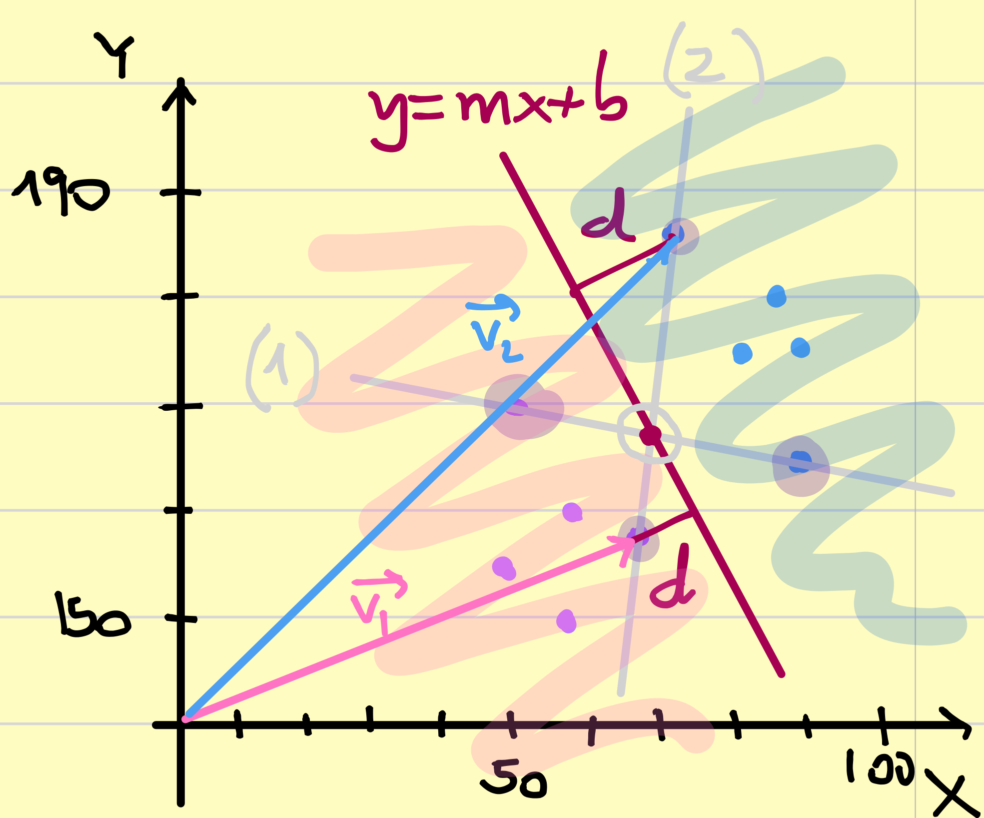
Support Vektor Maschinen (SVM).

Das Ziel von SVM ist es die optimale Trennlinie zu finden, welche Trainingsdaten teilt.

- WIR BRAUCHEN GELABELETE DATEN
- DIE TRENNUNG ERFOLGT ÜBER ABSTÄNDE (NORMIERUNG NÖTIG?)
- DIE KLASSIFIZIERUNG ERFOLGT ANHAND BEREITS BEKANNTE DATEN

Beispiel

x (Gewicht)	y (Größe)	Klasse
50	155	♀
60	160	♀
68	158	♀
58	150	♀
55	170	♀
90	165	♂
85	175	♂
88	180	♂
75	190	♂
72	185	♂



Beispiel. Gegeben sind folgende Punkte

ROTE (A): [1,1], [2,3], [3,2] BLAUE (B): [5,3], [6,2], [6,4]

Ziel: a) Finden Sie die optimale Trennlinie ($y=mx+b$) welche die beiden Klassen separiert.

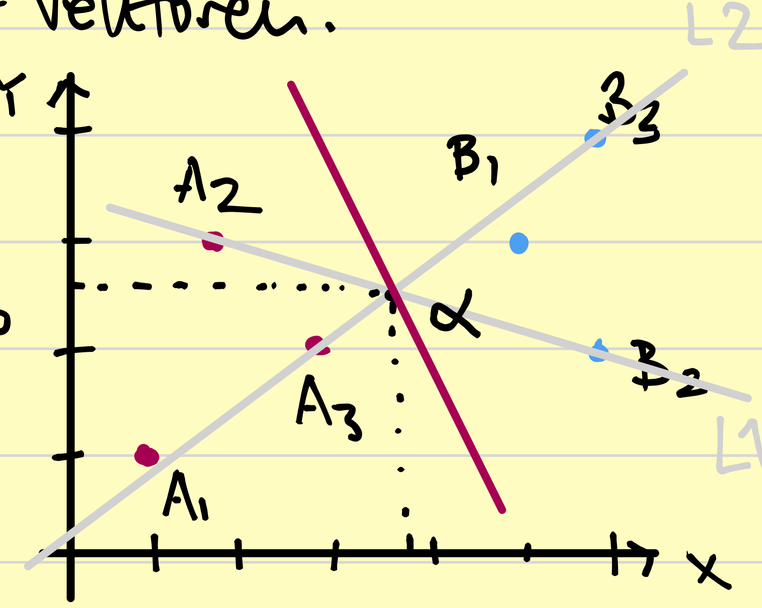
b) Berechnen Sie die Abstände (d) - MARGIN - der nächst. gelegenen Punkten zur Trennlinie.

c) Identifizieren Sie die Support Vektoren.

Schritt 1. Punkte visualisieren.

Schritt 2. Form der Trennlinie: $y = mx+b$

Schritt 3. Punkt L1 & L2: α



$$\boxed{\frac{y-y_2}{x-x_2} = \frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}}$$

EINE LINIE, WELCHE DURCH ZWEI PUNKTE $[x_1,y_1]$, $[x_2,y_2]$ GEHT

L1: A2·B2: [2,3] [6,2]: $\frac{y-2}{x-6} = \frac{3-2}{2-6} \rightarrow y-2 = \frac{-1}{4}(x-6)$

L2: A3.B3: [3,2] [6,4]: $\frac{y-4}{x-6} = \frac{2-4}{3-6} \rightarrow y-4 = \frac{2}{3}(x-6)$

$$\alpha: \ (y_\alpha-2)-(y_\alpha-4) = \frac{-1}{4}(x_\alpha-6) - \frac{2}{3}(x_\alpha-6)$$

$$2 = \left(\frac{-1}{4} - \frac{2}{3}\right)(x_\alpha-6) \rightarrow 2 = \frac{-11}{12}(x_\alpha-6) \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{-24}{11} = x_\alpha - 6 \rightarrow x_\alpha = 3'818$$

$$y_\alpha - 2 = \frac{-1}{4}(3'818-6) \rightarrow y_\alpha = 2'545$$

Schritt 4. d. MARGIN ermitteln:

$$\boxed{\begin{array}{l}\text{Abstand zw. Linie } y=mx+b \text{ und} \\ \text{Punkt } [x_1, y_1] \\ d = \dfrac{|mx_1 + y_1 + b|}{\sqrt{m^2+1}}\end{array}}$$

d: Linie & A3 [3,2]: $d = \dfrac{|m.3+2+b|}{\sqrt{m^2+1}}$ (1)

d: Linie & B1 [5,3]: $d = \dfrac{|m.5+3+b|}{\sqrt{m^2+1}}$ (2)

$$\left.\begin{array}{l}\alpha: \; y_\alpha = m.x_\alpha + b \\ \alpha\,[3'818, 2'545]\end{array}\right\} 2'545 = m.3'818 + b \qquad (3)$$

$$\left.\begin{array}{ll}(1)+(2): & 3m+2+b = 5m+3+b \rightarrow 2m = -1 \rightarrow m = \dfrac{-1}{2} \\ (3) & : 2'545 = 3'818m + b\end{array}\right\}$$

$$\rightarrow \; 2'545 = 3'818 . \frac{-1}{2} + b \rightarrow b = 0'636$$

$$\boxed{y = \frac{-1}{2}x + 0'636} \longrightarrow \underset{(1)}{d} = \frac{|3.\frac{-1}{2} + 2 + 0'636|}{\sqrt{(\frac{-1}{2})^2 + 1}} = 1'016$$

$$\boxed{d = 1'016}$$

Support Vektoren sind A3 & B1: die Punkte die am nähesten zur Linie (Trennlinie $y=mx+b$) liegen.