Teoría General de Procesos de Markov, Sharpe[8]

Carlos E. Martinez Rodriguez

14 de Mayo de 2012

Sean $Q_k(t)$ el número de usuarios en la cola k, $A_k(t)$ el tiempo residual de arribos a la cola k, para cada servidor m, sea $H_m(t)$ par ordenado que consiste en la cola que está siendo atendida y la política de servicio que se está utilizando. $B_m(t)$ los tiempos de servicio residuales, $B_m^0(t)$ el tiempo residual de traslado, $C_m(t)$ el número de usuarios atendidos durante la visita del servidor a la cola dada en $H_m(t)$.

Sean $Q_k(t)$ el número de usuarios en la cola k, $A_k(t)$ el tiempo residual de arribos a la cola k, para cada servidor m, sea $H_m(t)$ par ordenado que consiste en la cola que está siendo atendida y la política de servicio que se está utilizando. $B_m(t)$ los tiempos de servicio residuales, $B_m^0(t)$ el tiempo residual de traslado, $C_m(t)$ el número de usuarios atendidos durante la visita del servidor a la cola dada en $H_m(t)$.
El proceso para el sistema de visitas se puede definir como:

$$X(t)^T = \left(Q_k(t), A_k(t), B_m(t), B_m^0(t), C_m(t)\right) \tag{1}$$

para $k = 1, \ldots, K$ y $m = 1, 2, \ldots, M$.

Sean $Q_k(t)$ el número de usuarios en la cola k, $A_k(t)$ el tiempo residual de arribos a la cola k, para cada servidor m, sea $H_m(t)$ par ordenado que consiste en la cola que está siendo atendida y la política de servicio que se está utilizando. $B_m(t)$ los tiempos de servicio residuales, $B_m^0(t)$ el tiempo residual de traslado, $C_m(t)$ el número de usuarios atendidos durante la visita del servidor a la cola dada en $H_m(t)$.
El proceso para el sistema de visitas se puede definir como:

$$X(t)^T = \left(Q_k(t), A_k(t), B_m(t), B_m^0(t), C_m(t)\right) \tag{1}$$

para $k = 1, \ldots, K$ y $m = 1, 2, \ldots, M.X$ evoluciona en el espacio de estados:
$X = \mathbb{Z}_+^K \times \mathbb{R}_+^K \times (\{1, 2, \ldots, K\} \times \{1, 2, \ldots, S\})^M \times \mathbb{R}_+^K \times \mathbb{R}_+^K \times \mathbb{Z}_+^K$.
Antes enunciemos los supuestos que regirán en la red.

A1) $\xi_1, \ldots, \xi_K, \eta_1, \ldots, \eta_K$ son mutuamente independientes y son sucesiones independientes e idénticamente distribuidas.

A1) $\xi_1, \ldots, \xi_K, \eta_1, \ldots, \eta_K$ son mutuamente independientes y son sucesiones independientes e idénticamente distribuidas.

A2) Para algún entero $p \geq 1$

$$\mathbb{E}\left[\xi_l\left(1\right)^{p+1}\right] < \infty \text{ para } l \in \mathcal{A} \text{ y}$$
$$\mathbb{E}\left[\eta_k\left(1\right)^{p+1}\right] < \infty \text{ para } k = 1, \ldots, K.$$

donde $\mathcal{A}$ es la clase de posibles arribos.

A1) $\xi_1, \ldots, \xi_K, \eta_1, \ldots, \eta_K$ son mutuamente independientes y son sucesiones independientes e idénticamente distribuidas.

A2) Para algún entero $p \geq 1$

$$\mathbb{E}\left[\xi_l(1)^{p+1}\right] < \infty \text{ para } l \in \mathcal{A} \text{ y}$$
$$\mathbb{E}\left[\eta_k(1)^{p+1}\right] < \infty \text{ para } k = 1, \ldots, K.$$

donde $\mathcal{A}$ es la clase de posibles arribos.

A3) Para $k = 1, 2, \ldots, K$ existe una función positiva $q_k(x)$ definida en $\mathbb{R}_+$, y un entero j_k, tal que

$$P(\xi_k(1) \geq x) > 0, \text{ para todo } x > 0 \tag{2}$$
$$P(\xi_k(1) + \ldots \xi_k(j_k) \in dx) \geq q_k(x)\, dx0 \text{ y} \tag{3}$$
$$\int_0^\infty q_k(x)\, dx > 0 \tag{4}$$

En Dai [2] se muestra que para una amplia serie de disciplinas de servicio el proceso X es un Proceso Fuerte de Markov, y por tanto se puede asumir que

$$\left(\left(\Omega,\mathcal{F}\right),\mathcal{F}_{t},X\left(t\right),\theta_{t},P_{x}\right)$$

es un proceso de Borel Derecho, Sharpe [8], en el espacio de estados medible $\left(X,\mathcal{B}_{X}\right)$.

En Dai [2] se muestra que para una amplia serie de disciplinas de servicio el proceso X es un Proceso Fuerte de Markov, y por tanto se puede asumir que

$$((\Omega, \mathcal{F}), \mathcal{F}_t, X(t), \theta_t, P_x)$$

es un proceso de Borel Derecho, Sharpe [8], en el espacio de estados medible $(X, \mathcal{B}_X)$.
Se harán las siguientes consideraciones: E es un espacio métrico separable.

En Dai [2] se muestra que para una amplia serie de disciplinas de servicio el proceso X es un Proceso Fuerte de Markov, y por tanto se puede asumir que

$$((\Omega, \mathcal{F}), \mathcal{F}_t, X(t), \theta_t, P_x)$$

es un proceso de Borel Derecho, Sharpe [8], en el espacio de estados medible $(X, \mathcal{B}_X)$.
Se harán las siguientes consideraciones: E es un espacio métrico separable.

Definición

Un espacio topológico E es llamado Luisin *si es homeomorfo a un subconjunto de Borel de un espacio métrico compacto.*

En Dai [2] se muestra que para una amplia serie de disciplinas de servicio el proceso X es un Proceso Fuerte de Markov, y por tanto se puede asumir que

$$\left(\left(\Omega, \mathcal{F}\right), \mathcal{F}_{t}, X\left(t\right), \theta_{t}, P_{x}\right)$$

es un proceso de Borel Derecho, Sharpe [8], en el espacio de estados medible $\left(X, \mathcal{B}_{X}\right)$.
Se harán las siguientes consideraciones: E es un espacio métrico separable.

Definición

Un espacio topológico E es llamado Luisin *si es homeomorfo a un subconjunto de Borel de un espacio métrico compacto.*

Definición

Un espacio topológico E es llamado de Radón *si es homeomorfo a un subconjunto universalmente medible de un espacio métrico compacto.*

En Dai [2] se muestra que para una amplia serie de disciplinas de servicio el proceso X es un Proceso Fuerte de Markov, y por tanto se puede asumir que

$$\left(\left(\Omega,\mathcal{F}\right),\mathcal{F}_{t},X\left(t\right),\theta_{t},P_{x}\right)$$

es un proceso de Borel Derecho, Sharpe [8], en el espacio de estados medible $\left(X,\mathcal{B}_{X}\right)$.
Se harán las siguientes consideraciones: E es un espacio métrico separable.

Definición

Un espacio topológico E es llamado Luisin *si es homeomorfo a un subconjunto de Borel de un espacio métrico compacto.*

Definición

Un espacio topológico E es llamado de Radón *si es homeomorfo a un subconjunto universalmente medible de un espacio métrico compacto.*

Equivalentemente, la definición de un espacio de Radón puede encontrarse en los siguientes términos:

En Dai [2] se muestra que para una amplia serie de disciplinas de servicio el proceso X es un Proceso Fuerte de Markov, y por tanto se puede asumir que

$$\left(\left(\Omega,\mathcal{F}\right),\mathcal{F}_{t},X\left(t\right),\theta_{t},P_{x}\right)$$

es un proceso de Borel Derecho, Sharpe [8], en el espacio de estados medible $\left(X,\mathcal{B}_{X}\right)$.
Se harán las siguientes consideraciones: E es un espacio métrico separable.

Definición

Un espacio topológico E es llamado Luisin *si es homeomorfo a un subconjunto de Borel de un espacio métrico compacto.*

Definición

Un espacio topológico E es llamado de Radón *si es homeomorfo a un subconjunto universalmente medible de un espacio métrico compacto.*

Equivalentemente, la definición de un espacio de Radón puede encontrarse en los siguientes términos:

Definición

E es un espacio de Radón si cada medida finita en $\left(E,\mathcal{B}\left(E\right)\right)$ es regular interior o cerrada, tight.

Definición

Una medida finita, λ en la σ-álgebra de Borel de un espacio metrizable E se dice cerrada si

$$\lambda(E) = sup\{\lambda(K) : K \ es \ compacto \ en \ E\}. \tag{5}$$

UACM
Universidad Autónoma de la Ciudad de México
Nada humano me es ajeno.

Casa abierta al tiempo

Definición

Una medida finita, λ en la σ-álgebra de Borel de un espacio metrizable E se dice cerrada si

$$\lambda(E) = sup\{\lambda(K) : K \textit{ es compacto en } E\}. \tag{5}$$

El siguiente teorema nos permite tener una mejor caracterización de los espacios de Radón:

Definición

Una medida finita, λ en la σ-álgebra de Borel de un espacio metrizable E se dice cerrada si

$$\lambda(E) = sup\{\lambda(K) : K \ es\ compacto\ en\ E\}. \tag{5}$$

El siguiente teorema nos permite tener una mejor caracterización de los espacios de Radón:

Teorema

Sea E espacio separable metrizable. Entonces E es Radoniano si y sólo sí cada medida finita en $(E, \mathcal{B}(E))$ es cerrada.

Definición

Una medida finita, λ en la σ-álgebra de Borel de un espacio metrizable E se dice cerrada si

$$\lambda\left(E\right) = sup\left\{\lambda\left(K\right) : K \ es \ compacto \ en \ E\right\}. \tag{5}$$

El siguiente teorema nos permite tener una mejor caracterización de los espacios de Radón:

Teorema

Sea E espacio separable metrizable. Entonces E es Radoniano si y sólo sí cada medida finita en $\left(E, \mathcal{B}\left(E\right)\right)$ es cerrada.

Sea E espacio de estados, tal que E es un espacio de Radón, $\mathcal{B}\left(E\right)$ σ-álgebra de Borel en E, que se denotará por $\mathcal{E}$.

Definición

Una medida finita, λ en la σ-álgebra de Borel de un espacio metrizable E se dice cerrada si

$$\lambda(E) = sup\{\lambda(K) : K \ \textit{es compacto en} \ E\}. \tag{5}$$

El siguiente teorema nos permite tener una mejor caracterización de los espacios de Radón:

Teorema

Sea E espacio separable metrizable. Entonces E es Radoniano si y sólo sí cada medida finita en $(E, \mathcal{B}(E))$ es cerrada.

Sea E espacio de estados, tal que E es un espacio de Radón, $\mathcal{B}(E)$ σ-álgebra de Borel en E, que se denotará por $\mathcal{E}$.
Sea $(X, \mathcal{G}, \mathbb{P})$ espacio de probabilidad, $I \subset \mathbb{R}$ conjunto de índices.

Definición

Una medida finita, λ en la σ-álgebra de Borel de un espacio metrizable E se dice cerrada si

$$\lambda(E) = sup\{\lambda(K) : K \text{ es compacto en } E\}. \quad (5)$$

El siguiente teorema nos permite tener una mejor caracterización de los espacios de Radón:

Teorema

Sea E espacio separable metrizable. Entonces E es Radoniano si y sólo sí cada medida finita en $(E, \mathcal{B}(E))$ es cerrada.

Sea E espacio de estados, tal que E es un espacio de Radón, $\mathcal{B}(E)$ σ-álgebra de Borel en E, que se denotará por $\mathcal{E}$.
Sea $(X, \mathcal{G}, \mathbb{P})$ espacio de probabilidad, $I \subset \mathbb{R}$ conjunto de índices.Sea $\mathcal{F}_{\leq t}$ la σ-álgebra natural definida como $\sigma\{f(X_r) : r \in I, r \leq t, f \in \mathcal{E}\}$.

Definición

Una medida finita, λ en la σ-álgebra de Borel de un espacio metrizable E se dice cerrada si

$$\lambda(E) = sup\left\{\lambda(K) : K \ es\ compacto\ en\ E\right\}. \quad (5)$$

El siguiente teorema nos permite tener una mejor caracterización de los espacios de Radón:

Teorema

Sea E espacio separable metrizable. Entonces E es Radoniano si y sólo sí cada medida finita en $(E, \mathcal{B}(E))$ es cerrada.

Sea E espacio de estados, tal que E es un espacio de Radón, $\mathcal{B}(E)$ σ-álgebra de Borel en E, que se denotará por $\mathcal{E}$.
Sea $(X, \mathcal{G}, \mathbb{P})$ espacio de probabilidad, $I \subset \mathbb{R}$ conjunto de índices.Sea $\mathcal{F}_{\leq t}$ la σ-álgebra natural definida como $\sigma\left\{f(X_r) : r \in I, r \leq t, f \in \mathcal{E}\right\}$.Se considerará una σ-álgebra más general, $(\mathcal{G}_t)$ tal que (X_t) sea $\mathcal{E}$-adaptado.

Definición

Una familia $(P_{s,t})$ *de kernels de Markov en* $(E,\mathcal{E})$ *indexada por pares* $s,t \in I$, *con* $s \leq t$ *es una función de transición en* $(E,\mathcal{E})$, *si para todo* $r \leq s < t$ *en* I *y todo* $x \in E$, $B \in \mathcal{E}$

$$P_{r,t}(x,B) = \int_E P_{r,s}(x,dy)\, P_{s,t}(y,B)^{1}. \tag{6}$$

[1] Ecuación de Chapman-Kolmogorov

[2]

Definición

Una familia $(P_{s,t})$ de kernels de Markov en $(E,\mathcal{E})$ indexada por pares $s,t \in I$, con $s \leq t$ es una función de transición en $(E,\mathcal{E})$, si para todo $r \leq s < t$ en I y todo $x \in E$, $B \in \mathcal{E}$

$$P_{r,t}(x,B) = \int_E P_{r,s}(x,dy)\, P_{s,t}(y,B)^{1}. \tag{6}$$

Se dice que la función de transición $(P_{s,t})$ en $(E,\mathcal{E})$ es la función de transición para un proceso $(X_t)_{t\in I}$ con valores en E y que satisface la propiedad de Markov

[1] Ecuación de Chapman-Kolmogorov

[2]

Definición

Una familia $(P_{s,t})$ *de kernels de Markov en* $(E,\mathcal{E})$ *indexada por pares* $s,t\in I$, *con* $s\le t$ *es una función de transición en* $(E,\mathcal{E})$, *si para todo* $r\le s<t$ *en* I *y todo* $x\in E$, $B\in\mathcal{E}$

$$P_{r,t}(x,B)=\int_E P_{r,s}(x,dy)\,P_{s,t}(y,B)^{1}. \tag{6}$$

Se dice que la función de transición $(P_{s,t})$ en $(E,\mathcal{E})$ es la función de transición para un proceso $(X_t)_{t\in I}$ con valores en E y que satisface la propiedad de Markov[2] (7) relativa a $(\mathcal{G}_t)$ si

$$\mathbb{P}\{f(X_t)\,|\mathcal{G}_s\}=P_{s,t}f(X_t)\;\; s\le t\in I,\; f\in b\mathcal{E}. \tag{8}$$

UACM Universidad Autónoma de la Ciudad de México Nada humano me es ajeno.

[1] Ecuación de Chapman-Kolmogorov

[2]

Casa abierta al tiempo

Definición

Una familia $(P_{s,t})$ de kernels de Markov en $(E, \mathcal{E})$ indexada por pares $s, t \in I$, con $s \leq t$ es una función de transición en $(E, \mathcal{E})$, si para todo $r \leq s < t$ en I y todo $x \in E$, $B \in \mathcal{E}$

$$P_{r,t}(x, B) = \int_E P_{r,s}(x, dy) P_{s,t}(y, B)^{1}. \tag{6}$$

Se dice que la función de transición $(P_{s,t})$ en $(E, \mathcal{E})$ es la función de transición para un proceso $(X_t)_{t\in I}$ con valores en E y que satisface la propiedad de Markov[2] (7) relativa a $(\mathcal{G}_t)$ si

$$\mathbb{P}\{f(X_t) | \mathcal{G}_s\} = P_{s,t} f(X_t) \;\; s \leq t \in I, \;\; f \in b\mathcal{E}. \tag{8}$$

Definición

Una familia $(P_t)_{t\geq 0}$ de kernels de Markov en $(E, \mathcal{E})$ es llamada Semigrupo de Transición de Markov *o* Semigrupo de Transición *si*

$$P_{t+s} f(x) = P_t(P_s f)(x), \;\; t, s \geq 0, \;\; x \in E \;\; f \in b\mathcal{E}.$$

[1] Ecuación de Chapman-Kolmogorov

[2]

Observaciones

Si la función de transición $(P_{s,t})$ *es llamada homogénea si* $P_{s,t} = P_{t-s}$.

Observaciones

Si la función de transición $(P_{s,t})$ *es llamada homogénea si* $P_{s,t} = P_{t-s}$.

Un proceso de Markov que satisface la ecuación (8) con función de transición homogénea (P_t) tiene la propiedad característica

$$\mathbb{P}\left\{f\left(X_{t+s}\right)|\mathcal{G}_t\right\} = P_s f\left(X_t\right) \;\; t, s \geq 0,\;\; f \in b\mathcal{E}. \tag{9}$$

La ecuación anterior es la *Propiedad Simple de Markov* de X relativa a (P_t).

Observaciones

Si la función de transición $(P_{s,t})$ *es llamada homogénea si* $P_{s,t} = P_{t-s}$.

Un proceso de Markov que satisface la ecuación (8) con función de transición homogénea (P_t) tiene la propiedad característica

$$\mathbb{P}\left\{f\left(X_{t+s}\right)|\mathcal{G}_t\right\} = P_s f\left(X_t\right)\ \ t,s \geq 0,\ \ f \in b\mathcal{E}. \tag{9}$$

La ecuación anterior es la *Propiedad Simple de Markov* de X relativa a (P_t).

En este sentido el proceso $(X_t)_{t\in I}$ cumple con la propiedad de Markov (9) relativa a $(\Omega, \mathcal{G}, \mathcal{G}_t, \mathbb{P})$ con semigrupo de transición (P_t).

Definición

Un proceso estocástico $(X_t)_{t\in I}$ *definido en* $(\Omega, \mathcal{G}, \mathbb{P})$ *con valores en el espacio topológico* E *es continuo por la derecha si cada trayectoria muestral* $t \to X_t(w)$ *es un mapeo continuo por la derecha de* I *en* E.

Definición

Un proceso estocástico $(X_t)_{t\in I}$ *definido en* $(\Omega, \mathcal{G}, \mathbb{P})$ *con valores en el espacio topológico* E *es continuo por la derecha si cada trayectoria muestral* $t \to X_t(w)$ *es un mapeo continuo por la derecha de* I *en* E.

Definición (HD1)

Un semigrupo de Markov $/P_t)$ *en un espacio de Radón* E *se dice que satisface la condición* HD1 *si, dada una medida de probabilidad* μ *en* E, *existe una* σ*-álgebra* $\mathcal{E}^*$ *con* $\mathcal{E} \subset \mathcal{E}$ *y* $P_t(b\mathcal{E}^*) \subset b\mathcal{E}^*$, *y un* $\mathcal{E}^*$*-proceso* E*-valuado continuo por la derecha* $(X_t)_{t\in I}$ *en algún espacio de probabilidad filtrado* $(\Omega, \mathcal{G}, \mathcal{G}_t, \mathbb{P})$ *tal que* $X = (\Omega, \mathcal{G}, \mathcal{G}_t, \mathbb{P})$ *es de Markov (Homogéneo) con semigrupo de transición* (P_t) *y distribución inicial* μ.

Definición

Un proceso estocástico $(X_t)_{t\in I}$ *definido en* $(\Omega, \mathcal{G}, \mathbb{P})$ *con valores en el espacio topológico* E *es continuo por la derecha si cada trayectoria muestral* $t \rightarrow X_t(w)$ *es un mapeo continuo por la derecha de* I *en* E.

Definición (HD1)

Un semigrupo de Markov $/P_t)$ *en un espacio de Radón* E *se dice que satisface la condición* HD1 *si, dada una medida de probabilidad* μ *en* E, *existe una* σ*-álgebra* $\mathcal{E}^*$ *con* $\mathcal{E} \subset \mathcal{E}$ *y* $P_t(b\mathcal{E}^*) \subset b\mathcal{E}^*$, *y un* $\mathcal{E}^*$*-proceso* E*-valuado continuo por la derecha* $(X_t)_{t\in I}$ *en algún espacio de probabilidad filtrado* $(\Omega, \mathcal{G}, \mathcal{G}_t, \mathbb{P})$ *tal que* $X = (\Omega, \mathcal{G}, \mathcal{G}_t, \mathbb{P})$ *es de Markov (Homogéneo) con semigrupo de transición* (P_t) *y distribución inicial* μ.

Considérese la colección de variables aleatorias X_t definidas en algún espacio de probabilidad, y una colección de medidas $\mathbf{P}^x$ tales que $\mathbf{P}^x\{X_0 = x\}$, y bajo cualquier $\mathbf{P}^x$, X_t es de Markov con semigrupo (P_t). $\mathbf{P}^x$ puede considerarse como la distribución condicional de $\mathbf{P}$ dado $X_0 = x$.

Definición

Sea E espacio de Radón, (P_t) semigrupo de Markov en $(E, \mathcal{E})$. La colección $\mathbf{X} = (\Omega, \mathcal{G}, \mathcal{G}_t, X_t, \theta_t, \mathbf{P}^x)$ es un proceso $\mathcal{E}$-Markov continuo por la derecha simple, con espacio de estados E y semigrupo de transición (P_t) en caso de que $\mathbf{X}$ satisfaga las siguientes condiciones:

Definición

Sea E espacio de Radón, (P_t) semigrupo de Markov en $(E, \mathcal{E})$. La colección $\mathbf{X} = (\Omega, \mathcal{G}, \mathcal{G}_t, X_t, \theta_t, \mathbf{P}^x)$ es un proceso $\mathcal{E}$-Markov continuo por la derecha simple, con espacio de estados E y semigrupo de transición (P_t) en caso de que $\mathbf{X}$ satisfaga las siguientes condiciones:

i) *$(\Omega, \mathcal{G}, \mathcal{G}_t)$ es un espacio de medida filtrado, y X_t es un proceso E-valuado continuo por la derecha $\mathcal{E}^*$-adaptado a $(\mathcal{G}_t)$;*

Definición

Sea E espacio de Radón, (P_t) semigrupo de Markov en $(E, \mathcal{E})$. La colección $\mathbf{X} = (\Omega, \mathcal{G}, \mathcal{G}_t, X_t, \theta_t, \mathbf{P}^x)$ es un proceso $\mathcal{E}$-Markov continuo por la derecha simple, con espacio de estados E y semigrupo de transición (P_t) en caso de que $\mathbf{X}$ satisfaga las siguientes condiciones:

i) *$(\Omega, \mathcal{G}, \mathcal{G}_t)$ es un espacio de medida filtrado, y X_t es un proceso E-valuado continuo por la derecha $\mathcal{E}^*$-adaptado a $(\mathcal{G}_t)$;*

ii) *$(\theta_t)_{t\geq 0}$ es una colección de operadores* shift *para X, es decir, mapea Ω en sí mismo satisfaciendo para $t, s \geq 0$,*

Definición

Sea E espacio de Radón, (P_t) semigrupo de Markov en $(E, \mathcal{E})$. La colección $\mathbf{X} = (\Omega, \mathcal{G}, \mathcal{G}_t, X_t, \theta_t, \mathbf{P}^x)$ es un proceso $\mathcal{E}$-Markov continuo por la derecha simple, con espacio de estados E y semigrupo de transición (P_t) en caso de que $\mathbf{X}$ satisfaga las siguientes condiciones:

i) *$(\Omega, \mathcal{G}, \mathcal{G}_t)$ es un espacio de medida filtrado, y X_t es un proceso E-valuado continuo por la derecha $\mathcal{E}^*$-adaptado a $(\mathcal{G}_t)$;*

ii) *$(\theta_t)_{t\geq 0}$ es una colección de operadores* shift *para X, es decir, mapea Ω en sí mismo satisfaciendo para $t, s \geq 0$,*

$$\theta_t \circ \theta_s = \theta_{t+s} \text{ y } X_t \circ \theta_t = X_{t+s};$$

Definición

Sea E espacio de Radón, (P_t) semigrupo de Markov en $(E, \mathcal{E})$. La colección $\mathbf{X} = (\Omega, \mathcal{G}, \mathcal{G}_t, X_t, \theta_t, \mathbf{P}^x)$ es un proceso $\mathcal{E}$-Markov continuo por la derecha simple, con espacio de estados E y semigrupo de transición (P_t) en caso de que $\mathbf{X}$ satisfaga las siguientes condiciones:

i) *$(\Omega, \mathcal{G}, \mathcal{G}_t)$ es un espacio de medida filtrado, y X_t es un proceso E-valuado continuo por la derecha $\mathcal{E}^*$-adaptado a $(\mathcal{G}_t)$;*

ii) *$(\theta_t)_{t\geq 0}$ es una colección de operadores* shift *para X, es decir, mapea Ω en sí mismo satisfaciendo para $t, s \geq 0$,*

$$\theta_t \circ \theta_s = \theta_{t+s} \text{ y } X_t \circ \theta_t = X_{t+s}; \tag{10}$$

iii) *Para cualquier $x \in E$,$\mathbf{P}^x \{X_0 = x\} = 1$, y el proceso $(X_t)_{t\in I}$ tiene la propiedad de Markov (9) con semigrupo de transición (P_t) relativo a $(\Omega, \mathcal{G}, \mathcal{G}_t, \mathbf{P}^x)$.*

Definición (HD2)

Para cualquier $\alpha > 0$ y cualquier $f \in S^{\alpha}$, el proceso $t \to f(X_t)$ es continuo por la derecha casi seguramente.

Definición

Un sistema $\mathbf{X} = (\Omega, \mathcal{G}, \mathcal{G}_t, X_t, \theta_t, \mathbf{P}^x)$ es un proceso derecho en el espacio de Radón E con semigrupo de transición (P_t) provisto de:

i) $\mathbf{X}$ *es una realización continua por la derecha, 9.5, de (P_t).*

ii) $\mathbf{X}$ *satisface la condicion HD2, 9.6, relativa a $\mathcal{G}_t$.*

iii) $\mathcal{G}_t$ *es aumentado y continuo por la derecha.*

H. Chen, 1995, Fluid approximations and stability of multiclass queueing networks I: Work-conserving disciplines, Annals Applied Probab.,to appear.

Jean G. Dai, On positive Harris Recurrence of Multiclass Queueing Networks: A Unified Approach Via Fluid Limit Models, The Annals of Applied Probability, Vol. 5, No. 1, Feb 1995, pp. 49-77.

Jim G. Dai and Sean P. Meyn, Stability and convergence of Moments for Multiclass Queueing Networks via Fluid Limit Models, IEEE transactions on Automatic Control, vol. 40, No. 11, November 1995.

Davis, M. H. A., 1984, Piecewise deterministic Markov Processes: a general class of nondifussion stochastic models. J. Royal Statistics Society Serie B, vol. 46.

D. Down, On the Stability of Polling Models with Multiple Servers, Journal of Applied Probability, Vol. 35, 1998.

A. Gut, Stopped Random Walks: Limit Theorems and Applications, Applied Probability, 1995.

Kaspi, H. and Mandelbaum, A. Regenerative closed queueing networks, Stochastics: An International Journal of Probability and Stochastic Processes, vol.39, no. 4, 1992.

Michael Sharpe, General Theory of Markov Processes. Boston, M.A. Academic, 1998.