ein freundlicher Alien da ist, erkennt der Detektor ihn in 80% der Fälle.

Wenn ein feindlicher oder kein Alien da ist, schlägt der Detektor manchmal fälschlich, freundlich an zu 12% der Fälle.

Wenn der Detektor mit "freundlich" auslöst, wie groß ist die W dafür, dass ein freundlicher Alien da ist?

$$P(B|A) = 0.8$$

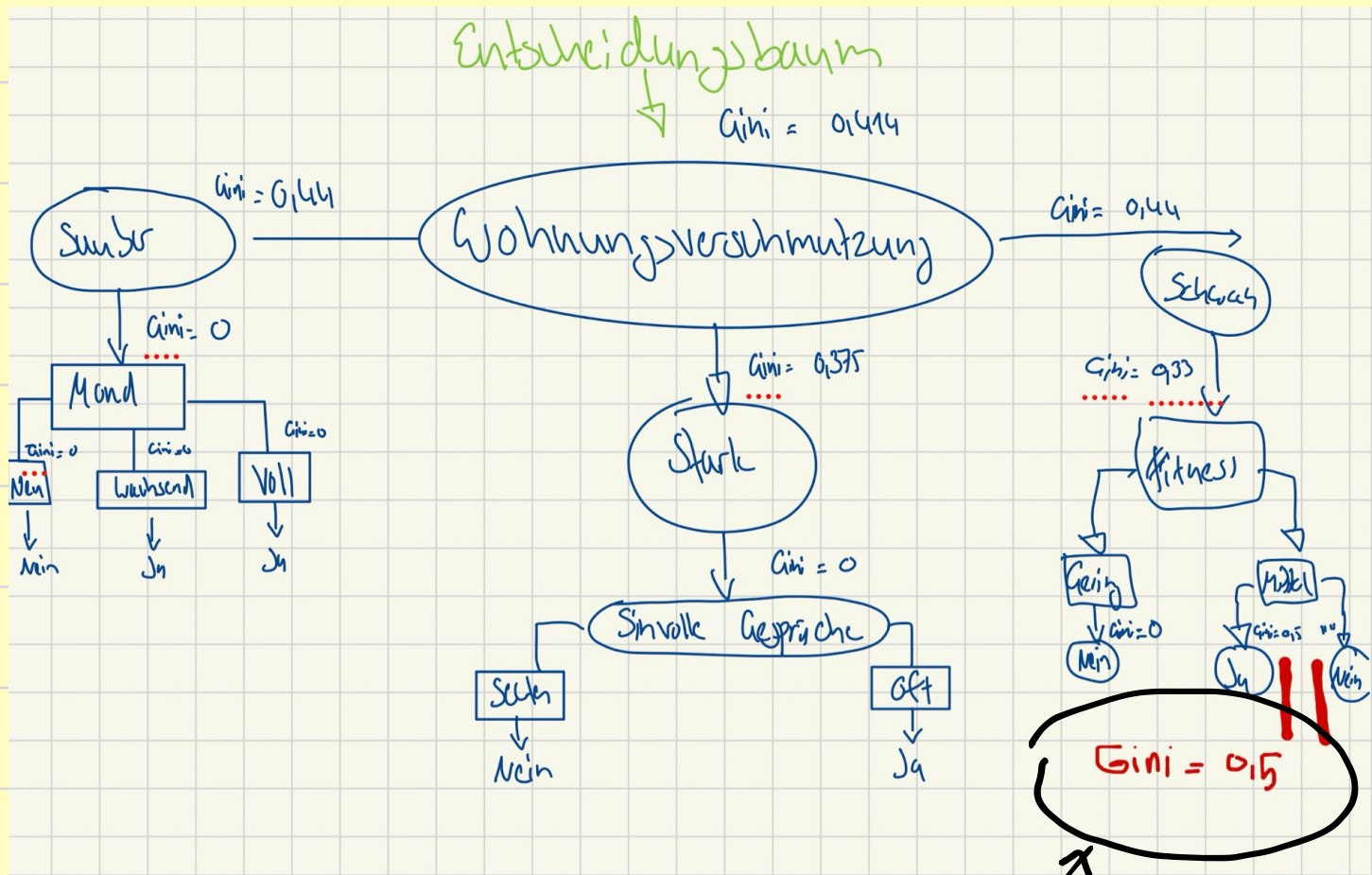
$$P(A) = P(-A) = 0.5$$

$$P(B|-A) = 0.12$$

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)} = \frac{0.8 \cdot 0.5}{0.46} = 0.869$$

$$P(B) = P(B|A) \cdot P(A) + P(B|-A) \cdot P(-A)$$

$$= 0'8 \cdot 0'5 + 0'12 \cdot 0'5 = 0'46$$



Wird
gezeigt.

