20230414_Projekt_Management_MV6

Mathematische Formalisierung der komplexen Netzwerk Dynamik

Wir beschreiben die Dynamik bei der Streuung von einem Verhaltensmuster oder die Umsetzung von einem neuen Standard innerhalb eines komplexen Netzwerks.

GRAPH $\equiv G(N,E)$ ist bekannt

Zwei Annahmen werden zunächst getroffen:

1) Knoten/Individuen können in zwei verschiedene Verhaltensmuster fallen: (S). Susceptible. Noch nicht infiziert.
(I). Infected. Bereits infiziert.
2) HOMOGENEOUS MIXING HYPOTHESIS. Jeder kann jeden infizieren.

I. SIS. Susceptible-Infected-Susceptible

Wir lassen zu, dass die Knoten sich nicht mehr einnern dass sie infiziert waren. In dem Beispiel eines Viruses, können die Menschen wieder gesund werden.

Parameter:

I.1. $i(t) \equiv$ Anteil an Menschen (Knoten) die zu einem Zeitpunkt „t" infiziert waren

zB. von 100 Menschen, 30 hatten das Virus in $t=t_1 \rightarrow i(t_1)=30\%$

I.2. β = Infektionsrate (Geschwindigkeit der Infektion).

I.3. $\langle k \rangle$ = Mittelwert der Verbindungen eines Menschen (Mittelwert der Beziehungen eines Menschen).

I.4 $\mu \cdot i(t)$ = Genessungsrate
Wie schnell werden die Menschen wieder gesund.

(I.I) $$\frac{di(t)}{dt} = \underbrace{\beta \cdot \langle k \rangle \cdot i(t) \cdot (1-i(t))}_{\text{Geschwindigkeit der Infizierung}} - \underbrace{\mu \, i(t)}_{\text{Geschw. der Genessung}}$$

Geschwindigkeit der Infektion

Infektionsrate

Wie gut die Menschen vernetzt sind

Anteil an Menschen infiziert

Anteil noch nicht inf. Menschen

Wie schnell werde ich gesund

↓

. . .

Lösung zu (I.I):

$$i(t) = \left[1 - \frac{\mu}{\beta\langle k\rangle}\right] \cdot c \cdot \frac{e^{(\beta\langle k\rangle - \mu)t}}{1 + c\cdot e^{(\beta\langle k\rangle-\mu)t}}$$

$$c = \frac{i(t=0)}{1 - i(t=0)\frac{\mu}{\beta\langle k\rangle}}$$

Wir haben Interesse an dem Verhalten, wenn $t \to \infty$

$$i(t\to\infty) = \lim_{t\to\infty} i(t) = 1 - \frac{1}{R_0}$$

R_0 = Reproductive Number = Wie viele Menschen werden von einem anderen infiziert in eine Periode $= \frac{\beta\langle k\rangle}{\mu}$

Erklärung von R_0 in Detail:

$$R_0 = \frac{\beta\langle k\rangle}{\mu}$$

$\beta\langle k\rangle$ ← Infektionsrate β, $\langle k\rangle$ Anzahl Verbindungen

μ ← Genessungsrate

$R_0 > 1 \equiv \beta\langle k\rangle > \mu$: Wir infizieren schneller als wir gesund werden : Der Virus expandiert

$R_0 < 1 \equiv \beta\langle k\rangle < \mu$: Wir werden schneller gesund als werden infiziert : Der Virus stirbt aus

□ $R_0 \uparrow\uparrow \equiv \beta \uparrow\uparrow \equiv$ höhe Infektionsrate

R_0 wächst

was machen wir? $\equiv$ Ausgangssperre $\equiv \langle k \rangle \downarrow\downarrow$

□ $R_0 \uparrow\uparrow \equiv \mu \downarrow\downarrow \equiv$ Menschen werden langsam wieder gesund

was machen wir? $\equiv$ Impfung entwickeln.

II. Wir lassen nur zu, dass Menschen nur andere infizieren mit wem sie in Verbindung stehen.

Parameter:

II.1. i_k: Anteil der infizierten mit „k" Nachbarn

II.2. Θ_k: Anteil von infizierten Nachbarn von einem Knote mit „k" Nachbarn.

$$\frac{di_k}{dt} = \beta \cdot i_k (1 - i_k) \cdot \Theta_k - \mu \cdot i_k \qquad \text{(II.1)}$$

$\downarrow$

...

$\downarrow$

Die Kondition für eine globale Streuung von einem Verhaltensmuster/Virus vird durch die

..Charakteristische Zeit.. um einen Anteil von $\frac{1}{e}$% der infizierten Population:

$$\boxed{\tau = \frac{\langle k \rangle}{\beta \langle k^2 \rangle - \mu \langle k \rangle}}$$

Charakteristische Zeit

$\langle k^2 \rangle \equiv$ HETEROGENEITÄT $\equiv$ Standard Abweichung der Anzahl Nachbarn

$\tau > 0 \rightarrow \beta \langle k^2 \rangle - \mu \langle k \rangle > 0 \equiv$ Die Kondition dafür, dass ein Verhaltensmuster/Virus sich erfolgreich etabliert in der Organisation:

$$\lambda = \frac{\beta}{\mu} > \frac{\langle k \rangle}{\langle k^2 \rangle} = \lambda_c$$ *

$$\boxed{\beta \langle k^2 \rangle - \mu \langle k \rangle > 0 \rightarrow \beta \langle k^2 \rangle > \mu \langle k \rangle \rightarrow \frac{\beta}{\mu} > \frac{\langle k \rangle}{\langle k^2 \rangle}}$$ *

Das bedeutet:

$\lambda \uparrow\uparrow$

- $\beta \uparrow$ = höhe Infektionsrate
- $\mu \downarrow$ = niedrige Genessungsrate

Special Case: SCALE FREE NETZWERKE (SFN)

$$APL \sim \ln(\ln N) \equiv \langle k^2 \rangle \to \infty$$

Wenn die Unternehmensstruktur SFN $\equiv$ der neue Standard wird immer erfolgreich umgesetzt.

$$\lambda = \frac{\beta}{\mu} > \frac{\langle k \rangle}{\langle k^2 \rangle} = \frac{\langle k \rangle}{\infty} = 0$$