# 231010 Regelungstechnik Übung H4

H4

October 11, 2023

## 1 Übung

Bitte berechnen Sie die ua(t), wenn die Eingangsfunktion ue(t)= K, und die Übertragungsfunktion ua(s)/ue(s)=G(S)=(s+3)/((s+1)*(s+2)). Bitte Schritt für Schritt.

Wenn die Eingangsfunktion $u_e(t) = K$ und die Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{s+3}{(s+1)(s+2)}$ gegeben sind.

Die Laplace-Transformierte der Eingangsfunktion $u_e(t)$ ist:

$$U_e(s) = \mathcal{L}\{u_e(t)\} = \mathcal{L}\{K\} = \frac{K}{s}$$

Die Übertragungsfunktion $G(s)$ ist bereits gegeben:

$$G(s) = \frac{s+3}{(s+1)(s+2)}$$

Um die Ausgangsfunktion $u_a(t)$ zu erhalten, setzen wir $U_e(s)$ in die Laplace-Transformierte der Ausgangsfunktion ein:

$$U_a(s) = G(s) \cdot U_e(s) = \frac{s+3}{(s+1)(s+2)} \cdot \frac{K}{s}$$

Nun, multiplizieren und vereinfachen:

$$U_a(s) = \frac{K(s+3)}{s(s+1)(s+2)}$$

Um zurück in den Zeitbereich zu gelangen, müssen wir die inverse Laplace-Transformierte von $U_a(s)$ nehmen.

Da die Funktion einfach ist, können wir Partialbruchzerlegung verwenden, um sie in einfachere Terme zu zerlegen:

$$U_a(s) = \frac{K(s+3)}{s(s+1)(s+2)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s+1} + \frac{C}{s+2}$$

Die Unbekannten $A$, $B$ und $C$ können durch Vergleichen der Koeffizienten bestimmt werden:

$$K(s+3) = A(s+1)(s+2) + B(s)(s+2) + C(s)(s+1)$$

Setzen Sie $s = 0$, um $A$ zu finden:

$$K(0+3) = A(0+1)(0+2) + B(0)(0+2) + C(0)(0+1)$$

$$3K = 2A$$

$$A = \frac{3K}{2}$$

Setzen Sie $s = -1$, um $B$ zu finden:

$$K(-1+3) = A(-1+1)(-1+2) + B(-1)(-1+2) + C(-1)(-1+1)$$

$$2K = 2B$$

$$B = K$$

Setzen Sie $s = -2$, um $C$ zu finden:

$$K(-2+3) = A(-2+1)(-2+2) + B(-2)(-2+2) + C(-2)(-2+1)$$

$$-K = -3C$$

$$C = \frac{K}{3}$$

Jetzt haben wir die Werte für $A$, $B$ und $C$:

$$A = \frac{3K}{2}, \quad B = K, \quad C = \frac{K}{3}$$

Setzen wir diese Werte zurück in die Partialbruchzerlegung ein:

$$U_a(s) = \frac{3K}{2s} + \frac{K}{s+1} + \frac{K}{3(s+2)}$$

Nun, wenden wir die inverse Laplace-Transformierte an, um $u_a(t)$ zu erhalten:

$$u_a(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{3K}{2s}\right\} + \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{K}{s+1}\right\} + \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{K}{3(s+2)}\right\}$$

$$u_a(t) = \frac{3K}{2} + K \cdot e^{-t} + \frac{K}{3} \cdot e^{-2t}$$

Das ist die Ausgangsfunktion $u_a(t)$ in Abhängigkeit von der Eingangsfunktion $u_e(t) = K$ und der gegebenen Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{s+3}{(s+1)(s+2)}$.