

Statistikübungen für WIN2 - Vertiefte Übungen zu Poisson-, Exponential- und Weibull-Verteilungen

Prof H4. <https://www.profh4.com>

2. April 2024

1 Poisson-Verteilung

Die Poisson-Verteilung wird verwendet, um die Wahrscheinlichkeit von Ereignissen zu beschreiben, die unabhängig voneinander über einen bestimmten Zeitraum eintreten, wenn diese Ereignisse mit einer konstanten mittleren Rate geschehen.

Übungen

1. Ein Restaurant hat im Durchschnitt 20 Kunden pro Stunde. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass in einer bestimmten Stunde genau 25 Kunden kommen?
2. Ein Buchladen verkauft durchschnittlich 3 Bücher pro Tag. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass kein Buch an einem Tag verkauft wird?
3. In einem Callcenter kommen durchschnittlich 5 Anrufe pro Stunde. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass in den nächsten 30 Minuten kein Anruf eingeht?
4. Ein Busunternehmen hat festgestellt, dass an einer Haltestelle durchschnittlich 2 Busse pro Stunde verspätet sind. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass mehr als 3 Busse in einer Stunde verspätet sind?
5. Ein Zoo beobachtet, dass im Durchschnitt 4 mal pro Tag ein bestimmtes Tier gefüttert werden muss. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass es an einem Tag genau 6 Mal gefüttert werden muss?

6. Ein Flughafen registriert durchschnittlich 10 Landungen pro Stunde. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass in einer bestimmten Stunde keine Landung stattfindet?
7. In einem Supermarkt werden durchschnittlich 2 Diebstähle pro Woche gemeldet. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass in einer Woche mehr als 4 Diebstähle gemeldet werden?
8. Eine Website erhält durchschnittlich 15 Nachrichten pro Tag über ihr Kontaktformular. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie an einem Tag genau 20 Nachrichten erhält?
9. Ein Krankenhaus hat durchschnittlich 8 Geburten pro Tag. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass an einem Tag weniger als 5 Geburten stattfinden?
10. Ein Callcenter erhält durchschnittlich 12 Anrufe pro Stunde. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass es in den nächsten 15 Minuten mindestens 1 Anruf erhält?

2 Exponential-Verteilung

Die Exponentialverteilung wird typischerweise verwendet, um die Zeit zwischen aufeinanderfolgenden Ereignissen zu modellieren, die unabhängig mit einer konstanten mittleren Rate geschehen.

Übungen

1. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass der nächste Anruf in einem Callcenter, das durchschnittlich alle 10 Minuten Anrufe erhält, in weniger als 5 Minuten erfolgt?
2. Ein Computersystem registriert im Durchschnitt alle 15 Minuten einen Fehler. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass der nächste Fehler innerhalb der nächsten 10 Minuten auftritt?
3. Ein Bus hat eine durchschnittliche Ankunftszeit von 20 Minuten. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass der nächste Bus in weniger als 15 Minuten ankommt?
4. Die durchschnittliche Zeit bis zum Ausfall eines Geräts beträgt 1000 Stunden. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Gerät mehr als 1200 Stunden ohne Ausfall funktioniert?

5. Ein Kundendienstmitarbeiter wird durchschnittlich alle 30 Minuten angerufen. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass der nächste Anruf mehr als 45 Minuten auf sich warten lässt?
6. Die durchschnittliche Zeit zwischen zwei Tweets auf einem popular Twitter-Account beträgt 2 Minuten. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass der nächste Tweet in weniger als 1 Minute gepostet wird?
7. Ein Lichtschalter wird im Durchschnitt nach 5000 Betätigungen defekt. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass er bereits vor der 4000. Betätigung ausfällt?
8. In einem Park beträgt die durchschnittliche Zeit zwischen dem Eintreffen von Besuchern 10 Minuten. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass der nächste Besucher in weniger als 5 Minuten eintrifft?
9. Ein Drucker wird durchschnittlich alle 300 Seiten gewartet. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass er mehr als 350 Seiten ohne Wartung druckt?
10. Die durchschnittliche Zeit, die ein Student auf eine Antwort von seinem Professor wartet, beträgt 3 Tage. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Antwort in weniger als 2 Tagen eintrifft?

3 Weibull-Verteilung

Die Weibull-Verteilung wird oft verwendet, um die Lebensdauer von Materialien und Mechanismen zu beschreiben, wobei der Formparameter die Art der Verteilung beeinflusst.

Übungen

1. Ein Gerät hat eine Weibull-verteilte Lebensdauer mit einem Formparameter von 1.5 und einem Skalenparameter von 1000 Stunden. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Gerät weniger als 800 Stunden hält?
2. Die Lebensdauer von Glühbirnen eines bestimmten Typs folgt einer Weibull-Verteilung mit einem Formparameter von 2 und einem Skalenparameter von 1200 Stunden. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass eine Glühbirne länger als 1500 Stunden brennt.

3. Ein Autohersteller hat festgestellt, dass die Lebensdauer seiner Fahrzeugbatterien einer Weibull-Verteilung mit einem Formparameter von 1.2 und einem Skalenparameter von 5 Jahren folgt. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Batterie innerhalb der ersten 3 Jahre ausfällt?
4. Windturbinen in einem Windpark haben eine durchschnittliche Lebensdauer, die einer Weibull-Verteilung mit einem Formparameter von 3 und einem Skalenparameter von 20 Jahren folgt. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Turbine mehr als 25 Jahre funktioniert?
5. Ein Smartphone-Hersteller gibt an, dass die Lebensdauer seiner Geräte einer Weibull-Verteilung mit einem Formparameter von 1.1 und einem Skalenparameter von 3 Jahren folgt. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Gerät weniger als 2 Jahre hält?
6. Ein Hersteller von Sportausrüstung hat die Haltbarkeit von Tennisschlägern analysiert und festgestellt, dass diese einer Weibull-Verteilung mit einem Formparameter von 1.8 und einem Skalenparameter von 2 Jahren folgt. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Tennisschläger länger als 3 Jahre hält?
7. Die Festigkeit von Betonproben bei einem Brückenneubau folgt einer Weibull-Verteilung mit einem Formparameter von 0.9 und einem Skalenparameter von 40 MPa (Megapascal). Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass eine Probe weniger als 30 MPa aushält.
8. Ein Unternehmen untersucht die Ausfallrate von Festplatten, die einer Weibull-Verteilung mit einem Formparameter von 0.7 und einem Skalenparameter von 4 Jahren folgt. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit eines Ausfalls innerhalb des ersten Jahres?
9. Die Zeit bis zum ersten technischen Defekt eines Haushaltsgeräts folgt einer Weibull-Verteilung mit einem Formparameter von 2.5 und einem Skalenparameter von 6 Jahren. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Gerät die ersten 5 Jahre ohne Defekt übersteht?
10. Die Überlebenszeit bestimmter elektronischer Komponenten in einem Satelliten folgt einer Weibull-Verteilung mit einem Formparameter von 3.2 und einem Skalenparameter von 10 Jahren. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass eine Komponente länger als 12 Jahre funktioniert.