

Sobre a “Sequência de Fibonacci”

Mário Leite

...

A Sequência de Fibonacci é uma das sequências numéricas mais importantes e intrigantes da Matemática, criada no Século XIII pelo matemático italiano Leonardo Fibonacci. Esta sequência pode ser observada na Natureza; nas folhas de uma árvore, até nos próprios seres vivos, como na cauda de um camaleão! Fibonacci propôs no seu livro “Líber Abaci” o seguinte problema: *“um casal de coelhos recém-nascido começa a cruzar depois de um mês. A partir daí produz um novo casal por mês, sem que nenhum coelho morra a partir de então”*. A questão a ser resolvida é a seguinte: *“quantos casais de coelhos haverá no início de cada mês”*? Então, ele considerou as seguintes hipóteses para resolver o problema:

- 1) No primeiro mês nasce somente um casal;
- 2) Casais amadurecem sexualmente após o segundo mês de vida;
- 3) Não há problemas genéticos no cruzamento consanguíneo;
- 4) Todos os meses, cada casal dá à luz a um novo casal;
- 5) Os coelhos nunca morrem.

No início do mês ainda temos apenas um casal (**C1**) infértil; no início do mês 2 teremos C1 e mais seus filhos compondo o casal 2 (**C2**). No início do mês 3 teremos: **C1 + C2 + C3**, e assim sucessivamente. Representando por **X_m** o número de casais no início do mês **m**, teremos os resultados iniciais na **tabela 1**. Por outro lado, através de cálculos de recorrência e determinando os autovalores e autovetores em dispositivos matriciais decorrentes, KOLMAN & HILL [2006] propuseram que o número de casais no início do mês **m** pode ser dado pela expressão mostrada no **quadro 1**. Assim, sendo um entusiasta da Sequência de Fibonacci, resolvi criar um programa e testá-lo em **Visualg** e para mostrá-la numa forma de quase um triângulo retângulo; na verdade, em forma de função logarítmica suavemente decrescente, cuja saída é mostrada na **figura 1**. O desafio maior foi o de pensar como fazer isto, já que a fórmula apresentada no **quadro 1** apenas calcula o elemento **n** dessa sequência. Então, como sempre digo: criar um programa passa, necessariamente, por esta sequência de ações: PENSAR-PROGRAMAR-ALGORITMIZAR. Na verdade, este papo inicial sobre a “beleza” desta sequência foi apenas uma desculpa para reafirmar o que eu sempre disse nas minhas publicações sobre programação: de nada adianta saber técnicas “modernas” de codificar em ambientes de *frameworks* e *IDE'S* modernos e maravilhosos, se não souber criar a solução do problema através da Lógica; pensando e criando o algoritmo da solução e testando o pseudocódigo. A etapa final é a Codificação, que, qualquer um que siga corretamente a sintaxe da linguagem, pode fazer; não confundam PROGRAMAR com CODIFICAR!

X ₀	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	X _m
1	1	2	3	5	8	13	?

Tabela 1 - Número de casais de coelhos pela sequência de Fibonacci

$$X_m = (1/\text{sqrt}(5)) * [((1+\text{sqrt}(5))/2)^{(n+1)} - ((1-\text{sqrt}(5))/2)^{(n+1)}]$$

Quadro 1 - Fórmula de , KOLMAN & HILL

```
1
1 1
1 1 2
1 1 2 3
1 1 2 3 5
1 1 2 3 5 8
1 1 2 3 5 8 13
1 1 2 3 5 8 13 21
1 1 2 3 5 8 13 21 34
1 1 2 3 5 8 13 21 34 55
1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89
1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89 144
1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89 144 233
1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89 144 233 377
1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89 144 233 377 610
1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89 144 233 377 610 987
1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89 144 233 377 610 987 1597
1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89 144 233 377 610 987 1597 2584
1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89 144 233 377 610 987 1597 2584 4181
1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89 144 233 377 610 987 1597 2584 4181 6765

*** Fim da execução.
*** Feche esta janela para retornar ao Visualg.
```

Figura 1 - Saída do programa em Visualg

```
Programa "SequenciaFibonacciTriangular"
//Exibe a "Sequência de Fibonacci" numa forma triangular.
//Autor: Mário Leite
//-----
Declare j ,Linha, aux, antes, atual, prox: inteiro
Início
  Linha ← 0
  Escreva("Digite o número de linhas [máximo 20]: ")
  Leia(Linha)
  Enquanto ((Linha<3) ou (Linha>20)) Faça
    Escreva("Digite o número de linhas [máximo 20]: ")
    Leia(Linha)
  FimEnquanto
  LimpaTela
  Para j De 1 Até Linha Faça
    antes ← 0
    atual ← 1
    aux ← 1
    Enquanto (aux<=j) Faça
      Escreva(atual, " ")
      prox ← atual + antes
      antes ← atual
      atual ← prox
      aux ← aux + 1
    FimEnquanto
    EscrevaLn("")
  FimPara
FimPrograma
```

```

1
1 1
1 1 2
1 1 2 3
1 1 2 3 5
1 1 2 3 5 8
1 1 2 3 5 8 13
1 1 2 3 5 8 13 21
1 1 2 3 5 8 13 21 34
1 1 2 3 5 8 13 21 34 55
1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89
1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89 144
1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89 144 233
1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89 144 233 377
1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89 144 233 377 610
1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89 144 233 377 610 987
1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89 144 233 377 610 987 1597
1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89 144 233 377 610 987 1597 2584
1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89 144 233 377 610 987 1597 2584 4181
1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89 144 233 377 610 987 1597 2584 4181 6765

*** Fim da execução.
*** Feche esta janela para retornar ao Visualg.

```

Figura 1 - Saída do programa em Visualg

$$X_n = (1/\sqrt{5}) * [((1+\sqrt{5})/2)^{(n+1)} - ((1-\sqrt{5})/2)^{(n+1)}]$$

Quadro 1 - Fórmula de , KOLMAN & HILL

X ₀	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	X _m
1	1	2	3	5	8	13	?

Tabela 1 - Número de casais de coelhos pela sequência de Fibonacci