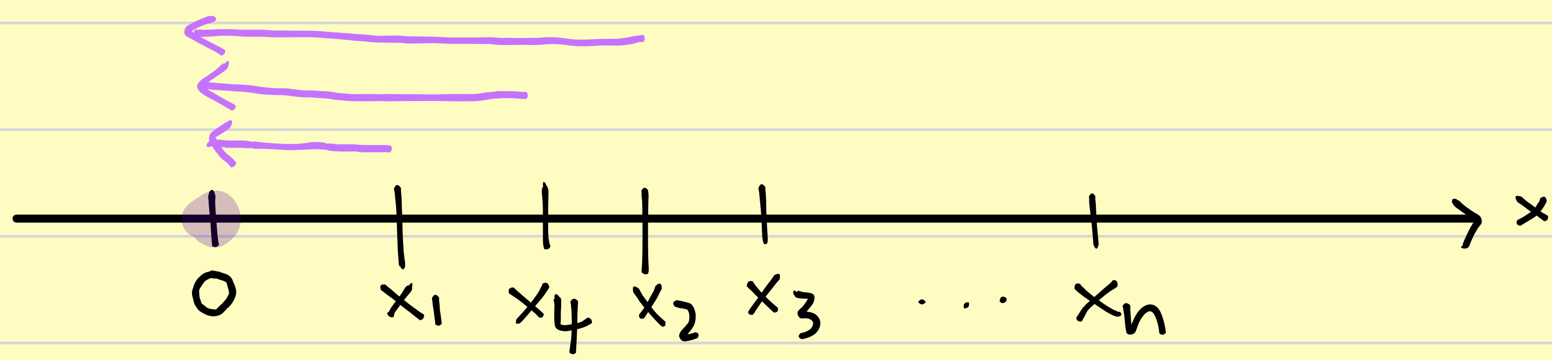
20250423_LM1_BU1_Mathe

$$x = \{x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n\}$$

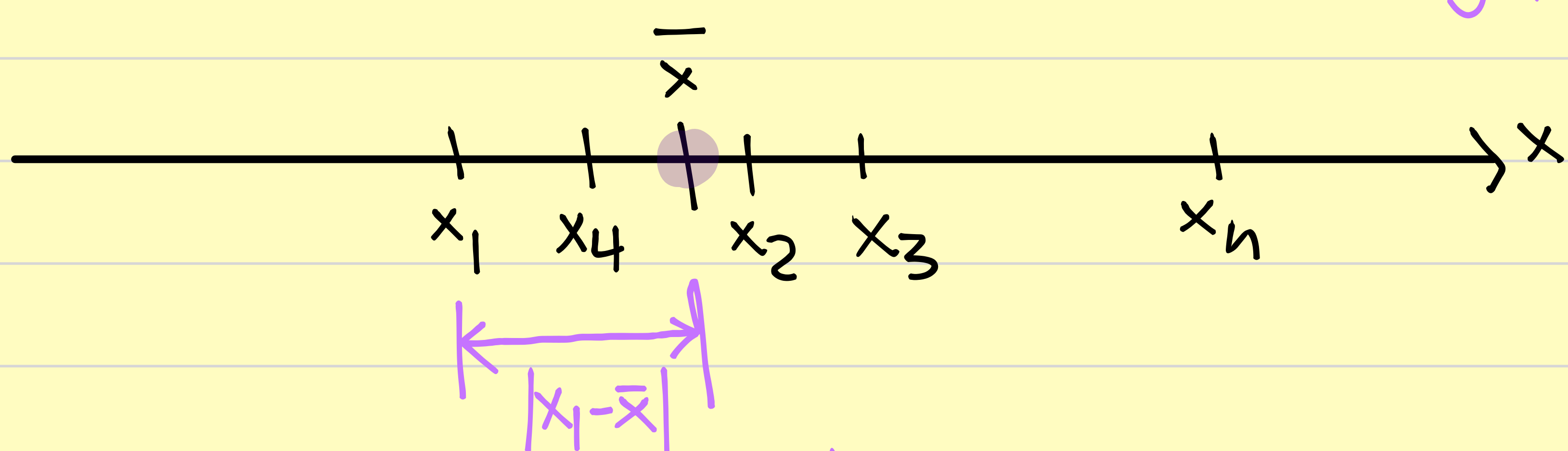
$(x_1 - 0)\ (x_2 - 0)\ \ldots$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_n}{n}$$ Mittelwert

$$VAR(x) = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \cdots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$$



- Mittelwert $\bar{x}$ bedeutet die Summe der Abstände zum NULL.
- Mittelwert ist der 1. MOMENTUM mit NULL als Bezugspunkt.

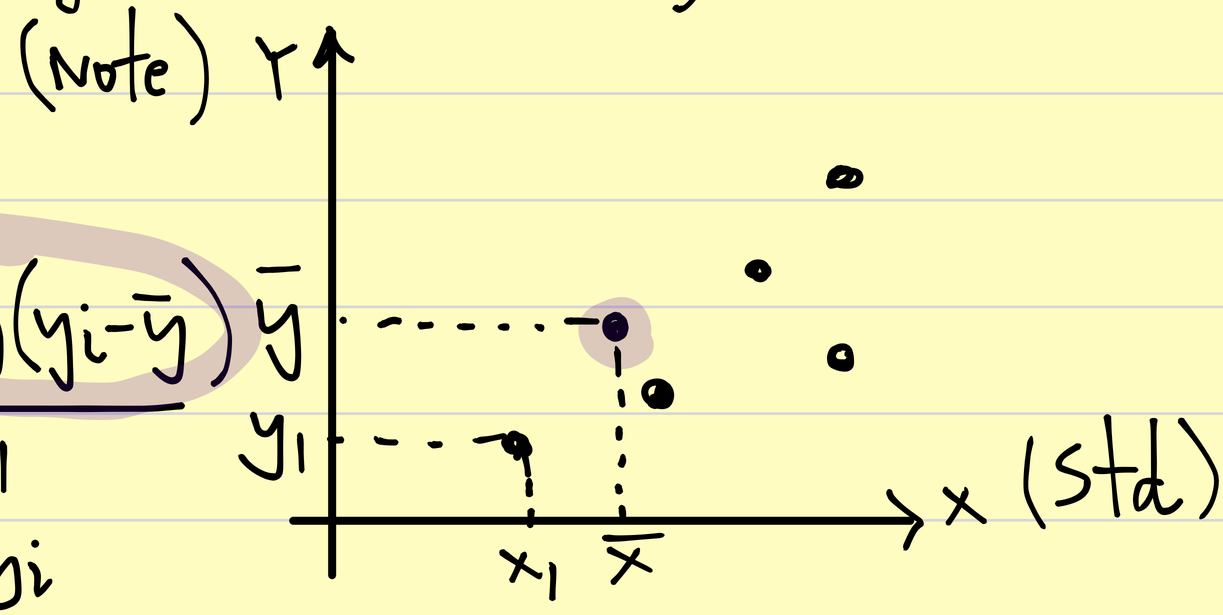


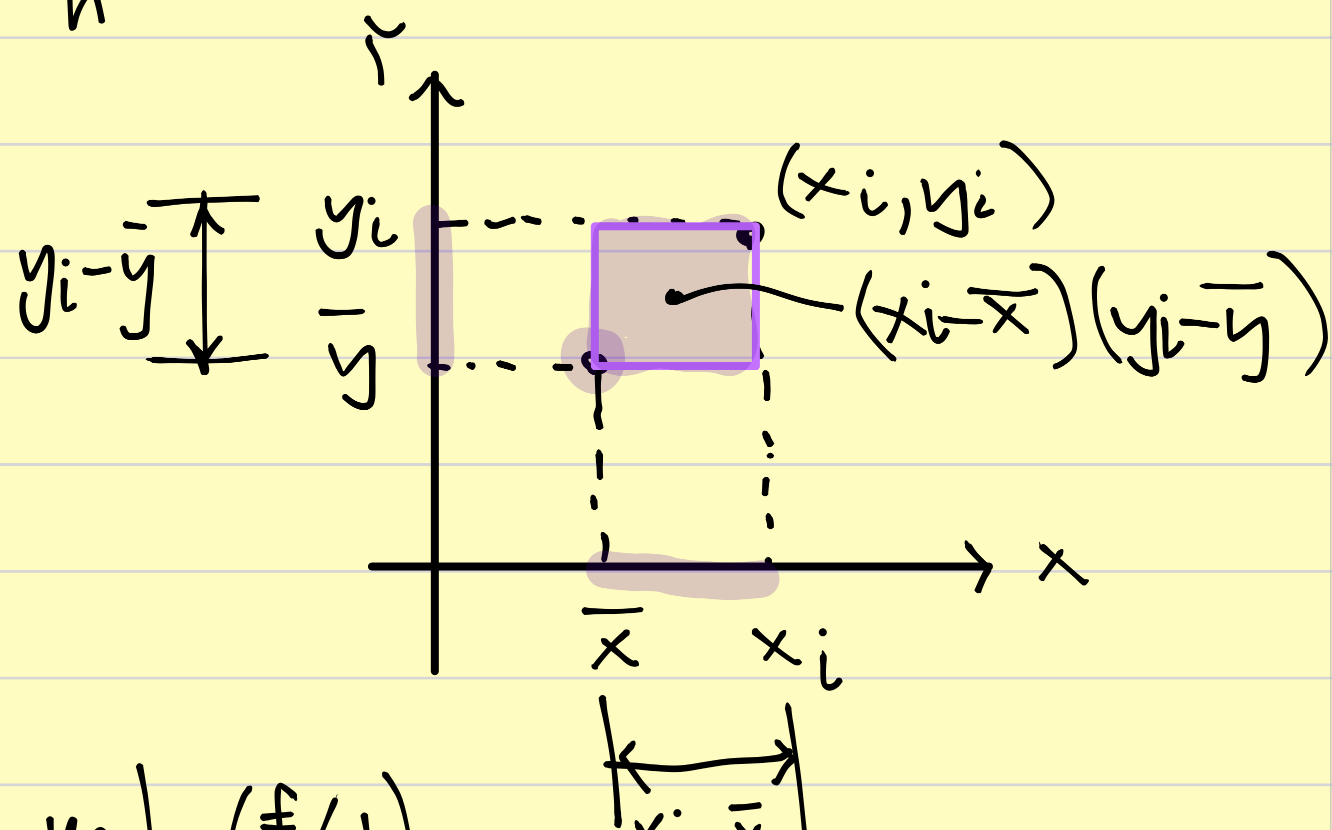
- Die Varianz VAR(x) bedeutet die Summe der Abstände zum MITTELWERT in QUADRAT (damit es >0 ist).
- Die Varianz ist der 2. MOMENTUM mit dem Mittelwert als Bezugspunkt.

KOVARIANZ (für 2 VARIABLEN).

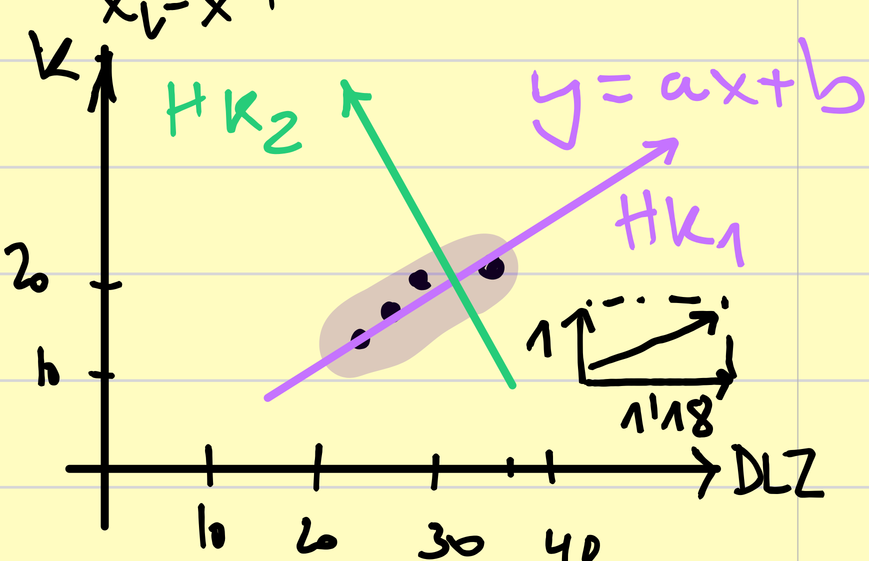
$$\mathrm{kov}(x,y) = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n-1}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} \qquad \bar{y} = \frac{\sum y_i}{n}$$





	DLZ (Tage)	Kosten (€/St)
Jan	37	21
Feb	28	18
Mär	25	15
Apr	27	20



$$\text{KOV-MATRIX}[X,Y] = \begin{bmatrix} \mathrm{VAR}[X] & \mathrm{KOV}[X,Y] \\ \mathrm{KOV}[X,Y] & \mathrm{VAR}[Y] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 21'187 & 7'875 \\ 7'875 & 5'25 \end{bmatrix}$$

$$VAR[X] = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{(37-29'25)^2 + (28-29'25)^2 + (25-29'25)^2 + (27-29'25)^2}{4}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{37+28+25+27}{4} = 29'25 \qquad = 21'187$$

$$VAR[Y] = \frac{\sum (y_i - \bar{y})^2}{n} = \frac{(21-18'5)^2 + (18-18'5)^2 + (15-18'5)^2 + (20-18'5)^2}{4} = 5'25$$

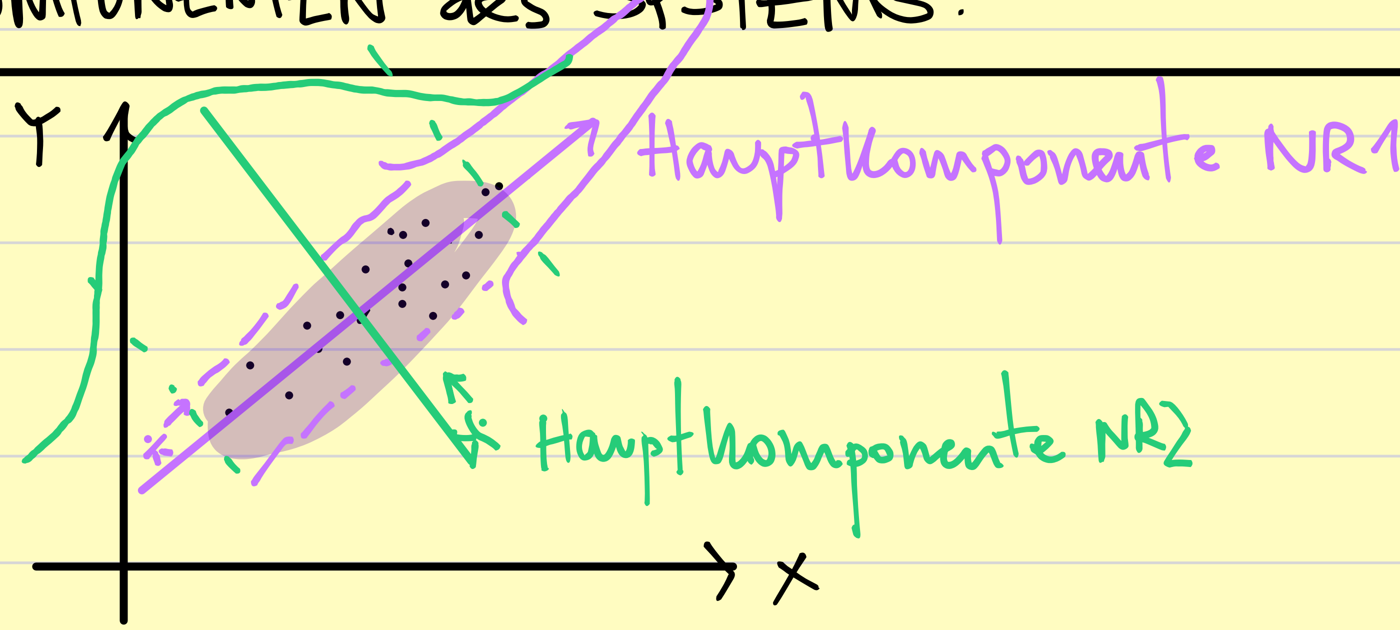
$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{21+18+15+20}{4} = 18'5$$

$$KOV[X,Y] = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n-1} = \frac{(37-29'25)(21-18'5) + (28-29'25)(18-18'5) + (25-29'25)(15-18'5) + (27-29'25)(20-18'5)}{3}$$

$$= 7'87$$

$$\boxed{KOV_{X,Y} = \begin{bmatrix} 21'187 & 7'87 \\ 7'87 & 18'5 \end{bmatrix}}$$

Die Eigenvektoren der KOVARIANZMATRIX sind die HAUPTKOMPONENTEN des SYSTEMS.



Die Hauptkomponente NR1 beschreibt die Daten viel besser als die Hauptkomponente NR2.

λ : lambda

$$A \cdot \vec{v} = \lambda \vec{v}$$

$\vec{v}$: Eigenvektoren

λ : Eigenwerte

$$\downarrow$$

$$\det\left[A - \lambda I\right] = 0 \longrightarrow \lambda \longrightarrow \vec{v}$$

$$\det\left[\boxed{\begin{bmatrix} 21'187 & 7'87 \\ 7'87 & 18'5 \end{bmatrix}} - \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\right] = 0 \longrightarrow$$

$$\rightarrow \det\begin{bmatrix} 21'187 - \lambda & 7'87 \\ 7'87 & 18'5 - \lambda \end{bmatrix} = 0 \longrightarrow$$

$$\det\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} = ad - cb$$

$$\rightarrow (21'187 - \lambda)(18'5 - \lambda) - 7'87^2 = 0 \longrightarrow$$

$$\longrightarrow \lambda^2 - 39'687\lambda + 391'9595 - 7'87^2 = 0 \longrightarrow$$

$$\longrightarrow \lambda^2 - 39'687\lambda + 330'02 = 0$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\lambda = \frac{39'687 \pm \sqrt{39'687^2 - 4 \cdot 330'02}}{2 \cdot 1} =$$

$$\lambda = \begin{cases} \nearrow \dfrac{39'687 + 15'967}{2} = 27'83 = \lambda_1 \\ \searrow \dfrac{39'687 - 15'967}{2} = 11'86 = \lambda_2 \end{cases}$$

$$\lambda_1 = 27'83 \longrightarrow A \cdot \vec{v_1} = \lambda_1 \cdot \vec{v_1}$$

$$\begin{bmatrix} 21'187 & 7'87 \\ 7'87 & 18'5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{11} \\ v_{12} \end{bmatrix} = 27'83 \begin{bmatrix} v_{11} \\ v_{12} \end{bmatrix} \longrightarrow$$

$$\left.\begin{array}{l} 21'187 \cdot v_{11} + 7'87\, v_{12} = 27'83\, v_{11} \\ 7'87\, v_{11} + 18'5\, v_{12} = 27'83\, v_{12} \end{array}\right\}$$

$$7'87\, v_{12} = 6'643\, v_{11} \longrightarrow v_{11} = \frac{7'87}{6'643} v_{12} = 1'18\, v_{12}$$

$$v_{12} = 1 \longrightarrow v_{11} = 1'18 \longrightarrow \vec{v_1} = \begin{bmatrix} 1'18 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Interpretation: Jedes € Einsparung wird durch 1'18 Tage DLZ Reduktion erreicht.