20211014_Finanzmathematik_FAT1

ABSCHREIBUNG

Eine Methode, die Wertminderung langlebiger Güter des Anlagevermögens im Rechnungswesen zu berücksichtigen.

Lineare/Arithmetisch-degressive/Digitale/Geometrisch-degressive

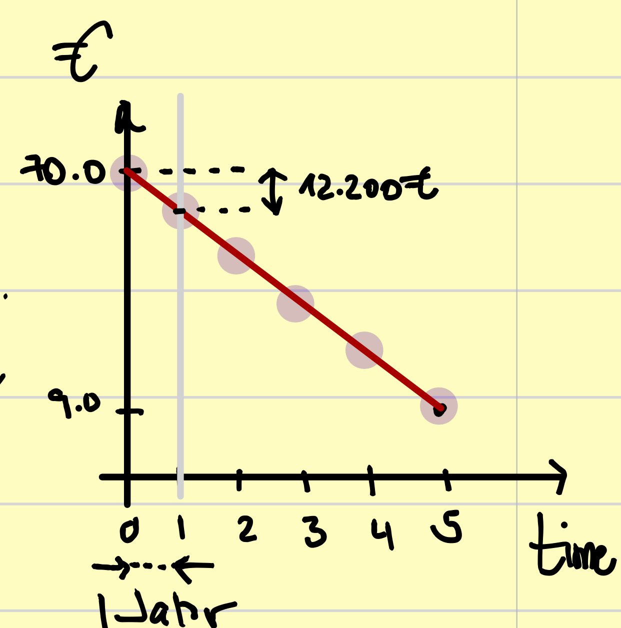
Symbole:

- A : Anschaffungswert
- R : Restwert (Wert am Ende der Nutzungsdauer)
- n : Nutzungsdauer
- a_i : Abschreibungsbetrag im Zeitraum i
- $A - R$: Gesamtabschreibungsbetrag

LINEARE ABSCHREIBUNG

Die jährliche Abschreibungsbeträge „a" sind konstant, das heißt „a" ergibt sich aus dem Gesamtabschreibungsbetrag $A-R$ geteilt durch die Nutzungsdauer:

$$\boxed{a = \frac{A-R}{n}}$$



Beispiel: Eine Maschine, die für 70.000€ angeschafft wurde, hat nach fünf Jahren Nutzungsdauer einen Wert von 9000€. Wie hoch sind die jährlichen Abschreibungsbeträge, wenn die lineare Abschreibung unterstellt wird?

$$a = \frac{A-R}{n} = \frac{70000 - 9000}{5} = 12200\ €$$

Jahr	Abschreibung	Restbuchwert
1	12200	57800
2	12200	45600
3	12200	33400
4	12200	21200
5	12200	9000

ARITHMETISCH-DEGRESSIVE ABSCHREIBUNG

Die jährliche Abschreibungsbeträge a_i nehmen von Jahr zu Jahr um denselben Betrag „d" ab.
Die Abschreibungsbeträge bilden eine arithmetische Folge:

$$a_1 = a_1$$

$$\left|\begin{array}{l} a_2 = a_1 - d \\ a_3 = a_2 - d = a_1 - 2d \\ \dots \\ a_n = a_{n-1} - d = a_1 - (n-1)\cdot d \end{array}\right.$$

Die Gesamtabschreibung beträgt $A-R$:

$$A-R = a_1 + a_2 + \dots + a_n = a_1 + a_1 - d + \dots + a_1 - (n-1)\cdot d$$

(aritmetische Summenformel) $\rightarrow$ $A-R = \frac{n}{2}\left(2a_1 + (n-1)d\right)$

(*)

$\rightarrow$ „d" kann ermittelt werden: $(A-R)\cdot\frac{2}{n} - 2a_1 = (n-1)d$

$$\rightarrow \boxed{d = \frac{2\left(na_1 - (A-R)\right)}{n(n-1)}}$$

Bedingungen für den ersten Abschreibungsbetrag a_1.

- d muss positiv sein $d>0$

$$d>0 \rightarrow n\cdot a_1 - (A-R) > 0 \rightarrow a_1 \geq \frac{A-R}{n}$$

lineare Abschreibungsbetrag

$$\boxed{(*)\quad S_n = \sum_{i=1}^{n}\left(a_i + (i-1)d\right) = na_1 + \frac{n(n-1)}{2}d = n\cdot\frac{a_1 + a_2}{2}}$$

Bedingungen für den letzten Abschreibungsbetrag a_n.

- $a_n > 0$

$$a_n = a_1 - (n-1)d \geq 0 \rightarrow a_1 \geq (n-1)d \rightarrow$$

$$a_1 \geq \frac{(n-1)\cdot 2\left(na_1 - (A-R)\right)}{n(n-1)} \rightarrow a_1 \geq \frac{2\left(na_1 - (A-R)\right)}{n} \rightarrow$$

$$\rightarrow a_1 \geq 2a_1 - \frac{2(A-R)}{n} \rightarrow a_1 \leq \frac{2(A-R)}{n}$$

doppelte lineare Absch.

Der erste Abschreibungsbetrag muss zw. einfachem und doppeltem linearen Abschreibungsbetrag liegen.

Beispiel: Eine Maschine, die für 70000 € angeschafft wurde, hat nach 5 Jahren einen Restwert von 9000 €. Der erste Abschreibungsbetrag soll 15000 € betragen. Stellen Sie den Abschreibungsplan für die arithmetisch-degressive Abschreibung auf!

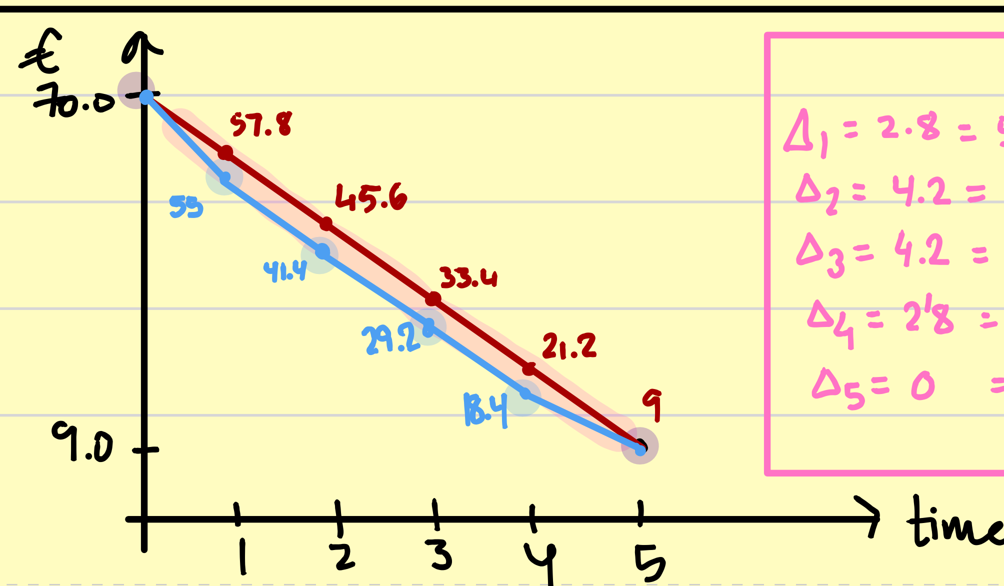
1. Bedingung für a_1 prüfen:

$$a\,(\text{lineare Abschreibung}) = \frac{A-R}{n} = 12200\,€$$

$$a = 12200 \leq a_1 = 15000 \leq 2a = 24400\,€ \quad ✓$$

2. $$d = \frac{2\left(5 \cdot 15000 - (70000 - 9000)\right)}{5 \cdot (5-1)} = 1400\,€$$

Jahr	Abschreibung	Restbuchwert
1	15000	70000 - 15000 = 55000
2	15000 - 1400 = 13600	55000 - 13600 = 41400
3	13600 - 1400 = 12200	41400 - 12200 = 29200
4	12200 - 1400 = 10800	29200 - 10800 = 18400
5	10800 - 1400 = 9400	18400 - 9400 = 9000 ✓



$\Delta_1 = 2.8 = 57'8 - 55$
$\Delta_2 = 4.2 = 45'6 - 41'4$
$\Delta_3 = 4.2 = 33'4 - 29'2$
$\Delta_4 = 2'8 = 21'2 - 18'4$
$\Delta_5 = 0 = 9 - 9$

DIGITALE ABSCHREIBUNG

Ist eine arithmetisch-degressive Abschreibung, bei der der letzte Abschreibungsbetrag a_n mit der Differenz „d" übereinstimmt.

Jahr	Abschreibung
n	$a_n = a$
$n-1$	$a+d=2a$
$n-2$	$2a+d=3a$
...	
2	$(n-1)a$
1	na

arithmetischen Reihe

$$A-R = a+2a+3a+\dots+(n-1)a+na = \frac{n}{2}(na+a) = \frac{n}{2}\cdot a(n+1)$$

$$\rightarrow \boxed{a = \frac{2(A-R)}{n(n+1)}}$$

Beispiel: Eine Maschine, die für 70000€ angeschafft wurde, hat nach 5 Jahren einen Wert von 9000€. Stellen Sie den digitalen Abschreibungsplan auf!

$$a = \frac{2(70000-9000)}{5\cdot 6} = 4066'\hat{6}\ €$$

Jahr	Abschreibung	Restbuchwert
1	20333'3	49666'$\hat{6}$
2	16266'6	33400
3	12200	21200
4	8133'3	13066'6
5	4066'6	9000 ✓

Aufgaben:

Warum komme ich auf die Zahlen ?
Graphisch darstellen und erklären deren Bedeutung.