

Movimentos na Torre de Hanói

Mário Leite

A “Torre de Hanói” é um exemplo clássico de jogo de desafio, composto por três hastes verticais (pinos/torres) + discos circulares de diferentes tamanhos, com furos no centro e ordenados inicialmente em uma das hastes do maior (na base) ao menor (no topo). Também conhecida como “Torre de Bramanismo” ou “Quebra-cabeça do Fim do Mundo”, é um quebra-cabeça clássico criado pelo matemático francês Edouard Lucas em 1883. O objetivo é transferir uma pilha de discos de um pino (torre) para outro pino, seguindo algumas regras. Em resumo: partindo da torre mais à esquerda, com três ou mais discos (organizados do menor para o maior), o desafiante deve reorganizá-los nesta mesma situação na terceira torre, seguindo três regras básicas:

1. Apenas um disco pode ser movido por vez.
2. Cada movimento consiste em tirar o disco do topo de uma haste e colocá-lo em outra.
3. Nenhum disco maior pode ser colocado sobre um disco menor.

O programa “**MoveTorreHanoi**” mostra um exemplo de solução computadorizada que descreve os movimentos para resolver uma situação desse tipo de jogo, e também calcula o número mínimo de movimentos para resolver o problema. A **figura 1** mostra uma ilustração da “Torre de Hanói” com cinco discos, e as **figuras 2a, 2b e 2c** os movimentos necessários para resolver o problema com **3, 4 e 5** discos, respectivamente. Observando os três exemplos, é fácil de deduzir que o número mínimo de movimentos para resolver o problema é dado por: $2^n - 1$ (n = número de discos).

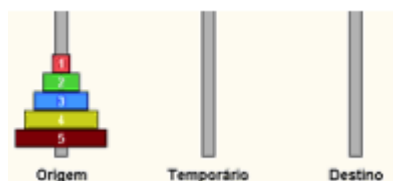


Figura 1 - Torre de Hanoi com 5 discos

```
IDLE Shell 3.13.0
File Edit Shell Debug Options Window Help
Python 3.13.0 (tags/v3.13.0:60403a5, Oct 7 2024, 09:38:07) [MSC v.1941 64 bit (AMD64)] on win32
Type "help", "copyright", "credits" or "license()" for more information.
>>>
===== RESTART: D:/MoveTorreHanoi.py =====
Entre com o número de discos: 3
Mova o disco 1 da Torre A para Torre C
Mova o disco 2 da Torre A para a Torre B
Mova o disco 1 da Torre C para Torre B
Mova o disco 3 da Torre A para a Torre C
Mova o disco 1 da Torre B para Torre A
Mova o disco 2 da Torre B para a Torre C
Mova o disco 1 da Torre A para Torre C
Movimentos: 7
>>> |
```

Figura 2a - Solução com 3 discos

```
IDLE Shell 3.13.0
File Edit Shell Debug Options Window Help
Python 3.13.0 (tags/v3.13.0:60403a5, Oct 7 2024, 09:38:07) [MSC v.1941 64 bit (AMD64)] on win32
Type "help", "copyright", "credits" or "license()" for more information.
>>>
===== RESTART: D:/MoveTorreHanoi.py =====
Entre com o número de discos: 4
Mova o disco 1 da Torre A para Torre B
Mova o disco 2 da Torre A para a Torre C
Mova o disco 1 da Torre B para Torre C
Mova o disco 3 da Torre A para a Torre B
Mova o disco 1 da Torre C para Torre A
Mova o disco 2 da Torre C para a Torre B
Mova o disco 1 da Torre A para Torre B
Mova o disco 4 da Torre A para a Torre C
Mova o disco 1 da Torre B para Torre C
Mova o disco 2 da Torre B para a Torre A
Mova o disco 1 da Torre C para Torre A
Mova o disco 3 da Torre B para a Torre C
Mova o disco 1 da Torre A para Torre B
Mova o disco 2 da Torre A para a Torre C
Mova o disco 1 da Torre B para Torre C
Movimentos: 15
>>> |
```

Figura 2b - Solução com 4 discos

```
IDLE Shell 3.13.0
File Edit Shell Debug Options Window Help
Python 3.13.0 (tags/v3.13.0:60403a5, Oct 7 2024, 09:38:07) [MSC v.1941 64 bit (AMD64)] on win32
Type "help", "copyright", "credits" or "license()" for more information.
>>>
===== RESTART: D:/MoveTorreHanoi.py =====
Entre com o número de discos: 5
Mova o disco 1 da Torre A para Torre C
Mova o disco 2 da Torre A para a Torre B
Mova o disco 1 da Torre C para Torre B
Mova o disco 3 da Torre A para a Torre C
Mova o disco 1 da Torre B para Torre A
Mova o disco 2 da Torre B para a Torre C
Mova o disco 1 da Torre A para Torre C
Mova o disco 4 da Torre A para a Torre B
Mova o disco 1 da Torre C para Torre B
Mova o disco 2 da Torre C para a Torre A
Mova o disco 1 da Torre B para Torre A
Mova o disco 3 da Torre C para a Torre B
Mova o disco 1 da Torre A para Torre C
Mova o disco 2 da Torre A para a Torre B
Mova o disco 1 da Torre C para Torre B
Mova o disco 5 da Torre A para a Torre C
Mova o disco 1 da Torre B para Torre A
Mova o disco 2 da Torre B para a Torre C
Mova o disco 1 da Torre A para Torre C
Mova o disco 3 da Torre B para a Torre A
Mova o disco 1 da Torre C para Torre B
Mova o disco 2 da Torre C para a Torre A
Mova o disco 1 da Torre B para Torre A
Mova o disco 4 da Torre B para a Torre C
Mova o disco 1 da Torre A para Torre C
Mova o disco 2 da Torre A para a Torre B
Mova o disco 1 da Torre C para Torre B
Mova o disco 3 da Torre A para a Torre C
Mova o disco 1 da Torre B para Torre A
Mova o disco 2 da Torre B para a Torre C
Mova o disco 1 da Torre A para Torre C
Movimentos: 31
>>> |
```

Figura 2c - Solução com 5 discos

```

'''
MoveTorreHanoi.py
-----
Descreve os movimentos para solução da "Torre de Hanói" para n discos, e no
final retorna o número mínimo de movimentos necessários.
-----
'''

def MoverTorreHanoi (n,A,B,C):
    #n: número de discos
    #A,B,C: devem ser passados como string
    if (n==1):
        print("Mova o disco 1 da Torre", A, "para Torre", C)
    else:
        MoverTorreHanoi (n-1,A,C,B)    #chamada recursiva
        print("Mova o disco", n, "da Torre", A, "para a Torre", C)
        MoverTorreHanoi (n-1,B,A,C)    #chamada recursiva
    return "Movimentos: " + str((2*n)-1)    #retorna o número mínimo de movimentos
=====
#Programa principal
discos = 2
while (discos<3):
    discos = abs(int(input("Entre com o número de discos: ")))
print(MoverTorreHanoi (discos, 'A', 'B', 'C'))
#Fim do programa "MoveTorreHanoi" -----

```