

231010 Regelungstechnik Übung H4

H4

October 11, 2023

1 Übung

Bitte berechnen Sie die $u_a(t)$, wenn die Eingangsfunktion $u_e(t) = K$, und die Übertragungsfunktion $u_a(s)/u_e(s) = G(s) = (s+3)/((s+1)(s+2))$. Bitte Schritt für Schritt.

Wenn die Eingangsfunktion $u_e(t) = K$ und die Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{s+3}{(s+1)(s+2)}$ gegeben sind.

Die Laplace-Transformierte der Eingangsfunktion $u_e(t)$ ist:

$$U_e(s) = \mathcal{L}\{u_e(t)\} = \mathcal{L}\{K\} = \frac{K}{s}$$

Die Übertragungsfunktion $G(s)$ ist bereits gegeben:

$$G(s) = \frac{s+3}{(s+1)(s+2)}$$

Um die Ausgangsfunktion $u_a(t)$ zu erhalten, setzen wir $U_e(s)$ in die Laplace-Transformierte der Ausgangsfunktion ein:

$$U_a(s) = G(s) \cdot U_e(s) = \frac{s+3}{(s+1)(s+2)} \cdot \frac{K}{s}$$

Nun, multiplizieren und vereinfachen:

$$U_a(s) = \frac{K(s+3)}{s(s+1)(s+2)}$$

Um zurück in den Zeitbereich zu gelangen, müssen wir die inverse Laplace-Transformierte von $U_a(s)$ nehmen.

Da die Funktion einfach ist, können wir Partialbruchzerlegung verwenden, um sie in einfachere Terme zu zerlegen:

$$U_a(s) = \frac{K(s+3)}{s(s+1)(s+2)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s+1} + \frac{C}{s+2}$$

Die Unbekannten A , B und C können durch Vergleichen der Koeffizienten bestimmt werden:

$$K(s+3) = A(s+1)(s+2) + B(s)(s+2) + C(s)(s+1)$$

Setzen Sie $s = 0$, um A zu finden:

$$K(0+3) = A(0+1)(0+2) + B(0)(0+2) + C(0)(0+1)$$

$$3K = 2A$$

$$A = \frac{3K}{2}$$

Setzen Sie $s = -1$, um B zu finden:

$$K(-1+3) = A(-1+1)(-1+2) + B(-1)(-1+2) + C(-1)(-1+1)$$

~~$$2K = 2B$$~~

~~$$B = K$$~~

$$2K = -B$$

Setzen Sie $s = -2$, um C zu finden:

$$K(-2+3) = A(-2+1)(-2+2) + B(-2)(-2+2) + C(-2)(-2+1)$$

~~$$-K = -3C$$~~

~~$$C = \frac{K}{3}$$~~

$$K = 2C$$

Rest anpassen...

Jetzt haben wir die Werte für A , B und C :

$$A = \frac{3K}{2}, \quad B = K, \quad C = \frac{K}{3}$$

Setzen wir diese Werte zurück in die Partialbruchzerlegung ein:

$$U_a(s) = \frac{3K}{2s} + \frac{K}{s+1} + \frac{K}{3(s+2)}$$

Nun, wenden wir die inverse Laplace-Transformierte an, um $u_a(t)$ zu erhalten:

$$u_a(t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{3K}{2s} \right\} + \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{K}{s+1} \right\} + \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{K}{3(s+2)} \right\}$$

$$u_a(t) = \frac{3K}{2} + K \cdot e^{-t} + \frac{K}{3} \cdot e^{-2t}$$

Das ist die Ausgangsfunktion $u_a(t)$ in Abhängigkeit von der Eingangsfunktion $u_e(t) = K$ und der gegebenen Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{s+3}{(s+1)(s+2)}$.