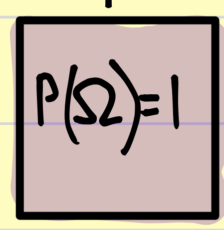
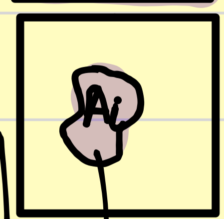
Wahrscheinlichkeitstheorie

KOLMOGOROV AXIOME

1) Das sichere Ereignis Ω hat eine W- von 1.



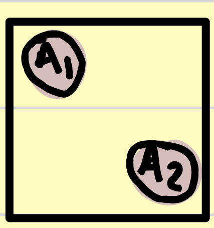
2) Für jedes Ereignis A_i ist die W- von A_i: $P(A_i) \subset [0,1]$



$0 \leq P(A_i) \leq 1$

3) Die W- einer Vereinigung abzählbar vieler INKOMPATIBLER Ereignisse ist die Summe der W der einzelnen.

$$P(A_1 \cup A_2) = P(A_1) + P(A_2)$$

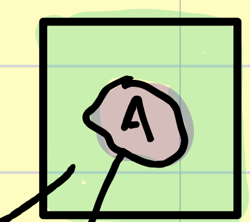


A_1 & A_2 sind nicht kompatible.

→ FOLGERUNGEN DER K-AXIOME

A) Aus 3) folgt, dass komplementäre Ereignisse eine Gegenwahrschl. haben.

$$P(A) = 1 - P(\bar{A})$$



B) Aus A) folgt, dass das unmögliche Ereignis eine W- von null hat:

$$P(\emptyset) = 0$$

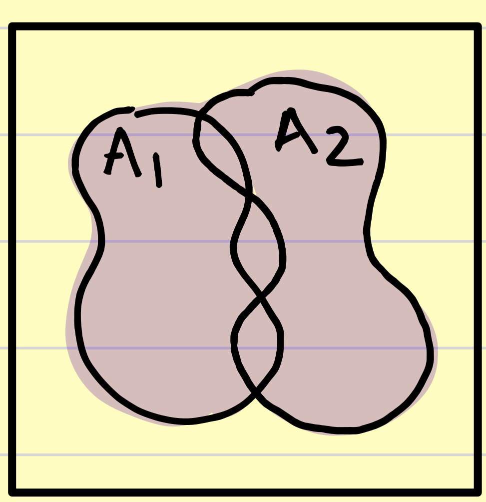
Beweis: 3) $P(\emptyset \cup \Omega) =$
$= P(\emptyset) + P(\Omega) = 1$
1) $P(\Omega) = 1$

C) Für die Vereinigung KOMPATIBLER Ereignisse

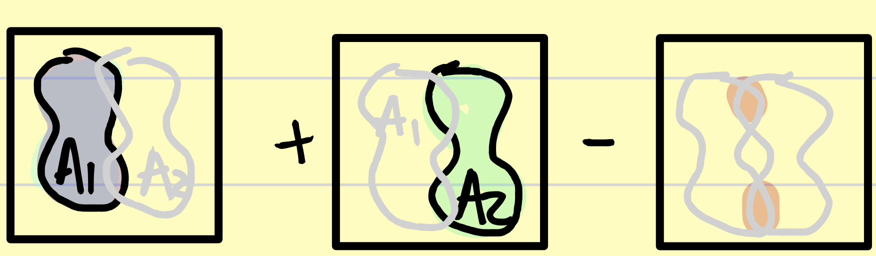
$$P(A_1 \cup A_2) = P(A_1) + P(A_2) - P(A_1 \cap A_2)$$

oder

und



=



BEDINGTE W-

Unter bedingte W- versteht man die W dafür, dass das Eintretten eines Ereignisses A_i unter der Voraussetzung dass das Eintretten eines anderen Ereignisses A_j bereits bekannt ist.

$P(A_i | A_j)$ für W- von A_i unter Voraussetung A_j

Laplace: Bedingte W- : $\boxed{P(A_i | A_j) = \frac{P(A_i \cap A_j)}{P(A_j)}}$

$$P(A_i \cap A_j) = P(A_i | A_j) \cdot P(A_j) = P(A_j | A_i) \cdot P(A_i)$$

SATZ VON BAYES: $\boxed{P(A_i | A_j) = \frac{P(A_j | A_i) \cdot P(A_i)}{P(A_j)}}$