

# Funções Trigonométricas

Mário Leite

...

A Trigonometria ocupa um lugar de destaque na Matemática no contexto da Geometria. As funções trigonométricas são resultantes das relações entre os lados de um triângulo e os ângulos formados por eles. As seis funções trigonométricas são destacadas abaixo:

- ✓ Seno
- ✓ Cosseno
- ✓ Tangente
- ✓ Cossecante
- ✓ Secante
- ✓ Cotangente

As duas primeiras formam a base das funções trigonométricas, e as três últimas podem ser definidas, analiticamente, em função das três primeiras. Baseando na **figura 1**, geometricamente as duas primeiras funções básicas (*seno*, e *cosseno*) podem ser definidas através dos lados **a**, **b**, **c** do seguinte modo, com relação ao ângulo  $\alpha$ :

$$\text{sen}(\alpha) = a/b \implies \text{cateto oposto (lado } a) \text{ dividido pela hipotenusa (lado } b)$$

$$\text{cos}(\alpha) = c/b \implies \text{cateto adjacente (lado } c) \text{ dividido pela hipotenusa (lado } b)$$

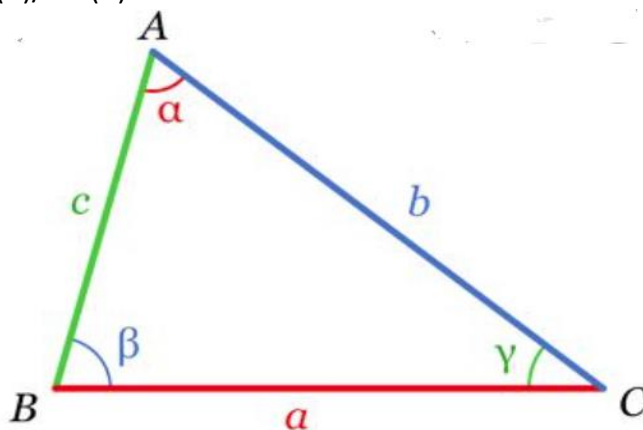
Analiticamente, todas as outras quatro funções podem ser definidas em função destas duas através, das seguintes relações:

$$\tan(\alpha) = \text{sen}(\alpha)/\text{cos}(\alpha)$$

$$\text{cosssec}(\alpha) = 1/\text{sen}(\alpha)$$

$$\text{sec}(\alpha) = 1/\text{cos}(\alpha)$$

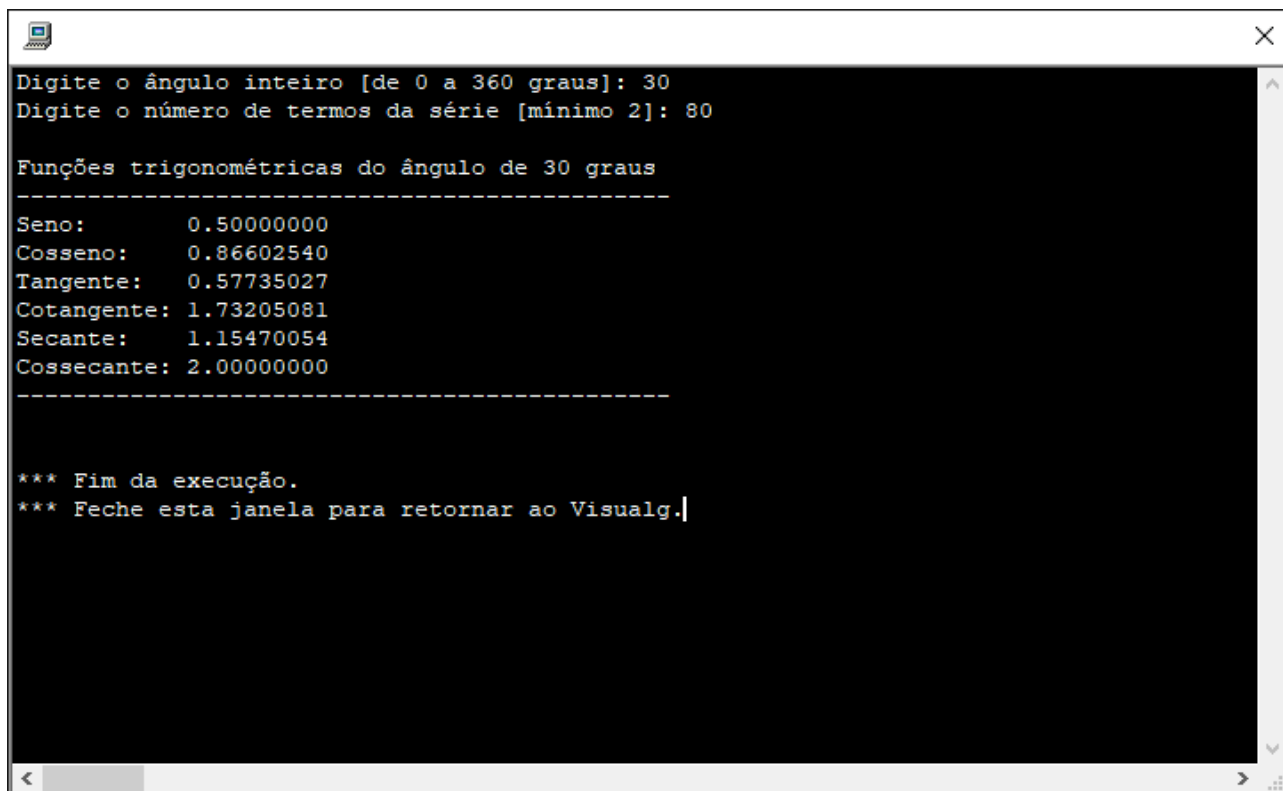
$$\text{cotan}(\alpha) = \text{cos}(\alpha)/\text{sen}(\alpha)$$



**Figura 1 - Triângulo escaleno: Fonte Imagem da Internet**

O programa “**CalculaFuncTrigonometricas**”, codificado em Visualg, calcula o *seno* e o *cosseno* de um ângulo definido pelo usuário através da Série de MacLaurin com **n** termos; e em seguida as outras quatro funções trigonométricas. As **figuras 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9** mostram as seis funções nos quatro quadrantes trigonométricos.

---

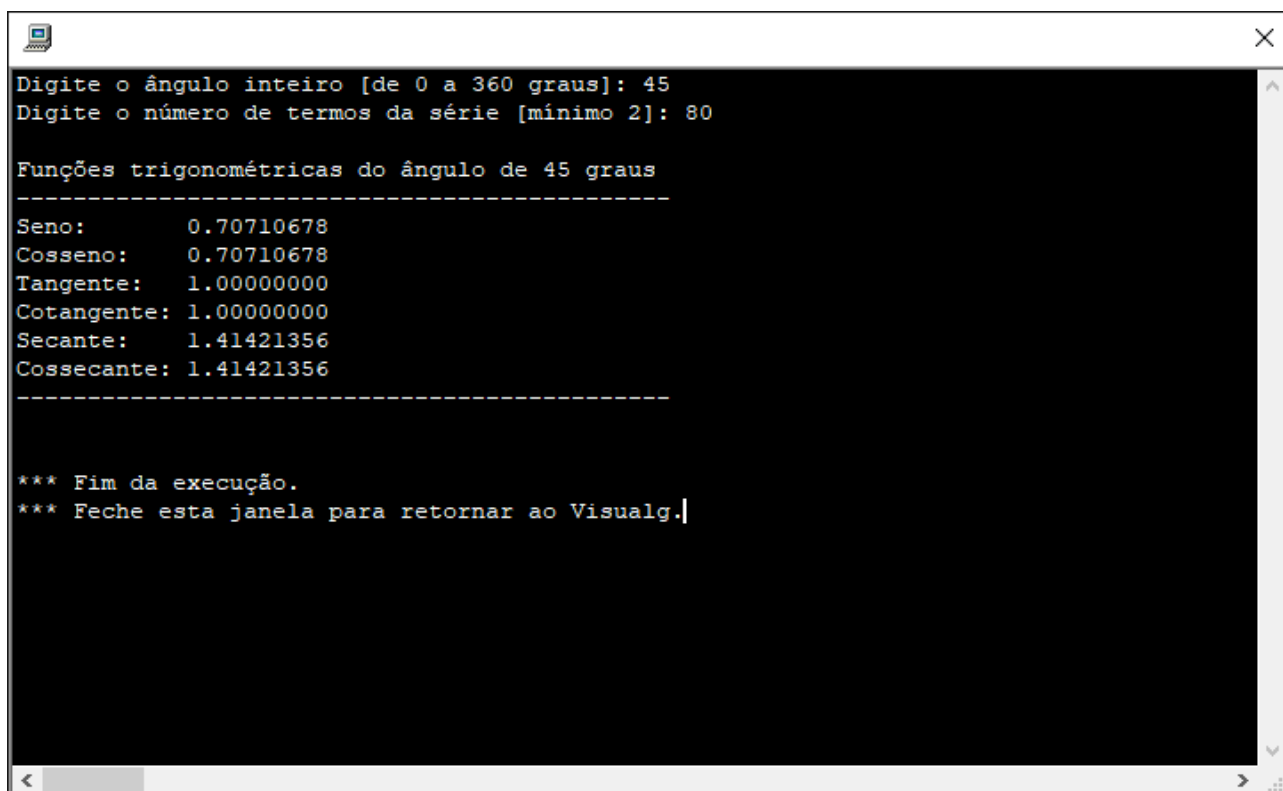


```
Digite o ângulo inteiro [de 0 a 360 graus]: 30
Digite o número de termos da série [mínimo 2]: 80

Funções trigonométricas do ângulo de 30 graus
-----
Seno:      0.50000000
Cosseno:   0.86602540
Tangente:  0.57735027
Cotangente: 1.73205081
Secante:   1.15470054
Cossecante: 2.00000000
-----

*** Fim da execução.
*** Feche esta janela para retornar ao Visualg.
```

Figura 2 -Funções trigonométricas de ângulo no 1º Quadrante (30°)

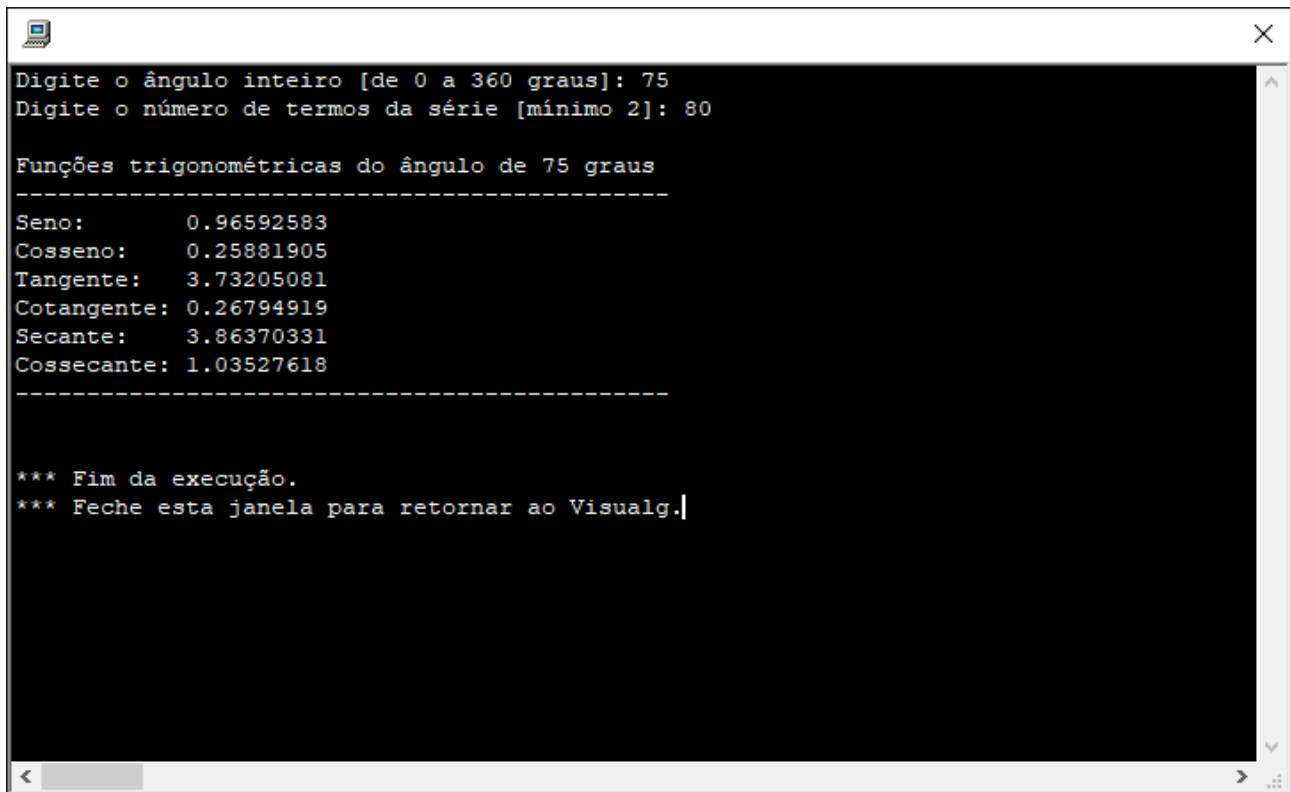


```
Digite o ângulo inteiro [de 0 a 360 graus]: 45
Digite o número de termos da série [mínimo 2]: 80

Funções trigonométricas do ângulo de 45 graus
-----
Seno:      0.70710678
Cosseno:   0.70710678
Tangente:  1.00000000
Cotangente: 1.00000000
Secante:   1.41421356
Cossecante: 1.41421356
-----

*** Fim da execução.
*** Feche esta janela para retornar ao Visualg.
```

Figura 3 -Funções trigonométricas de ângulo no 1º Quadrante (45°)



```

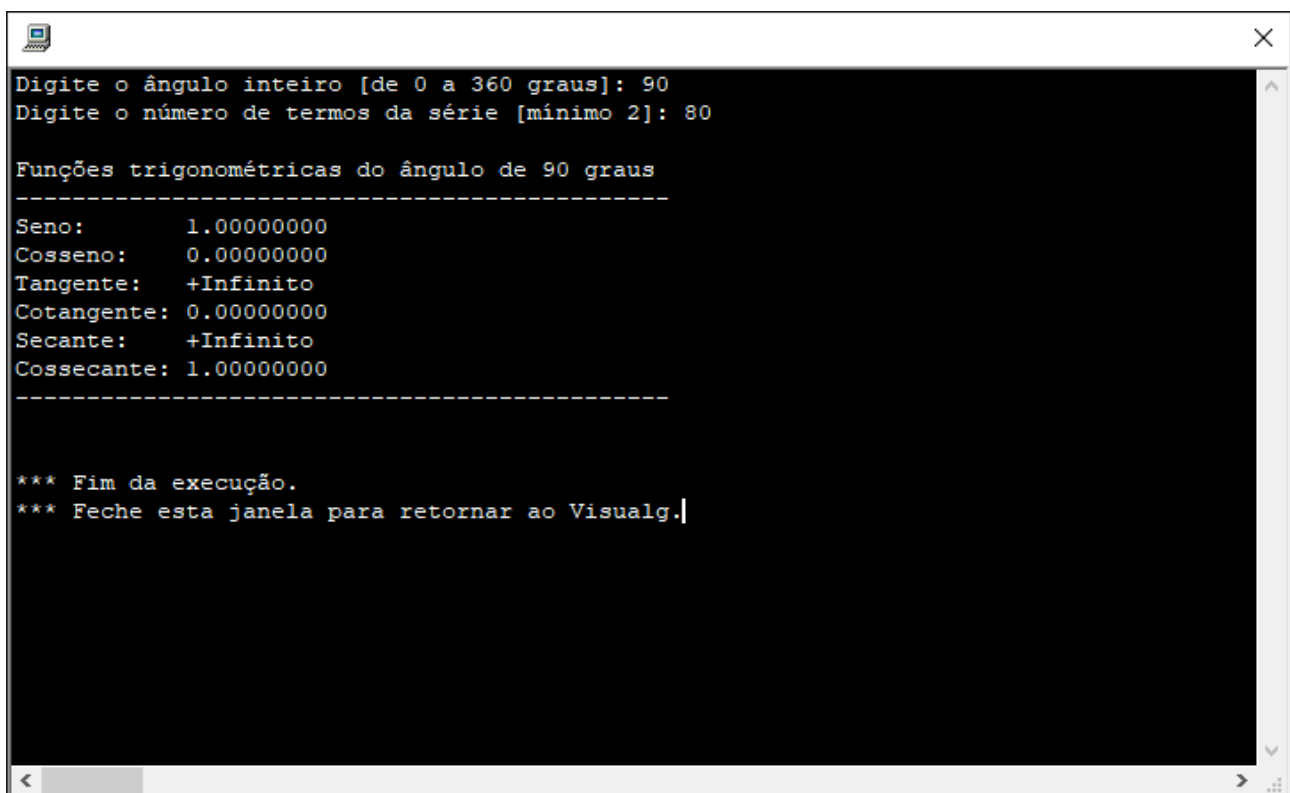
Digite o ângulo inteiro [de 0 a 360 graus]: 75
Digite o número de termos da série [mínimo 2]: 80

Funções trigonométricas do ângulo de 75 graus
-----
Seno:      0.96592583
Cosseno:   0.25881905
Tangente:  3.73205081
Cotangente: 0.26794919
Secante:   3.86370331
Cossecante: 1.03527618
-----

*** Fim da execução.
*** Feche esta janela para retornar ao Visualg.

```

**Figura 4 -Funções trigonométricas de ângulo no 1º Quadrante (75°)**



```

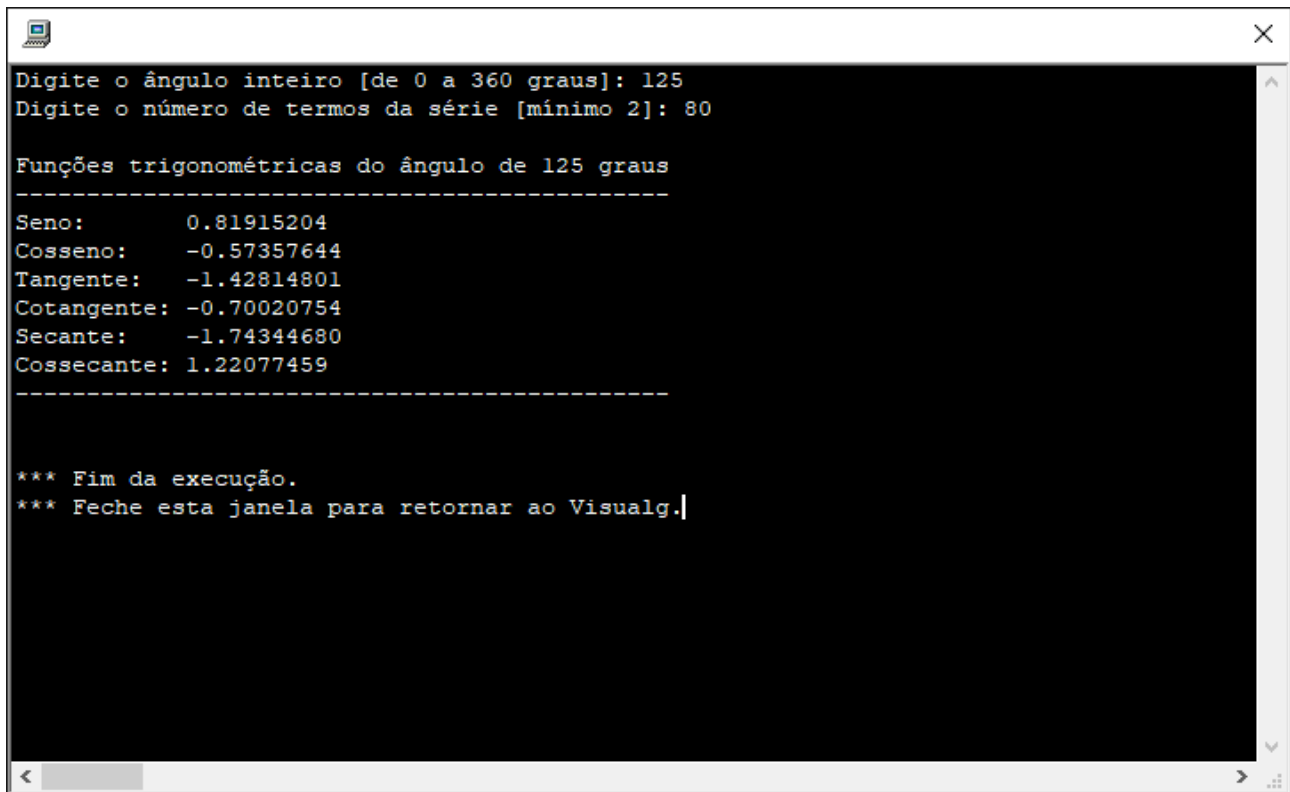
Digite o ângulo inteiro [de 0 a 360 graus]: 90
Digite o número de termos da série [mínimo 2]: 80

Funções trigonométricas do ângulo de 90 graus
-----
Seno:      1.00000000
Cosseno:   0.00000000
Tangente:  +Infinito
Cotangente: 0.00000000
Secante:   +Infinito
Cossecante: 1.00000000
-----

*** Fim da execução.
*** Feche esta janela para retornar ao Visualg.

```

**Figura 5 -Funções trigonométricas de ângulo no 1º Quadrante (90°)**



```

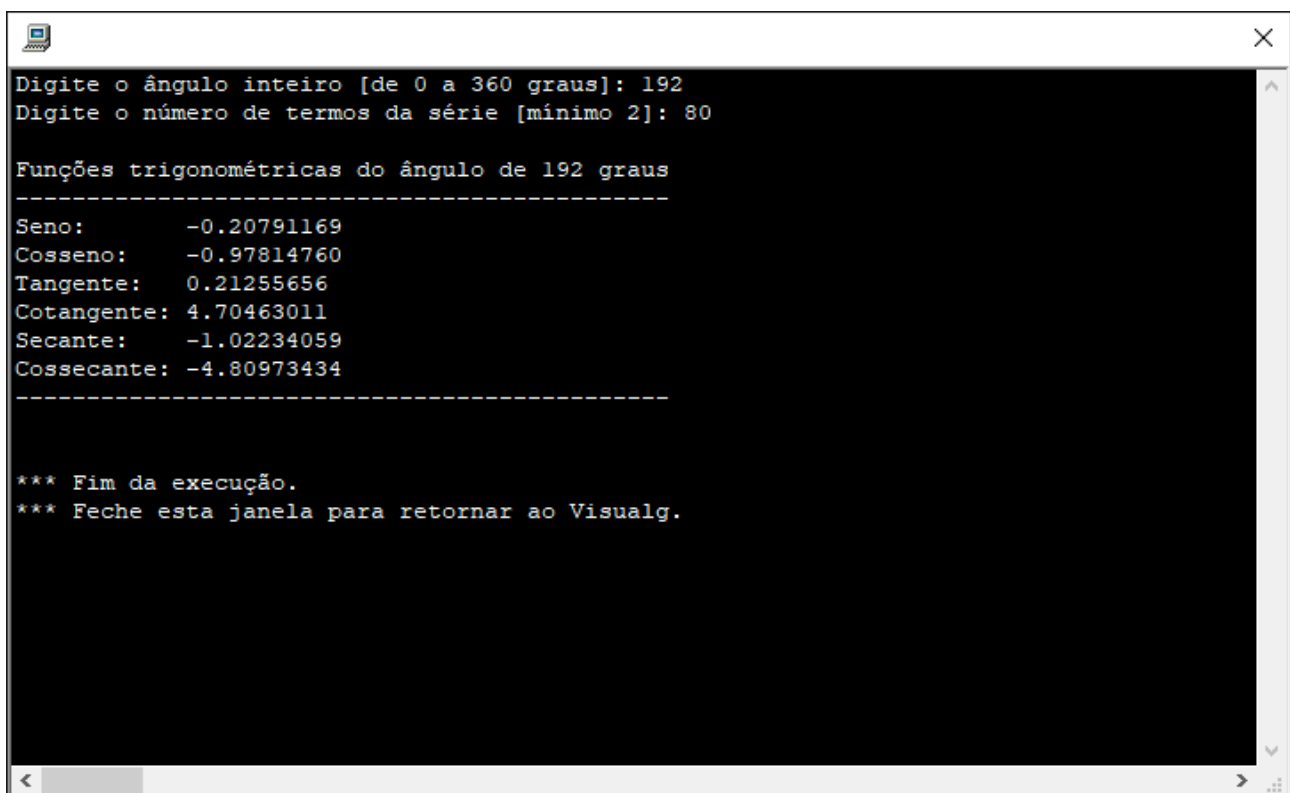
Digite o ângulo inteiro [de 0 a 360 graus]: 125
Digite o número de termos da série [mínimo 2]: 80

Funções trigonométricas do ângulo de 125 graus
-----
Seno:      0.81915204
Cosseno:   -0.57357644
Tangente:  -1.42814801
Cotangente: -0.70020754
Secante:   -1.74344680
Cossecante: 1.22077459
-----

*** Fim da execução.
*** Feche esta janela para retornar ao Visualg.

```

Figura 6 -Funções trigonométricas de ângulo no 2º Quadrante (125º)



```

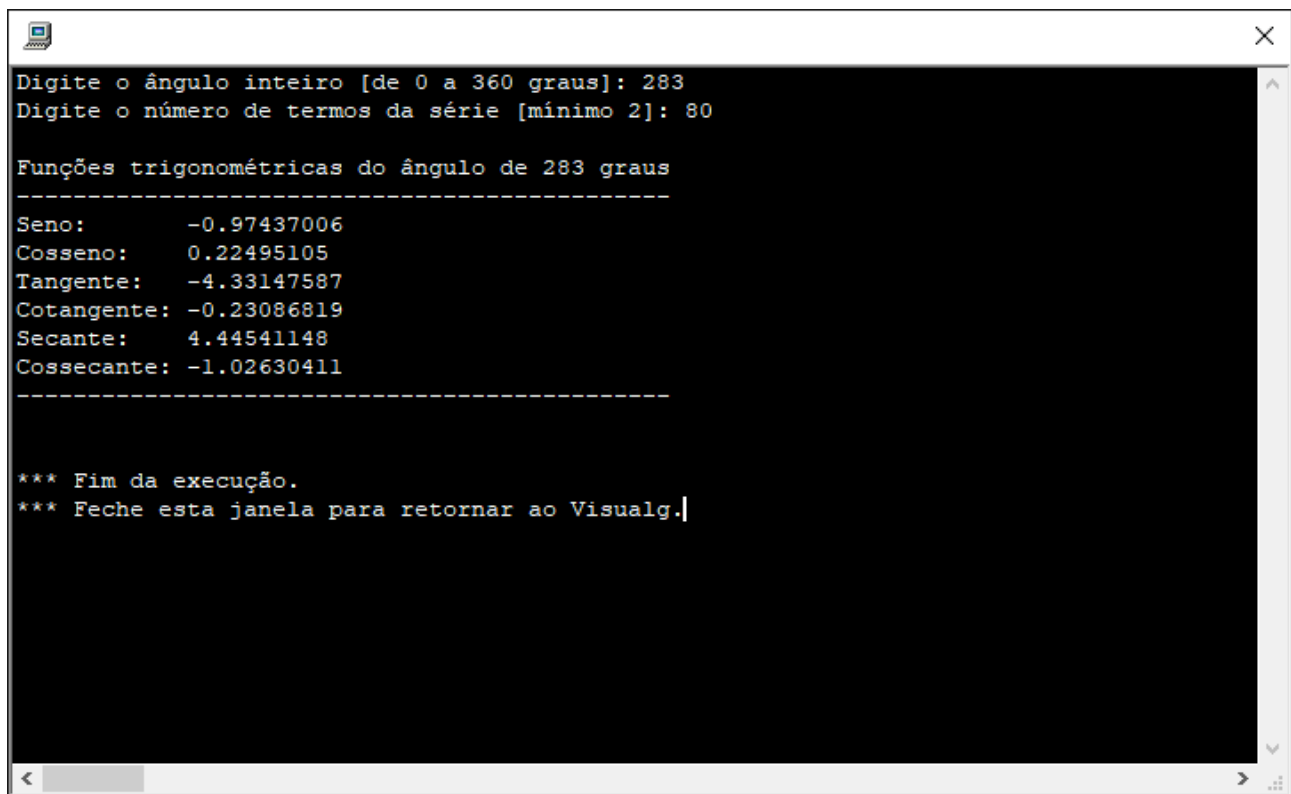
Digite o ângulo inteiro [de 0 a 360 graus]: 192
Digite o número de termos da série [mínimo 2]: 80

Funções trigonométricas do ângulo de 192 graus
-----
Seno:      -0.20791169
Cosseno:   -0.97814760
Tangente:   0.21255656
Cotangente: 4.70463011
Secante:   -1.02234059
Cossecante: -4.80973434
-----

*** Fim da execução.
*** Feche esta janela para retornar ao Visualg.

```

Figura 7 -Funções trigonométricas de ângulo no 3º Quadrante (192º)

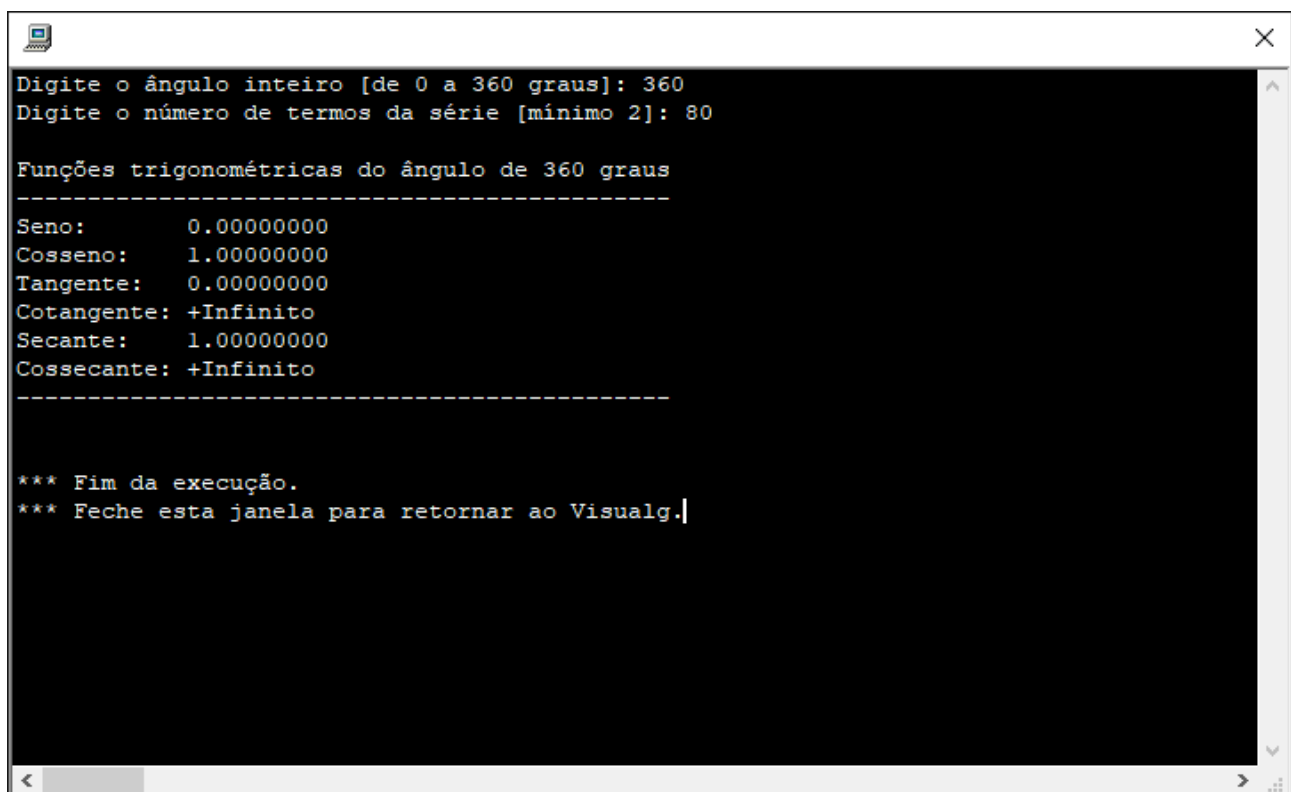


```
Digite o ângulo inteiro [de 0 a 360 graus]: 283
Digite o número de termos da série [mínimo 2]: 80

Funções trigonométricas do ângulo de 283 graus
-----
Seno:      -0.97437006
Cosseno:   0.22495105
Tangente:  -4.33147587
Cotangente: -0.23086819
Secante:   4.44541148
Cossecante: -1.02630411
-----

*** Fim da execução.
*** Feche esta janela para retornar ao Visualg.
```

Figura 8 -Funções trigonométricas de ângulos no 4º Quadrante (283º)



```
Digite o ângulo inteiro [de 0 a 360 graus]: 360
Digite o número de termos da série [mínimo 2]: 80

Funções trigonométricas do ângulo de 360 graus
-----
Seno:      0.00000000
Cosseno:   1.00000000
Tangente:  0.00000000
Cotangente: +Infinito
Secante:   1.00000000
Cossecante: +Infinito
-----

*** Fim da execução.
*** Feche esta janela para retornar ao Visualg.
```

Figura 9 -Funções trigonométricas de ângulos no 4º Quadrante (360º)

#### Algoritmo "CalculaFuncTrigonometricas"

```
//Calcula as seis principais funções trigonométricas, fazendo as devidas
//validações angulares.
//Em Visualg
//Autor: Mário Leite
//-----
```

```
Var n, j, k, X, Y, gr: inteiro
    Fat1, Fat2, rad, graus, Seno, Cosseno: real
    Tangente, Cotangente, Secante, Cossecante: real
    Tangents, Cotangents, Secants, Cossecants: caractere
```

#### Inicio

```
graus <- -1.00
Enquanto ((graus<0) ou (graus>360)) Faca
    Escreva("Digite o ângulo inteiro [de 0 a 360 graus]: ")
    Leia(graus)
    rad <- (graus*3.14159265359)/180 //converte graus em radianos
FimEnquanto
Escreval("")
n <- 1
Enquanto (n<2) Faca
    Escreva("") //salta linha
    Escreva("Digite o número de termos da série [mínimo 2]: ")
    Leia(n)
FimEnquanto
LimpaTela
gr <- int(Abs(graus))
Escolha gr
    {Analisa casos particulares de ângulos}
    Caso 0,360
        Seno <- 0
        Cosseno <- 1
        Tangente <- 0
        Cotangents <- "+Infinito"
        Secante <- 1
        Cossecants <- "+Infinito"
    Caso 90
        Seno <- 1
        Cosseno <- 0
        Tangents <- "+Infinito"
        Cotangente <- 0
        Secants <- "+Infinito"
        Cossecante <- 1
    Caso 180
        Seno <- 0
        Cosseno <- -1
        Tangente <- 0
        Cotangents <- "-Infinito"
        Secante <- -1
        Cossecants <- "+Infinito"
    Caso 270
        Seno <- -1
        Cosseno <- 0
        Tangents <- "-Infinito"
        Cotangente <- 0
        Secants <- "+Infinito"
        Cossecante <- -1
    OutroCaso //calcula Seno e Cosseno pela série}
    Seno <- 0.00
    Cosseno <- 0.00
    Para j De 0 Ate n Faca //calcula o Seno e o Cosseno
        Fat1 <- 1
```

```

    Fat2 <- 1
    X <- 2*j+1
    Y <- 2*j
    Para k De 1 Ate X Faca
        Fat1 <- Fat1*k
    FimPara
    Para k De 1 Ate Y Faca
        Fat2 <- Fat2*k
    FimPara
    {Calcula o Seno e o Cosseno pela série de MacLaurin
    Seno <- Seno + ((-1^j)/(Fat1))*(rad^X)
    Cosseno <- Cosseno + ((-1^j)/(Fat2))*(rad^Y)
    {Calcula as outras funções trigonométricas}
    Tangente <- Seno/Cosseno
    Cotangente <- 1/Tangente
    Secante <- 1/Cosseno
    Cossecante <- 1/Seno
    FimPara
FimEscolha
Escreval("")
Escreval("Funções trigonométricas do ângulo de", gr, " graus")
Escreval("-----")
{Exibe os valores das funções trigonométricas com 8 casas decimais}
Escolha (gr)
    Caso 0,360
        Escreval("Seno:      ", Seno:2:8)
        Escreval("Cosseno:    ", Cosseno:2:8)
        Escreval("Tangente:    ", Tangents:2:8)
        Escreval("Cotangente:  ", Cotangents)
        Escreval("Secante:     ", Secants:2:8)
        Escreval("Cossecante:  ", Cossecants)
    Caso 90
        Escreval("Seno:      ", Seno:2:8)
        Escreval("Cosseno:    ", Cosseno:2:8)
        Escreval("Tangente:    ", Tangents)
        Escreval("Cotangente:  ", Cotangente:2:8)
        Escreval("Secante:     ", Secants)
        Escreval("Cossecante:  ", Cossecants:2:8)
    Caso 180
        Escreval("Seno:      ", Seno:2:8)
        Escreval("Cosseno:    ", Cosseno:2:8)
        Escreval("Tangente:    ", Tangente:2:8)
        Escreval("Cotangente:  ", Cotangents)
        Escreval("Secante:     ", Secante:2:8)
        Escreval("Cossecante:  ", Cossecants)
    Caso 270
        Escreval("Seno:      ", Seno:2:8)
        Escreval("Cosseno:    ", Cosseno:2:8)
        Escreval("Tangente:    ", Tangents)
        Escreval("Cotangente:  ", Cotangente:2:8)
        Escreval("Secante:     ", Secants)
        Escreval("Cossecante:  ", Cossecante:2:8)
    OutroCaso
        Escreval("Seno:      ", Seno:2:8)
        Escreval("Cosseno:    ", Cosseno:2:8)
        Escreval("Tangente:    ", Tangente:2:8)
        Escreval("Cotangente:  ", Cotangente:2:8)
        Escreval("Secante:     ", Secante:2:8)
        Escreval("Cossecante:  ", Cossecante:2:8)
FimEscolha
Escreval("-----")

```

```
Escreval("")  
FimAlgoritmo //fim do programa-----
```