Poisson- und Potenzgesetz-Verteilungen in logistischen Netzwerken

Prof H4

März 2025

Integrierte Aufgaben und Lösungen: Poisson- und Potenzgesetz-Verteilungen in der Logistik

Aufgaben zur Poisson-Verteilung

Aufgabe 1

Ein Lager erhält Lieferungen zufällig über den Tag verteilt mit durchschnittlich 4 Lieferungen pro Stunde.

(a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, genau 7 Lieferungen in einer bestimmten Stunde zu erhalten?

(b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass innerhalb von 30 Minuten höchstens 2 Lieferungen eintreffen?

Lösung:
(a)

$$\lambda = 4$$
$$P(X=7) = \frac{e^{-4} \cdot 4^7}{7!} \approx 0,0595$$

(b) Für 30 Minuten gilt $\lambda = 2$:

$$P(X \leq 2) = \sum_{x=0}^{2} \frac{e^{-2} \cdot 2^x}{x!} \approx 0,6767$$

Aufgabe 2

Ein Lieferant liefert durchschnittlich 3 beschädigte Artikel pro Woche.

(a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, in einer Woche keine beschädigten Artikel zu erhalten?

(b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, mehr als 5 beschädigte Artikel zu erhalten?

Lösung:
(a) $\lambda = 3$:

$$P(X = 0) = e^{-3} \approx 0,0498$$

(b)

$$P(X > 5) = 1 - P(X \leq 5) = 1 - \sum_{x=0}^{5} \frac{e^{-3} \cdot 3^x}{x!} \approx 0,0839$$

Aufgabe 3
Ein Distributionszentrum erhält täglich durchschnittlich 10 eilige Bestellungen.

(a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass morgen weniger als 5 eilige Bestellungen eingehen.

(b) Wie viele Bestellungen pro Tag sollten geplant werden, um mit mindestens 95% Sicherheit ausreichend Kapazität zu haben?

Lösung:
(a)

$$P(X < 5) = \sum_{x=0}^{4} \frac{e^{-10} \cdot 10^x}{x!} \approx 0,0293$$

(b) Es sollten mindestens 15 Bestellungen geplant werden (laut Poisson-Tabelle).
Aufgabe 4
Ein Callcenter erhält durchschnittlich 15 Anrufe pro Stunde.

(a) Wie viele Anrufe werden in 20 Minuten erwartet?

(b) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass in 10 Minuten genau 5 Anrufe eingehen?

Lösung:
(a)

$$\lambda = 15 \cdot \frac{1}{3} = 5$$

(b) 10 min entspricht $\lambda = 2,5$:

$$P(X = 5) = \frac{e^{-2,5} \cdot 2,5^5}{5!} \approx 0,067$$

Aufgabe 5
Retouren folgen einer Poisson-Verteilung mit durchschnittlich 6 Retouren pro Tag. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass genau 4 Retouren eingehen.
Lösung:

$$P(X = 4) = \frac{e^{-6} \cdot 6^4}{4!} \approx 0,1339$$

Interpretation: Unterstützt effiziente Planung der Retourenlogistik.

Aufgaben zur Potenzgesetz-Verteilung

Aufgabe 6

Die Bestellgrößen eines Lieferanten folgen einer Potenzgesetz-Verteilung mit $\alpha = 2,5$.

(a) Welche Konsequenzen ergeben sich daraus für die Lagerhaltung?

(b) Berechnen Sie das Verhältnis der Wahrscheinlichkeiten $P(X = 100)$ zu $P(X = 50)$.

Lösung:

(a) Es gibt viele kleine, aber wenige große Bestellungen. Das Lager muss entsprechend flexibel sein.

(b)

$$\frac{P(100)}{P(50)} = \frac{100^{-2,5}}{50^{-2,5}} = \left(\frac{50}{100}\right)^{2,5} \approx 0,1768$$

Aufgabe 7

Verspätungen im globalen Versand folgen einer Potenzgesetz-Verteilung mit $\alpha = 3$. Welche Schlüsse ziehen Sie daraus für das Logistikmanagement?

Lösung:

Extreme Verzögerungen sind selten, aber kritisch; daher sind robuste Notfallpläne notwendig.

Aufgabe 8

Die Nachfrage nach Ersatzteilen folgt einer Potenzgesetz-Verteilung mit $\alpha = 2,2$. Wenn $P(20) = 0,001$, berechnen Sie $P(40)$.

Lösung:

$$P(40) = 0,001 \cdot \left(\frac{40}{20}\right)^{-2,2} = 0,001 \cdot 2^{-2,2} \approx 0,0002176$$

Aufgabe 9

Die Knotengrade eines logistischen Netzwerks folgen einer Potenzgesetz-Verteilung. Was bedeutet dies für die Robustheit des Netzwerks?

Lösung:

Das Netzwerk ist anfällig. Strategien:

- Redundanzen schaffen.
- Diversifizierung der Lieferwege.

Aufgabe 10

Schwere Transportstörungen folgen einer Potenzgesetz-Verteilung mit $\alpha = 2,8$. Wie sollten Logistikunternehmen mit diesen Ereignissen umgehen?

Lösung:

Die Ereignisse sind selten, aber schwerwiegend. Strategien:

- Erstellung robuster Notfallpläne.
- Einsatz flexibler Verträge zur Risikoreduktion.