

Posição de Retas na Circunferência

Mário Leite

...

Na geometria plana um dos assuntos mais estudados é a posição relativa de retas à uma circunferência. Muitos exercícios são incluídos em listas para serem entregues até uma determinada data, valendo nota; um martírio para os alunos que não são muito “chegados” à Matemática. Em uma definição mais rigorosa, pode ser afirmado que “a posição relativa de uma reta à uma circunferência está relacionada à quantidade de pontos que ambas, reta e circunferência, compartilham entre si”. Na **figura 1** temos uma circunferência de raio **AC** com centro no ponto **C**, e três retas em posições relativas à circunferência:

Reta **R1**: externa à circunferência (nenhum ponto compartilhado).

Reta **R2**: tangente à circunferência no ponto **A** (apenas um único ponto compartilhado).

Reta **R3**: secante à circunferência nos pontos **P1** e **P2** (dois pontos compartilhados).

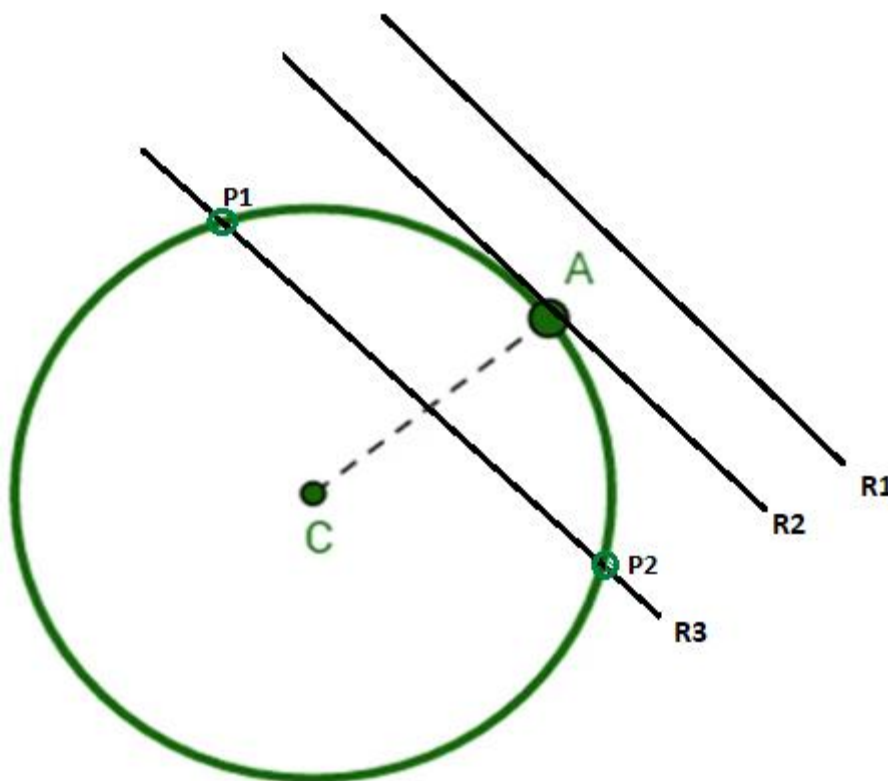


Figura 1 - Circunferência com retas relativas

O programa “**PosicaoRetaCircunf**” em pseudocódigo (que pode ser convertido para qualquer linguagem) é uma solução para verificar a posição relativa de retas, definidas com em relação à uma circunferência. Os dados de entrada são os seguintes, pela ordem::

Dados da reta: coeficiente de **x**, coeficiente de **y** e termo independente: equação (**ax + by = c**) .

Dados da circunferência: abscissa do centro (**x_c**), ordenada do centro (**y_c**) e raio **r**: com equação reduzida do tipo: $(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 = r^2$.

As **figura 2, 3 e 4** mostram saídas do programa codificado em Visualg; mas, poderia ser em qualquer outra linguagem, já que o pseudocódigo representa o algoritmo da solução..

Programa "PosicaoRetaCircunf"

```
// Lê as coordenadas do centro de uma circunferência e seu raio:  $(x-x_c)^2 + (y-y_c)^2 = r^2$  e
// verifica a posição relativa à ela, de uma reta definida por:  $ax + by = c$ .
// Em Visualg
// Autor: Mário Leite
// -----

Declare a, b, c, x, y, CoefA, CoefB, CoefC: real
xc, yc, x1, y1, x2, y2, r, Dpr, Delta: real

Início
  EscrevaLn("") //salta uma linha
  {Dados da reta}
  Escreva("Digite o coeficiente de x da reta: ")
  Leia(a)
  Escreva("Digite o coeficiente de y da reta: ")
  Leia(b)
  Escreva("Digite o termo independente da reta: ")
  Leia(c)
  EscrevaLn("")
  EscrevaLn("")
  {Dados da circunferência}
  Escreva("Digite a abscissa do centro da circunferência: ")
  Leia(xc)
  Escreva("Digite a ordenada do centro da circunferência: ")
  Leia(yc)
  Repita
    Escreva("Digite o valor do raio da circunferência: ")
    Leia(r)
     $r \leftarrow \text{Int}(r \cdot 10^5 + 0.50) / (10^5)$  //computa o raio com cinco decimais
  AtéQue (r>0)
  Dpr  $\leftarrow (\text{Abs}(a \cdot xc + b \cdot yc + c)) / \text{RaizQ}(a^2 + b^2)$  //distância da reta à circunferência
  Dpr  $\leftarrow \text{Int}(Dpr \cdot 10^5 + 0.50) / (10^5)$  //distância com cinco decimais
  EscrevaLn("")
  {Monta os parâmetros da equação do segundo grau relativos à circunferência}
  CoefA  $\leftarrow 1 + (a^2) / (b^2)$ 
  CoefB  $\leftarrow -2 \cdot xc + (2 \cdot a \cdot c) / (b^2) + (2 \cdot yc \cdot a) / b$ 
  CoefC  $\leftarrow xc^2 + (c^2) / (b^2) + (2 \cdot c \cdot yc) / b + yc^2 - r^2$ 
  Delta  $\leftarrow \text{CoefB}^2 - 4 \cdot \text{CoefA} \cdot \text{CoefC}$ 
  {Analisa as possibilidades das posições relativas}
  Se (Dpr<r) Então //reta secante
     $x1 \leftarrow (-\text{CoefB} + \text{RaizQ}(\text{CoefB}^2 - 4 \cdot \text{CoefA} \cdot \text{CoefC})) / (2 \cdot \text{CoefA})$ 
     $y1 \leftarrow (-a \cdot x1) / b - c / b$ 
    Se (x1>=0) Então
       $x1 \leftarrow \text{Int}(x1 \cdot 10^5 + 0.50) / (10^5)$ 
    Senão
       $x1 \leftarrow \text{Int}(x1 \cdot 10^5 - 0.50) / (10^5)$ 
    FimSe
    Se (y1>=0) Então
       $y1 \leftarrow \text{Int}(y1 \cdot 10^5 + 0.50) / (10^5)$ 
    Senão
       $y1 \leftarrow \text{Int}(y1 \cdot 10^5 - 0.50) / (10^5)$ 
    FimSe
     $x2 \leftarrow (-\text{CoefB} - \text{RaizQ}(\text{CoefB}^2 - 4 \cdot \text{CoefA} \cdot \text{CoefC})) / (2 \cdot \text{CoefA})$ 
     $y2 \leftarrow (-a \cdot x2) / b - c / b$ 
    Se (x2>=0) Então
       $x2 \leftarrow \text{Int}(x2 \cdot 10^5 + 0.50) / (10^5)$ 
    Senão
       $x2 \leftarrow \text{Int}(x2 \cdot 10^5 - 0.50) / (10^5)$ 
    FimSe
```

```

Se (y2>=0) Então
    y2 ← Int(y2*10^5+0.50)/(10^5)
Senão
    y2 ← Int(y2*10^5-0.50)/(10^5)
FimSe
EscrevaLn("A reta é uma secante da circunferênciae nos pontos:
          (",x1,"",y1,"")", " e (",x2,"",y2,"").")
FimSe
Se (Dpr>r) Então //reta externa
    EscrevaLn("A reta é externa à circunferência.")
FimSe
Se (Dpr=r) Então //reta tangente
    x ← -CoefB/(2*CoefA)
    y ← (-a*x)/b - c/b
    Se (x>=0) Então
        x ← Int(x*10^5+0.50)/(10^5)
    Senão
        x ← Int(x*10^5-0.50)/(10^5)
    FimSe
    Se (y>=0) Então
        y ← Int(y*10^5+0.50)/(10^5)
    Senão
        y ← Int(y*10^5-0.50)/(10^5)
    FimSe
    EscrevaLn("A reta é tangente à circunferência no ponto: (",x,"",y,"").")
FimSe
FimPrograma //fim do programa "PosicaoRetaCircunf"

```

```

C:\ Console simulando o modo texto do MS-DOS

Digite o coeficiente de x da reta: 3
Digite o coeficiente de y da reta: 1
Digite o termo independente da reta: 13

Digite a abcissa X do centro da circunferência: -3
Digite a ordenada Y do centro da circunferência: -3
Digite o valor do raio da circunferência: 5

A reta é uma secante da circunferência nos pontos: ( -1.72203,
-7.83392) e ( -4.87797, 1.63392) .

>>> Fim da execução do programa !

```

Figura 2 - Reta secante à circunferência

```
C:\> Console simulando o modo texto do MS-DOS

Digite o coeficiente de x da reta: 2
Digite o coeficiente de y da reta: 1
Digite o termo independente da reta: -2

Digite a abcissa X do centro da circunferência: -1
Digite a ordenada Y do centro da circunferência: -1
Digite o valor do raio da circunferência: 2.2360679

A reta é tangente à circunferência no ponto: ( 1, 0).

>>> Fim da execução do programa !
```

Figura 3 - Reta tangente à circunferência

```
C:\> Console simulando o modo texto do MS-DOS

Digite o coeficiente de x da reta: 1
Digite o coeficiente de y da reta: -1
Digite o termo independente da reta: 5

Digite a abcissa X do centro da circunferência: 2
Digite a ordenada Y do centro da circunferência: 4
Digite o valor do raio da circunferência: 2

A reta é externa à circunferência.

>>> Fim da execução do programa !
```

Figura 4 - Reta externa à circunferência