

Netzwerktheorie



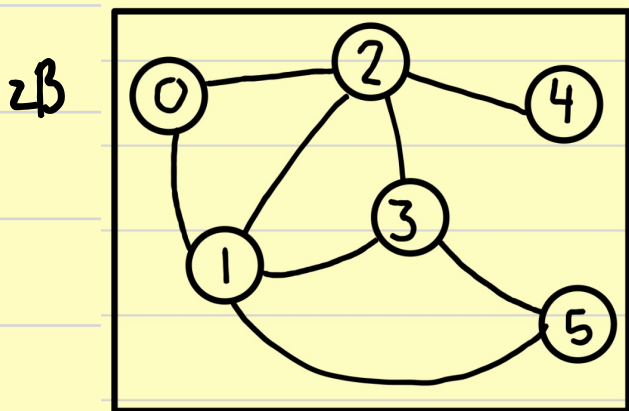
Network Science (Barabasi, 2016)

Was ist ein Netzwerk (mathematisch)?

Ein Netzwerk ist ein Set (Liste) von Knoten (Nodes) & Kanten (Edges)...

Dieser Set heißt $\text{GRAPH} \equiv G$.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Knoten (Nodes)} \equiv N \equiv \{1, \dots, n\} \\ \text{Kanten (Edges)} \equiv E \equiv \{1, \dots, e\} \end{array} \right\} G = (N, E)$$



|||

$$G = (N, E)$$

$$N = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$E = \{0 \rightarrow 1, 0 \rightarrow 2,$$

$$1 \rightarrow 0, 1 \rightarrow 2, 1 \rightarrow 3, 1 \rightarrow 5,$$

$$2 \rightarrow 0, 2 \rightarrow 1, 2 \rightarrow 3, 2 \rightarrow 4,$$

$$3 \rightarrow 1, 3 \rightarrow 2, 3 \rightarrow 5,$$

$$4 \rightarrow 2,$$

$$5 \rightarrow 1, 5 \rightarrow 3\}$$

Es gibt zwei Hauptkennzahlen um die Netzwerkperformance zu messen:

□ Average Path Length (APL)

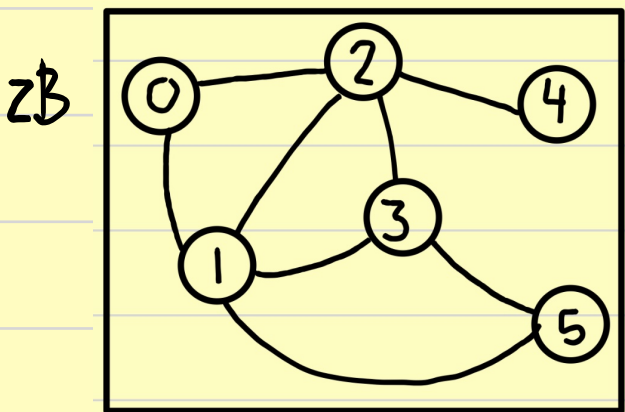
□ Clustering Coefficient (CC)

APL.

- Mittelwert der Schritte zw den Netzwerkknoten.
- Je kleiner der APL, desto Effektiver das Netzwerk.

$$APL = \frac{1}{N(N-1)} \cdot \sum_i \sum_j d_{ij}$$

$N \cdot (N-1) \equiv$ maximale Anzahl Beziehungen in einem Netzwerk mit N Knoten
 $d_{ij} \equiv$ Abstand zw Knoten



$N=6$

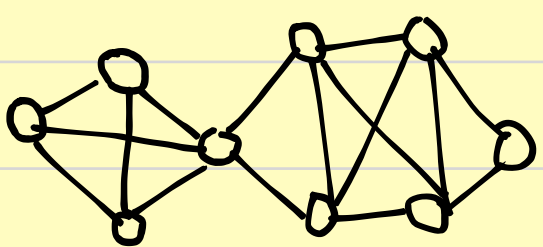
$$APL = \frac{1}{6 \cdot (6-1)} \cdot \left[\begin{matrix} d_{01} & d_{02} & d_{03} & d_{04} & d_{05} \\ 1 & 1 & 2 & 2 & 2 \end{matrix} \right] +$$

$$+ \begin{matrix} d_{10} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 1 \end{matrix} +$$

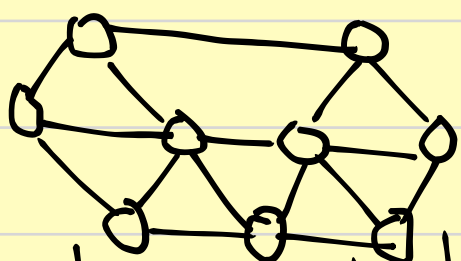
$$+ \begin{matrix} d_{20} & d_{21} & d_{23} & d_{24} & d_{25} \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{matrix} + \begin{matrix} d_{30} & d_{31} & d_{32} & d_{34} & d_{35} \\ 2 & 1 & 1 & 2 & 1 \end{matrix} +$$

$$+ \begin{matrix} d_{40} & d_{41} & d_{42} & d_{43} & d_{45} \\ 2 & 2 & 1 & 2 & 3 \end{matrix} + \begin{matrix} d_{50} & d_{51} & d_{52} & d_{53} & d_{54} \\ 2 & 1 & 2 & 1 & 3 \end{matrix} \Bigg] =$$

G1



G2



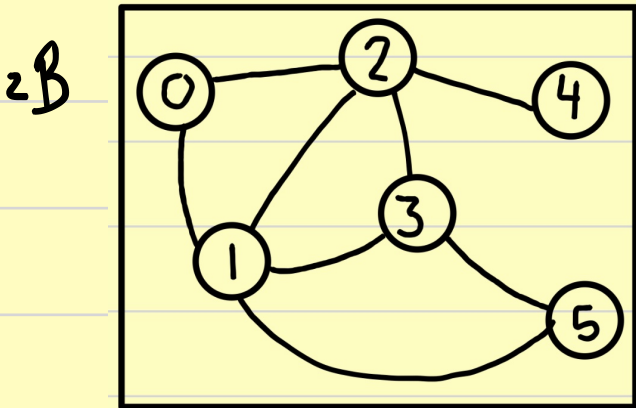
Beispiel Frage: welche der zwei Netzwerke hat eine bessere Performance? Warum?

CLUSTERING COEFFICIENT (CC)

- Beschreibt die Fähigkeit des Netzwerks effizient in Gruppen (Clusters) zu kommunizieren.
- Je höher der CC, desto effizienter das Netzwerk.

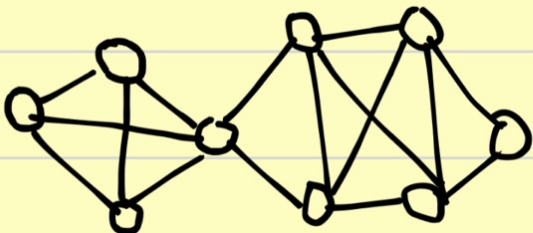
$$CC = \frac{1}{N} \sum_i \frac{2L_i}{k_i(k_i-1)}$$

$L_i \equiv$ Anzahl Verbindungen zw den Nachbarn von Knoten $..i$
 $k_i \equiv$ Anzahl Verbindungen von Knoten $..i$

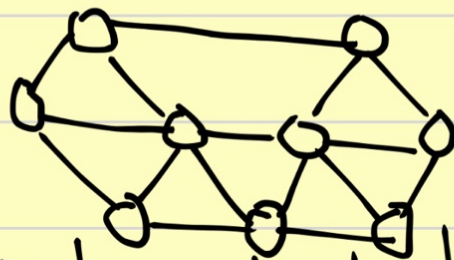


$$CC = \frac{1}{6} \left[\left[\frac{2 \cdot 1}{2 \cdot (2-1)} \right] + \left[\frac{2 \cdot 3}{4 \cdot (4-1)} \right] + \left[\frac{2 \cdot 2}{4 \cdot (4-1)} \right] + \left[\frac{2 \cdot 2}{3 \cdot (3-1)} \right] + \left[\frac{2 \cdot 1}{2 \cdot (2-1)} \right] \right] = \dots$$

G₁



G₂



Beispiel Frage: Welche der zwei Netzwerke hat eine bessere Performance? Warum?

DEGREE DISTRIBUTION (DD)

$k_i \equiv$ Anzahl Verbindungen von Knoten i heißt
DEGREE von Knoten i

z.B.

