3. a_3 3. MOMENT $(k=3)$

BEZUGSPUNKT $\boxed{\psi := \dfrac{x_i - M_1}{\sqrt{m_2}}}$ (·) Normierung

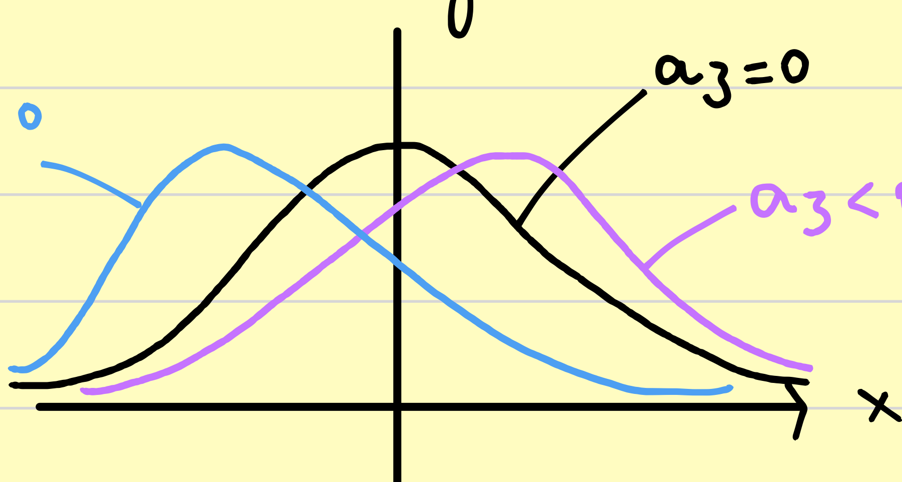
$$a_3 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left[\frac{x_i - M_1}{\sqrt{m_2}}\right]^3 \equiv \boxed{\text{SCHIEFE}}$$

Die Schiefe (a_3) kann jeden reellen Wert annehmen.

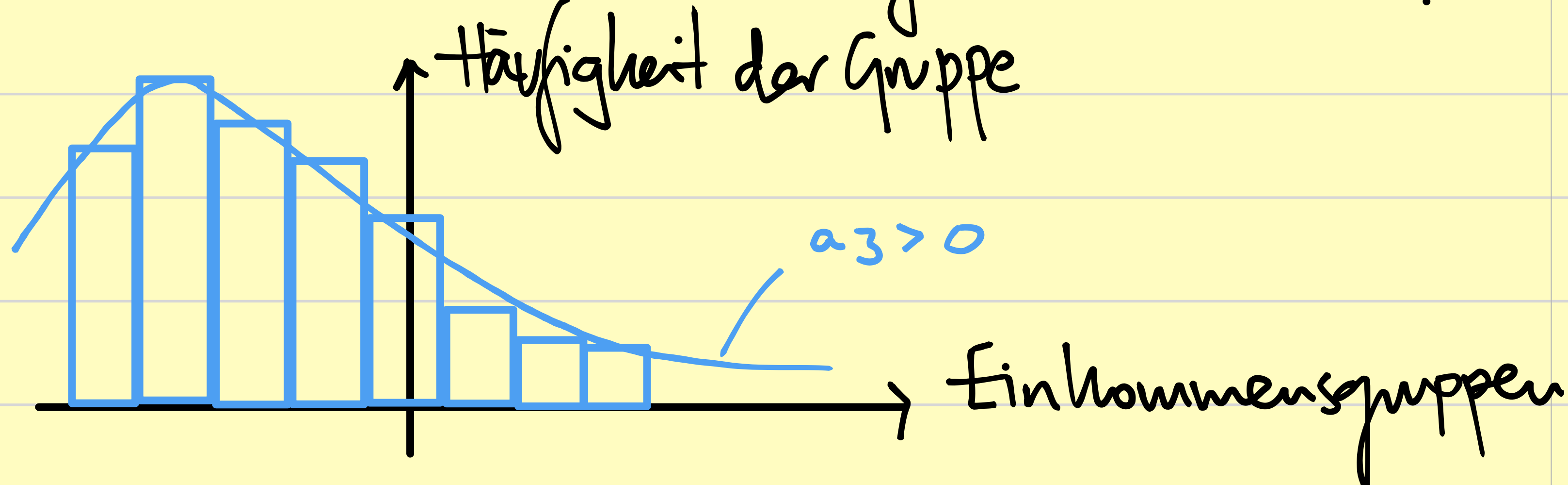
$a_3 \in \mathbb{R}$.

- Bei negativer Schiefe $a_3 < 0$, spricht man von einer „linksschiefen" Verteilung: sie fällt in typischen Fällen auf der linken Seite flacher ab als auf der rechten.

- Bei positiver Schiefe $a_3 > 0$, spricht man von einer „rechtsschiefen" Verteilung: sie fällt in typischen Fällen auf der rechten Seite flacher ab als auf der linken.

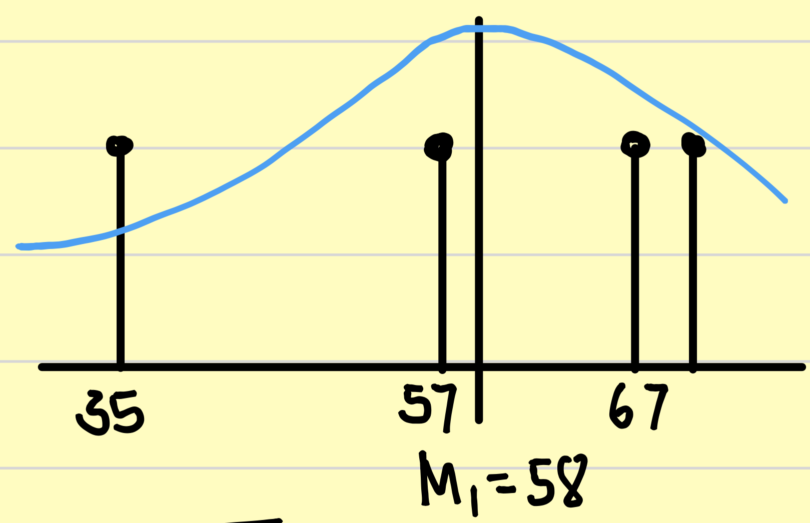


Interpretation: Rechtsschiefe Verteilungen findet man zB häufig bei „Pro-Kopf"-Einkommen: hier gilt's einige (wenige) Personen mit extrem hohem Einkommen und sehr viele Personen mit eher niedrigem Einkommen.



Beispiel: $x_1 = 57\,kg$ $\quad x_2 = 35\,kg$ $\quad x_3 = 67\,kg$ $\quad x_4 = 73\,kg$

$$a_3 = \frac{1}{N} \sum_{x=1}^{N} \left[\frac{x_i - M_1}{\sqrt{m_2}} \right]^3$$



$N = 4$

$$M_1 = \frac{1}{4}\left[57+35+67+73\right] = 58\,kg$$

$$\sqrt{m_2} = \sqrt{\frac{1}{4}\left[(57-58)^2 + (35-58)^2 + (67-58)^2 + (73-58)^2\right]} = 14'456\,kg$$

$$a_3 = \frac{1}{4} \cdot \left[\left(\frac{57-58}{14'456}\right)^3 + \left(\frac{35-58}{14'456}\right)^3 + \left(\frac{67-58}{14'456}\right)^3 + \left(\frac{73-58}{14'456}\right)^3 \right] = -0'669$$

$a_3 < 0$ linksschiefe.

4. a_4 $\quad$ 4. Moment der Statistik $(k=4)$

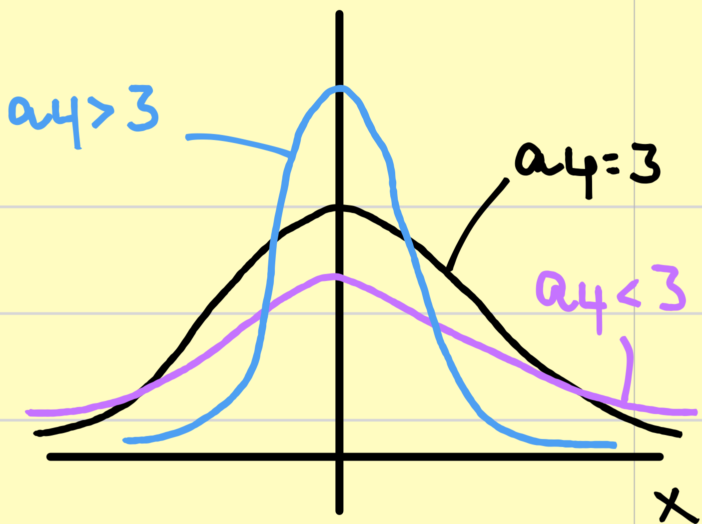
Bezugspunkt $\boxed{\psi = \frac{x_i - M_1}{\sqrt{m_2}}}$ $\quad$ NORMIERUNG.

$$a_4 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \left[\frac{x_i - M_1}{\sqrt{m_2}} \right]^4 \equiv \boxed{\text{WÖLBUNG}}$$

Normalverteilung $a_4 = 3$

$a_4 < 3 \longrightarrow$ FLACHGIPFIG

$a_4 > 3 \longrightarrow$ STEILGIPFIG



Übung. bitte M_1, m_2, a_3, a_4 ermitteln von einer ein-dimensionaler Datendistribution, welche die Lieferzeit eines Unternehmens darstellt.

$$M_k = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i-\alpha)^k$$

$x_1 = 3$; $x_2 = 2'5$; $x_3 = 4'5$; $x_4 = 2'5$; $x_5 = 8$; $x_6 = 3'5$ [DLZ]

$$M_1 = \frac{1}{6}\left[3+2'5+4'5+2'5+8+3'5\right] = 4$$

$$m_2 = \frac{1}{6}\left[(3-4)^2+(2'5-4)^2+(4'5-4)^2+(2'5-4)^2+(8-4)^2+(3'5-4)^2\right]$$

$$= 3'67 \longrightarrow \sqrt{m_2} = 1'9$$

$$a_3 = \frac{1}{6}\left[\left(\frac{3-4}{1'9}\right)^3+\left(\frac{2'5-4}{1'9}\right)^3+\left(\frac{4'5-4}{1'9}\right)^3+\left(\frac{2'5-4}{1'9}\right)^3+\left(\frac{8-4}{1'9}\right)^3+\left(\frac{3'5-4}{1'9}\right)^3\right] =$$

$= 1'35 > 0 \longrightarrow$ Rechtsschiefe

$$a_4 = \frac{1}{6}\left[\left(\frac{3-4}{1'9}\right)^4+\left(\frac{2'5-4}{1'9}\right)^4+\left(\frac{4'5-4}{1'9}\right)^4+\left(\frac{2'5-4}{1'9}\right)^4+\left(\frac{8-4}{1'9}\right)^4+\left(\frac{3'5-4}{1'9}\right)^4\right] =$$

$= 3'42 > 3 \longrightarrow$ STEILGIPFIG.

Übung. Nr 9. Verkaufszahlen $x_i [1000, 1200, 1100, 1300, 1250, 1150]$
Berechnen Sie die Schiefe.

$$m_1 = \frac{1}{6}\left[1000+1200+1100+1300+1250+1150\right] = 1166{,}67$$

$$m_2 = \frac{1}{6}\Big[(1000-1166{,}67)^2+(1200-1166{,}67)^2+(1100-1166{,}67)^2+$$
$$+(1300-1166{,}67)^2+(1250-1166{,}67)^2+(1150-1166{,}67)^2\Big] =$$
$$= 9722{,}2 \longrightarrow \sqrt{m_2} = 98{,}6$$

$$a_3 = \frac{1}{6}\left[\left(\frac{1000-1166{,}67}{98{,}6}\right)^3+\left(\frac{1200-1166{,}67}{98{,}6}\right)^3+\cdots\right]$$

$$a_4 = \frac{1}{6}\left[\left(\frac{1000-1166{,}67}{98{,}6}\right)^4+\left(\frac{1000-1166{,}67}{98{,}6}\right)^4+\cdots\right]$$