

Aufgabe 2: Gleitender Durchschnitt – Bestellungen im Online-Shop

Die wöchentlichen Bestellungen in einem Online-Shop (in Stück) in den letzten 8 Wochen sind:

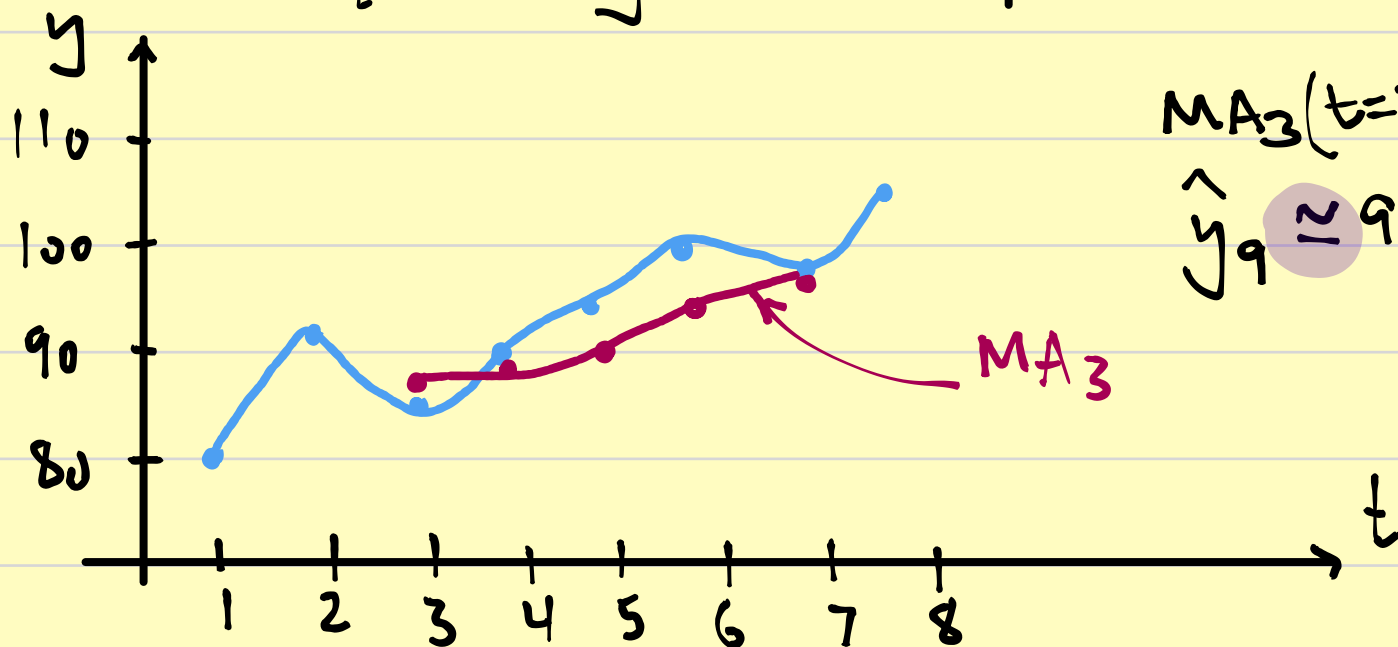
Woche t	1	2	3	4	5	6	7	8
y_t	80	92	85	90	95	100	98	105

1. Berechne den 3-Perioden gleitenden Durchschnitt $MA_3(t)$ für $t = 3, 4, 5, 6, 7$.
2. Verwende den letzten verfügbaren gleitenden Durchschnitt als Prognose für Woche 9.

$$MA_3 = \frac{1}{3} [y_t + y_{t-1} + y_{t-2}]$$

$$MA_3(3) = \frac{1}{3} [85 + 92 + 80] = 85'67$$

t	3	4	5	6	7
MA_3	85'67	89	90	95	97'67



$$MA_3(t=7) = 97'67$$

$$\hat{y}_9 \approx 98 \text{ Bestellungen}$$

Aufgabe 3: Linearer Trend – Quartalsumsatz eines SaaS-Produkts

Ein SaaS-Unternehmen betrachtet die Umsätze der letzten 4 Quartale (in Tausend €):

Quartal t	1	2	3	4
y_t	200	215	230	245

Wir wollen einen linearen Trend der Form

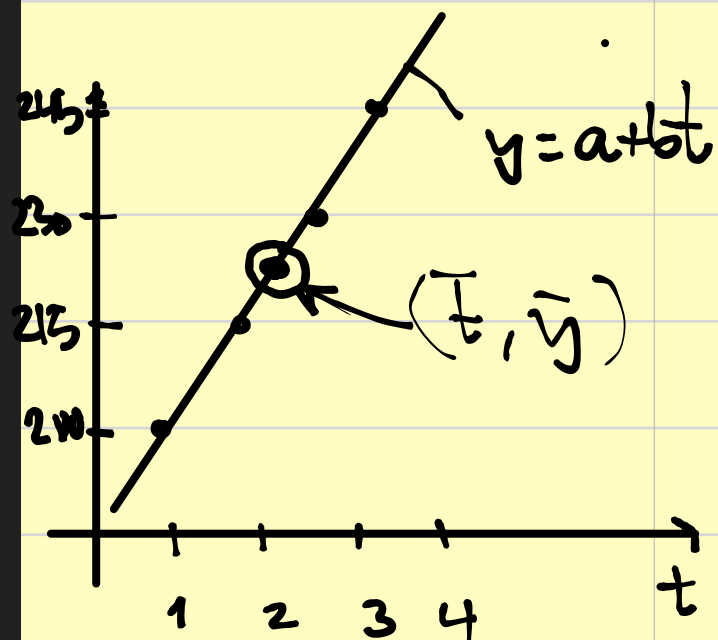
$$y_t = a + b \cdot t$$

schätzen.

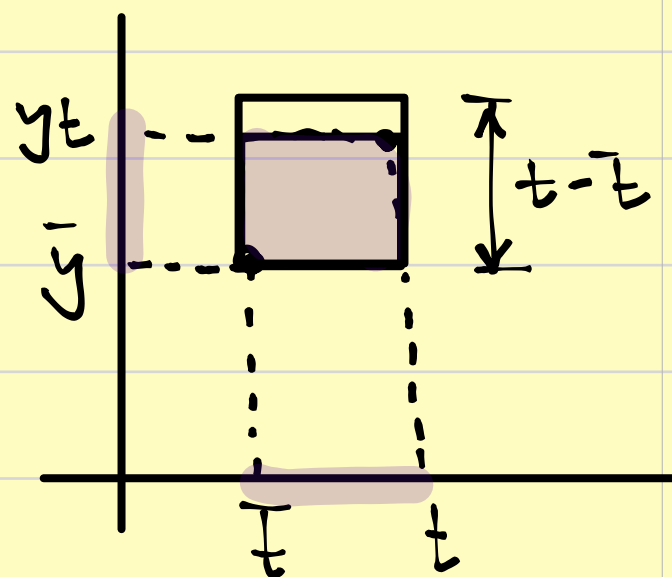
1. Berechne \bar{t} und \bar{y} .
2. Bestimme die Steigung b mit Hilfe von

$$b = \frac{\sum_{t=1}^4 (t - \bar{t})(y_t - \bar{y})}{\sum_{t=1}^4 (t - \bar{t})^2}$$

3. Bestimme $a = \bar{y} - b\bar{t}$.
4. Gib die Trendgerade an und berechne eine Prognose für Quartal 5.



$$b = \frac{\sum (t - \bar{t})(y_t - \bar{y})}{\sum (t - \bar{t})^2}$$



$$b = 1 \rightarrow \alpha = 45^\circ \quad \bar{t} = 2.5$$

$$b = 0 \rightarrow \alpha = 0^\circ \quad \bar{y} = 222.5$$

$$b = \infty \rightarrow \alpha = \pm 90^\circ$$

$$b = \frac{(1 - 2.5)(200 - 222.5) + (2 - 2.5)(215 - 222.5) + (3 - 2.5)(230 - 222.5) + (4 - 2.5)(245 - 222.5)}{(1 - 2.5)^2 + (2 - 2.5)^2 + (3 - 2.5)^2 + (4 - 2.5)^2} = 15$$

$$\bar{y} = a + b \cdot \bar{t} \rightarrow a = 222.5 - 15 \cdot 2.5 = 185$$

$$y = 185 + 15 \cdot t$$

$$t = 5 \rightarrow \hat{y}(t=5) = 185 + 15 \cdot 5 = 260 \text{ (Tausend € Umsatz)}$$

Aufgabe 4: Saisonale Effekte – Wochentagsmuster der Website-Besuche

Die täglichen Besuche auf der Website eines Online-Shops wurden für 2 Wochen gemessen (in Besuchen):

Tag	Mo	Di	Mi	Do	Fr	Sa	So
Woche 1	120	100	110	105	130	80	70
Woche 2	130	105	115	110	135	85	75

1. Berechne den **Gesamtmittelwert** über alle 14 Tage.
2. Berechne für jeden Wochentag den **durchschnittlichen Besuchswert** (Mittel über die 2 Wochen).
3. Bestimme einfache **additive saisonale Indizes** als

$$\text{Index}(\text{Tag}) = \text{Mittelwert}(\text{Tag}) - \text{Gesamtmittel}$$

4. Angenommen, für die nächste Woche wird ein Niveau (Trend) von 110 Besuchen pro Tag geschätzt.
Prognostiziere die Besuche für den nächsten Freitag mit Hilfe des saisonalen Index.

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{1470}{14} = 105$$

$$\bar{y}_{\text{MON}} = \frac{120+130}{2} = 125$$

ASI

$$I_{\text{Mo}} = 125 - 105 = 20$$

$$\bar{y}_{\text{DI}} = 102,5$$

$$I_{\text{Di}} = -2,5$$

$$\bar{y}_{\text{MI}} = 112,5$$

$$I_{\text{Mi}} = 7,5$$

$$\bar{y}_{\text{DO}} = 107,5$$

$$I_{\text{Do}} = 2,5$$

$$\bar{y}_{\text{FR}} = 132,5$$

$$I_{\text{Fr}} = 27,5$$

$$\bar{y}_{\text{SA}} = 82,5$$

$$I_{\text{Sa}} = -22,5$$

$$\bar{y}_{\text{SO}} = 72,5$$

$$I_{\text{So}} = -32,5$$

• Additive Saisonale Indizes (ASI)

$$\text{Index}(\text{Tag}) = \bar{y}_{\text{Tag}} - \bar{y}_{\text{gesamt}}$$

• Prognose für nächsten FR. Level = 110

$$\hat{y}_{\text{FR}} = \text{level} + \text{Index}(\text{FR}) = 110 + 27,5 = 137,5 \approx 138$$

Besuche

Aufgabe 5: Autokorrelation bei Lag 1 – Serverauslastung

Die durchschnittliche CPU-Auslastung eines Servers (in %) wurde in sechs aufeinanderfolgenden Stunden gemessen:

Stunde t	1	2	3	4	5	6
y_t	10	12	11	13	12	14

1. Berechne den Mittelwert \bar{y} .
2. Berechne die Autokorrelation bei Lag 1:

$$r_1 = \frac{\sum_{t=2}^6 (y_t - \bar{y})(y_{t-1} - \bar{y})}{\sum_{t=1}^6 (y_t - \bar{y})^2}$$

3. Interpretiere das Vorzeichen und die Größenordnung von r_1 .

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = 12$$

$$r_1 = \frac{(12-12)(10-12) + (11-12)(12-12) + (13-12)(11-12) + (12-12)(13-12) + (14-12)(12-12)}{(10-12)^2 + (12-12)^2 + (11-12)^2 + (13-12)^2 + (12-12)^2 + (14-12)^2}$$

$$r_1 = -0.1$$

Interpretation: $r_1 < 0$: leichte negative Autokorrelation bei Lag 1.

· Wenn die Auslastung in einer Std über den Mittelwert liegt, liegt sie in der nächsten Std tendenziell eher unter dem Mittelwert.

· $|r_1| = 0.1 \rightarrow$ nur schwacher Zusammenhang.

· Die Auslastung ist leicht zig-zag formig, aber

nicht stark korreliert mit dem direkt vorherigen Wert.

- Es gibt keine starke Trägheit in der kurzen Reihenfolge.