

Netzwerktheorie



Network Science
(Barabási, 2016)

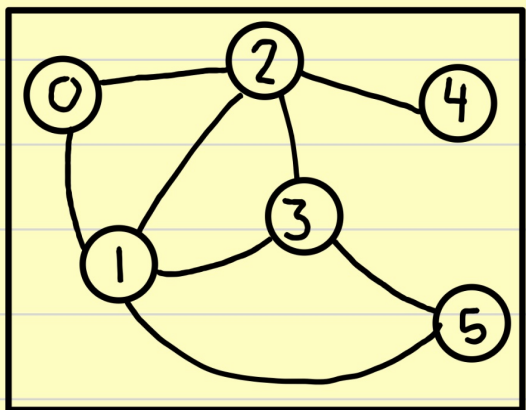
Was ist Netzwerk?

Liste (Set) von Knoten (Nodes) und Kanten (Edges) = GRAPH.

$$\text{GRAPH} \equiv G = (N, E) \quad N = \{0, 1, \dots, n-1\} \quad E = \{e_0, e_1, \dots, e_m\}$$

↑ Nodes
 ↑ Edges

z.B.



$$N = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$E = \{[0, 1], [0, 2], [1, 3], [1, 2], [2, 3], [2, 4], [1, 5], [3, 5]\}$$

- Hypothesen:
- 1) Je schneller Information von „A“ nach „B“ kommt, desto effizienter das Netzwerk.
 - 2) Je besser die Kommunikation innerhalb von Netzwerk-Gruppen, desto effizienter, das Netzwerk.

Wir können Netzwerke messbar machen:

- . Average Path Length
- . Clustering Coefficient.

1) AVERAGE PATH LENGTH :

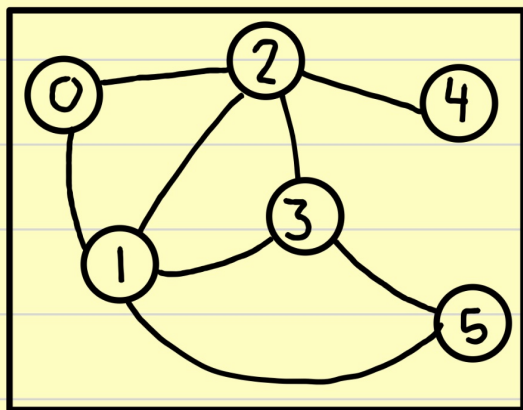
Mittelwert der Abstände zwischen den Knoten.

$$APL = \frac{1}{N(N-1)} \sum_i \sum_j d_{ij}$$

$N \cdot (N-1) \equiv$ Maximale Anzahl Beziehungen eines Netzwerks mit N Elementen

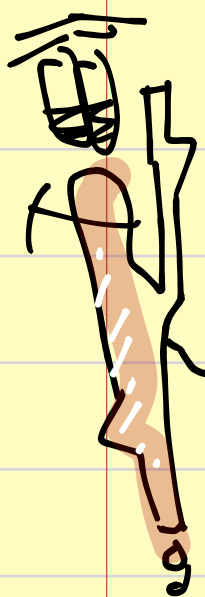
$\sum_i \sum_j d_{ij} \equiv$ ABSTÄNDE / SCHRITTE / PATH ZWISCHEN KNOTEN

z.B.



$N=6$

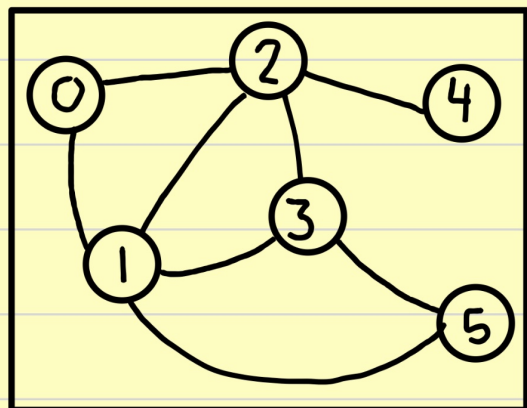
$$APL = \frac{1}{6 \cdot (6-1)} \cdot \left[\begin{array}{c} d_{01} \ d_{02} \ d_{03} \ d_{04} \ d_{05} \\ 1 + 1 + 2 + 2 + 2 \end{array} \right] + \left[\begin{array}{c} d_{10} \ d_{12} \ d_{13} \ d_{14} \ d_{15} \\ 1 + 1 + 1 + 2 + 1 \end{array} \right] + \left[\begin{array}{c} d_{20} \ d_{21} \ d_{23} \ d_{24} \ d_{25} \\ 1 + 1 + 1 + 1 + 2 \end{array} \right] + \left[\begin{array}{c} d_{30} \ d_{31} \ d_{32} \ d_{34} \ d_{35} \\ 2 + 1 + 1 + 2 + 1 \end{array} \right] +$$



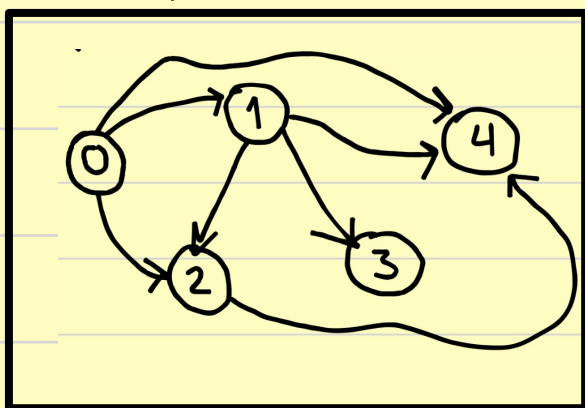
Je kleiner der
APL, desto
effizienter das
Netzwerk!

$$+ \begin{bmatrix} d_{40} & d_{41} & d_{42} & d_{43} & d_{45} \\ 2 & 2 & 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} +$$
$$+ \begin{bmatrix} d_{50} & d_{51} & d_{52} & d_{53} & d_{54} \\ 2 & 1 & 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

= ...
z.B. welches Netzwerk ist effizienter? A oder B?



A



B

2) CLUSTERING COEFFICIENT (CC)

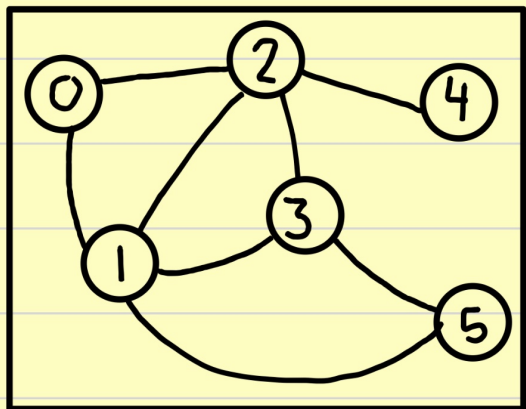
Cluster \equiv Gruppe CC ergibt wie gut sich
im Netzwerk Gruppen bilden

$$CC = \frac{1}{N} \cdot \sum_i \frac{2L_i}{K_i(K_i-1)}$$

L_i : Anzahl Verbindungen
zwischen den
Nachbarn von $\dots i$

K_i : Anzahl Verbindungen
von $\dots i$

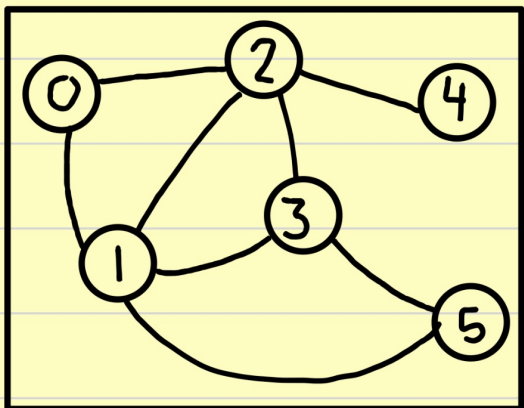
z.B.



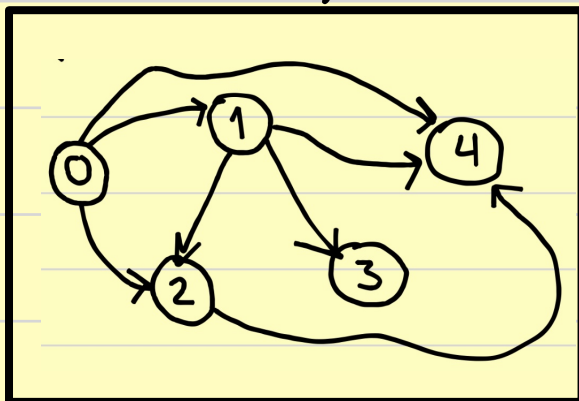
$$CC = \frac{1}{6} \cdot \left[\begin{matrix} \frac{2 \cdot 1}{2 \cdot (2-1)} \\ 0 \end{matrix} \right] + \begin{matrix} \frac{2 \cdot 3}{4 \cdot (4-1)} \\ 1 \end{matrix} + \begin{matrix} \frac{2 \cdot 2}{4 \cdot (4-1)} \\ 2 \end{matrix} + \begin{matrix} \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot (3-1)} \\ 3 \end{matrix} + \begin{matrix} \text{---} \\ 4 \end{matrix} + \begin{matrix} \frac{2 \cdot 1}{2 \cdot (2-1)} \\ 5 \end{matrix} \right] = \dots$$

Je größer der CC , desto mehr Gruppen es gibt in dem Netzwerk, also desto effizienter die Kommunikation im Netzwerk.

z.B. welches Netzwerk ist effizienter? warum?



A



B

DEGREE DISTRIBUTION

Degree $\equiv k_i \equiv$ Anzahl Verbindungen von Knoten i

z.B.

