

ARITHMETISCHE REIHEN. 20250926

1.

$$a_1 = 100$$

$$d = 20$$

$$n = 12$$

$$\sum_{i=1}^n a_i = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d] = \frac{12}{2} [2 \cdot 100 + 11 \cdot 20] = 2520 \text{ Einheiten}$$

3.

$$a_1 = 50$$

$$d = 5$$

$$n = 8$$

Fahrten im 8. Monat: $a_8 = a_1 + (n-1) \cdot d$
 $= 50 + (8-1) \cdot 5 = 85$
 Fahrten

Summe bis zum 8. Monat:

$$\sum_{i=1}^n a_i = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d] = \frac{8}{2} [2 \cdot 50 + (8-1) \cdot 5] = 540 \text{ Fahrten}$$

9. Ein I. U. erhöht seine Lagerkapazität jeden Monat um 8% stetig, beginnend mit 2000 Einheiten. Berechnen Sie die Kapazität nach 6 Monaten.

$q = 1,08$: Nach 6 Monaten: $2000 \cdot q^6 \approx 3174 \text{ Einheiten}$

GEOMETRISCHE REIHEN

1.

Wachstumsfaktor $q = 1,05$

$a_1 = 1000 \text{ Einheiten}$

$$a_n = a_1 \cdot q^n = 1000 \cdot 1,05^6 = 1340 \text{ Einheiten}$$

↑
 $n = 6$

5. $q = 1'06$

$a_1 = 50000 \text{ Produkte}$

$a_n = q^n \cdot a_1 = 1'06^5 \cdot 50000 = 66910 \text{ Produkte}$

Vorlesung. 20250926.

Bitte die Formel der GR abwickeln:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n a_i &= a_1 + a_1 \cdot q + a_1 q^2 + \dots + a_1 q^{n-3} + a_1 q^{n-2} + a_1 q^{n-1} \\ - q \cdot \sum_{i=1}^n a_i &= q a_1 + a_1 q^2 + \dots + a_1 q^{n-3} + a_1 q^{n-2} + a_1 q^{n-1} + a_1 q^n \end{aligned}$$

$$\sum_{i=1}^n a_i = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$$

7. $a_1 = 100$

$q = 1'05$

$n = 12$

$a_{12} = 100 \cdot 1'05^{12} \approx 180 \text{ Bestellungen}$

Übung. bestimmen Sie die Summe einer GR mit 110 Glieder, wenn $a_1 = \frac{2}{5}$ $q = 1'2$.

$q \neq 1 \rightarrow \sum_{i=1}^{110} a_i = \frac{\frac{2}{5}(1-1'2^{110})}{1-1'2} = \dots$

Übung \rightarrow bestimmen Sie die Anzahl Perioden welche eine GR gelautet ist, wenn die Summe der Glieder $\sum_{i=1}^n a_i = 128$, $a_1 = 2$, $q = 1'05$

$$\sum_{i=1}^n a_i = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} \rightarrow 128 = \frac{2(1-1'05^n)}{1-1'05} \rightarrow$$

$$\rightarrow 128(1-1'05) = 2(1-1'05^n) \rightarrow \frac{128(1-1'05)}{2} = 1-1'05^n$$

$$\rightarrow -3\frac{1}{2} = 1 - 1{,}05^n \rightarrow 1{,}05^n = 4\frac{1}{2} \rightarrow$$

$$\rightarrow \log(1{,}05^n) = \log(4\frac{1}{2}) \rightarrow n \cdot \log 1{,}05 = \log 4\frac{1}{2}$$

$$\boxed{\log a^b = b \log a} \rightarrow n = \frac{\log 4\frac{1}{2}}{\log 1{,}05} = \dots$$

LINEARE ABSCHREIBUNG

Die L.A. verteilt die Anschaffungskosten gleichmäßig über die Nutzungsdauer.

$$\text{Jährlich: } \frac{A_0}{n} \quad R_t = A_0 - t \cdot \text{Jährlich}$$

A_0 : Anschaffungswert n : Nutzungsjahre

R_t : Restwert nach t Jahren.

$$1. \quad A_0 = 40000 \text{ €} \quad n = 8 \text{ Jahre} \quad \text{Jährlich} = \frac{40000 \text{ €}}{8 \text{ Jahre}} = 5000 \text{ €/Jahr}$$

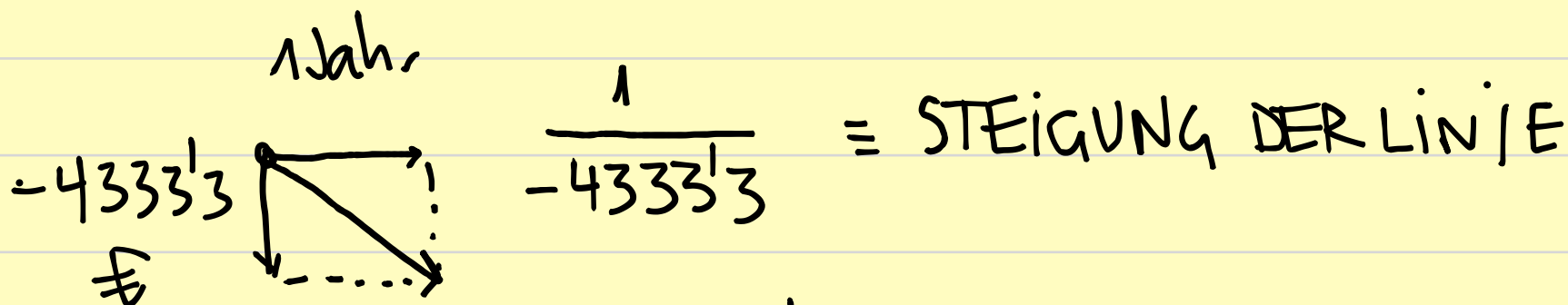
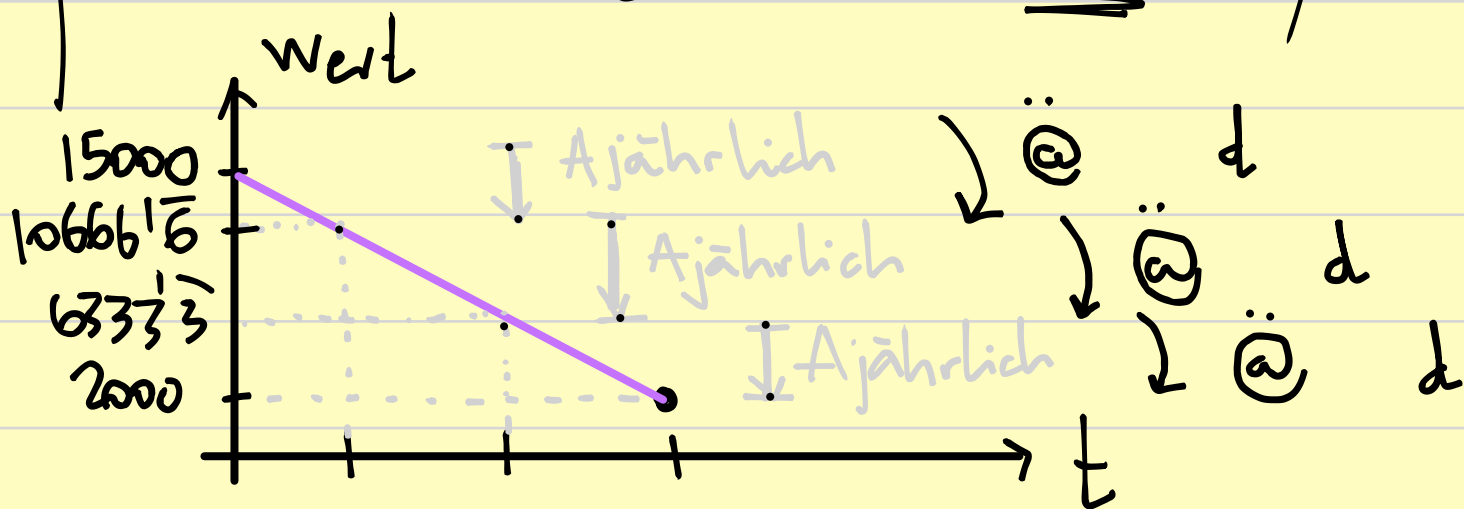
$$R_5 = 40000 \text{ €} - 5 \cdot 5000 \text{ €/J} = 15000 \text{ €}$$

$$2. \quad A_0 = 10^6 \text{ €} \quad n = 25 \text{ Jahre} \quad \text{Jährlich} = \frac{10^6 \text{ €}}{25 \text{ Jahre}} = 40000 \text{ €/Jahr}$$

Übung. Ein Auto wurde für 15000 € angeschafft. Nach 3 Jahren Nutzungsdauer hat einen Wert von 2000 €
 a) wie hoch sind die jährlichen Abschreibungsbeträge, wenn eine Lineare Abschreibung unterstellt wird?

$$A_0 = 15000 \text{ €} \quad R = 2000 \text{ €} \quad n = 3 \text{ Jahre}$$

$$\text{Jährliche} = \frac{[15000 - 2000]}{3} \text{ €} = 4333\frac{1}{3} \text{ € / Jahr}$$



$$\text{WERT} = a \cdot t + b$$

$$\text{WERT} = \frac{1}{4333\frac{1}{3}} \cdot t + 15000$$

Jährliche
Abschreib.

Anschaffungswert

b) Bitte stellen Sie die Abschreibung als Folge dar, und erklären Sie um welchen Folgerant es sich handelt.

	Jahr	Abschr.
a_0	0	—
a_1	1	$4333\frac{1}{3}$
a_2	2	$4333\frac{1}{3}$
a_3	3	$4333\frac{1}{3}$

Restbuchwert

$$15000 = A_0$$

$$15000 - 4333\frac{1}{3} = 10666\frac{1}{6}$$

$$10666\frac{1}{6} - 4333\frac{1}{3} = 6333\frac{1}{3}$$

$$6333\frac{1}{3} - 4333\frac{1}{3} = 2000$$

c) Stellen Sie den Abschreibungsplan für die GDA.

$$R_3 = A_0 \left[1 - \frac{P}{100} \right]^3 \rightarrow \frac{R_3}{A_0} = \left[1 - \frac{P}{100} \right]^3 \rightarrow$$

$$\rightarrow \sqrt[3]{\frac{R_3}{A_0}} = 1 - \frac{P}{100} \rightarrow P = 100 \cdot \left[1 - \sqrt[3]{\frac{R_3}{A_0}} \right] =$$

$$P = 100 \left[1 - \sqrt[3]{\frac{2000}{15000}} \right] = 48'9|27\%$$

Jahr	Abschr. (€)	Restbuchwert (€)
0	—	$A_0 = 15000$
1	$A_0 - R_1 = 7336'9$	$R_1 = A_0 \left[1 - \frac{P}{100} \right] = 7663'1$
2	$R_1 - R_2 = 3748'3$	$R_2 = A_0 \left[1 - \frac{P}{100} \right]^2 = 3914'8$
3	$R_2 - R_3 = 914'8$	$R_3 = 2000$

