

# Número de Euler

## Mário Leite

...

O Número de **Euler**<sup>1</sup> é uma constante fundamental em várias áreas da Matemática, pois ele é a base dos logaritmos naturais com um valor aproximado de 2,718,... Este número, também conhecido como “Constante de Euler”, é muito importante em diversos cálculos, tanto na Matemática Pura quanto nas ciências naturais, como a Física; e até na Economia esta constante aparece. Para cálculos de empréstimos bancários são cobrados juros sobre juros; e a fórmula aplicada é  $M_f = M_e(1 + T_x/n)^n$

$M_f$  = Montante futuro devido.

$M_e$  = Montante inicial emprestado.

$T_x$  = Taxa percentual de juros cobrada por período  $n$ .

$n$  = Número de períodos vigente do empréstimo.

Assim, para um empréstimo de \$ **100** a **10%** ao ano, no final de dois anos o montante devido será de  $100 * (1 + 0.10/2)^2 = 110,25$ . Isto é, um empréstimo de \$**100** com juros anuais de **10%** gera uma dívida de \$**110,25** ao final de dois anos. Mas... o que é que o “Número de Euler” tem a ver com isto!? Na formula acima pode ser notado que a base desse tipo de cálculo financeiro é o fator  $(1+x/n)^n$ ; para uma taxa  $x$  de 10% ao ano em um ano, temos:  $100 * (1+0,1) = 110$ ;  $n=2$ :  $100 * (1+0,05)^2 = 110,25$ ; para  $n=3$ :  $100 * (1+0,05)^3 = 110,33$  e assim sucessivamente. Note que tudo depende de um fator semelhante a  $(1+1/n)^n$ ; e aumentando número de parcelas observe os resultados na **tabela 1**: *voilà*: o “Número de Euler” vai aparecendo misteriosamente! E observe que à medida que  $n$  cresce o ritmo de crescimento do montante devido diminui drasticamente; é por isto que as lojas preferem que você pague suas compras em dez ou menos parcelas, pois diminuindo  $n$  a fração  $x/n$  aumenta! E para compensar essa “perda” eles cobram juros escorchantes.

O programa "**NumeroEuler**" calcula e exibe valores do “Número de Euler” em função do número de termos de uma série baseada em fatorial. Os valores obtidos são semelhantes aos da **tabela 1**; no programa com uma taxa anual de juros a 100% (cheque especial bem amigável). A **figura 1** mostra uma saída deste programa obtendo valores com até 50000 termos da série, semelhantes à **tabela 1**.

-----  
**Nota:** Peço desculpas aos *pythonistas* mais “puros”, mas para uma melhor compreensão do programa aos iniciantes, inventei terminadores para este código. Prometo que num livro que estou escrevendo não farei isto!  
-----

Período (n)	Fator: $(1+1/n)^n$	Montante Devido: $100 * (\text{Fator})$
1	0,10000000	110,00
2	2,25000000	225,00
3	2,37037037	237,04
4	2,44140625	244,14
5	2,48832000	248,83
10	2,59374246	259,37
100	2,70481382	270,48
1000	2,71692393	271,69
10000	2,71814592	271,81
100000	2,71826823	271,82
<b>1000000</b>	<b>2,7182804693...</b>	<b>271,83</b>

**Tabela 1 - Obtendo o Número de Euler como fator financeiro**

<sup>1</sup> **Leonhard Paul Euler** nasceu na Basileia em 15 de abril de 1707 e faleceu em São Petersburgo em 18 de setembro de 1783. Foi um dos maiores matemáticos e físico de todos os tempos, desenvolvendo estudos importantíssimos para as ciências matemáticas e da natureza. Foi considerado um dos mais proeminentes matemáticos de todos os tempos.

Fonte: Wikipédia

```

'''
Programa "NumeroEuler"
//Calcula e exibe o "Número de Euler" para n termos de uma série com fatorial.
Em Python 3.9
Autor: Mário Leite
Data: 26/02/2023
'''

#-----
#Define terminadores
endfor = "endfor"
endif = "endif"
endwhile = "endwhile"

#Valida entrada
n = 0
while ((n <= 0) or (n > 1000000)):
    n = int(input("Entre com o número de termos da série:"))
endwhile

#Loop para calcular o "Número de Euler"
NumEuler = 0.00
for j in range(0, (n+1)):
    if(j==0):
        Fat = 1
    else:
        Fat = 1
        for k in range(1, (j+1)):
            Fat = Fat*k
        endfor
    endif
    NumEuler = NumEuler + 1/Fat #expressão da série
    print(j, " ", NumEuler)
endfor #fim do loop
print("")
print("Número de Euler com ", n, " termos na série: ", NumEuler)
#-----Fim do Programa-----

```

```
IDLE Shell 3.9.13
File Edit Shell Debug Options Window Help
Python 3.9.13 (tags/v3.9.13:6de2ca5, May 17 2022, 16:36:42) [MSC v.1929 64 bit (AMD64)] on win32
Type "help", "copyright", "credits" or "license()" for more information.
>>>
= RESTART: C:/Users/Usuario/AppData/Local/Programs/Python/Python39/NumeroEuler.py
Y
Entre com o o número de termos da série:50000
0      1.0
1      2.0
2      2.5
3      2.6666666666666665
4      2.7083333333333333
5      2.7166666666666663
6      2.7180555555555554
7      2.7182539682539684
8      2.71827876984127
9      2.7182815255731922
10     2.7182818011463845
11     2.718281826198493
12     2.7182818282861687
13     2.7182818284467594
14     2.71828182845823
15     2.718281828458995
16     2.718281828459043
17     2.7182818284590455
18     2.7182818284590455
19     2.7182818284590455
20     2.7182818284590455

...

49974  2.7182818284590455
49975  2.7182818284590455
49976  2.7182818284590455
49977  2.7182818284590455
49978  2.7182818284590455
49979  2.7182818284590455
49980  2.7182818284590455
49981  2.7182818284590455
49982  2.7182818284590455
49983  2.7182818284590455
49984  2.7182818284590455
49985  2.7182818284590455
49986  2.7182818284590455
49987  2.7182818284590455
49988  2.7182818284590455
49989  2.7182818284590455
49990  2.7182818284590455
49991  2.7182818284590455
49992  2.7182818284590455
49993  2.7182818284590455
49994  2.7182818284590455
49995  2.7182818284590455
49996  2.7182818284590455
49997  2.7182818284590455
49998  2.7182818284590455
49999  2.7182818284590455
50000  2.7182818284590455

Número de Euler com 50000 termos na série: 2.7182818284590455
>>> |
```

**Figura 1 - Calculando o “Número de Euler” por série**