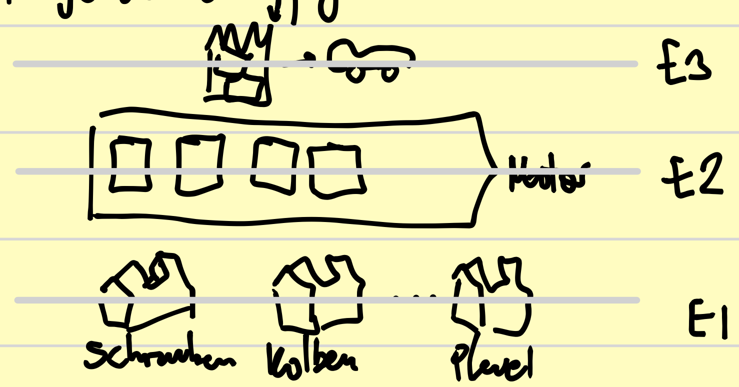
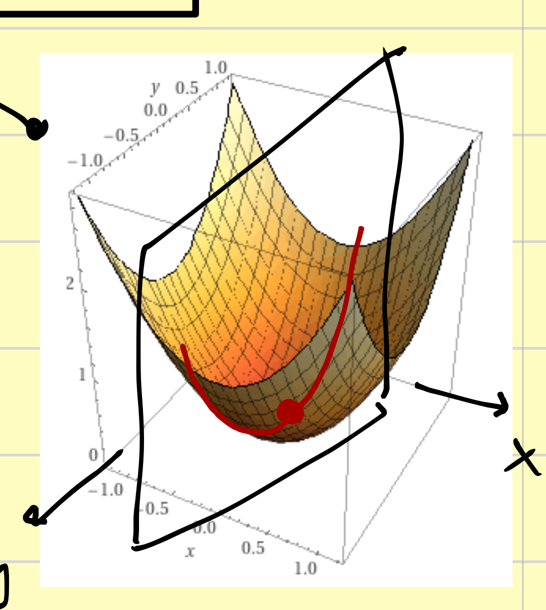
Frage Dennis Aggregationsebene:



$f(x,y) = x^2 + y^2$

$\frac{\partial f}{\partial y} = 2y$ (x kostant)

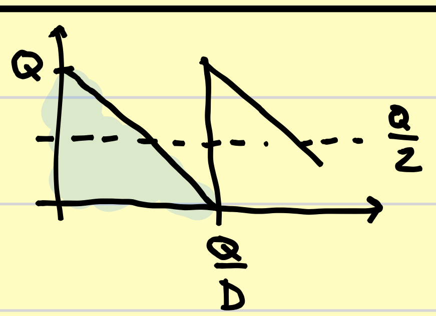


EOQ Modell I

$Y(Q) = \frac{Q}{2} \cdot h + \frac{AD}{Q} + cD$

Mittlerer Bestand

Bestandshaltekosten pro Einheit

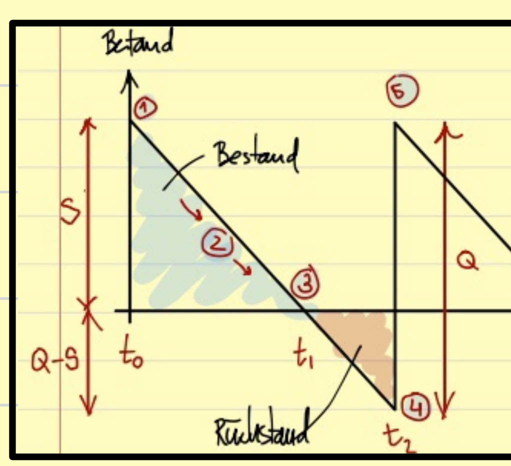


EOQ Modell II

... aus der letzten Vorlesung ...

Y(Q) = Bestandskosten + Setup kosten + Produkt kosten

Bestandskosten = Bestandshaltekosten + Rückstandskosten



p = kosten für nicht gelieferte Bestellung

D = Demand über die gesamte Periode

Bestandshaltekosten $= \frac{S}{2} \cdot h \cdot \underbrace{(t_1 - t_0)}_{\text{Zeit mit Bestand}} \cdot \underbrace{\frac{D}{Q}}_{\text{Frequenz der Bestellung}} = \frac{hS}{2} \cdot \frac{S}{D} \cdot \frac{D}{Q} = \frac{hS^2}{2Q}$

Mittlerer Bestand

Bestandshaltekosten pro Einheit

$$\text{Rückstandskosten} = \underbrace{\frac{Q-S}{2}}_{\text{Mittlerer Rückstand}} \cdot \underbrace{p}_{\text{Rückstandskosten pro Einheit}} \cdot \underbrace{(t_2 - t_1)}_{\text{Zeit mit Rückstand}} \cdot \underbrace{\frac{D}{Q}}_{\text{Frequenz der Bestellung}} =$$

$$= \frac{Q-S}{2} \cdot p \cdot \left[\frac{Q}{D} - \frac{S}{D}\right] \cdot \frac{D}{Q} = \frac{Q-S}{2} \cdot p \cdot \frac{Q-S}{D} \cdot \frac{D}{Q} =$$

$$= \frac{p(Q-S)^2}{2Q}$$

$$Y(Q,S) = \underbrace{\frac{hS^2}{2Q}}_{\text{Bestandshaltekosten}} + \underbrace{\frac{p(Q-S)^2}{2Q}}_{\text{Rückstandskosten}} + \underbrace{\frac{AD}{Q}}_{\text{Setupkosten}} + \underbrace{CD}_{\text{Produktkosten}}$$

Gesamtkosten

Kondition dafür, dass $Y(Q,S)$ einen Minimum hat: $\left.\frac{\partial Y}{\partial Q}\right|_{Q=Q^*} = \left.\frac{\partial Y}{\partial S}\right|_{S=S^*} = 0$

$$\left.\frac{\partial Y}{\partial S}\right|_{S=S^*} = \left.\frac{\partial\left(\frac{hS^2}{2Q}\right)}{\partial S}\right|_{S=S^*} + \left.\frac{\partial\left(p(Q-S)^2/2Q\right)}{\partial S}\right|_{S=S^*} + \left.\frac{\partial(AD/Q)}{\partial S}\right|_{S=S^*} + \left.\frac{\partial(CD)}{\partial S}\right|_{S=S^*}$$

$$= \frac{h}{2Q} \cdot 2S^* + \frac{p}{2Q}(-2)(Q-S^*) + 0 + 0 =$$

$f(x) = x^n$

$f'(x) = n \cdot x^{n-1}$

$$= \frac{hS^*}{Q} - \frac{p(Q-S^*)}{Q} = 0 \rightarrow \frac{hS^*}{Q} = \frac{p(Q-S^*)}{Q} \rightarrow$$

$$\rightarrow hS^* = p(Q-S^*) \rightarrow hS^* + pS^* = pQ \rightarrow$$

$$\rightarrow S^* = \frac{pQ}{h+p}$$

$$\left.\frac{\partial Y}{\partial Q}\right|_{Q=Q^*}=0=\left.\frac{\partial\left(\frac{hS^2}{2Q}\right)}{\partial Q}\right|_{Q=Q^*}+\left.\frac{\partial\left(p(Q-S)^2/2Q\right)}{\partial Q}\right|_{Q=Q^*}+\left.\frac{\partial(AD/Q)}{\partial Q}\right|_{Q=Q^*}$$

$$\frac{-hS^2}{2Q^{*2}}+\frac{p(Q^*-S)}{Q^*}-\frac{p(Q^*-S)^2}{2Q^{*2}}-\frac{AD}{Q^{*2}}=0$$

$$f(x)=x^n$$
$$f'(x)=n\,x^{n-1}$$
$$f(x)=\frac{u(x)}{v(x)}=\frac{p(Q-S)^2}{2Q}$$
$$f'(x)=\frac{u'(x)\cdot v(x)-v'(x)\cdot u(x)}{v^2(x)}$$

$$\frac{hS^2}{2Q}=\frac{hS^2}{2}\cdot Q^{-1}$$
$$\frac{\partial Q^{-1}}{\partial Q}=-1\cdot Q^{-1-1}=\frac{-1}{Q^2}$$

$$\rightarrow\dots\rightarrow\quad \boxed{S^*=\sqrt{\frac{2AD}{h}}\cdot\sqrt{\frac{p}{p+h}}\;;\quad Q^*=\sqrt{\frac{2AD}{h}}\cdot\sqrt{\frac{p+h}{p}}}$$

optimale Länge eines Zyklus um die Kosten zu minimieren:

$$t_2=\frac{Q}{D}\rightarrow t^*=\frac{Q^*}{D}=\frac{1}{D}\cdot\sqrt{\frac{2AD}{h}}\sqrt{\frac{p+h}{p}}=\sqrt{\frac{2A}{Dh}}\sqrt{\frac{p+h}{p}}$$

optimaler Rückstand

$$Q^*-S^*=\sqrt{\frac{2AD}{h}}\cdot\sqrt{\frac{p+h}{p}}-\sqrt{\frac{2AD}{h}}\cdot\sqrt{\frac{p}{p+h}}$$

$$Q^* - S^* = \sqrt{\frac{2AD}{h}} \cdot \sqrt{\frac{p+h}{p} - \frac{p}{p+h}} = \sqrt{\frac{2AD}{h}} \cdot \sqrt{\frac{(p+h)^2 - p^2}{p(p+h)}} =$$

$$\frac{A}{B} - \frac{C}{D} = \frac{AD-BC}{BD}$$

$$= \sqrt{\frac{2AD}{h}} \cdot \sqrt{\frac{\cancel{p^2} + h^2 + 2ph - \cancel{p^2}}{p(p+h)}} =$$

$$= \sqrt{\frac{2AD}{\cancel{h}}} \cdot \sqrt{\frac{\cancel{h}(h+2p)}{p(p+h)}} = \sqrt{\frac{2AD}{p}} \cdot \sqrt{\frac{h+2p}{p+h}}$$

Übung: Bitte $Y(Q^*, S^*)$ im Modell EOQ II darstellen

$$\left.\begin{array}{l} Y(Q,S) = \frac{hS^2}{2Q} + \frac{p(S-Q)^2}{2Q} + \frac{AD}{Q} + cD \\ S^* = \sqrt{\frac{2AD}{h}} \cdot \sqrt{\frac{p}{p+h}} \\ Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h}} \cdot \sqrt{\frac{p+h}{p}} \end{array}\right\} Y(Q^*, S^*) = ?$$

Bitte die Empfindlichkeit vom Modell darstellen

$$\frac{Y(Q', S')}{Y(Q^*, S^*)} = ?$$

Wenn ich doppel zu viel Rückstand erlaube $Q' - S' = 2(Q^* - S^*)$ wie viel erhöhen sich die Kosten?

w³.profH4.com