

Sobre Elipses

Mário Leite

...

Na Geometria existe uma categoria de curvas fechadas muito estudadas: as **elipses**; onde um caso particular é a nossa conhecida circunferência. Elipse é uma curva fechada muito parecida com uma oval, e pode ser definida como o *conjunto de pontos em um plano onde a soma das distâncias a dois pontos fixos, chamados de focos, é constante*. E essa distância entre os focos é chamada de *distância focal* da elipse; assim, se essa distância não existe (quando os dois focos coincidem) temos uma circunferência com um determinado raio. Quanto à suas formas, as elipses podem ser classificadas em duas categorias: *elipses horizontais* (dispostas sobre o eixo X e *elipses verticais*. (dispostas sobre o eixo Y). Assim, uma elipse é horizontal quando o eixo maior (a distância entre os pontos mais distantes ao longo do eixo da elipse) está no eixo X do plano cartesiano, e é vertical quando o eixo maior está no eixo Y.

As elipses são muito importantes na Matemática e na Astronomia por diversas razões: na Matemática definem uma maneira de estudar a conicidade de uma figura plana com aplicações em áreas como *geometria, cálculo e equações diferenciais*. Na Astronomia elas são utilizadas para descrever a órbita dos planetas em torno de uma estrela, determinando a forma e tamanho das órbitas de objetos em estudo. Por exemplo, a primeira lei de Kepler estabelece que os *planetas se movem em órbitas elípticas com o Sol* em um dos focos. Deste modo, as leis de Kepler, baseadas em elipses na foi fundamental para a compreensão real do nosso sistema solar e da evolução da ciência. Isto veio provar que Nicolau Copérnico estava errado ao afirmar que os planetas do nosso sistema giravam em torno do Sol em órbitas circulares, baseado na crença de que a circunferência era a figura plana mais perfeita, e que assim Deus teria estabelecido esta forma de movimento dos planetas.

De um modo geral, a equação reduzida de uma elipse é dada por $(x^2/a^2) + (y^2/b^2) = 1$ ($a, b \neq 0$). E sendo elipse horizontal quando $a > b$ e vertical quando $b > a$. Se $a = b$, então é uma circunferência, com centro na origem $(0,0)$ e equação reduzida do tipo $(x)^2 + (y)^2 = r^2$, onde r é o raio; e neste caso $r = a$). Assim calculando a distância focal com a fórmula: $df = \text{RaizQuad}(|b^2 - a^2|)$ teremos, neste caso, o seguinte: $df = \text{RaizQuad}(|b^2 - b^2|) = \text{RaizQuad}(0) = 0$. Isto é, os focos coincidem num único ponto, o que define uma circunferência e sem excentricidade. O programa “EquacaoDaElipse” (codificado em Python e em C#) apresenta um exemplo de aplicação sobre elipses, com as **figuras 1a, 1b e 1c** mostrando três possíveis saídas em Python, e **2a, 2b e 2c** em C#.

```
Python 3.11.2 (tags/v3.11.2:878ead1, Feb 7 2023, 16:38:35)
[MSC v.1934 64 bit (AMD64)] on win32
Type "help", "copyright", "credits" or "license()" for more
information.
>>>
= RESTART: G:\BackupHD\HD-D\Livros\Livro11\Códigos\Nível 1\
EquacaoDaElipse1.py =

Valor do primeiro parâmetro [a] da elipse: 5
Valor do segundo parâmetro [b] da elipse: 4

Elipse horizontal : (x^2/25.0) + (y^2/16.0) = 1
Distância focal: 3.0
Excentricidade: 0.6
>>> |
```

Ln: 12 Col: 0

Figura 1a

```
Python 3.11.2 (tags/v3.11.2:878ead1, Feb 7 2023, 16:38:35)
[MSC v.1934 64 bit (AMD64)] on win32
Type "help", "copyright", "credits" or "license()" for more
information.
>>>
= RESTART: G:\BackupHD\HD-D\Livros\Livro11\Códigos\Nível 1\
EquacaoDaElipse1.py =

Valor do primeiro parâmetro [a] da elipse: 4
Valor do segundo parâmetro [b] da elipse: 5

Elipse vertical : (x^2/16.0) + (y^2/25.0) = 1
Distância focal: 3.0
Excentricidade: 0.75
>>> |
```

Ln: 12 Col: 0

Figura 1b

```
Python 3.11.2 (tags/v3.11.2:878ead1, Feb 7 2023, 16:38:35)
[MSC v.1934 64 bit (AMD64)] on win32
Type "help", "copyright", "credits" or "license()" for more
information.
>>>
= RESTART: G:\BackupHD\HD-D\Livros\Livro11\Códigos\Nível 1\
EquacaoDaElipse1.py =

Valor do primeiro parâmetro [a] da elipse: 4
Valor do segundo parâmetro [b] da elipse: 4

Circunferência : (x^2) + (y^2) = a^2
Distância focal: 0.0
Excentricidade: 0.0
>>> |
```

Ln: 12 Col: 0

Figura 1c

```
D:\EquacaoDaElipse\EquacaoDaElipse\bin\Debug\EquacaoDaEli...
Valor do primeiro parâmetro [a] da elipse: 5
Valor do segundo parâmetro [b] da elipse: 4

Elipse horizontal:  $(x^2/25) + (y^2/16) = 1$ 
Distância focal: 3
Excentricidade: 0,6
```

Figura 2a

```
Selecionar D:\EquacaoDaElipse\EquacaoDaElipse\bin\Debug\EquacaoD...
Valor do primeiro parâmetro [a] da elipse: 4
Valor do segundo parâmetro [b] da elipse: 5

Elipse vertical:  $(x^2/16) + (y^2/25) = 1$ 
Distância focal: 3
Excentricidade: 0,75
```

Figura 2b

```
D:\EquacaoDaElipse\EquacaoDaElipse\bin\Debug\Equaca...
Valor do primeiro parâmetro [a] da elipse: 4
Valor do segundo parâmetro [b] da elipse: 4

Circunferência:  $(x^2) + (y^2) = a^2$ 
Distância focal: 0
Excentricidade: 0
```

Figura 2c

Código do programa em Python 3.11

```
'''
EquacaoDaElipse.py
-----

Lê os dados básicos de uma elipse e mostra a equação reduzida
com centro na origem, a distância focal e a excentricidade.
-----

Data: 30/04/2023
Autor: Mário Leite
-----
'''

import math

print()
a = float(input("Valor do primeiro parâmetro [a] da elipse: "))
b = float(input("Valor do segundo parâmetro [b] da elipse: "))

a2 = (a**2)
b2 = (b**2)
aS = str(a2)
bS = str(b2)

df = math.sqrt(abs(b2 - a2)) #distância focal
ex = round((df/a),2) #excentricidade

if(a>b):
    tipo = "Elipse horizontal"
    equacao = "(x^2/" + str(aS) + ") + "+"(y^2/" + str(bS) + ") "+" = 1"
elif(a<b):
    tipo = "Elipse vertical"
    equacao = "(x^2/" + str(aS) + ") + "+"(y^2/" + str(bS) + ") "+" = 1"
else:
    tipo = "Circunferência"
    equacao = "(x^2) + (y^2) = a^2"

print()
print(tipo,":", equacao)
print("Distância focal:", df)
print("Distância focal:", df)
print("Excentricidade:", ex)
#Fim do programa "EquacaoDaElipse" -----
```

Código do programa em C# 8.0

```
/*
EquacaoDaElipse.cs
-----
Lê os dados básicos de uma elipse e mostra a equação reduzida
com centro na origem, a distância focal e a excentricidade.
-----
Data: 30/04/2023
Autor: Mário Leite
-----
*/
using System;
using System.Collections.Generic;
using System.Linq;
using System.Text;
using System.Threading.Tasks;

namespace EquacaoDaElipse
{
    internal class Program
    {
        static void Main(string[] args)
        {
            double a, b, a2, b2, df, ex;
            string tipo, equacao;

            Console.WriteLine();
            Console.Write("Valor do primeiro parâmetro [a] da elipse: ");
            a = Convert.ToDouble(Console.ReadLine());
            Console.Write("Valor do segundo parâmetro [b] da elipse: ");
            b = Convert.ToDouble(Console.ReadLine());

            a2 = Math.Pow(a, 2);
            b2 = Math.Pow(b, 2);
            df = Math.Sqrt(Math.Abs(b2 - a2)); //distância focal
            ex = Math.Round((df / a), 2); //excentricidade
            if (a > b)
            {
                tipo = "Elipse horizontal";
                equacao = "(x^2/" + a2.ToString() + ") + " + "(y^2/" +
                    b2.ToString() + ") = 1";
            }
            else if (a < b)
            {
                tipo = "Elipse vertical";
                equacao = "(x^2/" + a2.ToString() + ") + " + "(y^2/" +
                    b2.ToString() + ") = 1";
            }
            else
            {
                tipo = "Circunferência";
                equacao = "(x^2) + (y^2) = a^2";
            }
            Console.WriteLine();
            Console.WriteLine(tipo + ": " + equacao);
            Console.WriteLine("Distância focal: " + df.ToString());
            Console.WriteLine("Excentricidade: " + ex.ToString());
            Console.ReadKey();
        }
    }
}
#Fim do programa "EquacaoDaElipse" -----
```