Universidad Autónoma de la Ciudad de México

Notas de Estadística y Probabilidad

Apuntes y ejercicios seleccionados

Carlos E Martínez-Rodríguez
Academia de Matemáticas
Plantel Casa Libertad
carlos.martinez@uacm.edu.mx

2025

Índice

1. Estadística: Fundamentos

Definición de Estadística

La Estadística es una ciencia formal que estudia la recolección, análisis e interpretación de datos de una muestra representativa, ya sea para ayudar en la toma de decisiones o para explicar condiciones regulares o irregulares de algún fenómeno o estudio aplicado, de ocurrencia en forma aleatoria o condicional. Sin embargo, la estadística es más que eso, es decir, es el vehículo que permite llevar a cabo el proceso relacionado con la investigación científica. Es transversal a una amplia variedad de disciplinas, desde la física hasta las ciencias sociales, desde las ciencias de la salud hasta el control de calidad. Se usa para la toma de decisiones en áreas de negocios o instituciones gubernamentales.

La Estadística es mucho más que sólo números apilados y gráficas bonitas. Es una ciencia con tanta antiguedad como la escritura, y es por sí misma auxiliar de todas las demás ciencias. Los mercados, la medicina, la ingeniería, los gobiernos, etc. La Estadística que conocemos hoy en día debe gran parte de su realización a los trabajos matemáticos de aquellos hombres que desarrollaron la teoría de las probabilidades, con la cual se adhirió a la Estadística a las ciencias formales.

Definición 1. *La Estadística es la ciencia cuyo objetivo es reunir una información cuantitativa concerniente a individuos, grupos, series de hechos, etc. y deducir de ello gracias al análisis de estos datos unos significados precisos o unas previsiones para el futuro.*

La estadística, en general, es la ciencia que trata de la recopilación, organización presentación, análisis e interpretación de datos numéricos con el fin de realizar una toma de decisión más efectiva. Otros autores la definen como la expresión cuantitativa del conocimiento dispuesta en forma adecuada para el escrutinio y análisis.

- la palabra estadística, en primer término se usa para referirse a la información estadística;
- también se utiliza para referirse al conjunto de técnicas y métodos que se utilizan para analizar la información estadística; y
- el término estadístico, en singular y en masculino, se refiere a una medida derivada de una muestra.

Los métodos estadísticos tradicionalmente se utilizan para propósitos descriptivos, para organizar y resumir datos numéricos. La estadística descriptiva, por ejemplo trata de la tabulación de datos, su presentación en forma gráfica o ilustrativa y el cálculo de medidas descriptivas.

1.1. Historia de la Estadística

Es difícil conocer los orígenes de la Estadística. Desde los comienzos de la civilización han existido formas sencillas de estadística, pues ya se utilizaban representaciones gráficas y otros símbolos en pieles, rocas, palos de madera y paredes de cuevas para contar el número de personas, animales o ciertas cosas. Su origen inicia posiblemente en la isla de Cerdeña, donde existen monumentos prehistóricos pertenecientes a los Nuragas, las primeros habitantes de la isla; estos monumentos constan de bloques de basalto superpuestos sin mortero y en cuyas paredes de encontraban grabados toscos signos que han sido interpretados con mucha verosimilidad como muescas que servían para llevar la cuenta del ganado y la caza.

Los babilonios usaban pequeñas tablillas de arcilla para recopilar datos en tablas sobre la producción agrícola y los géneros vendidos o cambiados mediante trueque. Otros vestigios pueden ser hallados en el antiguo Egipto, cuyos faraones lograron recopilar, hacia el año 3050 antes de Cristo, datos relativos a la población y la riqueza del país. De acuerdo al historiador griego Heródoto, dicho registro de riqueza y población se hizo con el objetivo de preparar la construcción de las pirámides. En el mismo Egipto, Ramsés II hizo un censo de las tierras con el objeto de verificar un nuevo reparto.

En el antiguo Israel la Biblia da referencias, en el libro de los Números, de los datos estadísticos obtenidos en dos recuentos de la población hebrea. El rey David por otra parte, ordenó a Joab, general del ejército hacer un censo de Israel con la finalidad de conocer el número de la población.También los chinos efectuaron censos hace más de cuarenta siglos. Los griegos efectuaron censos periódicamente con fines tributarios, sociales (división de tierras) y militares (cálculo de recursos y hombres disponibles). La investigación histórica revela que se realizaron 69 censos para calcular los impuestos, determinar los derechos de voto y ponderar la potencia guerrera.

Pero fueron los romanos, maestros de la organización política, quienes mejor supieron emplear los recursos de la estadística. Cada cinco años realizaban un censo de la población y sus funcionarios públicos tenían la obligación de anotar nacimientos, defunciones y matrimonios, sin olvidar los recuentos periódicos del ganado y de las riquezas contenidas en las tierras conquistadas. Para el nacimiento de Cristo sucedía uno de estos empadronamientos de la población bajo la autoridad del imperio. Durante los mil años siguientes a la caída del imperio Romano se realizaron muy pocas operaciones Estadísticas, con la notable excepción de las relaciones de tierras pertenecientes a la Iglesia, compiladas por Pipino el Breve en el 758 y por Carlomagno en el 762 DC. Durante el siglo IX se realizaron en Francia algunos censos parciales de siervos. En Inglaterra, Guillermo el Conquistador recopiló el Domesday Book o libro del Gran Catastro para el año 1086, un documento de la propiedad, extensión y valor de las tierras de Inglaterra. Esa obra fue el primer compendio estadístico de Inglaterra. Aunque Carlomagno, en Francia; y Guillermo el Conquistador, en Inglaterra, trataron de revivir la técnica romana, los métodos estadísticos permanecieron casi olvidados durante la Edad Media.

Durante los siglos XV, XVI, y XVII, hombres como Leonardo de Vinci, Nicolás Copérnico, Galileo, Neper, William Harvey, Sir Francis Bacon y René Descartes, hicieron grandes operaciones al método científico, de tal forma que cuando se crearon los Estados Nacionales y surgió como fuerza el comercio internacional existía ya un método capaz de aplicarse a los datos económicos. Para el año 1532 empezaron a registrarse en Inglaterra las defunciones debido al temor que Enrique VII tenía por la peste. Más o menos por la misma época, en Francia la ley exigió a los clérigos registrar los bautismos, fallecimientos y matrimonios. Durante un brote de peste que apareció a fines de la década de 1500, el gobierno inglés comenzó a publicar estadística semanales de los decesos. Esa costumbre continuó muchos años, y en 1632 estos Bills of Mortality (Cuentas de Mortalidad) contenían los nacimientos y fallecimientos por sexo.

En 1662, el capitán John Graunt usó documentos que abarcaban treinta años y efectuó predicciones sobre el número de personas que morirían de varias enfermedades y sobre las proporciones de nacimientos de varones y mujeres que cabría esperar. El trabajo de Graunt, condensado en su obra *Natural and Political Observations...Made upon the Bills of Mortality*, fue un esfuerzo innovador en el análisis estadístico.

Los eruditos del siglo XVII demostraron especial interés por la Estadística Demográfica como resultado de la especulación sobre si la población aumentaba, decrecía o permanecía estática. En los tiempos modernos tales métodos fueron resucitados por algunos reyes que necesitaban conocer las riquezas monetarias y el potencial humano de sus respectivos países. El primer empleo de los datos estadísticos para fines ajenos a la política tuvo lugar en 1691 y estuvo a cargo de Gaspar Neumann, un profesor alemán que vivía en Breslau. Este investigador se propuso destruir la antigua creencia popular de que en los años terminados en siete moría más gente que en los restantes, y para lograrlo hurgó pacientemente en los archivos parroquiales de la ciudad. Después de revisar miles de partidas de defunción pudo demostrar que en tales años no fallecían más personas que en los demás. Los procedimientos de Neumann fueron conocidos por el astrónomo inglés Halley, descubridor del cometa que lleva su nombre, quien los aplicó al estudio de la vida humana. Sus cálculos sirvieron de base para las tablas de mortalidad que hoy utilizan todas las compañías de seguros.

Durante el siglo XVII y principios del XVIII, matemáticos como Bernoulli, Francis Maseres, Lagrange y Laplace desarrollaron la teoría de probabilidades. No obstante durante cierto tiempo, la teoría de las probabilidades limitó su aplicación a los juegos de azar y hasta el siglo XVIII no comenzó a aplicarse a los grandes problemas científicos. Godofredo Achenwall, profesor de la Universidad de Gotinga, acuñó en 1760 la palabra estadística, que extrajo del término italiano statista (estadista). Creía, y con sobrada razón, que los datos de la nueva ciencia serían el aliado más eficaz del gobernante consciente. La raíz remota de la palabra se halla, por otra parte, en el término latino status, que significa estado o situación; Esta etimología aumenta el valor intrínseco de la palabra, por cuanto la estadística revela el sentido cuantitativo de las más variadas situaciones. Jacques Quételect es quien aplica las Estadísticas a las ciencias sociales. Este interpretó la teoría de la probabilidad para su uso en las ciencias sociales y resolver la aplicación del principio de promedios y de la variabilidad a los fenómenos sociales. Quételect fue el primero en realizar la aplicación práctica de todo el método Estadístico, entonces conocido, a las diversas ramas de la ciencia.

Entretanto, en el período del 1800 al 1820 se desarrollaron dos conceptos matemáticos fundamentales para la teoría Estadística; la teoría de los errores de observación, aportada por Laplace y Gauss; y la teoría de los mínimos cuadrados desarrollada por Laplace, Gauss y Legendre. A finales del siglo XIX, Sir Francis Gaston ideó el método conocido por Correlación, que tenía por objeto medir la influencia relativa de los factores sobre las variables. De aquí partió el desarrollo del coeficiente de correlación creado por Karl Pearson y otros cultivadores de la ciencia biométrica como J. Pease Norton, R. H. Hooker y G. Udny Yule, que efectuaron amplios estudios sobre la medida de las relaciones. Los progresos más recientes en el campo de la Estadística se refieren al ulterior desarrollo del cálculo de probabilidades, particularmente en la rama denominada indeterminismo o relatividad, se ha demostrado que el determinismo fue reconocido en la Física como resultado de las investigaciones atómicas y que este principio se juzga aplicable tanto a las ciencias sociales como a las físicas.

Etapas de Desarrollo de la Estadística

La historia de la estadística está resumida en tres grandes etapas o fases.

- Primera Fase. **Los Censos:** Desde el momento en que se constituye una autoridad política, la idea de inventariar de una forma más o menos regular la población y las riquezas existentes en el territorio está ligada a la conciencia de soberanía y a los primeros esfuerzos administrativos.

- Segunda Fase. **De la Descripción de los Conjuntos a la Aritmética Política:** Las ideas mercantilistas extrañan una intensificación de este tipo de investigación. Colbert multiplica las encuestas sobre artículos manufacturados, el comercio y la población: los intendentes del Reino envían a París sus memorias. Vauban, más conocido por sus fortificaciones o su Dime Royale, que es la primera propuesta de un impuesto sobre los ingresos, se señala como el verdadero precursor de los sondeos. Más tarde, Bufón se preocupa de esos problemas antes de dedicarse a la historia natural. La escuela inglesa proporciona un nuevo progreso al superar la fase puramente descriptiva. Sus tres principales representantes son Graunt, Petty y Halley. El penúltimo es autor de la famosa Aritmética Política. Chaptal, ministro del interior francés, publica en 1801 el primer censo general de población, desarrolla los estudios industriales, de las producciones y los cambios, haciéndose sistemáticos durantes las dos terceras partes del siglo XIX.

- Tercera Fase. **Estadística y Cálculo de Probabilidades:** El cálculo de probabilidades se incorpora rápidamente como un instrumento de análisis extremadamente poderoso para el estudio de los fenómenos económicos y sociales y en general para el estudio de fenómenos cuyas causas son demasiados complejas para conocerlos totalmente y hacer posible su análisis.

División de la Estadística

La Estadística para su mejor estudio se ha dividido en dos grandes ramas: **la Estadística Descriptiva y la Estadística Inferencial**.

- **Descriptiva:** consiste sobre todo en la presentación de datos en forma de tablas y gráficas. Esta comprende cualquier actividad relacionada con los datos y está diseñada para resumir o describir los mismos sin factores pertinentes adicionales; esto es, sin intentar inferir nada que vaya más allá de los datos, como tales.

- **Inferencial:** se realiza a partir de muestras, observaciones hechas sólo acerca de una parte de un conjunto numeroso de elementos y esto implica que su análisis requiere de generalizaciones que van más allá de los datos. Como consecuencia, la característica más importante del reciente crecimiento de la estadística ha sido un cambio en el énfasis de los métodos que describen a métodos que sirven para hacer generalizaciones. La Estadística Inferencial investiga o analiza una población a partir de una muestra.

Errores Estadísticos Comunes

Al momento de recopilar los datos que serán procesados es posible cometer errores así como durante los cómputos de los mismos. No obstante, hay otros errores que no tienen nada que ver con la digitación y que no son tan fácilmente identificables. Algunos de éstos errores son:

- **Sesgo:** Es imposible ser completamente objetivo o no tener ideas preconcebidas antes de comenzar a estudiar un problema, y existen muchas maneras en que una perspectiva o estado mental pueda influir en la recopilación y en el análisis de la información. En estos casos se dice que hay un sesgo cuando el individuo da mayor peso a los datos que apoyan su opinión que a aquellos que la contradicen. Un caso extremo de sesgo sería la situación donde primero se toma una decisión y después se utiliza el análisis estadístico para justificar la decisión ya tomada.

- **Datos No Comparables:** el establecer comparaciones es una de las partes más importantes del análisis estadístico, pero es extremadamente importante que tales comparaciones se hagan entre datos que sean comparables.

- **Proyección descuidada de tendencias:** la proyección simplista de tendencias pasadas hacia el futuro es uno de los errores que más ha desacreditado el uso del análisis estadístico.

- **Muestreo Incorrecto:** en la mayoría de los estudios sucede que el volumen de información disponible es tan inmenso que se hace necesario estudiar muestras, para derivar conclusiones acerca de la población a que pertenece la muestra. Si la muestra se selecciona correctamente, tendrá básicamente las mismas propiedades que la población de la cual fue extraída; pero si el muestreo se realiza incorrectamente, entonces puede suceder que los resultados no signifiquen nada

Términos comunes utilizados en estadística

- Variable: Característica o fenómeno que puede tomar distintos valores.

- Dato: Mediciones o cualidades que han sido recopiladas como resultado de observaciones.

- Población: área o conjunto del cual son extraídos los datos; es el conjunto de elementos o individuos que poseen una característica común y medible acerca de la cual se desea información. También llamada *universo*.

- Muestra: Subconjunto de la población, seleccionado de acuerdo con una regla o plan de muestreo.
- Censo: Recopilación de todos los datos de interés para la investigación de la población.
- Estadística: Función o fórmula que depende de los datos de la muestra (es variable).
- Parámetro: Característica medible de la población.

Ejemplo 1. *La universidad está interesada en determinar el ingreso de las familias de sus alumnos.*

- ***Variable:*** *Ingreso* per cápita *de las familias.*
- ***Dato:*** *Ingreso* per cápita *de la familia de un alumno específico.*
- ***Población:*** *Las familias de todos los alumnos de la universidad.*
- ***Estadística:*** *Ingreso* per cápita *promedio de las familias seleccionadas en la muestra.*
- ***Parámetro:*** *Ingreso* per cápita *promedio de la población.*

Muestreo

Una muestra es representativa en la medida en que es imagen de la población. En general, el tamaño de una muestra depende principalmente de: Nivel de precisión deseado, Recursos disponibles, Tiempo involucrado en la investigación. Se debe considerar: La población, Los parámetros a medir.

Tipos de muestreo:

- **Muestreo aleatorio simple** Es un método de selección de n unidades extraídas de N, de tal manera que cada muestra posible tiene la misma probabilidad de ser escogida. En la práctica, se enumeran las unidades de 1 a N, y a continuación se seleccionan n números aleatorios entre 1 y N, ya sea de tablas o de una urna con fichas numeradas.
- **Muestreo estratificado aleatorio** Se usa cuando la población está agrupada en pocos estratos (cada uno con muchas entidades). Consiste en sacar una muestra aleatoria simple de cada uno de los estratos, generalmente de tamaño proporcional al estrato.
- **Muestreo sistemático** Se utiliza cuando las unidades de la población están ordenadas. Para seleccionar una muestra de n unidades, se divide la población en n subpoblaciones de tamaño $K = N/n$. Se toma al azar una unidad de las primeras K y, a partir de ahí, cada K-ésima unidad. Si n_0 es la primera unidad seleccionada, la muestra es:
$$\{\, n_0,\ n_0 + K,\ n_0 + 2K,\ \ldots,\ n_0 + (n-1)K \,\}.$$

- **Muestreo por conglomerado** Se emplea cuando la población está dividida en grupos o conglomerados pequeños. Consiste en obtener una muestra aleatoria simple de conglomerados y luego CENSAR cada uno de éstos.

- **Muestreo en dos etapas (bietápico)** La muestra se toma en dos pasos:
  - Seleccionar una muestra de unidades primarias.
  - Seleccionar una muestra de elementos a partir de cada unidad primaria escogida.

Variables

Las variables se pueden clasificar en dos grandes grupos:

- **Variables categóricas** Son aquellas que pueden ser representadas a través de símbolos, letras o palabras. Los valores que toman se denominan *categorías*, y los elementos que pertenecen a estas categorías se consideran idénticos respecto a la característica que se está midiendo.

  Ejemplo 2. *Variable: Profesión. Valores posibles:Programador, Técnico en Control de Alimentos, Técnico en Prevención de Riesgos, Técnico en Control del Medio Ambiente, Químico Analítico, Técnico Mecánico, Etc.*

  Las variables categóricas se dividen en dos tipos:
  - **Ordinales:** Las categorías tienen un orden implícito; admiten grados de calidad (hay relación total entre categorías).

    Ejemplo 3. *Variable: Nivel de estudio de Enseñanza Básica. Valores: Primero Básico, Segundo Básico, Tercero Básico, ..., Octavo Básico. A pesar de que admite grados de calidad, no es posible cuantificar la diferencia entre niveles adyacentes.*
  - **Nominales:** No existe una relación de orden entre categorías.

- **Variables numéricas** Son aquellas que pueden tomar valores numéricos exclusivamente (mediciones). Se dividen en dos tipos: *discretas* y *continuas*.
  - **Discretas:** Toman valores en un conjunto finito o infinito numerable.
    Ejemplo (Variable: Número de sillas por sala). Valores: $0, 1, 2, 3, \ldots, n$.
  - **Continuas:** Toman valores en un subconjunto de los números reales, típicamente un intervalo.
    Ejemplo (Variable: Temperatura de Ixtapa). Valores entre $25°$ y $35°$.

1.2. Inferencia, estimación y contraste de hipótesis

Los métodos básicos de la estadística inferencial son la **estimación** y el **contraste de hipótesis**; juegan un papel fundamental en la investigación.

- Calcular parámetros de la distribución de medias o proporciones muestrales de tamaño n, extraídas de una población de media y varianza conocidas.
- Estimar la media o la proporción de una población a partir de la media o proporción muestral.
- Utilizar distintos tamaños muestrales para controlar la confianza y el error admitido.
- Contrastar resultados obtenidos a partir de muestras.
- Visualizar gráficamente, mediante las respectivas curvas normales, las estimaciones realizadas.

En la mayoría de las investigaciones resulta imposible estudiar a todos los individuos de la población (por costo o inaccesibilidad). Mediante la inferencia estadística se obtienen conclusiones para una población no observada en su totalidad, a partir de estimaciones o resúmenes numéricos efectuados sobre la base informativa extraída de una muestra. En definitiva: a partir de una población se extrae una muestra con alguno de los métodos existentes; con sus datos se generan *estadísticos* para realizar estimaciones o contrastes poblacionales.

Existen dos formas de estimar parámetros:

- **Estimación puntual:** con base en los datos muestrales, se propone un único valor para el parámetro.
- **Estimación por intervalo de confianza:** se determina un intervalo dentro del cual se encuentra el valor del parámetro con cierta probabilidad.

Si el objetivo del tratamiento inferencial es generalizar sobre poblaciones no observadas a partir de una parte de la población, la muestra debe ser **representativa y aleatoria**. Además, el tamaño muestral depende de múltiples factores: recursos (dinero y tiempo), importancia del tema, confiabilidad esperada, características del fenómeno, etc. A partir de la muestra se estiman parámetros como la media, varianza, desviación estándar o la forma de la distribución.

1.3. Conceptos básicos

Recordemos los conceptos elementales

- Población: Conjunto de elementos sobre los que se observa un carácter común. Se representa con la letra N (tamaño poblacional).
- Muestra: Conjunto de unidades extraídas de la población. Cuanto más significativa, mejor será la muestra. Se representa con n (tamaño muestral).

- Unidad de muestreo: Está formada por uno o más elementos de la población. El total de unidades de muestreo constituye la población; son disjuntas entre sí.
- Parámetro: Resumen numérico de una variable de la población. Parámetros habituales: media poblacional μ, total poblacional T (p.ej. $T = N\mu$), proporción p.
- Estimador: Un estimador $\hat{\theta}$ de un parámetro θ es un *estadístico* usado para conocer el parámetro desconocido.
- Estadístico: Función de los valores muestrales; es una variable aleatoria cuya distribución se denomina *distribución muestral del estadístico.*
- Estimación: A partir de la muestra se extrapola el resultado a la población. Puede ser *puntual* o por *intervalo de confianza.*
- Prueba de Hipótesis: Determina si, con datos muestrales, es aceptable que una característica o parámetro poblacional tome cierto valor o pertenezca a un conjunto de valores.
- Intervalos de confianza: Proporción de veces que acertaríamos al afirmar que el parámetro θ está dentro del intervalo al seleccionar muchas muestras.

Estadístico y distribución muestral

El objetivo de la inferencia es generalizar resultados de la muestra a la población. Interesa estudiar la distribución de ciertas funciones de la muestra (estadísticos muestrales).

Sea $x_1, \ldots, x_n$ una muestra aleatoria simple (m.a.s.) de la v.a. X con función de distribución F_0. Un *estadístico* T es cualquier función de la muestra que no contiene cantidades desconocidas.

Los estadísticos más usuales (para un carácter cuantitativo) y sus distribuciones asociadas:

$$\text{Media muestral:} \quad \bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i, \qquad \bar{X} \sim \mathcal{N}\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right). \tag{1}$$

$$\text{Cuasivarianza:} \quad s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2, \qquad \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2} \sim \chi^2_{n-1}. \tag{2}$$

$$\text{Total muestral:} \quad t = \sum_{i=1}^{n} X_i, \qquad t \sim \mathcal{N}(n\mu,\, n\sigma^2). \tag{3}$$

1.4. Estimación puntual

Un estimador de un parámetro poblacional es una función de los datos muestrales. Por ejemplo, para estimar la talla media de un grupo, se extrae una muestra y se usa la media muestral como estimación puntual. Sea $X_1, \ldots, X_n$ una m.a.s. Decimos que $\hat{\theta}$ es estimador de θ si el estadístico empleado para conocer θ es $\hat{\theta}$.

Propiedades deseables de un estimador

- **Insesgadez:** $\mathbb{E}[\hat{\theta}] = \theta$. Si no coincide, es sesgado.
- **Eficiencia:** Dados $\hat{\theta}_1$ y $\hat{\theta}_2$ para θ, $\hat{\theta}_1$ es más eficiente si $\mathrm{Var}(\hat{\theta}_1) < \mathrm{Var}(\hat{\theta}_2)$.
- **Suficiencia:** Usa toda la información de la muestra relativa a θ.
- **Consistencia:** $\hat{\theta}_n \xrightarrow{p} \theta$, es decir, $\lim_{n\to\infty} \mathbb{P}\big(|\hat{\theta}_n - \theta| < \varepsilon\big) = 1$ para todo $\varepsilon > 0$.

Métodos para obtener estimadores puntuales

- **Método de los momentos:** iguala momentos poblacionales a muestrales (suelen ser consistentes).
- **Mínimos cuadrados:** minimiza una función de pérdida (p.ej. suma de cuadrados de residuos).
- **Máxima verosimilitud:** elige el valor del parámetro que hace más verosímil la muestra (suele dar estimadores consistentes y eficientes).

La probabilidad de que $\bar{X}$ sea *exactamente* igual a μ es cero ($\mathbb{P}[\bar{X} = \mu] = 0$) en variables continuas.

1.5. Estimación por intervalos de confianza

Un intervalo de confianza está determinado por dos valores dentro de los cuales afirmamos que está el verdadero parámetro con cierta probabilidad (nivel de confianza $1-\alpha$). **Variabilidad del parámetro:** si no se conoce σ, puede aproximarse con datos previos o un estudio piloto.**Error de la estimación:** amplitud del intervalo (precisión). A mayor precisión, intervalo más estrecho y mayor tamaño muestral. Denotemos $E = U - L$. **Nivel de confianza** $(1-\alpha)$**:** probabilidad de que el intervalo contenga al parámetro (típicamente 95 % o 99 %). **Nivel de significación** α**:** $\alpha = 1 - (1-\alpha)$. Para 95 %, $\alpha = 0{,}05$. **Valor crítico:** para normal estándar Z, $z_{\alpha/2}$ satisface $\mathbb{P}(|Z| \leq z_{\alpha/2}) = 1 - \alpha$ (p.ej. si $\alpha = 0{,}05$, $z_{0{,}025} \approx 1{,}96$).

Unilaterales y bilaterales.

$$\begin{aligned} \text{Unilateral:} &\quad \mathbb{P}(Z \leq z_\alpha) = 1 - \alpha \quad \text{o} \quad \mathbb{P}(Z \geq z_{1-\alpha}) = 1 - \alpha. \\ \text{Bilateral:} &\quad \mathbb{P}\big(-z_{\alpha/2} \leq Z \leq z_{\alpha/2}\big) = 1 - \alpha. \end{aligned}$$

1.6. Ejercicios

Ejercicio 1. *Indica si cada variable es:* ***Nominal, Ordinal, Discreta, Continua, Binaria, Politómica, Intervalo o Razón****.*

1. *Nivel de satisfacción: muy insatisfecho, insatisfecho, neutral, satisfecho, muy satisfecho.*

2. *Número de goles en un partido.*
3. *Color de ojos: azul, verde, café, negro, gris.*
4. *Ingreso mensual en pesos.*
5. *Edad en años.*
6. *Clasificación de hoteles: 1, 2, 3, 4, 5 estrellas.*
7. *Licencia de conducir: sí / no.*
8. *Nacionalidad: mexicana, argentina, chilena, española, colombiana.*
9. *Distancia recorrida en kilómetros.*
10. *Número de hijos en una familia.*

Ejercicio 2. *Indica si cada variable es:* ***Nominal, Ordinal, Discreta, Continua, Binaria, Politómica, Intervalo o Razón****.*

1. *Peso corporal en kilogramos.*
2. *Temperatura corporal en grados Celsius.*
3. *Tipo de sangre: A, B, AB, O, RH-positivo.*
4. *Marca de celular: Apple, Samsung, Huawei, Xiaomi, Motorola.*
5. *Número de estudiantes en un salón.*
6. *Hora del día (1:00, 2:00, ?, 12:00).*
7. *Grado de dolor: sin dolor, leve, moderado, severo, insoportable.*
8. *Examen final: aprobado / reprobado.*
9. *Rango militar: soldado, cabo, sargento, teniente, capitán.*
10. *Tiempo de reacción en segundos.*

Ejercicio 3. *Indica si cada variable es:* ***Nominal, Ordinal, Discreta, Continua, Binaria, Politómica, Intervalo o Razón****.*

1. *Estado civil: soltero, casado, divorciado, viudo, unión libre.*
2. *Fumador: sí / no.*
3. *Ocupación: estudiante, empleado, desempleado, jubilado, empresario.*
4. *Estatura en metros.*
5. *Nivel educativo: primaria, secundaria, preparatoria, licenciatura, posgrado.*

Ejercicio 4. *Considera los siguientes tipos de variables Nominales:*

1. *Sexo: NA, NA, NA, Femenino, NA, Femenino, Femenino, Femenino, NA, Masculino, Femenino, Femenino, Masculino, Femenino, NA, Masculino, NA, NA, Masculino, Masculino, Masculino, Masculino, NA, Femenino, NA.*

2. *Nacionalidad: Boliviana, Peruana, Venezolana, Cubana, Mexicana, Colombiana, Colombiana, Brasileña, Colombiana, Venezolana, Chilena, Argentina, Mexicana, Mexicana, Argentina, Mexicana, Argentina, Brasileña, Mexicana, Uruguaya, Argentina, Argentina, Colombiana, Cubana, Boliviana, Peruana, Boliviana, Boliviana, Peruana, Uruguaya, Chilena, Uruguaya, Venezolana, Uruguaya, Argentina, Venezolana, Uruguaya, Cubana, Venezolana, Cubana, Chilena, Argentina, Peruana, Boliviana, Cubana, Venezolana, Colombiana, Mexicana, Uruguaya, Argentina .*

3. *Color de ojos: Gris, Azul, Ambar, Negro, Avellana, Café, Avellana, Azul, Verde, Ambar, Avellana, Café, Café, Azul, Verde, Azul, Avellana, Verde, Verde, Verde, Gris, Negro, Avellana, Negro, Gris, Negro, Avellana, Azul, Ambar, Verde.*

4. *Marca de celular: Apple, Samsung, LG, Huawei, OnePlus, Sony, Apple, Samsung, Huawei, Huawei, Nokia, OnePlus, Motorola, Xiaomi, Samsung, Apple, Apple, Motorola, Samsung, Samsung, Huawei, Motorola, Nokia, OnePlus, Huawei, Huawei, Apple, LG, Apple, Xiaomi, LG, OnePlus, OnePlus, LG, Sony, Samsung, Apple, Xiaomi, Oppo, Motorola, LG, Samsung, Motorola, Samsung, Nokia, OnePlus, OnePlus, Oppo, Sony, Nokia, Huawei, LG, Sony, Xiaomi, LG, Huawei, LG, Nokia, Xiaomi, Sony, OnePlus, LG, Xiaomi, OnePlus, Oppo, Nokia, Huawei, Xiaomi, Oppo, Oppo .*

5. *Estado civil: Viudo, Viudo, Union libre, Soltero, Viudo, Union libre, Divorciado, Casado, Union libre, Viudo, Viudo, Soltero, Divorciado, Divorciado, Divorciado, Union libre, Casado, Union libre, Casado, Soltero, Viudo, Casado, Casado, Divorciado, Union libre, Soltero, Divorciado, Divorciado, Casado, Union libre, Soltero, Viudo, Viudo, Soltero, Divorciado, Viudo, Viudo, Soltero, Union libre, Divorciado.*

Ejercicio 5. ***Ordinales***

1. *Nivel educativo: posdoctorado, preparatoria, preparatoria, doctorado, primaria, doctorado, preparatoria, secundaria, preparatoria, preparatoria, primaria, doctorado, secundaria, secundaria, secundaria, licenciatura, doctorado, primaria, maestria, posdoctorado, maestria, preparatoria, posdoctorado, doctorado, preparatoria, doctorado, maestria, primaria, licenciatura, secundaria, maestria, posdoctorado, doctorado, licenciatura, doctorado, posdoctorado, maestria, primaria, secundaria, preparatoria.*

2. *Nivel de satisfacción: satisfecho, muy satisfecho, muy insatisfecho, neutral, muy satisfecho, muy insatisfecho, muy satisfecho, insatisfecho, muy insatisfecho, insatisfecho, muy satisfecho, insatisfecho, muy satisfecho, muy satisfecho, mas o menos insatisfecho, insatisfecho, satisfecho, muy satisfecho, neutral, mas o menos insatisfecho, muy insatisfecho, mas o menos satisfecho, insatisfecho, neutral, mas o menos satisfecho, satisfecho, mas o menos satisfecho, satisfecho, neutral, satisfecho, muy*

insatisfecho, muy insatisfecho, neutral, satisfecho, insatisfecho, mas o menos satisfecho, mas o menos insatisfecho, muy insatisfecho, neutral, neutral, satisfecho, neutral, insatisfecho, mas o menos insatisfecho, mas o menos insatisfecho, insatisfecho, mas o menos satisfecho, satisfecho, neutral, insatisfecho, insatisfecho, muy insatisfecho, muy satisfecho, mas o menos satisfecho, mas o menos satisfecho.

3. *Grado de dolor: severo, leve, leve, severo, leve, leve, leve, moderado, moderado, moderado, moderado, severo, severo, moderado, leve, severo, leve, severo, severo, severo, leve, moderado, severo, severo, leve, leve, leve, severo, severo, leve .*

4. *Reseñas de hoteles: 4 estrellas, 5 estrellas, 1.5 estrellas, 4.5 estrellas, 5 estrellas, 4.5 estrellas, 2.5 estrellas, 4 estrellas, 4.5 estrellas, 1.5 estrellas, 3.5 estrellas, 1 estrella, 3.5 estrellas, 3 estrellas, 5 estrellas, 1.5 estrellas, 2 estrellas, 2 estrellas, 1.5 estrellas, 4.5 estrellas, 4.5 estrellas, 1.5 estrellas, 3.5 estrellas, 4 estrellas, 1 estrella, 4 estrellas, 4.5 estrellas, 3.5 estrellas, 1 estrella, 4 estrellas, 4 estrellas, 2 estrellas, 1 estrella, 4.5 estrellas, 1 estrella.*

5. *Rangos: Principiante, Principiante, Aprendiz, Intermedio, Experto, Intermedio, Experto, Aprendiz, Principiante, Avanzado, Intermedio, Experto, Experto, Experto, Avanzado, Intermedio, Intermedio, Principiante, Principiante, Principiante, Principiante, Principiante, Intermedio, Aprendiz, Aprendiz, Aprendiz, Aprendiz, Intermedio, Aprendiz, Principiante, Intermedio, Avanzado, Avanzado, Intermedio, Avanzado, Principiante, Intermedio, Avanzado, Intermedio, Avanzado.*

Ejercicio 6. ***Cuantitativas Discretas***

1. *Número de hijos en una familia:2, 2, 4, 4, 1, 3, 1, 3, 3, 3, 5, 2, 1, 5, 3, 3, 3, 3, 1, 3, 3, 2, 5, 5, 2, 5, 2, 3, 1, 3 .*

2. *Número de estudiantes en un salón: 35, 37, 13, 6, 40, 42, 11, 24, 24, 33, 8, 34, 21, 23, 34, 24, 45, 39, 38, 35, 9, 39, 38, 45, 7, 35, 22, 28, 38, 6, 5, 45, 36, 18, 37, 45, 13, 31, 23, 43.*

3. *Número de autos por familia:2, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 3, 3, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 3, 2, 1, 2, 1, 0, 1, 1, 2, 1, 2, 1, 1, 2, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 2, 0, 0, 1, 0, 1, 2, 2, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 2, 2, 1, 2, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 3, 3, 1.*

4. *Goles en un partido:0, 1, 1, 0, 0, 1, 2, 0, 4, 0, 0, 0, 3, 0, 2, 3, 1, 1, 0, 1, 3, 0, 0, 4, 0, 1, 0, 4, 3, 3, 1, 2, 0, 0, 4, 4, 1, 2, 0, 0, 1, 0, 0, 4, 1, 3, 1, 0, 1, 0, 0, 3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 3, 4, 3, 1, 1, 0, 0, 3, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 3, 0, 1, 3, 0, 0, 3, 1, 3, 1, 3, 0, 1, 2, 0, 1, 1, 3, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 2 .*

5. *Accidentes en una vialidad: 22, 24, 35, 8, 12, 33, 17, 31, 24, 12, 6, 14, 26, 8, 41, 3, 15, 7, 3, 23, 10, 17, 3, 7, 1, 11, 19, 4, 33, 7, 10, 2, 2, 19, 1, 15, 7, 16, 13, 3, 26, 4, 16, 18, 27, 18, 17, 32, 25, 22, 34, 40, 47, 35, 19, 27, 12, 44, 37, 27, 40, 18, 28, 16, 31, 37, 32, 44, 29, 35, 25, 28, 27, 31, 33, 21, 41, 20, 39, 28, 22, 34, 27, 28, 37, 26, 29, 37, 38, 26, 38, 53, 39, 41, 35, 57, 27, 41, 41, 72, 53, 64, 67, 46, 44, 31, 47, 56, 56, 63, 47, 58, 44, 32, 70, 53, 59, 51, 70, 44, 51, 52, 46, 44, 46, 41, 54, 63, 46, 47, 37, 60, 34, 49, 63, 42, 48, 44, 65, 63, 45, 63, 42, 58, 43, 54, 90, 55, 57, 54, 55, 46, 46, 46, 55, 23, 39, 35, 44, 58, 68, 44, 11, 23, 24, 13, 47, 49.*

Ejercicio 7. ***Cuantitativas Continuas***

1. *Estatura en metros: 1.57, 1.97, 1.85, 1.78, 1.62, 1.67, 1.92, 1.96, 1.76, 1.94, 1.85, 1.71, 1.65, 1.98, 1.56, 1.84, 1.91, 1.61, 1.8, 1.58, 1.7, 1.62, 1.76, 1.84, 1.95, 1.67, 1.62, 1.65, 1.61, 1.56, 1.63, 1.96, 1.53, 1.75, 1.9, 1.92, 1.79, 1.62, 1.79, 1.57, 1.74, 1.55, 1.65, 1.84, 1.6, 1.7, 1.9, 1.61, 1.54, 1.89, 1.84, 1.76, 1.61, 1.59, 1.81, 1.52, 1.61, 1.91, 1.65, 1.51, 1.98, 1.54, 1.87, 1.92, 1.51, 1.93, 1.78, 1.67, 1.66, 1.82, 1.56, 1.66, 1.79, 1.88, 1.78, 1.84, 1.69, 1.95, 1.99, 1.88, 1.51, 1.76, 1.9, 1.6, 1.69, 1.77, 1.87, 1.67, 1.66, 1.71, 1.64, 1.81, 1.52, 1.8, 1.71, 1.52, 2, 1.81, 1.92, 1.7 .*

2. *Peso corporal en kilogramos:100.5, 91.3, 60.4, 83.2, 49.6, 103.1, 60.3, 109.3, 83.5, 63.9, 106, 50, 47, 89.7, 108.5, 78.9, 82.7, 60.7, 98.7, 85.2, 48.7, 106.7, 63.9, 84.1, 69.5, 53.3, 108.9, 91.8, 108.6, 54.5, 95.1, 90.6, 115.9, 88.5, 67.7, 115.1, 108.3, 76.8, 81.4, 102.6, 63.9, 105.9, 106.7, 76.3, 113.7, 50.3, 105.8, 81.4, 67.9, 91.3, 68.9, 93.9, 113.7, 87.7, 92.8, 76.2, 104.7, 109.7, 72.6, 81.6, 112.2, 79.8, 60.7, 95.7, 100.1, 94, 60.5, 117.1, 45.5, 112.7, 51.7, 107.8, 86.6, 90.3, 105.9, 64.7, 48, 55.4, 52.9, 58.2, 117.1, 59.6, 69.9, 96.9, 97, 66.5, 67.4, 77.2, 73.7, 113.*

3. *Nivel de contaminación en la delegación Iztapalapa en el mes de julio: 0.7, 0.4, 0.4, 0.5, 0.3, 0.3, 0.7, 0.5, 0.2, 0.2, 0.5, 0.8, 0.3, 0.9, 0.5, 0.2, 0.4, 0.4, 0.7, 0.6, 0.8, 0.3, 1, 0.7, 1.5, 0.1, 0.1, 0.9, 0.1, 0.3, 0.9, 0.3, 1.2, 1.2, 1.2, 0.6, 0.7, 0.4, 1.8, 0.2, 0.6, 0.7, 1.7, 0.4, 0.9, 0.2, 0.8, 1, 0.7, 0.6, 0.7, 0.3, 0.5, 0.2, 1.2, 0.5, 0.8, 0.2, 0.4, 0.3, 0.4, 0.5, 0.5, 1.4, 0.4.*

4. *Temperatura en grados Celsius:20.1, 23.1, 30.6, 32.3, 31.7, 5, 21.1, 27.4, 21.3, 29, 19.8, 15.3, 28.7, 25.1, 14.3, 23.3, 28.7, 17.7, 30.3, 26.7, 26.2, 11.4, 25.5, 15, 23.8, 23.9, 16.2, 26, 12.7, 32.8, 19.2, 37.2, 10.3, 25, 14.9, 30.9, 19, 23.64, 24.1, 13.1, 17.6, 31.9, 25.7, 13.6, 21.6, 14.4, 29.5, 7.75, 33.7, 35.2 .*

5. *Tiempos de traslado en horas:1.5, 1.3, 1.1, 0.6, 0.9, 1.4, 0.8, 1.7, 1.7, 1.6, 1.7, 1.3, 1.5, 0.5, 1.4, 0.6, 1.5, 1.9, 0.7, 1.9, 2, 1.6, 0.7, 1.6, 0.7, 0.5, 0.6, 1.6, 1.4, 1.9, 1.9, 1, 1.7, 1.7, 1.8, 1.6, 1.4, 1.4, 0.7, 0.8, 1.5, 0.8, 1.9, 1.2, 1.9, 1.8, 1.7, 1.5, 1.5, 0.7, 1.8, 1.3, 1.8, 0.6, 1.5, 1.4, 1.3, 1.3, 0.8, 1.4, 0.6, 1.1, 1.1, 0.6, 1.7, 0.5, 2, 1.7, 0.7, 1, 0.6, 1.8, 1.1, 1.6, 1, 1.1, 1.8, 0.8, 1.1, 1.7, 1.4, 1.4, 1.2, 1.5, 1.6, 1.6, 1.5, 0.5, 1.4, 1.1, 1, 0.9, 0.6, 1.7, 1.6, 1.2, 0.6, 1.2, 1.2, 1.8*

Ejercicio 8. ***Binarias o dicotómicas y Politómicas***

1. *Licencia de conducir: No, Si, No, Si, Si, No, Si, No, No, No, Si, Si, No, No, Si, No, No, Si, No, No, Si, Si, Si, No, No, Si, No, Si, No, No, No, No, Si, Si, No, Si, Si, No, Si, Si, No, Si, No, No, Si, No, No, No, No, Si, Si, Si, No, Si, No, No, No, No, Si, Si, No, Si, No, Si, No, No, No, Si, No, Si, No, Si, Si, No, No .*

2. *Examen: Reprobado, Aprobado, Aprobado, Aprobado, Aprobado, Reprobado, Aprobado, Reprobado, Reprobado, Aprobado, Reprobado, Reprobado, Reprobado, Reprobado, Aprobado, Reprobado, Reprobado, Aprobado, Aprobado, Reprobado, Aprobado, Aprobado, Aprobado, Aprobado, Reprobado, Aprobado, Reprobado, Aprobado, Reprobado, Reprobado, Aprobado, Reprobado, Aprobado, Reprobado, Aprobado, Reprobado, Reprobado, Aprobado, Reprobado, Reprobado, Reprobado, Aprobado, Aprobado, Aprobado, Aprobado, Reprobado, Reprobado, Reprobado, Aprobado, Reprobado.*

3. *COVID: Negativo, Positivo, Negativo, Negativo, Negativo, Positivo, Positivo, Negativo, Negativo, Positivo, Negativo, Positivo, Positivo, Negativo, Negativo, Negativo, Negativo, Negativo, Negativo, Negativo, Positivo, Positivo, Negativo, Negativo, Positivo, Negativo, Positivo, Negativo, Negativo, Positivo, Positivo, Negativo, Positivo, Positivo, Negativo, Positivo, Negativo, Negativo, Negativo, Negativo, Positivo, Negativo, Positivo, Negativo, Negativo, Negativo, Negativo, Negativo, Negativo, Negativo.*

4. *Tipo de sangre: A-, AB-, AB+, B+, O-, O+, B+, A-, O-, B-, A-, A-, O+, A+, O+, AB+, B+, AB+, AB-, B-, O-, O+, B+, O+, O+, O+, A+, O-, AB-, A-, B+, O-, B-, A-, A-, AB-, B+, AB-, A-, B+, A-, AB-, O-, AB+, B+, O+, B-, O-, A-, AB-, O+, AB+, AB+, B+, O-, AB+, AB+, AB-, A-, O-, AB+, AB+, A+, A+, O+, B+, AB-, O-, A-, A+, A+, B-, B-, B-, A+, A-, AB-, A-, A-, AB+.*

5. *Ocupación: Desempleado, Estudiante, Empleado, Empleado, Estudiante, Empleado, Empleado, Empleado, Jubilado, Jubilado, Jubilado, Jubilado, Jubilado, Estudiante, Desempleado, Desempleado, Jubilado, Empleado, Estudiante, Estudiante, Empleado, Desempleado, Estudiante, Desempleado, Jubilado, Empleado, Jubilado, Desempleado, Desempleado, Desempleado.*

Refuerzo

La estadística es un conjunto de procedimientos para reunir, clasificar, codificar, procesar, analizar y resumir información numérica adquirida sistemáticamente. Permite hacer inferencias a partir de una muestra para extrapolarlas a una población. Aunque normalmente se asocia a muchos cálculos y operaciones aritméticas, y aunque las matemáticas están involucradas, en su mayor parte sus fundamentos y uso apropiado pueden dominarse sin hacer referencia a habilidades matemáticas avanzadas. De esta manera la estadística se relaciona con el método científico complementándolo como herramienta de análisis y, aunque la investigación científica no requiere necesariamente de la estadística, ésta valida muchos de los resultados cuantitativos derivados de la investigación. La obtención del conocimiento debe hacerse de manera sistemática por lo que deben planearse todos los pasos que llevan desde el planteamiento de un problema, pasando por la elaboración de hipótesis y la manera en que van a ser probadas; la selección de sujetos (muestreo), los escenarios, los instrumentos que se utilizarán para obtener los datos, definir el procedimiento que se seguirá para esto último, los controles que se deben hacer para asegurar que las intervenciones son las causas más probables de los cambios esperados (diseño); hasta la elección del plan de análisis idóneo para el tipo de datos que se están obteniendo, es aquí donde la estadística entra en el estudio, aunque pueden existir otras herramientas de análisis si se está haciendo una investigación de corte cualitativo.

Una buena planeación permitirá que los resultados puedan ser reproducidos, mediante la comprobación empírica, por cualquier investigador interesado en refutar o comprobar las conclusiones que se hagan del estudio. De esta manera también se logrará la predicción de los fenómenos que se están estudiando, ayudando a conocer y prevenir los problemas sociales e individuales que forman parte del objeto de estudio de la psicología. El tratamiento de los datos de la investigación científica tiene varias etapas:

- En la etapa de recolección de datos del método científico, se define a la población de interés y se selecciona una muestra o conjunto de personas representativas de la misma, se realizan experimentos o se emplean instrumentos ya existentes o de nueva creación, para medir los atributos de interés necesarios para responder a las preguntas de investigación.Durante lo que es llamado trabajo de campo se obtienen los datos en crudo, es decir las respuestas directas de los sujetos uno por uno, se codifican (se les asignan valores a las respuestas), se capturan y se verifican para ser utilizados en las siguientes etapas.

- En la etapa de recuento, se organizan y ordenan los datos obtenidos de la muestra. Esta será descrita en la siguiente etapa utilizando la estadística descriptiva, todas las investigaciones utilizan estadística descriptiva, para conocer de manera organizada y resumida las características de la muestra.

- En la etapa de análisis se utilizan las pruebas estadísticas (estadística inferencial) y en la interpretación se acepta o rechaza la hipótesis nula.

- En investigación, el fenómeno en estudio puede ser cualitativo que implicaría comprenderlo y explicarlo, o cuantitativo para compararlo y hacer inferencias. Se puede decir que si se hace análisis se usan métodos cuantitativos y si se hace descripción se usan métodos cualitativos. Medición Para poder emplear el método estadístico en un estudio es necesario medir las variables.

  - Medir: es asignar valores a las propiedades de los objetos bajo ciertas reglas, esas reglas son los niveles de medición.
  - Cuantificar: es asignar valores a algo tomando un patrón de referencia. Por ejemplo, cuantificar es ver cuántos hombres y cuántas mujeres hay.
  - Variable: es una característica o propiedad que asume diferentes valores dentro de una población de interés y cuya variación es susceptible de medirse. Las variables pueden clasificarse de acuerdo al tipo de valores que puede tomar como:
    - Discretas o categóricas: en las que los valores se relacionan a nombres, etiquetas o categorías, no existe un significado numérico directo.
    - Continuas: los valores tienen un correlato numérico directo, son continuos y susceptibles de fraccionarse y de poder utilizarse en operaciones aritméticas De acuerdo a la cantidad de valores.
    - Dicotómica: sólo tienen dos valores posibles, la característica está ausente o presente.
    - Policotómica: pueden tomar tres valores o más, pueden tomarse matices diferentes, en grados, jerarquías o magnitudes continuas.

- Niveles de Medición

  - Nominal Las propiedades de la medición nominal son:
    - Exhaustiva: implica a todas las opciones.

  - A los sujetos se les asignan categorías, por lo que son mutuamente excluyentes. Es decir, la variable está presente o no; tiene o no una característica
- Ordinal: Las propiedades de la medición ordinal son:
  - El nivel ordinal posee transitividad, por lo que se tiene la capacidad de identificar que esto es mejor o mayor que aquello, en ese sentido se pueden establecer jerarquías
  - Las distancias entre un valor y otro no son iguales.
- Intervalo
  - El nivel de medición por intervalo requiere distancias iguales entre cada valor. Por lo general utiliza datos cuantitativos. Por ejemplo: temperatura, atributos psicológicos (CI, nivel de autoestima, pruebas de conocimientos, etc.)
  - Las unidades de calificación son equivalentes en todos los puntos de la escala. Una escala de intervalos implica: clasificación, magnitud y unidades de tamaños iguales.
  - Se pueden hacer operaciones aritméticas
  - Cuando se le pide al sujeto que califique una situación del 0 al 10 puede tomarse como un nivel de medición por intervalo, siempre y cuando se incluya el 0.
- Razón
  - La escala empieza a partir del 0 absoluto, por lo tanto incluye sólo los números por su valor en sí, por lo que no pueden existir los números con signo negativo. Por ejemplo: Peso corporal en kg., edad en años, estatura en cm.
  - Convencionalmente los datos que son de nivel absoluto o de razón son manejados como los datos intervalares.

Malos Usos de la Estadística

Datos estadísticos inadecuados Los datos estadísticos son usados como la materia prima para un estudio estadístico. Cuando los datos son inadecuados, la conclusión extraída del estudio de los datos se vuelve obviamente inválida. Por ejemplo, supongamos que deseamos encontrar el ingreso familiar típico del año pasado en la ciudad Y de 50,000 familias y tenemos una muestra consistente del ingreso de solamente tres familias: 1 millón, 2 millones y no ingreso. Si sumamos el ingreso de las tres familias y dividimos el total por 3, obtenemos un promedio de 1 millón. Entonces, extraemos una conclusión basada en la muestra de que el ingreso familiar promedio durante el año pasado en la ciudad fue de 1 millón. Es obvio que la conclusión es falsa, puesto que las cifras son extremas y el tamaño de la muestra es demasiado pequeño; por lo tanto la muestra no es representativa. Hay muchas otras clases de datos inadecuados. Por ejemplo, algunos datos son respuestas inexactas de una encuesta, porque las preguntas usadas en la misma son vagas o engañosas, algunos datos son toscas estimaciones porque no hay disponibles datos exactos o es demasiado costosa su obtención, y algunos datos son irrelevantes en un problema dado, porque el estudio estadístico no está bien planeado.

Un sesgo del usuario

Sesgo significa que un usuario dé los datos perjudicialmente de más énfasis a los hechos, los cuales son empleados para mantener su predeterminada posición u opinión. Hay dos clases de sesgos: conscientes e inconscientes. Ambos son comunes en el análisis estadístico. Hay numerosos ejemplos de sesgos conscientes.

- Un anunciante frecuentemente usa la estadística para probar que su producto es muy superior al producto de su competidor. '.item Un político prefiere usar la estadística para sostener su punto de vista.
- Gerentes y líderes de trabajadores pueden simultáneamente situar sus respectivas cifras estadísticas sobre la misma tabla de trato para mostrar que sus rechazos o peticiones son justificadas.

Es casi imposible que un sesgo inconsciente esté completamente ausente en un trabajo estadístico. En lo que respecta al ser humano, es difícil obtener una actitud completamente objetiva al abordar un problema.

Supuestos falsos

Es muy frecuente que un análisis estadístico contemple supuestos. Un investigador debe ser muy cuidadoso en este hecho, para evitar que éstos sean falsos. Los supuestos falsos pueden ser originados por:

- Quien usa los datos
- Quien está tratando de confundir (con intencionalidad)
- Ignorancia
- Descuido.

2. Teoría de Conjuntos y Probabilidad

2.1. Definiciones Necesarias

Definición 2 (Principio Fundamental de Conteo). *Si un experimento se puede llevar a cabo en k etapas, de las cuales la primera se puede realizar en n_1 formas, n_2 para la segunda etapa, y así sucesivamente hasta n_k para la k-ésima etapa, entonces el número total de formas en las que puede realizarse el experimento es*

$$n_1 n_2 \ldots n_4$$

.

Definición 3 (Permutaciones). *Para n elementos distintos, el total de formas en que se pueden ordenar es $P(n) = n!$.*

Teorema 1.

$$nPr = P(n, r) = n(n-1)(n-2)\cdots(n-r+1) = \frac{n!}{(n-r)!} \tag{4}$$

Teorema 2 (Permutaciones con repetición). *el número de permutaciones de n objetos de los cuales n_1 son iguales, n_2 son iguales y n_k son de la misma clase, es*

$$nPn_1n_2 \cdot n_k = \frac{n!}{n_1!n_2!\cdots n_k!} \tag{5}$$

Definición 4 (Ordenaciones con Repetición). *Paraa n elementos distintos, el número total de formas en que se pueden ordenar con repetición arreglos de k elementos es n^k.*

Definición 5 (Ordenaciones sin Repetición). *Para n elementos distintos, el número total de posibles arreglos de k elementos sin repetir es*

$$\frac{n!}{(n-k)!}.$$

Definición 6 (Combinaciones).

Lema 1.

$$\begin{pmatrix} n \\ n-r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} n \\ r \end{pmatrix} \tag{6}$$

Teorema 3.

$$\begin{pmatrix} n+1 \\ r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} n \\ r-1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} n \\ r \end{pmatrix} \tag{7}$$

Lema 2.

$$\begin{pmatrix} n \\ n_1, n_2, \ldots, n_k \end{pmatrix} = \frac{n!}{n_1!n_2!\cdots n_k!} \tag{8}$$

Definición 7 (Combinaciones).

Teorema 4.

$$C(n,r) = \begin{pmatrix} n \\ r \end{pmatrix} = \frac{nPr}{r!} = \frac{n!}{r!\,(n-r)!} \tag{9}$$

Ejercicio 9. *Resolver los siguientes ejercicios de conjuntos y de elementos de conteo.*

1. *Para* $A = \{1,2,3\}$*,* $A = \{2,4\}$ *y* $C = \{3,4,5\}$*, hallar* $A \times B \times C$*,* $A \times (B \cap C)$*,* $A \times (B \cup C)$*.*

2. *Para* $A = \{a,b\}$*,* $B = \{2,3\}$ *y* $C = \{3,4\}$*, determinar* $A \times (B \cup C)$*,* $(A \times B) \cup (A \times C)$*,* $(A \times B) \cap (A \times C)$ *y* $A \times (B) \cap C)$*.*

3. *Determinar el conjunto potencia del conjunto* $S = \{1,2,3\}$ *así como el número de elementos que tiene. Hacer lo mismo para* $S = \{1,2,3,4,5\}$*, y así sucesivamente para* $S = \{1,2,3,\ldots,N\}$*.*

4. *Construir un diagrama de árbol para* $A \times B \times C$*, donde* $A = \{1,2,3\}$*,* $B = \{a,b,c\}$ *y* $C = \{a,c,e\}$*.*

5. *Si* $U = [0,1]$*,* $A = \left\{x : |x - \frac{1}{2}| < \frac{1}{4}\right\}$ *y* $B = \left\{x : |x - \frac{5}{6}| < \frac{1}{3}\right\}$*, encuentre* $A \cup B$*,* $A \cap B$*,* $A \cap B^c$*,* $B \cap A^c$*,* $(A \cap B)^c$ *y* $(A \cup B)^c$*. Además encuentre el área de cada uno de los conjuntos anteriores.*

6. *Sea* $A = \{(x,y) : 0 \leq x \leq y \leq 4\}$*,* $B = \{(x,y) : 0 \leq y, 4 - x \leq 4\}$*, encuentre el área de los siguientes conjuntos:* $A \cap B$*,* $A \cup B$*,* $B \cap A^c$*,* $A \cap B^c$*,* $(A \cap B)^c$ *y* $(A \cup B)^c$*.*

7. *Sea* $A = \{(x,y) : x^2 + y^2 \leq 4\}$*,* $B = \{(x,y) : x^2 + y^2 \geq 1\}$*, encuentre el área del conjunto* $A \cap B$*,* $A \cup B$*,* $B \cap A^c$*,* $A \cap B^c$*,* $(A \cap B)^c$ *y* $(A \cup B)^c$*.*

8. *Sea* $A = \{(x,y) : x^2 - y^2 \leq 0\}$*,* $B = \{(x,y) : x^2 + y^2 \geq 2\}$*,* $C = \{(x,y) : x \in R, |y| \leq 1\}$*, encuentre el área de* $A \cap B \cap C$*.*

9. *Sea* $A = \{x : x^4 - 16 \leq 0\}$*,* $B = \{x : x^3 - x \leq 0\}$*. Encuentre* $A \cap B$*,* $A \cup B$*,* $A - B$*,* $B - A$*,* $(A \cup B) - A$*,* $(A \cup B) - B$ *y* $(A \cup B) - (A \cap B)$*, además de sus áreas.*

10. *Sea* $A = \{x : x \in R, y \in R, 1 < x^2 + y^2 \leq 2\}$*,* $B = \{(x,y) : x \in R, y \in R, x \in [-3,0], y \in [-3,0]\}$*, encuentre el área del conjunto* $A \cap B$*,* $A \cup B$*,* $B \cap A^c$*,* $A \cap B^c$*,* $(A \cap B)^c$ *y* $(A \cup B)^c$

Ejercicio 10. *Resolver los siguientes ejercicios*

1. *Si no se permiten repeticiones, dado el conjunto* $A = \{1,2,3,4,5,6\}$*, cuántos números de 4 dígitos se pueden formar cuántos de estos son menores que* 400*? cuántos son pares? cuántos son múltiplos de 5?*

2. *De cuantas maneras se pueden acomodar 7 personas, si se quiere que: 3 de ellas siempre estén juntas? 3 de ellas nunca estén juntas?*

3. *De cuántas maneras se pueden acomodar 4 niñas y 2 niños si se quiere qu se sienten todos los ninños juntos y todas las niñas juntas? se sienten de manera alternada niños y niñas?*

4. *Cuántas permutaciones distintas pueden formarse con todas las letras de las siguientes palabras: estadística, carrera, murcielago, Probabilidad.*

5. *Desarrollar y simplificar:*
   - $(2x + y^2)^5$,
   - $(x^2 - 2y)^6$,
   - $(a + b + c)^4$,
   - $(a + b + c + d)^5$,

6. *De cúantas maneras puede elegirse un comité de 3 hombres y 5 mujeres, de un grupo de 7 hombres y 10 mujeres?*

7. *Un estudiante tiene que responder 8 de 10 preguntas en un examen, cuántas maneras de responder tiene si 3 son obligatorias? si debe de responde 4 de las 5 primeras preguntas?*

8. *Un estudiante debe de responder un examen de 10 preguntas de opción múltiple: $\{a, b, c\}$. Cuántas maneras tiene de responder si lo hace al azar?.*

9. *De cuantas maneras pueden repartirse 20 estudiantes en 3 grupos, A_1, A_2 y A_3, si todos deben de tener el mismo número de estudiantes? si la única condición es que haya más de dos estudiantes?*

10. *Simplifique las siguyientes expresiones:*
    - $\frac{(n+1)!}{n!}$,
    - $\frac{n!}{(n-2)!}$,
    - $\frac{(n-1)!}{(n+2)!}$,
    - $\frac{(n-r+1)!}{(n-r-1)!}$.

2.2. Teoría de conjuntos

Definición 8. *La unión de dos conjuntos A y B, $A \cup B$ es el conjunto formado por los elementos en U, que pertenecen a A o B o ambos*

$$A \cup B = \{x \in U | x \in A, x \in B, o\ ambos\} \tag{10}$$

Definición 9. *La intersección de dos conjuntos A y B, $A \cap B$ es el conjunto formado por los elementos en U, que pertenecen a A y B simultáneamente*

$$A \cap B = \{x \in U | x \in A\ y\ x \in B\} \tag{11}$$

Definición 10. *El complemento de un conjunto A es el conjunto formado por los elementos en U, que no pertenecen a A*

$$A^c = \{x \in U | x \notin A\} \tag{12}$$

Definición 11. *La diferencia de dos conjuntos A y B, $A - B$ es el conjunto formado por los elementos en U, que pertenecen a A y que no pertenecen a B*

$$A - B = \{x \in U | x \in A\ y\ x \notin B\} \tag{13}$$

Definición 12. *La cardinalidad de un conjunto A, es el número de elementos que contiene el conjunto, y se denota por $n(A)$*

Proposición 1. *Sean A y B conjuntos en U, si*

- *Si $A \cap B = \emptyset$, entonces*

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) \tag{14}$$

- *Si $A \cap B \neq \emptyset$, entonces*

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \tag{15}$$

Proposición 2. *Sean A, B y C conjuntos en U, se tienen las siguientes propiedades*

$$\begin{array}{l} A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C) \\ A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C) \\ (A \cup B)^c = A^c \cap B^c \\ (A \cap B)^c = A^c \cup B^c \\ A - B = A \cap B^c \end{array} \tag{16}$$

Finalmente, para tres conjuntos A, B y C se tiene el siguiente gráfico

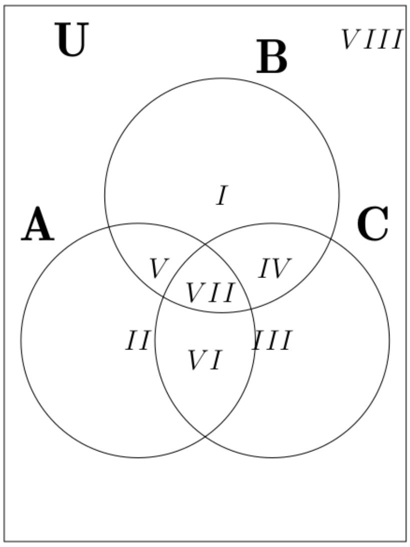

Figura 1: Regiones disjuntas mutuamente excluyentes.

Proposición 3. *Sean A, B y C conjuntos en U, entonces*

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C) \tag{17}$$

2.3. Introducción a la Probabilidad

Definición 13. *Definicion de probabilidad*

Proposición 4. *Propiedades de probabilidad*

Definición 14. *Sean A y B dos eventos. La* Probabilidad Condicional *del evento A dado que ocurre el evento B, denotado por $\mathbb{P}[A|B]$,estd́efinida por*

$$\mathbb{P}[A|B] = \frac{\mathbb{P}[AB]}{\mathbb{P}[B]} \tag{18}$$

Lo anterior si $\mathbb{P}[B] > 0$
De lo anterios se desprende que:
$\mathbb{P}[AB] = \mathbb{P}[A|B]\,\mathbb{P}[B] = \mathbb{P}[B|A]\,\mathbb{P}[A]$

Propiedades 1. *Dado el evento B con $\mathbb{P}[B] > 0$, se cumplen las siguientes propiedades*

1.
$$\mathbb{P}[\emptyset|B] = 0 \tag{19}$$

2. *Sean $A_1, A_2, \ldots, A_n$ eventos mutuamente excluyentes, entonces*
$$\mathbb{P}[A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n|B] = \sum_{i=1}^{n} \mathbb{P}[A_i|B] \tag{20}$$

3. *Si A es un evento, entonces*
$$\mathbb{P}[A^c|B] = 1 - \mathbb{P}[A|B] \tag{21}$$

4. *Sean A_1 y A_2 eventos, entonces*
$$\mathbb{P}[A_1|B] = \mathbb{P}[A_1 \cap A_2|B] + \mathbb{P}[A_1 \cap A_2^c|B] \tag{22}$$

5. *Sean A_1 y A_2 eventos, entonces*
$$\mathbb{P}[A_1 \cup A_2|B] = \mathbb{P}[A_1|B] + \mathbb{P}[A_2|B] - \mathbb{P}[A_1 \cap A_2^c|B] \tag{23}$$

6. *Sean $A_1, A_2, \ldots, A_n$ son eventos, entonces*
$$\mathbb{P}[A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n|B] \leq \sum_{i=1}^{n} \mathbb{P}[A_i|B] \tag{24}$$

Definición 15. *Dados dos eventos A y B, se dice que son independientes si*

$$\mathbb{P}[A|B] = \mathbb{P}[A] \tag{25}$$

Propiedades 2. *Sean $A_1, A_2, \ldots, A_n$ eventos mutuamente excluyentes. Sea B un evento cualquiera, entonces*

$$\mathbb{P}[B] = \sum_{i=1}^{n} \mathbb{P}[B|A_i]\,\mathbb{P}[A_i] \tag{26}$$

Propiedades 3. *Sean $A_1, A_2, \ldots, A_n$ eventos mutuamente excluyentes. Sea B un evento cualquiera, con $\mathbb{P}[B] > 0$, entonces para cualquier $j = 1, \ldots, n$ se cumple que*

$$\mathbb{P}[A_j|B] = \frac{\mathbb{P}[B|A_j]\,\mathbb{P}[A_j]}{\sum_{i=1}^{n} \mathbb{P}[B|A_i]\,\mathbb{P}[A_i]} \tag{27}$$

Ejercicio 11. *Resolver los siguientes ejercicios:*

1. *Para $\mathbb{P}[A - B] = \mathbb{P}[B - A]$, $\mathbb{P}[A \cup B] = 1/2$ y $\mathbb{P}[A \cap B] = 1/4$, encontrar $\mathbb{P}[B]$ y $\mathbb{P}[A^c \cap B]$.*
2. *Para $\mathbb{P}[A^c \cap B^c] = 1/2$, $\mathbb{P}[A^c] = 2/3$ y $\mathbb{P}[A \cap B] = 1/4$, hallar $\mathbb{P}[B]$ y $\mathbb{P}[A^c \cap B]$.*
3. *Para $\mathbb{P}[A] = 1/4$, $\mathbb{P}[B] = 3/4$ y $A \cap B = \emptyset$, calcular $\mathbb{P}[A \cup B]$, $\mathbb{P}[A^c \cup B]$ y $\mathbb{P}[A \cup B^c]$.*
4. *Para $\mathbb{P}[A \cup B] = \mathbb{P}[B] = 1/2$, $\mathbb{P}[A \cap B] = 1/4$. Calcular $\mathbb{P}[A]$, $\mathbb{P}[A^c]$ y $\mathbb{P}[B]$.*
5. *Si se lanzan dos dados, cuál es la probabilidad de que las caras que muestren:*
   a) *sumen seis?*
   b) *su producto sea seis?*
   c) *el valor de la diferencia sea uno?*
6. *De una urna, con tres bolas blancas, dos negras y cuatro verdes, se sacan tres sin reposición. Explique la probabilidad de obtener:*
   a) *bolas de tres colores;*
   b) *bolas de un color;*
   c) *dos bolas blancas;*
   d) *por lo menos una bola blanca.*
7. *En una competencia de natación intervienen tres jóvenes que llamaremos A, B y C. Por su trayectoria en este tipo de competencias, se sabe que la probabilidad de que A gane es el doble de la de B, y la probabilidad de que B gane es el triple de la de C. Calcular:*
   a) *Las probabilidades $\mathbb{P}[A]$, $\mathbb{P}[B]$ y $\mathbb{P}[C]$ que tiene cada joven de ganar.*
   b) *La probabilidad de que A no gane.*
   Sugerencia: $\mathbb{P}[A \cup B \cup C] = \mathbb{P}[A] + \mathbb{P}[B] + \mathbb{P}[C] - \mathbb{P}[A \cap B] - \mathbb{P}[A \cap C] - \mathbb{P}[B \cap C] + \mathbb{P}[A \cap B \cap C]$

8. *Si una persona acude con su dentista, supongamos que la probabilidad de que le limpie la dentadura es de* 0,44*, la probabilidad de que le tape una caries es de* 0,24*, la probabilidad de que se le extraiga un diente es* 0,21*, la probabilidad de que se le limpie la dentatura y le tape una caries es de* 0,08*, la probabilidad de que le limpie la dentadura y le extraiga un diente es* 0,11*, la probabilidad de que le tape una caries y le saque un diente es de* 0,07*, y la probabilidad de que le limpie la dentadura, le tape una caries y le saque un diente es* 0,03*. Cuál es la probabilidad de que una persona que acudea su dentista se le haga por lo menos una de estas cosas?*

9. *Un equipo de baloncesto consta de 6 jugadores negros y 6 jugadores blancos. Para acomodarlos en sus habitaciones se van a elegir pares de jugadores. Si estos pares se forman al azar, cuĺ es la probabilidad de que ninguno de los jugadores negros tengan un compañero de cuarto blanco? Sugerencia: contar primero cuantas maneras posibles hay de encontrar pares solamente con jugadores negros, luego cuantas maneras distintas hay de encontrar pares de jugadores blancos y aplicar la regla fundamental del conteo, finalmente determinar cuantos posibles pares hay considerando elecciones sin reemplazo y aplicar nuevamente la regla fundamental del conteo.*

10. *En la urna I hay tres bolas blancas y 5 negras. En la II hay cinco blancas y tres negras. De cada urna se separa una bola. Determine la probabilidad de obtener:*

    a*) dos bolas blancas;*

    b*) bolas de diferentes colores,*

    c*) por lo menos una bola blanca.*

Ejercicio 12. *Resolver los siguientes ejercicios:*

1. *Hay tres urnas: en la I se han puesto tres bolas blancas y dos negras; en la II hay cuatro bolas blancas y una negra; y en la III dos blancas y dos negras. De cada urna se escoge una bola. Determine la probabilidad de obtener:*

    a*) tres bolas blancas;*

    b*) una bola blanca,*

    c*) por lo menos una bola blanca.*

2. *En méxico la probabilidad, que un directivo sea egresado de una universidad privada o que tenga maestría, es de* 60 %*. De que sea egresado de una universidad privada es* 20 % *y la de que tenga una maestría es de* 40 %*, cuál es la probabilidad de que uno escogido al azar sea egresado de una universidad privada y tenga maestría?*

3. *Los ahorradores de una pequeña población cuentan con tres bancos: A, B y C. Suponga que* 60 % *de las familias de la ciudad han depositado sus ahorros en el banco A,* 40 % *en el B y* 30 % *en el C. También, que* 20 % *de los habitantes abrió cuentas en A y B,* 10 % *en A y C;* 20 % *en B y C y* 5 % *en A, B y C. Qué porcentaje de las familias de la ciudad manejan sus cuentas en al menos uno de los tres bancos?*

4. *Después de realizar un estudio en una universidad particular, en el área de posgrado, se estimq́ue 30 % de los estudiantes estaban seriamente preocupados por sus posibilidades de encontrar trabajo, 25 % por sus notas y 20 % por ambas cosas. cuál es la probabilidad de que un estudiante del último curso, elegido al azar, estṕreocupado por al menos una de las dos cosas?*

5. *Si se tiran tres dados, cuál es la probabilidad de que en dos aparezca el mismo número?*

6. *Si se lanzan tres dados y dos monedas, cuántas probabilidades hay de obtener dos 6 y dos soles?*

7. *En un examen, un estudiante obtendrá una de las siguientes calificaciones: A, B, C y D. Con A, B y C, aprobaŕ La probabilidad de que saque A o B es de 0.6. Indique la probabilidad de que obtenga C si se sabe que la probabilidad de que apruebe el examen es de 0.9.*

8. *Se lanzan tres dados. Calcule la probabilidad de que la suma de los números obtenidos sea mayor que 10, si la suma en los dos primeros dados es cinco.*

9. *Un profesor de estadística de una universidad imparte clases a un grupo, que consiste de 10 estudiantes de contabilidad, 14 de administración, 9 de tecnologá de alimentos y 3 de mercadotecnia. Por experiencia, sabe que la probailidad de que un estudiante de conta, 14 de contabilidad, 14 de adminsitración, 9 de tecnología de alimentos y 3 de mercadotecnia. Por experiencia sabe que la probabilidad de que un estudiante de contabilidad le copie la tarea a un compaéro, en lugar de resolverla, es de 0.9, para la administración, tecnología de alimentos y mercadotecnia, las cifras correspondientes son de 0.7, 0.4 y 0.8, respectivamente. si al calificar una tarea descubre que las soluciones han sido copiadas, cuál es la probabilidad de que se trate de la de un alumno de contabilidad?*

10. *El departamento de ventas de una compañía farmacéutica publicó los siguientes datos relativos a las ventas de cierto analgésico fabricado por ellos Si un cliente ad-*

Analgésico	% de Ventas	% del grupo vendido en dosis fuerte
Cṕsulas	57	38
Tabletas	43	31

quirió la dosis fuerte de este medicamento, cuál es la probabilidad de que lo comprara en forma de cápsulas?

2.4. Probabilidad Condicional

Ejercicio 13. *Resolver la siguiente lista de ejercicios relacionados con Probabilidad Condicional e Independencia de Eventos*

1. *Un recipiente contiene 5 transistores defectuosos (fallan inmediatamente al ponerse en uso), 10 parcialmente defectuosos (fallan despuś de unas horas en uso) y 25 transistores aceptables. Del recipiente se toma de manera aleatoria un transistor y se pone en funcionamiento. Si no falla inmediatamente, cuál es la probabilidad de que sea aceptable?*

2. *La organización en la ue trabaja Luis va a ofrecer, a los empleados que tienen por lo menos un hijo varón, una comida para padre e hijo. Se invita a cada uno de estos empleados a que asista con su hijo menor. Si se sabe Luis tiene sø'lo dos hijos, cuĺ es la probabilidad condicional de que ambos sean niños puesto que está invitado a la comida? Suponga que el espacio muestral está dado por* $S = \{(b,b), (b,g), (g,b), (g,g)\}$ *y que todos estos resultados sean igualmente posibles. Sugerencia: Sea* B *el evento de que los dos son varones y* A *el evento que por lo menos uno de ellos es varón.*

3. *La señora Pérez piensa que hay un* $30\,\%$ *de posibilidad de que la empresa donde labora abra una sucursal en San Luis. Si lo hace, ella tiene un* $60\,\%$ *de seguridad de que serńombrada directora de esta nueva oficina. Con que probabilidad la señora Pérez serĺa directora de una sucursal en San Luis?*

4. *Si* $\mathbb{P}[A^c] = 1/3$, $\mathbb{P}[A \cap B] = 1/4$ *y* $\mathbb{P}[A \cup B] = 2/3$, *calcule* $\mathbb{P}[B]$, $\mathbb{P}[A \cap B^c]$ *y* $\mathbb{P}[B - A]$.

5. *Si* $\mathbb{P}[A^c] = 1/3$, $\mathbb{P}[A \cup B] = 5/6$ *y* $\mathbb{P}[B^c] = 1/2$, *calcule* $\mathbb{P}[A \cap B]$, $\mathbb{P}[A \cap B^c]$ *y* $\mathbb{P}[B - A]$.

6. *La sangre se clasifica por factores en Rh positivo y Rh negativo y tambiń de acuerdo al tipo. Si la sangre contiene un antígeno* A, *es de tipo* A; *si tiene un antígeno* B, *es de tipo* B; *si tiene ambos antígenos* A *y* B, *es de tipo* AB, *si carece de ambos antígenos es de tipo* O. *En una encuesta a 75 individuos, se encontrq́ue 65 de ellos tenían factor* Rh^+, *de los cuales 25 con antígeno A, 30 con antígeno B y 10 con ambos antígenos. De los 10 con factor* Rh^- *3 tenían antígeno A, 4 con antígeno B y 1 con ambos antígenos. Si se selecciona al azar a una de las 75 personas, calcule la probabilidad de que tenga sangre con:*

   a) *Factor* Rh^+ *y tipo* A,
   b) *Factor* Rh^+ *y tipo* AB,
   c) *Factor* Rh^+ *y tipo* O,
   d) *Factor* Rh^- *y tipo* B,
   e) *Factor* Rh^- *y tipo* O,

7. *Se sabe que un grupo grande de personas* $10\,\%$ *toman desayuno caliente,* $20\,\%$ *toman almuerzo caliente y* $25\,\%$ *toma desayuno cliente o almuerzo caliente. Encuentra la probabilidad de que una persona elegida al azar del grupo*

   a) *tome desayuno caliente y un almuerzo caliente*
   b) *Tome un desayuno caliente, dado que la persona elegida tomún desayuno caliente*

8. *Si los eventos A y B son independientes y $\mathbb{P}[A] = 0{,}3$, $\mathbb{P}[B] = 0{,}5$, encuentra $\mathbb{P}[A \cap B]$ y $\mathbb{P}[A \cup B]$.*

9. *Los eventos A y B son tales que $\mathbb{P}[A] = 2/3$, $\mathbb{P}[A|B] = 2/3$, $\mathbb{P}[B] = 1/4$. Encuentra $\mathbb{P}[A|B]$, $\mathbb{P}[B|A]$ y $\mathbb{P}[A \cap B]$.*

10. *En un grupo de 100 personas, 40 tienen un gato, 25 tienen un perro y 15 tienen un perro y un gato. Encuentra la probabilidad de que una persona elegida al azar*

    a) *tenga un perro o un gato,*

    b) *tenga un perro o un gato, pero no ambos.*

    c) *tenga un perro dado que tiene un gato,*

    d) *no tenga gato dado que tenga un perro.*

Ejercicio 14. *Resolver la siguiente lista de ejercicios relacionados con Probabilidad Condicional e Independencia de Eventos*

1. *Sean A y B eventos exhaustivos y se sabe que $\mathbb{P}[A|B] = 1/4$ y $\mathbb{P}[B] = 1/3$. Encuentra $\mathbb{P}[A]$.*

2. *Una bolsa contiene 4 canicas rojas y 6 negras. Se saca una canica al azar y no se regresa. Entonces se saca otra canica. Encontrar la probabilidad de que*

    a) *la segunda canica sea roja, dado que la primera fue roja*

    b) *las dos canicas sean rojas,*

    c) *las canicas sean de diferente color.*

3. *Sean A y B dos eventos independientes tales que $\mathbb{P}[A] = 0{,}2$, $\mathbb{P}[B] = 0{,}15$, Evalue las siguientes probabilidades*

    a) $\mathbb{P}[A|B]$

    b) $\mathbb{P}[A \cap B] = 1/4$

    c) $\mathbb{P}[A \cup B] = 1/4$.

4. *Sean A y B dos eventos tales que $\mathbb{P}[A] = 0{,}4$, $\mathbb{P}[B] = 0{,}25$. Si A y B son independientes evalue las siguientes probabilidades*

    a) $\mathbb{P}[A \cap B]$

    b) $\mathbb{P}[A \cap B^c]$

    c) $\mathbb{P}[A^c \cap B^c]$.

5. *Si $\mathbb{P}[A^c] = 1/3$, $\mathbb{P}[B|A] = 1/2$, calcule $\mathbb{P}[B \cap A]$.*

6. *Si $\mathbb{P}[A] = 1/4$, $\mathbb{P}[B|A] = 1/4$, calcule $\mathbb{P}[B^c \cap A]$.*

7. *Si $\mathbb{P}[A] = 1/3$, $\mathbb{P}[A|B] = 1/5$, y $\mathbb{P}[B|A] = 1/2$, calcule $\mathbb{P}[B]$.*

8. *Si $\mathbb{P}[B] = \mathbb{P}[B^c]$, $\mathbb{P}[A|B^c] + \mathbb{P}[A|B] = 4/5$, determine $\mathbb{P}[A]$.*

9. *Si* A *y* B *son independientes y* $\mathbb{P}[A^c] = 1/2$. $\mathbb{P}[A \cap B] = 1/5$, *determine* $\mathbb{P}[B]$.

10. *Si* A *y* B *son independientes y* $\mathbb{P}[A] > 0$, $\mathbb{P}[A] = 3\mathbb{P}[A \cap B]$, *determine* $\mathbb{P}[B]$.

Ejercicio 15. *Resolver la siguiente lista de ejercicios:*

1. *Si* A, B *y* C *son independientes y* $\mathbb{P}[A \cap B] = 1/2$, $\mathbb{P}[C^c] = 1/3$, *determine* $\mathbb{P}[A \cap B \cap C]$.

2. *Si* A, B *y* C *son independientes y* $\mathbb{P}[A \cap B \cap C] = 1/8$, $\mathbb{P}[A] = 2\mathbb{P}[B] = 4\mathbb{P}[C]$, *determine* $\mathbb{P}[C^c]$.

3. *Si* A *y* B *son independientes y* $\mathbb{P}[A] > 0$, $2\mathbb{P}[A] = 5\mathbb{P}[A \cap B]$, *determine* $\mathbb{P}[B^c]$.

4. *Si* A, B, C *y* D *son independientes y* $\mathbb{P}[A \cap B \cap C] = 1/24$, $\mathbb{P}[A] = 2\mathbb{P}[B] = 3\mathbb{P}[C] = 4\mathbb{P}[D]$, *determine* $\mathbb{P}[D]$.

5. *Ṕueden ser mutuamente excluyentes los eventos* A *y* B, *si* $\mathbb{P}[A] = 0{,}54781$ *y* $\mathbb{P}[B] = 0{,}49719$

6. *Si los eventos* A *y* B *son independientes y* $\mathbb{P}[A] = 0{,}3$ *y* $\mathbb{P}[B] = 0{,}5$, *encuentra* $\mathbb{P}[A \cap B]$ *y* $\mathbb{P}[A \cup B]$.

7. A *y* B *son eventos exhaustivos y se sabe que* $\mathbb{P}[A|B] = 1/4$ *y* $\mathbb{P}[B] = 2/3$. *Encuentra* $\mathbb{P}[A]$.

8. *Sean* A *y* B *dos eventos independientes tales que* $\mathbb{P}[A] = 0{,}2$ *y* $\mathbb{P}[B] = 0{,}15$. *Evalúa las siguientes probabilidades:* $\mathbb{P}[A|B]$, $\mathbb{P}[A \cap B]$ *y* $\mathbb{P}[A \cup B]$.

9. *La probabilidad de que un evento* A *ocurra es* $\mathbb{P}[A] = 0{,}4$. B *es un evento independiente de* A *y la probabilidad de la unión de* A *y* B *es* $\mathbb{P}[A \cup B] = 0{,}7$. *Encuentra* $\mathbb{P}[B]$.

10. *Los eventos* A *y* B *son independientes tales que* $\mathbb{P}[A] = 0{,}4$ *y* $\mathbb{P}[B] = 0{,}25$. *Determina:* $\mathbb{P}[A \cap B]$, $\mathbb{P}[A \cap B^c]$ *y* $\mathbb{P}[A^c \cap B^c]$.

2.5. Teorema de Probabilidad Total y Teorema de Bayes

Ejercicio 16. *Resolver los siguientes ejercicios*

1. *Una Compañía de Seguros divide a las personas en dos clases, quienes son propensos a accidentes y quienes no lo son. Sus estadísticas muestran que una persona propensa a accidentes, tendrá, en no más de un año, un accidente con probabilidad de* 0,4*; mientras que esta probabilidad decrece a* 0,2 *en personas no propensas a accidentes. Si pensamos que 30 por ciento de las personas es propenso a accidentes cuál es la probabilidad de que una persona que compra una nueva póliza tenga un accidente en no más de un año?*

2. *Se tienen dos tarjetas, una de ellas es negra por ambas caras y la otra muestra una negra y otra blanca. Se meten en una bolsa y se extrae una de las dos al azar, la cual se coloca sobre la mesa. Si la cara hacia arriba es negra, cuál es la probabilidad de que también la de abajo sea negra?*

3. *Un ratón de laboratorio se introduce en un laberinto en forma de T. Del lado izquierdo, hay un pedazo de comida protegido para que el animal no lo huela de lejos, en tanto que del lado derecho hay una pequeña descarga eléctrica, que será desagradable para éste, más no mortal. Suponga que la primera vez que se mete el ratón hay una probabilidad de 0.5 de que vira a cualquiera de los dos lados. Si en el primer intento fue a la izquierda, entonces hay una probabildad de 0.6 de que vuelva a hacerlo en el segundo; sin embargo, si en el primero dio vuelta a la derecha, y recibió la pequeña descarga eléctrica, entonces hay una probabilidad de 0.75 de que se irá la izquierda en el segundo. Si se observa que el animal efectivamente caminó a la izquierda en el segundo intento, cuál es la probabilidad de que haya virado también hacia el mismo lado en el primer intento?*

4. *En cierto país (no es Mx́ico) aquejado por la inflación, los economistas proponen tres teorías: I: la inflación desaparecerá antes del cambio de gobierno; II: ocurrirúna depresión y III: llegará una recesión. Estiman que las probabilidades de que se materealicen las tres teorías son, respectivamente: 0.4, 0.35 y 0.25. Asḿismo, consideran que las probabilidades de que este país salga del subdesarrollo, si ocurren los eventos son de, 0.90, 0.60 y 0.20 en ese orden. Supongamos que el país de todos modos no sale del subdesarrollo cuál es la probabilidad de que la inflación haya desaparecido antes del cambio de gobierno?*

5. *La probabilidad de que una mujer que da a luz por primera vez tenga un bebé con algún síndrome o defecto congénito depende de muchos factores; entre otros la edad. La revista* Medical Newsletter *julio de 1999 publicél siguiente cuadro con estadísticas de quienes daban a luz por primera vez*

	Edad de la Mujer	Porcentaje de Mujeres	Probabilidad de algún defecto congénito
A_1	15 o menos	3	0.05
A_2	16 a 22	23	0.007
A_3	23 a 29	55	0.001
A_4	30 a 36	12	0.04
A_5	37 a 43	6	0.17
A_6	44 o mś	1	0.23

De acuerdo con tales datos, si el primer bebé nació con algún defecto congénito, cuál es la probabilidad de que la edad de la señora oscile entre los 37 y los 43 años.

6. *Un ingeniero fabrica piezas de ajedréz de plástico. Las acabadas se van metiendo en tres grandes cajas antes de pegarles fieltro en la base. En la caja 1 hay* 100 % *de piezas de color blanco, en la 2 hay* 50 % *de cada color, y en la 3 hay* 100 % *de negras. el ingeniero encarga a un empleado que baje la caja de las piezas blancas*

para pegarles el fieltro, pero como las tres estñ muy altas, quién hará el trabajo no alacanza a ver su contenido, así que saca una pieza de una caja al azar, que resulta ser de color blanco. Cuál es la probabilidad de que sea la caja que busca?

7. *Un niño usa calcetines sólo de dos colores: azul y negro. Pero no los tiene ordenados por parejas, sino sueltos en dos cajones de su ropero. En el de arriba hay 6 calcetines negors y 2 azules; en el de abajo, 3 negros y 5 azules. No puede encender la luz para ver, porque despertaría a su hermano menor, así que en la oscuridad toma un calcetín de cada cajón, se los pone, se viste y se va a la escuela. Cuál es la probabilidad de que se haya puesto calcetines del mismo color?*

8. *La compañía Lear usa 4 empresas para transporte: A, B, C y D. Se sabe que* $20\,\%$ *de los embarques se asignan a la empresa A,* $250\,\%$ *a la empresa B,* $40\,\%$ *a C y* $15\,\%$ *a la D. Los embarques llegan retrasados a sus clientes en* $7\,\%$ *si los entrega A,* $8\,\%$ *si es B,* $5\,\%$ *si es C y* $9\,\%$ *si es D. Si sabemos que el embarque de hoy fue entregado con retraso, cuál es la probabilidad de que haya sido entregado por la empresa A?*

9. *Don gato tiene tres candidatos: Demóstenes, Cucho y Benito Bodoque, para una misión que consiste en vender boletos de una rifa inexistente a unos turistas ingenuos. Sólo uno de los tres debe hacerlo. Estima que Demóstenes cuenta con* $35\,\%$ *de ser elegido, Cucho* $45\,\%$ *y Benito* $20\,\%$*. Hay una probabilidad de* $0{,}09$ *de que los atrape el Sargento Matute si va Demóstenes; de* $0{,}11$ *si es Cucho, y* $0{,}07$ *si Benito es el escogido. Si Matute lo atrapó, cuál es la probabilidad de que haya sido elegido Benito como el encargado de vender los boletos?*

10. *La bella y joven Paola es asediada por dos pretendientes: Fernando y Ricardo. Ella estdecidida a ser novia de alguno de los dos. Fernando tiene una probabilidad de 0.7 de ser el elegido y Ricardo de 0.3. Si el primero resulta afortunado, hay una probabilidad de 0.40 de que terminen en matrimonio; si fuera el segundo, de 0.30. Si Paola se casí con uno de ellos, cuál es la probabilidad de que haya sido Ricardo?*

2.6. Miscelánea de ejercicios

Operaciones entre conjuntos

Ejercicio 17. *Resolver los siguientes ejercicios*

1. *Proporcione las leyes de D'Morgan para conjuntos.*

2. *Se desea realizar una rifa para recaudar fondos para asistir a un evento, la cantidad mínima por recolectar es de 15000 y se desea que el valor máximo por boleto sea de 100 pesos. Se requiere utilizar solamente 4 dígitos. Cuántos (posibles combinaciones) números es posible generar.*

3. *En un torneo del deporte más popular se requieren 21 untos para acceder a la siguiente ronda, son 17 equipos. Cuáles son los resultados posibles que aseguran la calificación si dan 3 puntos por victoria, 1 por empate y 0 por derrota?*

4. *En un auditorio con capacidad para 450 personas se desea hacer un evento con 20 filas y dos cabeceras. Para acceder al evento se requiere que satisfagan 6 de las 10 condiciones solicitadas. Cuántas posibles formas hay de seleccion si hay 3 condiciones indispensables: cuántas maneras distintas hay de elegir a los solicitantes? Se piensa aceptar exactamente la misma cantidad de hombres que mujeres. Cuántas maneras distintas posibles hay de sentarlas si se quiere que haya: En cada fila la misma cantidad de hombres que mujeres; de manera alternada una fila de hombres y una de mujeres; siempre en cada fila un hombre seguido de una mujer; el arreglo (H=Hombre, M=Mujer):* $HHMMHHMMHH$*; el arreglo HMMMHMMMH.*

5. *En el próximo proceso electoral se inscriben 3 parejas: HM; HH y MM. Hay 500 votantes de los cuales 350 son mujeres y 150 hombres. Suponiendo que pueden votar por 2 duplas: Cuántos votos puede obtener cada pareja? Cuńtos votos mínimos requiere una dupla para ganar, si son electas 2 de las 3 parejas?*

6. *Una emisora universitaria cuenta con música de 2 generos, de los cuales hay 9 discos de genero 1 y 27 de genero 2. En promedio cada disco tiene 13 canciones: De cuántas maneras posibles puede programar la música? Si en promedio las canciones duran 3.5 minutos cuantos programas de 1 hora aproximandamente puede organizar? Si desea hacer una vez a la semana un programa especial de cada genero con duración de 1.5 horas. Cuántas maneras distintas hay de realizar los programas y cuantos son?.*

7. *El encargado de sistemas del plantel Casa Libertad piensa generar codigos hexadecimales considerando las áreas existentes: verde, blanca, amarilla, azul, morada, cafe y naranja. Si hay 10 cubículos en cada una de ellas con dos nodos cada uno. Cuántos códigos posibles se pueden generar si el primer elemento debe distingir la zona y el segundo debe incluir el numero de cubículo, y así sucesivamente deben estar considerados todos los elementos descritos.: El area verde tiene más personas laborando, lo mismo que la blanca. En el área azul hay 5 laboratorios con 20 máquinas cada uno.*

8. *Elaborar códigos con 3 numeros y 3 letras, el código no puede comenzar con* 0 *o la letra o.*

9. *Un adulto mayor de 50 años se selecciona al azar en una comunidad, en la cual* 9 % *de quienes rebasan esa edad sufren de diabetes, por lo que se les somete a una prueba simple de nivel de glucosa para detectar o desechar la presencia del padecimiento. Sin embargo, el examen no es totalmente confiable, pues a* 3 % *de las personas que no sufren el mal les señala como positivos, mientras que en* 15 % *de aquellos que sí están enfermos, la prueba resulta negativa.*

   a) *Cuál es la probabilidad de que ese individuo tenga realmente diabetes, dado que el resultado marca positivo?*

   b) *Cuáal es la probabilidad de que no padezca ese mal si marca negativo?*

10. *En cierto lugar,* 30 % *de las personas son fumadoras y* 70 % *no fumadoras. Además se estima que* 60 % *de los fumadores y sólo* 20 % *de los no fumadores desarrollan*

hipertensión. De los fumadores hipertensos, 90 % llegan a sufrir problemas cardiacos; de los no hipertensos, sólo 15 % los manifiestan. En cambio, de los no fumadores hipertensos, 65 % llega a padecer malestares cardiacos, y de los no hipertensos, sólo 5 %. Si a un individuo se le diagnostica un malestar cardiaco, cuál es la probabilidad de que sea no fumador hipertenso?

Ejercicio 18. *Resolver la siguiente lista de ejercicios:*

1. *En una fábrica hay máquinas de helado que producen 50 % y 50 % del total. La A elabora 5 % del helado de baja calidad y la B, 6 %. Encuentre la probabilidad de que un helado de baja calidad provenga de la máquina A.*

2. *En un programa familiar de televisión, el anfitrión le da al concursante la opciń de escoger entre las cajas C_1 y C_2, con idéntica apariencia que supuestamente contiene dinero en billetes. El aspirante tiene que seleccionar una, meter la mano y extraer un billete al azar. Sólo el anfitrión sabe que en la caja C_1 hay seis billetes de 200 pesos y dos de 500, mientras que en la C_2 hay cinco de 200 y tres de 500. Cuando el concursante saca el billete de una de las cajas, el maestro de ceremonias estba ditraído saludando a alguien del público; en ese momento, el primero le muestra el billete que es de 500 pesos. Cuál es la probabilidad de que lo haya sacado de la caja C_2*

3. *Sea A el conjunto de enfermedades crónicas, B el conjunto de factores de riesgo, C el conjunto de estrategias de prevención, y D el conjunto de profesionales de la salud.*

    - $A = \{$*diabetes, hipertensión, enfermedad pulmonar obstructiva crónica (EPOC), obesidad, cáncer*$\}$.
    - $B = \{$*sedentarismo, tabaquismo, alcoholismo, alimentación no saludable, estrés*$\}$
    - $C = \{$*educación en salud, actividad física, terapia ocupacional, programas de alimentación saludable, control de peso*$\}$
    - $D = \{$*médicos generales, enfermeros, nutricionistas, psicólogos, terapeutas ocupacionales*$\}$

    Realiza las siguientes operaciones:

    a) $(A \cap B) \cup C$
    b) $A^c \cap B^c$
    c) $D - (A \cup B)$

4. *Sea A el conjunto de enfermedades infecciosas, B el conjunto de factores de riesgo, C el conjunto de medidas preventivas, y D el conjunto de profesionales de la salud.*

    - $A = \{$*influenza, hepatitis, tuberculosis, dengue, VIH*$\}$
    - $B = \{$*falta de higiene, contacto con personas enfermas, falta de vacunación, viajes a zonas endémicas, consumo de alimentos contaminados*$\}$

- $C = \{$*vacunación, medidas de higiene personal, control de vectores, educación en salud, , tratamientos específicos*$\}$
- $D = \{$*médicos especialistas en enfermedades infecciosas, enfermeros, epidemiólogos, especialistas en control de vectores, microbiólogos*$\}$

Realiza las siguientes operaciones:

a) $(A \cap B) \cup C$
b) $A^c \cap B$
c) $D - (A \cup B)$

5. *Sea A el conjunto de enfermedades mentales, B el conjunto de factores de riesgo, C el conjunto de terapias, y D el conjunto de profesionales de la salud.*

- $A = \{$*depresión, ansiedad, trastorno bipolar, esquizofrenia, trastornos alimentarios*$\}$
- $B = \{$*estrés, traumas emocionales, abuso de sustancias, antecedentes familiares, falta de sueño*$\}$
- $C = \{$*psicoterapia, terapia cognitivo-conductual, terapia ocupacional, psicoanálisis, terapia de grupo*$\}$
- $D = \{$*psiquiatras, psicólogos, terapeutas ocupacionales, trabajadores sociales, enfermeros psiquiátricos*$\}$

Realiza las siguientes operaciones:

a) $(A \cap B) \cup C$
b) $A^c \cap B^c$
c) $D - (A \cup B)$

6. *Dado que la alimentación saludable es un factor importante para promover la salud, considera los siguientes conjuntos de alimentos:*

$$A : \textit{Vegetales}, \quad B : \textit{Frutas}, \quad C : \textit{Proteínas}, \quad D : \textit{Carbohidratos}.$$

Indica los alimentos que pertenecen a cada uno de los conjuntos.

7. *La actividad física es otro factor importante para promover la salud. Considera los siguientes conjuntos de deportes:*

$$A : \textit{Deportes acuáticos}, B : \textit{Deportes de equipo},$$
$$C : \textit{Deportes de combate}, D : \textit{Deportes de aventura}.$$

Indica los deportes que pertenecen a cada uno de los conjuntos.

8. *La higiene personal es un hábito importante para mantener la salud. Considera los siguientes conjuntos de actividades:*

$$A : \textit{Cuidado del cabello}, B : \textit{Cuidado de la piel},$$
$$C : \textit{Cuidado de los dientes}, D : \textit{Cuidado de las uñas}.$$

Indica las actividades que pertenecen a cada uno de los conjuntos.

9. *Las enfermedades crónicas son un problema importante en la promoción de la salud. Considera los siguientes conjuntos de enfermedades:*

$$A : \textit{Enfermedades cardiovasculares}, B : \textit{Enfermedades respiratorias},$$
$$C : \textit{Enfermedades metabólicas}, D : \textit{Enfermedades autoinmunitarias.}$$

   Indica las enfermedades que pertenecen a cada uno de los conjuntos.

10. *La promoción de la salud también se relaciona con la salud mental. Considera los siguientes conjuntos de emociones:*

$$A : \textit{Emociones positivas}, B : \textit{Emociones negativas},$$
$$C : \textit{Emociones neutrales}, D : \textit{Emociones complejas.}$$

   Indica las emociones que pertenecen a cada uno de los conjuntos.

11. *Proporciona cuatro conjuntos A, B, C y D con a lo más 10 elementos cada uno, donde los elementos sean categorías relacionadas con enfermedades cardiovasculares, como:*

   {hipertensión, colesterol alto, enfermedad coronaria, fibrilación auricular, insuficiencia cardíaca, arritmias, angina de pecho, accidente cerebrovascular, enfermedad vascular periférica}.

12. *Proporciona cuatro conjuntos A, B, C y D con a lo más 10 elementos cada uno, donde los elementos sean categorías relacionadas con enfermedades respiratorias, como: {asma, enfermedad pulmonar obstructiva crónica (EPOC), neumonía, bronquitis, fibrosis pulmonar, síndrome de apnea del sueño, cáncer de pulmón, tuberculosis, enfermedades pulmonares intersticiales}.*

13. *Proporciona cuatro conjuntos A, B, C y D con a lo más 10 elementos cada uno, donde los elementos sean categorías relacionadas con enfermedades infecciosas, como: { VIH/SIDA, hepatitis B, hepatitis C, tuberculosis, neumonía, gripe, dengue, malaria, enfermedad de Lyme}*

14. *Proporciona cuatro conjuntos A, B, C y D con a lo más 10 elementos cada uno, donde los elementos sean categorías relacionadas con enfermedades mentales, como: {depresión, trastornos de ansiedad, trastornos bipolares, esquizofrenia, trastornos alimentarios, trastornos de personalidad, trastornos de estrés postraumático, trastornos obsesivo-compulsivos}.*

15. *Proporciona cuatro conjuntos A, B, C y D con a lo más 10 elementos cada uno, donde los elementos sean categorías relacionadas con enfermedades crónicas, como: {diabetes, enfermedades cardiovasculares, enfermedades respiratorias, enfermedades neurológicas, enfermedades renales, enfermedades hepáticas, enfermedades autoinmunitarias, cáncer}.*

16. *Se tienen cuatro conjuntos de enfermedades infecciosas:* A, B, C, D.
El conjunto A *contiene las enfermedades transmitidas por vectores,* B *las de transmisión sexual,* C *las respiratorias y* D *las gastrointestinales.*
Se sabe que: $X \in A \cap B$, $Y \in B \cap C$, $Z \in C \cap D$.
Én qué conjuntos están las siguientes enfermedades?

    - *Enfermedad* W*: se transmite por contacto directo.*
    - *Enfermedad* V*: se transmite por el aire.*
    - *Enfermedad* U*: se transmite por agua contaminada.*

17. *Se tienen cuatro conjuntos de síntomas:* A, B, C, D.
A *contiene los síntomas asociados a enfermedades respiratorias,* B *los asociados a enfermedades cardiovasculares,* C *los asociados a enfermedades gastrointestinales y* D *los asociados a enfermedades dermatológicas.*
Se sabe que: $X \in A \cap B$, $Y \in B \cap C$, $Z \in C \cap D$.
Qué síntomas están en los siguientes conjuntos?

$$A \cap C, \quad B \cap D, \quad A \cap B \cap D.$$

Operaciones entre intervalos

Ejercicio 19. *Para los siguientes intervalos calcula* $A \cap B$, $A \cap C$, $B \cap C$, $A \cup B$, $B \cup C$, $A - B$, $A - C$, $B - C$, $B - A$, $C - B$, $A - (B \cap C)$, $A - (B \cup C)$, $A - (B \cap C)$, $B - (A \cap C)$, $B - (A \cup C)$, $A - B - C)$, $(A \cap B)^c$, $(A \cap C)^c$, $(C \cap B)^c$, $(C \cup B)^c$, $A \cap B \cap C$.

1. $A = [0, 2], B = [1, 3], C = [2, 4]$
2. $A = [-1, 1].B = [0, 2], C = [1, 3]$
3. $A = [0, 1], B = [0, 2], C = [1, 2]$
4. $A = [0, 1], B = [-1, 0], C = [-2, -1]$
5. $A = [-1, 1], C = [-2, 2], C = [-3, 3]$
6. $A = (-5, 0), B = (0, 5), C = (5, 10)$
7. $A = (0, 1), B = (1{,}5, 2{,}5), C = (3, 4)$
8. $A = (-\infty, -1), B = (1, 2), C = (3, \infty)$
9. $A = (0, \frac{1}{2}), B = (\frac{1}{2}, 1), C = (1, 2)$
10. $A = (-3, \frac{3}{4}), B = (\frac{2}{5}, 3), C = (-1, 1)$
11. $A = [0, 1]$, $B = [-5, 5]$, $C = [2, 6]$
12. $A = [-\pi, \pi]$, $B = [-3, -1]$, $C = [10, 15]$
13. $A = [-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$, $B = [-\frac{3}{4}, \frac{3}{4}]$, $C = [-10, 10]$
14. $A = [-2, 0], B = [0, 3], C = [3, 5]$
15. $A = [1, 4], B = [4, 5], C = [5, 7]$

Operaciones entre dos conjuntos

Ejercicio 20. *Determinar la operacińn entre conjuntos especificada*

1. *Si* $n(A) = 20$, $n(B) = 50$, *y* $n(A \cap B) = 10$, *entonces* $n(A \cup B) = 60$.
2. *Si* $n(A) = 30$, $n(B) = 40$, *y* $n(A \cap B) = 20$, *entonces* $n(A \cup B) = 50$.

3. *Calcular la cardinalidad del conjunto $A - B$, es decir, los elementos que pertenecen a A pero no a B.*

4. *Calcular la cardinalidad del conjunto $(A \cup B) - (A \cap B)$, es decir, los elementos que pertenecen a A o a B, pero no a ambos.*

5. *Calcular la cardinalidad del conjunto $(A - B) \cup (B - A)$, es decir, los elementos que pertenecen a A pero no a B, y los elementos que pertenecen a B pero no a A.*

6. *Calcular la cardinalidad del conjunto $(A \cup B) \cap C$, es decir, los elementos que pertenecen a A o a B, y que también pertenecen a C.*

7. *Se sabe que $|A| = 20$, $|B| = 30$, y $|A - B| = 10$. Cuál es la cardinalidad de $A \cap B$?*

8. *Si $|A| = 50$, $|B| = 70$, y $|A \cap B| = 30$, cuál es la cardinalidad de $A - B$?*

9. *Se sabe que $|A| = 100$, $|B| = 80$, y $|A \cap B| = 40$. Cuál es la cardinalidad de $B - A$?*

10. *Si $|A| = 25$, $|B| = 30$, y $|A \cup B| = 50$, cuál es la cardinalidad de $A \cap B$?*

11. *Se sabe que $|A| = 60$, $|B| = 90$, y $|A \cup B| = 120$. Cuál es la cardinalidad de $A - B$?*

12. *Se sabe que $|A| = 80$, $|B| = 60$, y $|A \cap B| = 30$. Cuál es la cardinalidad de $A \cup B$?*

13. *Si $|A| = 35$, $|B| = 40$, y $|A \cup B| = 60$, cuál es la cardinalidad de $A - B$?*

14. *Se sabe que $|A| = 90$, $|B| = 70$, y $|A - B| = 40$. Cuál es la cardinalidad de $A \cap B$?*

15. *Si $|A| = 20$, $|B| = 30$, y $|A \cap B| = 10$, cuál es la cardinalidad de $B - A$?*

Operaciones entre tres conjuntos

Ejercicio 21. *Determinar la operación entre conjuntos especificada*

1. $A = \{0{,}2, 0{,}4, 0{,}6\}$, $B = \{0{,}1, 0{,}2, 0{,}3, 0{,}4\}$, $|A|$, $|B|$, $|A \cap B|$, $|A \cup B|$, $|A - B|$.

2. $A = \{0{,}1, 0{,}3, 0{,}5, 0{,}7\}$, $B = \{0{,}2, 0{,}4, 0{,}6\}$, $|A|$, $|B|$, $|A \cap B|$, $|A \cup B|$, $|A - B|$.

3. $A = \{0{,}2, 0{,}4, 0{,}6, 0{,}8\}$, $B = 0{,}1, 0{,}3, 0{,}5, 0{,}7$, $|A|$, $|B|$, $|A \cap B|$, $|A \cup B|$, $|A^c \cup B|$.

4. $A = \{0{,}1, 0{,}2, 0{,}3\}$, $B = \{0{,}2, 0{,}3, 0{,}4\}$, $|A|$, $|B|$, $|A \cap B|$, $|A \cup B|$, $|A \cup B^c|$.

5. $A = \{0{,}1, 0{,}2, 0{,}3, 0{,}4\}$, $B = \{0{,}4, 0{,}5, 0{,}6\}$, $|A|$, $|B|$, $|A \cap B|$, $|A \cup B|$, $|A^c \cup B^c|$.

6. $A = \{0{,}1, 0{,}3, 0{,}5\}$, $B = \{0{,}2, 0{,}4, 0{,}6\}$, $|A|$, $|B|$, $|A \cap B|$, $|A \cup B|$,$|A^c \cap B|$.

7. $A = \{0{,}1, 0{,}3\}$, $B = \{0{,}2, 0{,}3, 0{,}4\}$, $|A|$, $|B|$, $|A \cap B|$, $|A \cup B|$, $|A^c \cap B|$.

8. *Si $n(A) = 10, n(B) = 15$ y $n(A \cap B)$ = 5, cuál es el valor de $n(A \cup B)$?*

9. *Si $n(A) = 20, n(B) = 30$ y $n(A \cap B)$ = 10, cuál es el valor de $n(A^c \cap B)$?*

10. *Si $n(A) = 8, n(B) = 14$ y $n(A \cap B)$ = 2, cuál es el valor de $n(A \cup B^c)$?*

11. $n(A) = 40, n(B) = 30$, y $n(A \cap B) = 20$, entonces $n(A \cap B^c)$.

12. Si $n(A) = 20$, $n(B) = 50$, y $n(A \cap B) = 10$, entonces $n(A^c - B)$.

13. Si $|A| = 20$, $|B| = 30$, $|C| = 15$, $|A \cap B| = 5$, $|A \cap C| = 8$, $|B \cap C| = 3$, y $|A \cap B \cap C| = 2$, encuentra $|A \cup B \cup C|$.

14. $|A| = 20$, $|B| = 30$, $|C| = 15$, $|A \cap B| = 8$, $|A \cap C| = 5$, $|B \cap C| = 6$, $|A \cap B \cap C| = 1$ encuentra $|A \cup B \cup C|$, y todas las regiones

15. Si $|A| = 30$, $|B| = 25$, $|C| = 15$, $|B \cap C| = 10$, calcular $|A \cup B \cup C|$.

Aplicaciones

Ejercicio 22. 1. *Si se realizó un estudio para evaluar la efectividad de un tratamiento para la diabetes y se reclutaron 500 pacientes, de los cuales 300 recibieron el tratamiento y 200 recibieron un placebo, cuál es la proporción de pacientes que recibieron el tratamiento en comparación con el placebo?*

2. *Se realizó un estudio para evaluar la relación entre la actividad física y la hipertensión. Se reclutaron 1000 participantes, de los cuales 600 informaron hacer actividad física regularmente y 400 no lo hicieron. Si se encontró que el 20 % de los que hacen actividad física tienen hipertensión y el 40 % de los que no lo hacen también la tienen, cuántos participantes tienen hipertensión?*

3. *En un estudio de cohortes para evaluar la asociación entre el consumo de alcohol y la incidencia de cáncer de hígado, se siguieron durante 10 años a 5000 participantes que reportaron beber alcohol regularmente y 5000 que reportaron no hacerlo. Después de los 10 años, se encontró que 50 participantes en el grupo de bebedores regulares desarrollaron cáncer de hígado, mientras que solo 10 en el grupo que no bebe alcohol lo hicieron. Cuál es la incidencia de cáncer de hígado en cada grupo?*

4. *Se realizó un estudio para evaluar la efectividad de un programa de intervención para reducir los factores de riesgo de enfermedades cardiovasculares. En el grupo de intervención se reclutaron 300 participantes y en el grupo control 200 participantes. Después de 6 meses, se encontró que la proporción de participantes con hipertensión en el grupo de intervención fue del 25 % y en el grupo control fue del 40 %. Cuál es la reducción relativa de la prevalencia de hipertensión en el grupo de intervención en comparación con el grupo control?*

5. *Se realizó un estudio para evaluar la asociación entre la exposición a una sustancia química y el riesgo de desarrollar asma. Se reclutaron 1000 participantes, de los cuales 500 habían estado expuestos a la sustancia y 500 no. Después de un seguimiento de 5 años, se encontró que 50 participantes en el grupo expuesto desarrollaron asma, mientras que solo 10 en el grupo no expuesto lo hicieron. Cuál es la razón de riesgo de desarrollar asma en el grupo expuesto en comparación con el grupo no expuesto?*

6. *En un estudio sobre la efectividad de una vacuna contra la influenza, se vacunó a 500 personas. De los cuales, 300 no se infectaron con la gripe y 100 no se vacunaron pero también no se infectaron. Además, 100 personas se vacunaron y aún así se infectaron con la gripe. Cuántas personas se infectaron con la gripe pero no se vacunaron?*

7. *En un estudio para evaluar la eficacia de un tratamiento para la depresión, se reclutaron 200 participantes y se les asignó aleatoriamente a un grupo de tratamiento o un grupo de control. Después de 12 semanas de tratamiento, se encontró que el* 60 % *de los participantes en el grupo de tratamiento experimentaron una reducción en los síntomas de la depresión, mientras que solo el* 30 % *de los participantes en el grupo control lo hicieron. Cuál es el riesgo relativo de reducción de los síntomas de depresión en el grupo de tratamiento en comparación con el grupo control?*

8. *Se realizó un estudio para evaluar la eficacia de un nuevo tratamiento en pacientes con diabetes tipo 2. Se seleccionaron dos grupos de pacientes, el grupo A recibió el tratamiento nuevo y el grupo B recibió el tratamiento estándar. Se encontró que el grupo A tenía un* 30 % *de pacientes con niveles normales de glucemia después del tratamiento, mientras que en el grupo B solo el* 20 % *de los pacientes tuvo niveles normales de glucemia. Si se sabe que el grupo A tenía 100 pacientes y el grupo B tenía 200 pacientes, cuántos pacientes en total tuvieron niveles normales de glucemia después del tratamiento?*

9. *Un estudio médico evaluó la eficacia de dos tratamientos para la hipertensión. El grupo A recibió el tratamiento A y el grupo B recibió el tratamiento B. Se encontró que el* 60 % *de los pacientes en el grupo A lograron controlar su presión arterial, mientras que en el grupo B solo el* 50 % *de los pacientes logró controlar su presión arterial. Si se sabe que el grupo A tenía 200 pacientes y el grupo B tenía 300 pacientes, cuántos pacientes en total lograron controlar su presión arterial?*

10. *Se realizó un estudio para evaluar la relación entre el consumo de frutas y verduras y el riesgo de enfermedades cardíacas en una población de 1000 personas. Se encontró que 600 personas consumen frutas regularmente, 400 personas consumen verduras regularmente y 300 personas consumen tanto frutas como verduras. Cuántas personas no consumen ni frutas ni verduras?*

11. *En un ensayo clínico, se dividió a 200 pacientes en dos grupos: uno recibió un tratamiento con un nuevo medicamento y el otro grupo recibió un placebo. Después de un seguimiento de 6 meses, se observó que 60 pacientes del grupo de tratamiento mejoraron y 40 pacientes del grupo de placebo mejoraron. Además, 20 pacientes de ambos grupos mejoraron. Cuántos pacientes no mejoraron en ninguno de los dos grupos?*

12. *En un hospital, se realizaron pruebas de detección de cáncer a 500 pacientes. De los cuales, 200 dieron positivo para cáncer de pulmón, 100 dieron positivo para cáncer de mama y 50 dieron positivo para ambos cánceres. Cuántos pacientes dieron negativo en ambas pruebas?*

13. *En un estudio sobre el uso de un nuevo tratamiento para la artritis, se dividió a 150 pacientes en tres grupos: uno recibió el nuevo tratamiento, otro recibió un tratamiento estándar y el último grupo recibió un placebo. Se encontró que 50 pacientes mejoraron con el nuevo tratamiento, 30 con el tratamiento estándar y 10 con el placebo. Además, 5 pacientes mejoraron con el nuevo tratamiento y el placebo, y 10 pacientes mejoraron con el tratamiento estándar y el placebo. Cuántos pacientes no mejoraron con ninguno de los tratamientos?*

14. *En un estudio sobre la relación entre la actividad física y la salud mental, se encuestó a 1000 personas. Se encontró que 400 personas hacen ejercicio regularmente, 500 personas informan una buena salud mental y 300 personas hacen ejercicio regularmente y también informan una buena salud mental. Cuántas personas no hacen ejercicio regularmente ni informan una buena salud mental?*

15. *Un programa de promoción de la salud se enfoca en tres grupos de personas: jóvenes, adultos y ancianos. Si se sabe que hay 100 jóvenes, 150 adultos y 75 ancianos en el programa, cuántas personas en total están siendo beneficiadas por el programa?*

Ejercicio 23. *Resolver los siguientes problemas relacionados con el área de promoción de la salud*

1. *En un estudio de promoción de la salud, se encontró que 30 personas no realizaban actividad física, 25 personas eran fumadoras y 10 personas cumplían ambas condiciones. Si el estudio incluyó a 100 participantes, cuántas personas realizan actividad física y no fuman?*

2. *Un hospital está desarrollando un programa de prevención de enfermedades cardiovasculares en tres poblaciones: hombres, mujeres y personas mayores de 60 años. Si se sabe que hay 400 hombres, 600 mujeres y 250 personas mayores de 60 años en el hospital, cuántas personas en total se beneficiarán del programa de prevención?*

3. *Un equipo de promoción de la salud desea evaluar el impacto de un programa de nutrición en tres grupos de personas: niños, adultos y ancianos. Si se sabe que hay 50 niños, 100 adultos y 25 ancianos en el programa, cuántas personas en total están siendo evaluadas?*

4. *En un estudio sobre hábitos alimenticios saludables, se encontró que 40 personas consumen frutas diariamente, 30 personas consumen verduras diariamente y 10 personas consumen ambos tipos de alimentos diariamente. Si el estudio incluyó a 100 participantes, cuántas personas no consumen ni frutas ni verduras diariamente?*

5. *En una comunidad de 500 personas, se realizó una encuesta para saber quiénes realizan actividad física y quiénes no. Se encontró que 300 personas realizan actividad física, 200 personas no realizan actividad física y 100 personas realizan tanto actividad física como alguna otra actividad deportiva. Cuántas personas realizan solo alguna actividad deportiva y no realizan actividad física?*

6. *Un estudio de una dieta muestra que 400 personas la siguen, 300 personas hacen ejercicio regularmente y 100 personas siguen la dieta y hacen ejercicio regularmente. Cuántas personas no siguen la dieta ni hacen ejercicio regularmente?*

7. *Se realizó un estudio de hábitos de sueño en una población de 1000 personas. De ellas, 400 personas duermen más de 8 horas al día, 300 personas duermen menos de 6 horas al día y 200 personas duermen entre 6 y 8 horas al día. Si se sabe que 100 personas duermen más de 8 horas y menos de 6 horas al día, cuántas personas duermen exactamente 8 horas al día?*

8. *En un estudio sobre hábitos alimenticios, se encuestó a 500 personas y se encontró que 200 personas consumen más de 3 porciones de frutas y verduras al día, 150 personas consumen menos de 2 porciones de frutas y verduras al día y 100 personas consumen 2 porciones de frutas y verduras al día. Cuántas personas consumen exactamente 3 porciones de frutas y verduras al día?*

9. *Un estudio sobre el consumo de tabaco indica que en una población de 1000 personas, 400 personas son fumadoras, 200 personas han dejado de fumar y 100 personas son fumadoras y han intentado dejar de fumar sin éxito. Cuántas personas han dejado de fumar y nunca han fumado?*

10. *En una encuesta sobre el uso de métodos anticonceptivos, se encontró que en una población de 600 personas, 300 usan algún método anticonceptivo, 200 no usan ningún método anticonceptivo y 100 personas usan métodos anticonceptivos y han tenido embarazos no deseados. Cuántas personas usan métodos anticonceptivos y no han tenido embarazos no deseados?*

11. *En un estudio sobre la actividad física en una población de 800 personas, se encontró que 400 personas realizan actividad física, 200 personas no realizan actividad física y 100 personas no realizan actividad física pero caminan al menos 30 minutos al día. Cuántas personas realizan actividad física y no caminan al menos 30 minutos al día?*

12. *Un estudio sobre el consumo de tabaco indica que en una población de 1200 personas, 500 personas son fumadoras, 300 personas han dejado de fumar y 200 personas son fumadoras y han intentado dejar de fumar sin éxito. Cuántas personas han dejado de fumar y nunca han fumado?*

13. *En una encuesta sobre el uso de métodos anticonceptivos, se encontró que en una población de 800 personas, 400 usan algún método anticonceptivo, 300 no usan ningún método anticonceptivo y 150 personas usan métodos anticonceptivos y han tenido embarazos no deseados. Cuántas personas usan métodos anticonceptivos y no han tenido embarazos no deseados?*

14. *En un estudio sobre la actividad física en una población de 1000 personas, se encontró que 500 personas realizan actividad física, 300 personas no realizan actividad física y 150 personas no realizan actividad física pero caminan al menos 30 minutos al día. Cuántas personas realizan actividad física y no caminan al menos 30 minutos al día?*

15. *Un nutricionista quiere evaluar la dieta de sus pacientes y divide a sus pacientes en tres grupos: los que consumen suficiente fibra, los que consumen suficiente proteína*

y los que consumen suficiente grasa. Si se sabe que hay 30 pacientes que consumen suficiente fibra, 20 pacientes que consumen suficiente proteína y 25 pacientes que consumen suficiente grasa, y que 10 pacientes consumen suficiente fibra y proteína, 15 pacientes consumen suficiente fibra y grasa, 5 pacientes consumen suficiente proteína y grasa, y 3 pacientes consumen suficiente fibra, proteína y grasa, cuántos pacientes hay en total?

Ejercicio 24. *Resolver los siguientes problemas del área de Nutrición*

1. *En un estudio nutricional se evaluó el consumo de ciertas vitaminas en una población. Se sabe que el* 40 % *de la población consume suficiente vitamina A, el* 60 % *consume suficiente vitamina C y el* 20 % *consume suficiente vitamina D. Si además se sabe que el* 15 % *consume suficiente vitamina A y C, el* 5 % *consume suficiente vitamina A y D, y el* 8 % *consume suficiente vitamina C y D, cuál es el porcentaje de la población que consume suficiente al menos una de estas vitaminas?*

2. *Un nutricionista quiere evaluar la preferencia de ciertos alimentos en una población de niños. Se divide a la población en tres grupos: los que prefieren frutas, los que prefieren verduras y los que prefieren lácteos. Si se sabe que hay 50 niños que prefieren frutas, 40 niños que prefieren verduras y 30 niños que prefieren lácteos, y que 15 niños prefieren frutas y verduras, 10 niños prefieren frutas y lácteos, y 5 niños prefieren verduras y lácteos, cuántos niños hay en total en la población?*

3. *Se realizó un estudio para evaluar el efecto de ciertos nutrientes en la salud dental. Se dividieron a los pacientes en tres grupos según su consumo: los que consumen suficiente calcio, los que consumen suficiente fósforo y los que consumen suficiente vitamina D. Si se sabe que hay 80 pacientes que consumen suficiente calcio, 70 pacientes que consumen suficiente fósforo y 60 pacientes que consumen suficiente vitamina D, y que 35 pacientes consumen suficiente calcio y fósforo, 30 pacientes consumen suficiente calcio y vitamina D, y 20 pacientes consumen suficiente fósforo y vitamina D, cuántos pacientes hay en total?*

4. *En un estudio se evaluó el consumo de frutas y verduras en tres grupos de pacientes con diferentes enfermedades crónicas. Se encontró que 40 pacientes consumen frutas diariamente, 50 pacientes consumen verduras diariamente y 20 pacientes consumen ambas diariamente. Cuántos pacientes consumen frutas o verduras diariamente?*

5. *En una encuesta se evaluó el consumo de lácteos y de proteínas en dos grupos de personas: vegetarianos y no vegetarianos. Se encontró que 80 vegetarianos consumen lácteos diariamente, 100 no vegetarianos consumen proteínas diariamente y 60 personas consumen ambos diariamente. Si hay un total de 150 vegetarianos y 250 no vegetarianos, cuántos consumen lácteos o proteínas diariamente?*

6. *Se realizó un estudio para evaluar la relación entre el consumo de fibra y la salud digestiva. Se encontró que 60 personas consumen diariamente alimentos ricos en fibra, 40 personas tienen problemas digestivos y 20 personas consumen alimentos ricos en fibra y tienen problemas digestivos. Cuántas personas consumen alimentos ricos en fibra o tienen problemas digestivos?*

7. *Se evaluó el consumo de alimentos procesados y la prevalencia de obesidad en un grupo de personas. Se encontró que 70 personas consumen diariamente alimentos procesados, 50 personas tienen obesidad y 20 personas consumen alimentos procesados y tienen obesidad. Cuántas personas consumen alimentos procesados o tienen obesidad?*

8. *En una evaluación del consumo de vitaminas y minerales se encontró que 80 personas consumen diariamente alimentos ricos en vitaminas, 100 personas consumen diariamente alimentos ricos en minerales y 40 personas consumen ambos diariamente. Cuántas personas consumen alimentos ricos en vitaminas o minerales diariamente?*

9. *Se realizó un estudio para evaluar el consumo de grasas saturadas y la salud cardiovascular. Se encontró que 60 personas consumen diariamente alimentos ricos en grasas saturadas, 30 personas tienen enfermedades cardiovasculares y 10 personas consumen alimentos ricos en grasas saturadas y tienen enfermedades cardiovasculares. Cuántas personas consumen alimentos ricos en grasas saturadas o tienen enfermedades cardiovasculares?*

10. *En una encuesta de hábitos alimentarios se evaluó el consumo de alimentos ultraprocesados y de fibra en dos grupos de personas: sedentarias y activas. Se encontró que 60 personas sedentarias consumen diariamente alimentos ultraprocesados, 40 personas activas consumen diariamente alimentos ricos en fibra y 20 personas sedentarias consumen alimentos ultraprocesados y ricos en fibra diariamente. Si hay un total de 200 personas sedentarias y 300 personas activas, cuántas consumen alimentos ultraprocesados o ricos en fibra diariamente?*

11. *En un estudio se evaluaron tres grupos de personas: las que no consumen lácteos, las que consumen leche y las que consumen queso. Se encontró que 10 personas no consumen lácteos, 20 personas consumen leche y 15 personas consumen queso. Si se sabe que 5 personas consumen tanto leche como queso, cuántas personas hay en total?*

12. *Un nutricionista evaluó los hábitos alimenticios de tres grupos de personas: vegetarianos, omnívoros y veganos. Se encontró que 25 personas son vegetarianas, 30 personas son omnívoras y 15 personas son veganas. Si se sabe que 10 personas son tanto vegetarianas como omnívoras, 5 personas son tanto vegetarianas como veganas, y 8 personas son tanto omnívoras como veganas, cuántas personas hay en total?*

13. *En una encuesta sobre el consumo de frutas, se encontró que 40 personas consumen manzanas, 30 personas consumen naranjas y 25 personas consumen plátanos. Si se sabe que 10 personas consumen tanto manzanas como naranjas, 5 personas consumen tanto naranjas como plátanos, y 8 personas consumen tanto manzanas como plátanos, cuántas personas hay en total?*

14. *En un estudio sobre los hábitos alimenticios de los habitantes de una ciudad, se encontró que 60 personas consumen carne, 80 personas consumen verduras y 50*

personas consumen frutas. Si se sabe que 20 personas consumen tanto carne como verduras, 10 personas consumen tanto carne como frutas, y 15 personas consumen tanto verduras como frutas, cuántas personas hay en total?

15. *Se tiene un inventario de materiales inflamables en una fábrica. El conjunto A representa los materiales inflamables almacenados en la bodega y el conjunto B representa los materiales inflamables en proceso de uso. Si $n(A) = 50$, $n(B) = 20$ y $n(A \cap B) = 10$, cuántos materiales inflamables hay en total en la fábrica?*

Ejercicio 25. *Resolver los siguientes ejercicios relacionados con protección civil y gestión de riesgos*

1. *Se tiene un registro de los diferentes tipos de desastres naturales ocurridos en un país durante un año. El conjunto A representa los desastres naturales relacionados con el clima, el conjunto B representa los desastres naturales relacionados con el medio ambiente y el conjunto C representa los desastres naturales relacionados con la geología. Si $n(A) = 25$, $n(B) = 15$, $n(C) = 10$, $n(A \cap B) = 5$, $n(A \cap C) = 3$, $n(B \cap C) = 2$ y $n(A \cap B \cap C) = 1$, cuántos desastres naturales hubo en total durante el año?*

2. *En un centro comercial se lleva a cabo un simulacro de terremoto. El conjunto A representa los locales comerciales en el primer piso, el conjunto B representa los locales comerciales en el segundo piso y el conjunto C representa los locales comerciales en el tercer piso. Si $n(A) = 20$, $n(B) = 25$, $n(C) = 30$, $n(A \cap B) = 10$, $n(A \cap C) = 5$ y $n(B \cap C) = 8$, cuántos locales comerciales participaron en el simulacro?*

3. *Se está llevando a cabo un análisis de riesgo en una zona industrial. El conjunto A representa las empresas que manejan materiales peligrosos, el conjunto B representa las empresas que manejan residuos tóxicos y el conjunto C representa las empresas que manejan sustancias explosivas. Si $n(A) = 30$, $n(B) = 20$, $n(C) = 25$, $n(A \cap B) = 5$, $n(A \cap C) = 8$ y $n(B \cap C) = 10$, cuántas empresas están en riesgo?*

4. *Se está realizando una evaluación de vulnerabilidad en una comunidad. El conjunto A representa las viviendas construidas en zonas de alto riesgo, el conjunto B representa las viviendas construidas en zonas de riesgo medio y el conjunto C representa las viviendas construidas en zonas de bajo riesgo. Si $n(A) = 100$, $n(B) = 150$, $n(C) = 200$, $n(A \cap B) = 50$, $n(A \cap C) = 20$ y $n(B \cap C) = 30$, cuántas viviendas se evaluaron?*

5. *En un almacén de productos químicos, se tiene un inventario de sustancias corrosivas. El conjunto A representa las sustancias corrosivas almacenadas en el almacén principal, y el conjunto B representa las sustancias corrosivas almacenadas en un almacén auxiliar. Si $n(A) = 80$, $n(B) = 30$, y $n(A \cap B) = 10$, cuántas sustancias corrosivas hay en total en ambos almacenes?*

6. *Se realiza un estudio de riesgo sísmico en una zona urbana. El conjunto A representa los edificios residenciales, el conjunto B representa los edificios comerciales y el*

conjunto C representa los edificios industriales. Si $n(A) = 200$, $n(B) = 150$, $n(C) = 100$, $n(A \cap B) = 50$, $n(A \cap C) = 30$ *y* $n(B \cap C) = 20$, *cuántos edificios se evaluaron en total?*

7. *En un parque industrial, se realiza una inspección de seguridad. El conjunto A representa las áreas de almacenamiento, el conjunto B representa las áreas de producción y el conjunto C representa las áreas administrativas. Si* $n(A) = 40$, $n(B) = 60$, $n(C) = 30$, $n(A \cap B) = 15$, $n(A \cap C) = 10$ *y* $n(B \cap C) = 5$, *cuántas áreas se inspeccionaron en total?*

8. *Se lleva a cabo un análisis de riesgo en una red de distribución de agua potable. El conjunto A representa las tuberías principales, el conjunto B representa las tuberías secundarias y el conjunto C representa las tuberías de conexión a los hogares. Si* $n(A) = 80$, $n(B) = 120$, $n(C) = 200$, $n(A \cap B) = 40$, $n(A \cap C) = 60$ *y* $n(B \cap C) = 100$, *cuántas tuberías se incluyeron en el análisis?*

9. *En un centro educativo, se realiza un simulacro de evacuación. El conjunto A representa las aulas de clase, el conjunto B representa las oficinas administrativas y el conjunto C representa los laboratorios. Si* $n(A) = 30$, $n(B) = 20$, $n(C) = 15$, $n(A \cap B) = 5$, $n(A \cap C) = 10$ *y* $n(B \cap C) = 3$, *cuántos espacios se evacuaron en total durante el simulacro?*

10. *Se realiza un estudio de peligrosidad volcánica en una región. El conjunto A representa las áreas con riesgo de caída de cenizas, el conjunto B representa las áreas con riesgo de flujos piroclásticos y el conjunto C representa las áreas con riesgo de lahares. Si* $n(A) = 50$, $n(B) = 40$, $n(C) = 30$, $n(A \cap B) = 10$, $n(A \cap C) = 5$ *y* $n(B \cap C) = 8$, *cuántas áreas se consideraron en total en el estudio?*

11. *Se realiza un análisis de vulnerabilidad en una red de suministro eléctrico. El conjunto A representa los transformadores, el conjunto B representa las líneas de distribución y el conjunto C representa los centros de control. Si* $n(A) = 100$, $n(B) = 150$, $n(C) = 80$, $n(A \cap B) = 40$, $n(A \cap C) = 20$ *y* $n(B \cap C) = 30$, *cuántos componentes se evaluaron en total?*

12. *Se lleva a cabo una evaluación de riesgo en un parque nacional. El conjunto A representa las áreas con riesgo de incendios forestales, el conjunto B representa las áreas con riesgo de deslizamientos de tierra y el conjunto C representa las áreas con riesgo de inundaciones. Si* $n(A) = 70$, $n(B) = 60$, $n(C) = 80$, $n(A \cap B) = 20$, $n(A \cap C) = 15$ *y* $n(B \cap C) = 10$, *cuántas áreas se evaluaron en total en el parque nacional?*

13. *En una zona costera, se realiza una evaluación de vulnerabilidad ante tsunamis. El conjunto A representa las áreas residenciales, el conjunto B representa las áreas comerciales y el conjunto C representa las áreas turísticas. Si* $n(A) = 120$, $n(B) = 80$, $n(C) = 60$, $n(A \cap B) = 30$, $n(A \cap C) = 20$ *y* $n(B \cap C) = 10$, *cuántas áreas se consideraron en total en la evaluación?*

14. *Se realiza un análisis de amenazas en una planta química. El conjunto A representa los procesos de producción, el conjunto B representa los sistemas de almacenamiento y el conjunto C representa las instalaciones de tratamiento de efluentes. Si* $n(A) = 50$, $n(B) = 40$, $n(C) = 30$, $n(A \cap B) = 10$, $n(A \cap C) = 5$ *y* $n(B \cap C) = 8$, *cuántos aspectos se consideraron en total en el análisis?*

15. *En una reserva natural, se tienen tres tipos de especies animales: mamíferos, aves y reptiles. Se sabe que 30 animales son mamíferos, 20 son aves y 15 son reptiles. Además, se sabe que 5 animales son mamíferos y aves, 10 son aves y reptiles, y 3 son mamíferos y reptiles. Cuántos animales hay en total en la reserva natural?*

Ejercicio 26. *Resolver los siguientes ejercicios relacionados con el área de Ciencias ambientales y cambio climático:*

1. *En un estudio sobre la calidad del aire se detectaron tres tipos de contaminantes: CO, SO2 y NO2. Se sabe que* 50 % *de la población está expuesta a CO,* 30 % *está expuesta a SO2 y* 20 % *está expuesta a NO2. Además, se sabe que el* 10 % *está expuesto a CO y SO2, el* 5 % *a CO y NO2, y el* 3 % *a SO2 y NO2. Cuál es el porcentaje de la población que está expuesta a los tres contaminantes?*

2. *En una zona de cultivos se tienen tres tipos de plantas: A, B y C. Se sabe que el* 70 % *de la superficie cultivada es de plantas A, el* 60 % *es de plantas B y el* 40 % *es de plantas C. Además, se sabe que el* 30 % *de la superficie cultivada es de plantas A y B, el* 20 % *es de plantas B y C, y el* 10 % *es de plantas A y C. Qué porcentaje de la superficie cultivada es de plantas A, B y C?*

3. *En un estudio sobre la calidad del agua de un río se detectaron tres tipos de contaminantes: bacterias, metales pesados y nutrientes. Se sabe que el* 70 % *de las muestras tomadas contenían bacterias, el* 40 % *contenían metales pesados y el* 50 % *contenían nutrientes. Además, se sabe que el* 30 % *contenían bacterias y metales pesados, el* 20 % *contenían metales pesados y nutrientes, y el* 10 % *contenían bacterias y nutrientes. Qué porcentaje de las muestras tomadas contenían los tres tipos de contaminantes?*

4. *En un ecosistema marino se tienen tres tipos de organismos: algas, crustáceos y peces. Se sabe que el* 60 % *de la biomasa total corresponde a algas, el* 30 % *corresponde a crustáceos y el* 10 % *corresponde a peces. Además, se sabe que el* 20 % *corresponde a algas y crustáceos, el* 5 % *corresponde a algas y peces, y el* 3 % *corresponde a crustáceos y peces. Qué porcentaje de la biomasa total corresponde a cada tipo de organismo?*

5. *En un estudio de la biodiversidad de un área, se encontraron 45 especies de aves, 35 especies de mamíferos y 20 especies de reptiles. Si se sabe que hay 10 especies de animales que son tanto aves como mamíferos, y 5 especies que son tanto mamíferos como reptiles, cuántas especies hay que son exclusivas de reptiles?*

6. *Un estudio sobre el uso de recursos naturales en una región encontró que el* 40 % *de la población utiliza agua subterránea, el* 60 % *utiliza agua de ríos y el* 20 % *uti-*

liza ambos recursos. Si la población total es de 100,000 habitantes, cuántos utilizan exclusivamente agua subterránea?

7. *Se realizó un estudio sobre la calidad del aire en una ciudad y se encontraron 80 puntos de monitoreo donde se midieron los niveles de tres contaminantes: dióxido de azufre (SO2), dióxido de nitrógeno (NO2) y material particulado (PM2.5). Se encontró que en 20 puntos se excedió el límite máximo permitido para SO2, en 30 puntos se excedió el límite máximo permitido para NO2 y en 40 puntos se excedió el límite máximo permitido para PM2.5. Si se sabe que en 5 puntos se excedieron los límites de los tres contaminantes, cuántos puntos de monitoreo no excedieron ninguno de los límites?*

8. *Se tiene un conjunto de 50 especies de plantas, 30 especies de aves y 20 especies de mamíferos. Se sabe que hay 10 especies de plantas que son también aves, 5 especies de plantas que son también mamíferos, 5 especies de aves que son también mamíferos y 2 especies que son tanto plantas como mamíferos. Cuántas especies hay que son exclusivas de plantas?*

9. *En un estudio de la calidad del agua de un río se midieron los niveles de tres contaminantes: mercurio (Hg), plomo (Pb) y cadmio (Cd). Se encontró que en 10 puntos de muestreo se excedió el límite máximo permitido para Hg, en 15 puntos se excedió el límite máximo permitido para Pb y en 20 puntos se excedió el límite máximo permitido para Cd. Si se sabe que en 5 puntos se excedieron los límites de los tres contaminantes, Cuántos puntos de muestreo no excedieron ninguno de los límites?*

10. *Se realizó un estudio sobre la biodiversidad en un área protegida y se encontraron 50 especies de aves, 30 especies de mamíferos y 20 especies de reptiles. Si se sabe que hay 5 especies de animales que son tanto aves como mamíferos, y 2 especies que son tanto mamíferos como reptiles, Cuántas especies hay que son exclusivas de reptiles?*

11. *En una reserva natural, se tienen tres tipos de especies animales: mamíferos, aves y reptiles. Se sabe que 30 animales son mamíferos, 20 son aves y 15 son reptiles. Además, se sabe que 5 animales son mamíferos y aves, 10 son aves y reptiles, y 3 son mamíferos y reptiles. Cuántos animales hay en total en la reserva natural?*

12. *En una zona de cultivos se tienen tres tipos de plantas: A, B y C. Se sabe que el* 70 % *de la superficie cultivada es de plantas A, el* 60 % *es de plantas B y el* 40 % *es de plantas C. Además, se sabe que el* 30 % *de la superficie cultivada es de plantas A y B, el* 20 % *es de plantas B y C, y el* 10 % *es de plantas A y C. Qué porcentaje de la superficie cultivada es de plantas A, B y C?*

13. *En un estudio sobre la calidad del agua de un río se detectaron tres tipos de contaminantes: bacterias, metales pesados y nutrientes. Se sabe que el* 70 % *de las muestras tomadas contenían bacterias, el* 40 % *contenían metales pesados y el* 50 % *contenían nutrientes. Además, se sabe que el* 30 % *contenían bacterias y metales pesados, el* 20 % *contenían metales pesados y nutrientes, y el* 10 % *contenían bacterias y nutrientes. Qué porcentaje de las muestras tomadas contenían los tres tipos de contaminantes?*

14. *En un ecosistema marino se tienen tres tipos de organismos: algas, crustáceos y peces. Se sabe que el* 60 % *de la biomasa total corresponde a algas, el* 30 % *corresponde a crustáceos y el* 10 % *corresponde a peces. Además, se sabe que el* 20 % *corresponde a algas y crustáceos, el* 5 % *corresponde a algas y peces, y el* 3 % *corresponde a crustáceos y peces. Qué porcentaje de la biomasa total corresponde a cada tipo de organismo?*

15. *En un grupo de 50 personas, 20 hablan inglés, 25 hablan español y 15 hablan francés. De estas personas, 10 hablan inglés y español, 8 hablan inglés y francés, y 5 hablan español y francés. Cuántas personas hablan solo un idioma?*

Miscelanea de ejercicios de cardinalidad de conjuntos

Ejercicio 27. *Sean A, B y C tres conjuntos tales que*

1. $n(A) = 30$, $n(B) = 40$, $n(C) = 50$, $n(A \cap B) = 10$, $n(B \cap C) = 20$ *y* $n(C \cap A) = 15$. *Encuentra* $n((A \cap B) \cap C)$.

2. $n(A) = 20$, $n(B) = 30$, $n(C) = 40$, $n(A \cap B) = 5$, $n(B \cap C) = 15$ *y* $n(C \cap A) = 10$. *Encuentra* $n((A \cap C) - B)$.

3. $n(A) = 50$, $n(B) = 60$, $n(C) = 70$, $n(A \cap B) = 15$, $n(B \cap C) = 20$ *y* $n(C \cap A) = 25$. *Encuentra* $n((A \cap C) \cap (B \cap C))$.

4. $n(A) = 30$, $n(B) = 40$, $n(C) = 50$, $n(A \cap B) = 10$, $n(B \cap C) = 20$ *y* $n(C \cap A) = 15$. *Encuentra* $n((A \cup B) - C)$.

5. $n(A) = 20$, $n(B) = 30$, $n(C) = 40$, $n(A \cap B) = 5$, $n(B \cap C) = 15$ *y* $n(C \cap A) = 10$. *Encuentra* $n((A \cup B) \cap C)$.

6. $n(A) = 50$, $n(B) = 60$, $n(C) = 70$, $n(A \cap B) = 15$, $n(B \cap C) = 20$ *y* $n(C \cap A) = 25$. *Encuentra* $n((A \cup C) - (B \cup C))$.

7. $n(A) = 30$, $n(B) = 40$, $n(C) = 50$, $n(A \cap B) = 10$, $n(B \cap C) = 20$ *y* $n(C \cap A) = 15$. *Encuentra* $n((A \cap B) - C)$.

8. $n(A) = 20$, $n(B) = 30$, $n(C) = 40$, $n(A \cap B) = 5$, $n(B \cap C) = 15$ *y* $n(C \cap A) = 10$. *Encuentra* $n((A \cup B) \cup (A \cup C))$.

9. $n(A) = 50$, $n(B) = 60$, $n(C) = 70$, $n(A \cap B) = 15$, $n(B \cap C) = 20$ *y* $n(C \cap A) = 25$. *Encuentra* $n((A \cup B) \cap (B \cup C))$.

10. $n(A) = 40$, $n(B) = 50$, $n(C) = 60$, $n(A \cap B) = 20$, $n(B \cap C) = 30$ *y* $n(C \cap A) = 10$. *Encuentra* $n((A \cap B) \cap C)$.

11. $n(A) = 30$, $n(B) = 50$, $n(C) = 70$, $n(A \cap B) = 10$, $n(B \cap C) = 20$ *y* $n(C \cap A) = 15$. *Encuentra* $n((A \cap C) - B)$.

12. $n(A) = 60$, $n(B) = 70$, $n(C) = 80$, $n(A \cap B) = 30$, $n(B \cap C) = 40$ *y* $n(C \cap A) = 20$. *Encuentra* $n((A \cap C) \cap (B \cap C))$.

13. $n(A) = 40$, $n(B) = 50$, $n(C) = 60$, $n(A \cap B) = 15$, $n(B \cap C) = 25$ *y* $n(C \cap A) = 20$. *Encuentra* $n((A \cup B) - C)$.

14. $n(A) = 30$, $n(B) = 50$, $n(C) = 70$, $n(A \cap B) = 5$, $n(B \cap C) = 15$ *y* $n(C \cap A) = 10$. *Encuentra* $n((A \cup B) \cap C)$.

15. $n(A) = 60$, $n(B) = 70$, $n(C) = 80$, $n(A \cap B) = 20$, $n(B \cap C) = 25$ *y* $n(C \cap A) = 30$. *Encuentra* $n((A \cup C) - (B \cup C))$.

16. $|A| = 18$, $|B| = 12$, $|C| = 30$, $|A \cap B| = 3$, $|A \cap C| = 4$, $|B \cap C| = 5$ *y* $|A \cap B \cap C| = 2$. *Encuentra* $|(A \cap B) \cap C|$.

17. $|A| = 18$, $|B| = 12$, $|C| = 30$, $|A \cap B| = 3$, $|A \cap C| = 4$, $|B \cap C| = 5$ *y* $|A \cap B \cap C| = 2$. *Encuentra* $|((A \cap B) \cup C) \cap (A \cup B \cup C)|$.

18. $|A| = 18$, $|B| = 12$, $|C| = 30$, $|A \cap B| = 3$, $|A \cap C| = 4$, $|B \cap C| = 5$ *y* $|A \cap B \cap C| = 2$. *Encuentra* $|((A \cap B) \cap C) \cup (A \cup B \cup C)|$.

19. $|A| = 22$, $|B| = 25$, $|C| = 20$, $|A \cap B| = 6$, $|A \cap C| = 4$, $|B \cap C| = 8$ *y* $|A \cap B \cap C| = 3$. *Encuentra* $|(A \cap C) - (B \cup C)|$.

20. $|A| = 14$, $|B| = 16$, $|C| = 12$, $|A \cap B| = 2$, $|A \cap C| = 3$, $|B \cap C| = 2$ *y* $|A \cap B \cap C| = 1$. *Encuentra* $|(A \cup B \cup C) \cap (A \cap B)|$.

21. $|A| = 30$, $|B| = 25$, $|C| = 18$, $|A \cap B| = 8$, $|A \cap C| = 6$, $|B \cap C| = 3$ *y* $|A \cap B \cap C| = 2$. *Encuentra* $|((A \cup B) \cap (A \cup C)) \cap (B \cup C)|$.

22. $|A| = 12$, $|B| = 20$, $|C| = 24$, $|A \cap B| = 3$, $|A \cap C| = 4$, $|B \cap C| = 6$ *y* $|A \cap B \cap C| = 1$. *Encuentra* $|(A \cap B \cap C) \cup (A \cap B)|$.

23. $|A| = 25$, $|B| = 15$, $|C| = 18$, $|A \cap B| = 4$, $|A \cap C| = 5$, $|B \cap C| = 3$ *y* $|A \cap B \cap C| = 2$. *Encuentra* $|((A \cap B) \cap C) \cup (A \cap B)|$.

24. $|A| = 18$, $|B| = 12$, $|C| = 30$, $|A \cap B| = 3$, $|A \cap C| = 4$, $|B \cap C| = 5$ *y* $|A \cap B \cap C| = 2$. *Encuentra* $|(A \cup B) - (B \cup C)|$.

25. $|A| = 22$, $|B| = 25$, $|C| = 20$, $|A \cap B| = 6$, $|A \cap C| = 4$, $|B \cap C| = 8$ *y* $|A \cap B \cap C| = 3$. *Encuentra* $|(A \cap C) \cup (B \cap C)|$.

26. $|A| = 14$, $|B| = 16$, $|C| = 12$, $|A \cap B| = 2$, $|A \cap C| = 3$, $|B \cap C| = 2$ *y* $|A \cap B \cap C| = 1$. *Encuentra* $|(A \cup B \cup C) - (A \cup B)|$.

27. $|A| = 30$, $|B| = 25$, $|C| = 18$, $|A \cap B| = 8$, $|A \cap C| = 6$, $|B \cap C| = 3$ *y* $|A \cap B \cap C| = 2$. *Encuentra* $|(A \cup C) \cap (B \cup C)|$.

28. $|A| = 12$, $|B| = 20$, $|C| = 24$, $|A \cap B| = 3$, $|A \cap C| = 4$, $|B \cap C| = 6$ *y* $|A \cap B \cap C| = 1$. *Encuentra* $|((A \cup B) \cup C) - (A \cup C)|$.

29. $|A| = 25$, $|B| = 15$, $|C| = 18$, $|A \cap B| = 4$, $|A \cap C| = 5$, $|B \cap C| = 3$ *y* $|A \cap B \cap C| = 2$. *Encuentra* $|(A \cup B) \cap (B \cup C)|$.

30. $|A| = 18$, $|B| = 12$, $|C| = 30$, $|A \cap B| = 3$, $|A \cap C| = 4$, $|B \cap C| = 5$ *y* $|A \cap B \cap C| = 2$. *Encuentra* $|(A \cap B) \cup (A \cap C) \cup (B \cap C)|$.

31. *Si* $n(A) = 25$, $n(B) = 60$, *y* $n(A \cap B) = 15$, *entonces* $n(A \cup B) = 70$.

32. *Si* $n(A) = 35$, $n(B) = 40$, *y* $n(A \cap B) = 25$, *entonces* $n(A \cup B) = 50$.

33. *Si* $n(A) = 15$, $n(B) = 50$, *y* $n(A \cap B) = 5$, *entonces* $n(A \cup B) = 60$.

34. *Si* $|A| = 50$, $|B| = 30$, $|C| = 20$, $|A \cap B| = 10$, $|A \cap C| = 5$, $|B \cap C| = 3$, *y* $|A \cap B \cap C| = 2$, *encuentra* $|A \cup B \cup C - A \cap B \cap C|$.

35. *Si* $|A| = 35$, $|B| = 25$, $|C| = 15$, $|A \cap B| = 10$, $|A \cap C| = 5$, $|B \cap C| = 8$, *y* $|A \cap B \cap C| = 2$, *encuentra* $|A \cup B \cup C - (A \cap B \cap C \cap A \cap C)|$.

36. *Si* $|A| = 60$, $|B| = 40$, $|C| = 30$, $|A \cap B| = 15$, $|A \cap C| = 8$, $|B \cap C| = 5$, *y* $|A \cap B \cap C| = 3$, *encuentra* $|A \cup B \cup C - (A \cap B \cap C \cap B \cap C)|$.

37. *Si* $|A| = 20$, $|B| = 30$, $|C| = 40$, $|A \cap B| = 10$, $|A \cap C| = 15$, $|B \cap C| = 20$, *y* $|A \cap B \cap C| = 5$, *encuentra* $|A \cup B \cup C|$.

38. *Si* $|A| = 100$, $|B| = 80$, $|C| = 60$, $|A \cap B| = 30$, $|A \cap C| = 20$, $|B \cap C| = 15$, *y* $|A \cap B \cap C| = 5$, *encuentra* $|A \cap B \cup B \cap C \cup C \cap A|$.

39. *Si* $|A| = 50$, $|B| = 40$, $|C| = 30$, $|A \cap B| = 10$, $|A \cap C| = 15$, $|B \cap C| = 20$, *y* $|A \cap B \cap C| = 5$, *encuentra* $|A \cap B \cap C^c|$.

40. *Si* $|A| = 80$, $|B| = 70$, $|C| = 60$, $|A \cap B| = 30$, $|A \cap C| = 20$, $|B \cap C| = 15$, *y* $|A \cap B \cap C| = 5$, *encuentra* $|A \cup B \cup C| - |A \cap B \cap C|$.

41. *Si* $|A| = 40$, $|B| = 30$, $|C| = 20$, $|A \cap B| = 10$, $|A \cap C| = 15$, $|B \cap C| = 20$, *y* $|A \cap B \cap C| = 5$, *encuentra* $|A^c \cap B^c \cap C^c|$.

42. *Si* $|A| = 55$, $|B| = 20$, $|C| = 35$, $|A \cap B| = 8$, $|A \cap C| = 10$, $|B \cap C| = 6$, *y* $|A \cap B \cap C| = 3$, *encuentra* $|A \cup B \cup C - A \cap B \cap C|$.

43. *Si* $|A| = 40$, $|B| = 30$, $|C| = 25$, $|A \cap B| = 12$, $|A \cap C| = 5$, $|B \cap C| = 7$, *y* $|A \cap B \cap C| = 4$, *encuentra* $|A \cup B \cup C - (A \cap B \cap C \cap A \cap C)|$.

44. *Si* $|A| = 65$, $|B| = 50$, $|C| = 40$, $|A \cap B| = 20$, $|A \cap C| = 12$, $|B \cap C| = 8$, *y* $|A \cap B \cap C| = 5$, *encuentra* $|A \cup B \cup C - (A \cap B \cap C \cap B \cap C)|$.

45. $|A| = 30$, $|B| = 20$, $|C| = 25$, $|A \cap B| = 8$, $|A \cap C| = 6$, $|B \cap C| = 4$ *y* $|A \cap B \cap C| = 2$. *Encuentra* $|(A \cup B) \cap (B \cup C)|$.

46. $|A| = 40$, $|B| = 35$, $|C| = 30$, $|A \cap B| = 15$, $|A \cap C| = 10$, $|B \cap C| = 8$ *y* $|A \cap B \cap C| = 3$. *Encuentra* $|(A \cup B) \cap (B \cup C)|$.

47. $|A| = 22$, $|B| = 28$, $|C| = 15$, $|A \cap B| = 6$, $|A \cap C| = 3$, $|B \cap C| = 2$ *y* $|A \cap B \cap C| = 1$. *Encuentra* $|(A \cup B) \cap (B \cup C)|$.

48. $|A| = 30$, $|B| = 25$, $|C| = 18$, $|A \cap B| = 8$, $|A \cap C| = 6$, $|B \cap C| = 3$ *y* $|A \cap B \cap C| = 2$. *Encuentra* $|((A \cap B) \cap C) \cup (A \cup B \cup C)|$.

49. $|A| = 35$, $|B| = 20$, $|C| = 28$, $|A \cap B| = 10$, $|A \cap C| = 8$, $|B \cap C| = 4$ *y* $|A \cap B \cap C| = 3$. *Encuentra* $|(A \cap C) - (B \cup C)|$.

50. $|A| = 18$, $|B| = 22$, $|C| = 15$, $|A \cap B| = 4$, $|A \cap C| = 3$, $|B \cap C| = 2$ *y* $|A \cap B \cap C| = 1$. *Encuentra* $|(A \cup B \cup C) \cap (A \cap B)|$.

Aplicaciones

Ejercicio 28. *1. En un estudio sobre los efectos del tabaquismo en la salud, se entrevistó a 1000 personas. De los cuales, 600 fumaban, 400 no fumaban y 200 habían fumado en el pasado pero actualmente no fumaban. Además, se encontró que 100 fumadores tenían enfermedades respiratorias y 50 no fumadores también las tenían. Cuántas personas no fumaban y no tenían enfermedades respiratorias?*

2. En una encuesta sobre la preferencia de bebidas, se encontró que 40 personas prefieren café, 30 personas prefieren té y 20 personas prefieren jugo. Si se sabe que 10 personas prefieren tanto café como té, 5 personas prefieren tanto té como jugo, y 8 personas prefieren tanto café como jugo, Cuántas personas hay en total?

3. En un estudio sobre los hábitos alimenticios de una población, se encontró que 100 personas consumen carbohidratos, 80 personas consumen proteínas y 60 personas consumen grasas. Si se sabe que 20 personas consumen tanto carbohidratos como proteínas, 15 personas consumen tanto carbohidratos como grasas, y 10 personas consumen tanto proteínas como grasas, Cuántas personas hay en total?

4. En una encuesta sobre el consumo de lácteos, se encontró que 50 personas consumen leche, 30 personas consumen queso y 40 personas consumen yogurt. Si se sabe que 10 personas consumen tanto leche como queso, 5 personas consumen tanto queso como yogurt, y 8 personas consumen tanto leche como yogurt, Cuántas personas hay en total?

5. Un nutricionista quiere saber cuántos pacientes de su clínica han reportado alergias alimentarias. En el primer mes, 35 pacientes reportaron alergias a mariscos, 18 reportaron alergias a nueces y 11 reportaron alergias a ambas. Cuántos pacientes en total reportaron alergias alimentarias en ese mes?

6. En un estudio nutricional, se clasificó a los participantes en tres grupos: vegetarianos, veganos y omnívoros. Se encontró que 24 personas eran vegetarianas, 15 eran veganas y 54 eran omnívoras. Además, 5 personas eran vegetarianas y veganas, 15 eran vegetarianas y omnívoras, y 8 eran veganas y omnívoras. Cuántas personas participaron en el estudio en total?

7. Un nutricionista quiere saber cuántos de sus pacientes tienen una dieta baja en carbohidratos y/o baja en grasas. Descubrió que 42 pacientes tienen una dieta baja en carbohidratos, 34 tienen una dieta baja en grasas y 17 tienen ambas. Cuántos pacientes en total tienen una dieta baja en carbohidratos y/o baja en grasas?

8. *En un estudio sobre la relación entre la dieta y la salud mental, se preguntó a los participantes si seguían una dieta mediterránea, una dieta vegetariana o ninguna de las dos. Se encontró que 27 personas seguían una dieta mediterránea, 16 seguían una dieta vegetariana y 9 seguían ambas. Además, 25 personas no seguían ninguna de las dos dietas. Cuántas personas participaron en el estudio en total?*

9. *En una encuesta sobre el consumo de frutas y verduras, se preguntó a los participantes si comían al menos 3 porciones de frutas y/o 2 porciones de verduras al día. Se encontró que 45 personas comían al menos 3 porciones de frutas al día, 36 comían al menos 2 porciones de verduras al día y 18 comían ambas. Además, se encontró que 72 personas no cumplían con ninguno de los dos criterios. Cuántas personas participaron en la encuesta en total?*

10. *Un nutricionista quiere saber cuántos de sus pacientes tienen sobrepeso y/o hipertensión. En su clínica, encontró que 55 pacientes tienen sobrepeso, 42 tienen hipertensión y 21 tienen ambas condiciones. Además, encontró que 75 pacientes no tienen ni sobrepeso ni hipertensión. Cuántos pacientes en total asisten a la clínica?*

11. *En un estudio sobre nutrición se determinó que el* 60 % *de las personas encuestadas consumen frutas regularmente y el* 35 % *consumen verduras regularmente. Además, se encontró que el* 25 % *de las personas encuestadas consumen tanto frutas como verduras regularmente. Qué porcentaje de las personas encuestadas consumen solo frutas o solo verduras regularmente?*

12. *En un estudio sobre nutrición se determinó que el* 80 % *de las personas encuestadas consumen lácteos regularmente y el* 60 % *consumen cereales regularmente. Además, se encontró que el* 40 % *de las personas encuestadas consumen tanto lácteos como cereales regularmente. Qué porcentaje de las personas encuestadas consumen solo lácteos o solo cereales regularmente?*

13. *En un estudio sobre nutrición se determinó que el* 70 % *de las personas encuestadas consumen carne regularmente y el* 50 % *consumen pescado regularmente. Además, se encontró que el* 20 % *de las personas encuestadas no consumen ni carne ni pescado regularmente. Qué porcentaje de las personas encuestadas consumen tanto carne como pescado regularmente?*

14. *En un estudio sobre nutrición se determinó que el* 75 % *de las personas encuestadas consumen frutas regularmente, el* 60 % *consumen verduras regularmente y el* 40 % *consumen lácteos regularmente. Además, se encontró que el* 20 % *de las personas encuestadas consumen frutas, verduras y lácteos regularmente. Qué porcentaje de las personas encuestadas no consumen ni frutas, ni verduras, ni lácteos regularmente?*

15. *En un estudio sobre nutrición se determinó que el* 45 % *de las personas encuestadas consumen alimentos procesados regularmente y el* 60 % *consumen alimentos frescos regularmente. Además, se encontró que el* 30 % *de las personas encuestadas consumen tanto alimentos procesados como alimentos frescos regularmente. Qué porcentaje de las personas encuestadas consumen solo alimentos procesados o solo alimentos frescos regularmente?*

16. *En un estudio sobre nutrición se determinó que el* 55 % *de las personas encuestadas consumen carne regularmente y el* 40 % *consumen pescado regularmente. Además, se encontró que el* 30 % *de las personas encuestadas consumen tanto carne como pescado regularmente, y el* 10 % *no consumen ni carne ni pescado regularmente. Qué porcentaje de las personas encuestadas consumen solo carne o solo pescado regularmente?*

17. *En un estudio sobre nutrición se determinó que el* 80 % *de las personas encuestadas consumen alimentos ricos en grasas regularmente y el* 70 % *consumen alimentos ricos en azúcares regularmente. Además, se encontró que el* 50 % *de las personas encuestadas consumen tanto alimentos ricos en grasas como alimentos ricos en azúcares regularmente. Qué porcentaje de las personas encuestadas consumen solo alimentos ricos en grasas o solo alimentos ricos en azúcares regularmente?*

18. *Si en una reserva natural se tienen identificadas 120 especies de aves, 50 especies de mamíferos y 70 especies de reptiles, Cuántas especies de animales hay en total en la reserva?*

19. *En un bosque se han identificado 25 especies de árboles de hoja perenne, 15 especies de árboles de hoja caduca y 10 especies de arbustos. Cuántas especies de plantas leñosas hay en el bosque?*

20. *En una playa se han registrado 40 especies de moluscos, 30 especies de crustáceos y 20 especies de equinodermos. Cuántas especies de invertebrados marinos hay en total?*

21. *En un estudio de la biodiversidad en un humedal se han identificado 60 especies de plantas acuáticas, 25 especies de peces y 15 especies de aves acuáticas. Cuántas especies de organismos acuáticos se han registrado en el humedal?*

22. *En un jardín botánico se tienen 150 especies de plantas con flores, 70 especies de helechos y 30 especies de musgos. Cuántas especies de plantas no vasculares hay en el jardín botánico?*

23. *En un estudio de la fauna de un ecosistema se han registrado 80 especies de insectos, 50 especies de arañas y 30 especies de escorpiones. Cuántas especies de artrópodos hay en el ecosistema?*

24. *En una investigación sobre la diversidad de hongos en un bosque se han identificado 50 especies de hongos saprófitos, 30 especies de hongos parásitos y 20 especies de hongos mutualistas. Cuántas especies de hongos se han registrado en el bosque?*

25. *En un estudio sobre la calidad del aire se detectaron tres tipos de contaminantes: CO, SO2 y NO2. Se sabe que* 50 % *de la población está expuesta a CO,* 30 % *está expuesta a SO2 y* 20 % *está expuesta a NO2. Además, se sabe que el* 10 % *está expuesto a CO y SO2, el* 5 % *a CO y NO2, y el* 3 % *a SO2 y NO2. cuál es el porcentaje de la población que está expuesta a los tres contaminantes?*

26. *En un estudio de la biodiversidad de un área, se encontraron 45 especies de aves, 35 especies de mamíferos y 20 especies de reptiles. Si se sabe que hay 10 especies de animales que son tanto aves como mamíferos, y 5 especies que son tanto mamíferos como reptiles, Cuántas especies hay que son exclusivas de reptiles?*

27. *Un estudio sobre el uso de recursos naturales en una región encontró que el* 40 % *de la población utiliza agua subterránea, el* 60 % *utiliza agua de ríos y el* 20 % *utiliza ambos recursos. Si la población total es de 100,000 habitantes, Cuántos utilizan exclusivamente agua subterránea?*

28. *Se realizó un estudio sobre la calidad del aire en una ciudad y se encontraron 80 puntos de monitoreo donde se midieron los niveles de tres contaminantes: dióxido de azufre (SO2), dióxido de nitrógeno (NO2) y material particulado (PM2.5). Se encontró que en 20 puntos se excedió el límite máximo permitido para SO2, en 30 puntos se excedió el límite máximo permitido para NO2 y en 40 puntos se excedió el límite máximo permitido para PM2.5. Si se sabe que en 5 puntos se excedieron los límites de los tres contaminantes, Cuántos puntos de monitoreo no excedieron ninguno de los límites?*

29. *Se tiene un conjunto de 50 especies de plantas, 30 especies de aves y 20 especies de mamíferos. Se sabe que hay 10 especies de plantas que son también aves, 5 especies de plantas que son también mamíferos, 5 especies de aves que son también mamíferos y 2 especies que son tanto plantas como mamíferos. Cuántas especies hay que son exclusivas de plantas?*

30. *En un estudio de la calidad del agua de un río se midieron los niveles de tres contaminantes: mercurio (Hg), plomo (Pb) y cadmio (Cd). Se encontró que en 10 puntos de muestreo se excedió el límite máximo permitido para Hg, en 15 puntos se excedió el límite máximo permitido para Pb y en 20 puntos se excedió el límite máximo permitido para Cd. Si se sabe que en 5 puntos se excedieron los límites de los tres contaminantes, Cuántos puntos de muestreo no excedieron ninguno de los límites?*

31. *Se realizó un estudio sobre la biodiversidad en un área protegida y se encontraron 50 especies de aves, 30 especies de mamíferos y 20 especies de reptiles. Si se sabe que hay 5 especies de animales que son tanto aves como mamíferos, y 2 especies que son tanto mamíferos como reptiles, Cuántas especies hay que son exclusivas de reptiles?*

32. *En un estudio sobre la calidad del aire, se midió la concentración de dióxido de nitrógeno (NO2) en una ciudad durante una semana. Los resultados se dividieron en tres categorías: baja, media y alta concentración. Los datos fueron: 120 mediciones en la categoría de baja concentración, 80 en la categoría de media concentración y 30 en la categoría de alta concentración. cuál es el porcentaje de mediciones con baja concentración de NO2?*

33. *En una reserva natural se identificaron tres tipos de árboles: pinos, encinos y cedros. Se realizó un censo y se encontró que hay 150 pinos, 200 encinos y 100 cedros. Además, se sabe que hay 50 árboles que son tanto pinos como encinos, 30 que son*

tanto encinos como cedros, y 20 que son tanto pinos como cedros. Cuántos árboles hay en total en la reserva natural?

34. *Se llevó a cabo un estudio sobre la calidad del agua en un río. Se tomaron muestras en tres sitios diferentes: arriba del puente, debajo del puente y a la salida del río. En el sitio arriba del puente se encontró que el* 80 % *de las muestras eran aptas para el consumo humano, en el sitio debajo del puente el* 60 % *eran aptas y en el sitio a la salida del río el* 40 % *eran aptas. Si se sabe que se tomaron 100 muestras en total, Cuántas fueron aptas para el consumo humano?*

35. *Se realizó un estudio para determinar la distribución de especies de mariposas en una zona boscosa. Se identificaron tres especies: A, B y C. De las mariposas encontradas, el* 50 % *eran de la especie A, el* 30 % *de la especie B y el* 20 % *de la especie C. Además, se encontró que el* 10 % *de las mariposas eran de las especies A y B, el* 5 % *eran de las especies A y C, y el* 3 % *eran de las especies B y C. Si se encontraron 200 mariposas en total, Cuántas eran de la especie B?*

36. *En un estudio sobre la biodiversidad en un parque nacional se identificaron tres especies de aves: colibríes, loros y guacamayas. Se realizaron observaciones durante una hora en la que se identificaron 10 colibríes, 5 loros y 3 guacamayas. Se observó que el* 50 % *de los colibríes estaban en una zona del parque, el* 40 % *de los loros estaban en esa misma zona y el* 20 % *de las guacamayas estaban en la zona opuesta del parque. Si se sabe que la zona del parque cubre el* 30 % *del área total, Cuántas aves se observaron en esa zona?*

37. *En una fábrica de conservas, se produce un lote de 5000 unidades de atún enlatado. Si se selecciona una muestra aleatoria de 200 latas para verificar su calidad, cuál es la probabilidad de que la proporción muestral de latas defectuosas sea mayor a 0.1?*

38. *Una clínica dental realiza un estudio para determinar la eficacia de un nuevo tipo de cepillo dental en la prevención de la caries dental. De un grupo de 500 personas, 250 se les da el cepillo nuevo y a los otros 250 el cepillo tradicional. Después de un año, se evalúa la cantidad de caries en cada grupo y se encuentra que el grupo con el cepillo nuevo tiene en promedio 2 caries menos que el otro grupo. Es suficiente esta diferencia para afirmar que el nuevo cepillo es más efectivo en la prevención de caries?*

39. *En una compañía de seguros de salud, se realizó un estudio para evaluar la satisfacción de sus clientes con el servicio recibido. De una muestra aleatoria de 500 clientes, 80 dijeron estar insatisfechos. cuál es el intervalo de confianza al* 95 % *para la proporción de clientes insatisfechos en la población?*

40. *En una reserva natural, se llevó a cabo un estudio para determinar la biodiversidad de especies de aves. Se identificaron 80 especies distintas. Si se selecciona una muestra aleatoria de 50 aves, cuál es la probabilidad de que se encuentren al menos 10 especies diferentes en la muestra?*

41. *Una empresa de fabricación de baterías realiza un estudio para determinar la vida útil promedio de sus productos. Se selecciona una muestra aleatoria de 100 baterías y se encuentra que su vida útil promedio es de 3 años con una desviación estándar de 0.5 años. cuál es el intervalo de confianza al* 90 % *para la vida útil promedio de las baterías en la población?*

42. *Se lleva a cabo un estudio para evaluar el impacto de un programa de entrenamiento en habilidades gerenciales en el desempeño de los empleados de una empresa. Se selecciona una muestra aleatoria de 50 empleados y se les asigna aleatoriamente al grupo de entrenamiento o al grupo de control. Después de un mes, se evalúa el desempeño de cada empleado y se encuentra que la diferencia de promedio de desempeño entre los grupos es de 1 punto en una escala de 1 a 10. Es suficiente esta diferencia para afirmar que el programa de entrenamiento es efectivo en mejorar el desempeño?*

43. *Un estudio se realiza para determinar la relación entre el consumo de café y el riesgo de enfermedades cardíacas. Se selecciona una muestra aleatoria de 1000 personas y se les pregunta sobre su consumo diario de café y si han sido diagnosticados con alguna enfermedad cardíaca. cuál es la probabilidad de que se encuentre una correlación significativa entre el consumo de café y el riesgo de enfermedades cardíacas?*

44. *En una población de 5000 personas, se realizó un estudio y se encontró que 1200 tienen hipertensión arterial, 800 tienen diabetes y 300 tienen ambas enfermedades. Cuántas personas en la población no tienen ninguna de las dos enfermedades?*

45. *En una fábrica de juguetes, se tienen 2000 unidades de un modelo de auto, 1500 unidades de un modelo de avión y 800 unidades de un modelo de barco. Si se selecciona una muestra aleatoria de 500 unidades, cuál es la probabilidad de que al menos 200 sean del modelo de auto?*

46. *En un examen de matemáticas, 60 estudiantes aprobaron, 20 estudiantes no aprobaron y 30 estudiantes tienen una calificación pendiente. Si se selecciona al azar a un estudiante de esta población, cuál es la probabilidad de que haya aprobado o tenga una calificación pendiente?*

47. *En una escuela, hay 120 estudiantes en la carrera de Ingeniería Industrial, 90 en la carrera de Ingeniería Civil y 60 en la carrera de Ingeniería de Sistemas. Si 30 estudiantes estudian dos carreras al mismo tiempo, Cuántos estudiantes estudian solamente Ingeniería Industrial?*

48. *En un grupo de 100 personas, 40 practican deportes, 30 hacen ejercicio y 20 no realizan ninguna actividad física. Si 10 personas hacen ambas cosas, Cuántas personas practican deportes pero no hacen ejercicio?*

49. *En una tienda de ropa, hay 500 camisas, 700 pantalones y 400 suéteres. Si se selecciona una muestra aleatoria de 300 prendas, cuál es la probabilidad de que al menos 100 sean suéteres?*

50. *En una encuesta realizada a una muestra de 500 personas, se encontró que 200 prefieren el color azul, 150 prefieren el color rojo y 100 prefieren el color verde. Si 50 personas prefieren dos colores al mismo tiempo, Cuántas personas prefieren solamente el color azul?*

51. *En un salón de clase hay 40 estudiantes. 20 de ellos toman matemáticas, 15 toman física y 10 toman química. Si 8 estudiantes toman matemáticas y física, 5 toman matemáticas y química, y 4 toman física y química, Cuántos estudiantes no toman ninguna de las tres materias? Un estudio de mercado indica que el* $40\,\%$ *de las personas prefieren la marca A, el* $30\,\%$ *prefieren la marca B y el* $25\,\%$ *prefieren la marca C. Si el* $10\,\%$ *prefiere la marca A y B, el* $8\,\%$ *prefiere la marca A y C, y el* $6\,\%$ *prefiere la marca B y C, cuál es el porcentaje de personas que prefieren solo la marca A?*

52. *Se encuestó a un grupo de 100 personas para determinar si les gusta el fútbol, el baloncesto o ambos. Se encontró que 50 personas les gusta el fútbol, 40 personas les gusta el baloncesto, y 25 personas les gusta ambos deportes. Cuántas personas solo les gusta el fútbol? En una tienda de ropa, 50 clientes compraron pantalones, 40 compraron camisas y 30 compraron zapatos. De estos clientes, 15 compraron pantalones y camisas, 10 compraron pantalones y zapatos, y 8 compraron camisas y zapatos. Cuántos clientes compraron solo camisas y zapatos?*

53. *Se tienen cuatro conjuntos de factores de riesgo: A, B, C, y D. El conjunto A contiene los factores de riesgo para enfermedades cardiovasculares, el conjunto B contiene los factores de riesgo para enfermedades respiratorias, el conjunto C contiene los factores de riesgo para enfermedades neurológicas y el conjunto D contiene los factores de riesgo para enfermedades mentales. Se sabe que el factor de riesgo* X *está en el conjunto A y B, el factor de riesgo* Y *está en el conjunto* B *y* C*, el factor de riesgo* Z *está en el conjunto* C *y* D*. En qué conjuntos están los siguientes factores de riesgo?: Factor de riesgo* W*, relacionado con el consumo excesivo de alcohol Factor de riesgo* V*, relacionado con la exposición a contaminantes ambientales Factor de riesgo* U*, relacionado con la falta de actividad física*

54. *Sean A y B conjuntos de enfermedades crónicas y C y D conjuntos de factores de riesgo. Indica mediante una expresión matemática la relación entre A, B, C y D si sabemos que las enfermedades en A son causadas por los factores de riesgo en C y las enfermedades en B son causadas por los factores de riesgo en D.*

55. *Sean A y B conjuntos de pacientes y C y D conjuntos de diagnósticos. Supongamos que un paciente en A tiene el diagnóstico en* C*, mientras que un paciente en B tiene el diagnóstico en* D*. Expresa en términos matemáticos la relación entre A, B, C y* D*.*

56. *Sea A el conjunto de medicamentos que tratan la hipertensión arterial y B el conjunto de medicamentos que tratan la diabetes. Sean C y D los conjuntos de efectos secundarios que pueden producir los medicamentos en A y B, respectivamente. Si sabemos que algunos medicamentos en A también pueden tratar la diabetes y que*

algunos medicamentos en B también pueden tratar la hipertensión arterial, cómo podemos expresar la relación entre A, B, C y D?

57. *Sea A el conjunto de enfermedades infecciosas y B el conjunto de tratamientos. Sean C y D conjuntos de efectos secundarios y complicaciones relacionados con los tratamientos en B. Si sabemos que algunos tratamientos en B pueden tratar varias enfermedades en A y que algunos tratamientos en B pueden causar complicaciones en C y D, cómo podemos expresar la relación entre A, B, C y D?*

58. *Sea A el conjunto de pacientes con enfermedades cardiovasculares y B el conjunto de pacientes con enfermedades pulmonares. Sea C el conjunto de factores de riesgo para enfermedades cardiovasculares y D el conjunto de factores de riesgo para enfermedades pulmonares. Si sabemos que algunos factores de riesgo en C también pueden causar enfermedades pulmonares en B y que algunos factores de riesgo en D también pueden causar enfermedades cardiovasculares en A, cómo podemos expresar la relación entre A, B, C y D?*

59. *Dado el conjunto A de los tipos de riesgos naturales (terremotos, inundaciones, deslizamientos de tierra y tsunamis), el conjunto B de las zonas de alto riesgo (costas, áreas sísmicas, ríos y laderas de montañas) y el conjunto C de las medidas preventivas (construcción de diques, planes de evacuación, zonas de seguridad y monitoreo de actividad sísmica), determina el conjunto de las medidas preventivas adecuadas para cada zona de alto riesgo.*

60. *Supón que el conjunto A incluye las acciones de respuesta ante emergencias (rescate, evacuación, primeros auxilios y lucha contra incendios), el conjunto B incluye los recursos disponibles (equipo de protección personal, vehículos de emergencia, hospitales y centros de acopio) y el conjunto C incluye los tipos de emergencias (incendios, terremotos, inundaciones y accidentes de tráfico). Si se tiene que cada recurso está disponible solo para una acción de respuesta, cuál es el conjunto de las acciones de respuesta para las que se tienen los recursos disponibles?*

61. *Supón que el conjunto A incluye los tipos de riesgos laborales (accidentes de trabajo, exposición a sustancias tóxicas, sobreesfuerzo físico y riesgos psicosociales), el conjunto B incluye los sectores económicos (construcción, minería, industria química y servicios) y el conjunto C incluye las medidas de prevención (uso de equipo de protección personal, capacitación en seguridad laboral, evaluaciones médicas periódicas y pausas activas). Determina el conjunto de las medidas de prevención adecuadas para cada sector económico.*

62. *Dado el conjunto A de los tipos de riesgos ambientales (contaminación del aire, del agua, de suelo y de alimentos), el conjunto B de las fuentes de contaminación (industria, transporte, residuos y actividades agrícolas), y el conjunto C de las medidas de prevención (reducción de emisiones contaminantes, gestión adecuada de residuos, monitoreo de calidad del agua y control de plaguicidas). cuál es el conjunto de las medidas de prevención adecuadas para cada fuente de contaminación?*

63. *Supón que el conjunto A incluye los tipos de riesgos asociados a eventos masivos (estampidas, incendios, accidentes de transporte, etc.), el conjunto B incluye los lugares donde ocurren estos eventos (estadios, conciertos, festivales, transporte público, etc.), y el conjunto C incluye las medidas de seguridad para prevenir estos riesgos (limitar la capacidad de los lugares, tener salidas de emergencia adecuadas, personal capacitado en primeros auxilios, etc.). cuál es el conjunto de las medidas de seguridad adecuadas para cada lugar donde ocurren eventos masivos?*

64. *Supón que el conjunto A incluye los tipos de riesgos laborales (accidentes de trabajo, exposición a sustancias tóxicas, sobreesfuerzo físico y riesgos psicosociales), el conjunto B incluye los departamentos de una empresa (producción, recursos humanos, finanzas y ventas) y el conjunto C incluye las medidas de prevención (uso de equipo de protección personal, capacitación en seguridad laboral, evaluaciones médicas periódicas y pausas activas). Determina el conjunto de las medidas de prevención adecuadas para cada departamento de la empresa.*

3. Variables Aleatorias

Definición 16. *Sea X*

Definición 17. *Sea X*

Definición 18. *Sea X*

Proposición 5. *Dada X*

Ejercicio 29. *Calcular $\mathbb{E}[X]$ para $f_X(x) = C\, e^{-x^2},\ x \in \mathbb{R}$.*

Primero hallamos la constante de normalización C, lo cual requiere conocer $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2}\, dx$.

A saber $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2}\, dx = \sqrt{\pi}$.

Sea

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2}\, dx.$$

Como el integrando es no negativo, por el teorema de Tonelli/Fubini podemos escribir

$$I^2 = \left(\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2}\, dx\right)\left(\int_{-\infty}^{\infty} e^{-y^2}\, dy\right) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-(x^2+y^2)}\, dx\, dy.$$

Interpretamos la integral doble en el plano $\mathbb{R}^2$ y pasamos a coordenadas polares:

$$x = r\cos\theta, \qquad y = r\sin\theta, \qquad r \in [0,\infty),\ \theta \in [0, 2\pi).$$

El jacobiano de la transformación $(r,\theta) \mapsto (x,y)$ es

$$J(r,\theta) = det\begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial x}{\partial \theta} \\ \frac{\partial y}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial \theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -r\sin\theta \\ \sin\theta & r\cos\theta \end{pmatrix} = r(\cos^2\theta + \sin^2\theta) = r. \tag{28}$$

Por tanto, $dxdy = |J|drd\theta = rdrd\theta$.

Además, $x^2 + y^2 = r^2$, de modo que

$$I^2 = \int_0^{2\pi}\int_0^{\infty} e^{-r^2}\, r\, dr\, d\theta = \left(\int_0^{2\pi} d\theta\right)\left(\int_0^{\infty} re^{-r^2} dr\right) = 2\pi\int_0^{\infty} re^{-r^2} dr.$$

Hacemos el cambio $u = r^2$ (de modo que $du = 2rdr$ y $rdr = \frac{1}{2}du$):

$$\int_0^{\infty} re^{-r^2} dr = \frac{1}{2}\int_0^{\infty} e^{-u} du = \frac{1}{2}[-e^{-u}]_0^{\infty} = \frac{1}{2}.$$

Así,

$$I^2 = 2\pi \cdot \frac{1}{2} = \pi \Longrightarrow I = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}.$$

Imponiendo que f_X integre 1 en $\mathbb{R}$:

$$1 = \int_{-\infty}^{\infty} Ce^{-x^2} dx = C\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = C\sqrt{\pi} \Rightarrow C = \frac{1}{\sqrt{\pi}}.$$

Por tanto,

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2} \text{ , con } x \in \mathbb{R}.$$

La esperanza $\mathbb{E}[X]$*, por definición,*

$$\mathbb{E}[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x\, f_X(x)\, dx = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} x\, e^{-x^2}\, dx.$$

Observamos que $x\, e^{-x^2}$ *es una función* impar*:*

$$x\, e^{-x^2} = -(-x)\, e^{-(-x)^2}.$$

La integral de una función impar en un intervalo simétrico es cero, así que

$$\int_{-\infty}^{\infty} x\, e^{-x^2}\, dx = 0 \quad \Longrightarrow \quad \mathbb{E}[X] = 0.$$

Distribución Bernoulli

Definición 19. *Sea* X *variable alatoria con distribución Bernoulli*(p) $x \in \{0,1\}$*, entonces* $p_X(x) = p^x(1-p)^{1-x}$*,* $F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1-p, & 0 \leq x < 1 \\ 1, & x \geq 1 \end{cases}$ *entonces* $\mathbb{E}[X] = p$ *y* $Var(X) = p(1-p)$*; además* $M_X(t) = \mathbb{E}[e^{tX}] = (1-p) + pe^t$ *y* $G_X(s) = \mathbb{E}[s^X] = (1-p) + ps$*.*

Distribución Binomial

Definición 20. *Sea* X *variable aleatoria, tal que se distribuye Binomial*(n,p)*,* $x \in \{0,1,\ldots,n\}$*, entonces* $p_X(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$ *y* $F_X(x) = \sum_{k=0}^{\lfloor x \rfloor} \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$*. Entonces* $\mathbb{E}[X] = np$*;* $\mathrm{Var}(X) = np(1-p)$*, además* $M_X(t) = \left((1-p) + pe^t\right)^n$ *y* $G_X(s) = \left((1-p) + ps\right)^n$*.*

Distribución Geométrica

Definición 21. *Sea* X *variable aleatoria, tal que se distribuye Geométrica*(p)*;* $x \in \{1,2,3,\ldots\}$*, entonces* $p_X(x) = p(1-p)^{x-1}$*,* $F_X(x) = 1 - (1-p)^{\lfloor x \rfloor}$*. Entonces* $\mathbb{E}[X] = \frac{1}{p}$*,* $\mathrm{Var}(X) = \frac{1-p}{p^2}$*, además* $M_X(t) = \frac{pe^t}{1-(1-p)e^t}$ *,para* $e^t < \frac{1}{1-p}$ *y* $G_X(s) = \frac{ps}{1-(1-p)s}$*, para* $|s| < \frac{1}{1-p}$*.*

Distribución Poisson

Definición 22. *Sea* X *variable aleatoria, tal que se distribuye Poisson*(λ)*,* $x \in \{0,1,2,\ldots\}$*, entonces* $p_X(x) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^x}{x!}$*,* $F_X(x) = \sum_{k=0}^{\lfloor x \rfloor} e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}$*, entonces* $\mathbb{E}[X] = \lambda$*,* $\mathrm{Var}(X) = \lambda$*, además* $M_X(t) = \exp(\lambda(e^t - 1))$ *y* $G_X(s) = \exp(\lambda(s-1))$*.*

Distribución Binomial Negativa

Definición 23. *Sea X variable aleatoria, tal que se distribuye Binomial Negativa(r, p); fracasos hasta el r-ésimo éxito, para $x \in \{0, 1, 2, \dots\}$, entonces $p_X(x) = \binom{x+r-1}{x}(1-p)^x p^r$, $F_X(x) = \sum_{k=0}^{\lfloor x \rfloor} \binom{k+r-1}{k}(1-p)^k p^r$, además $\mathbb{E}[X] = r\frac{1-p}{p}$, $\mathrm{Var}(X) = r\frac{1-p}{p^2}$, además $M_X(t) = \left(\frac{p}{1-(1-p)e^t}\right)^r$, para $e^t < \frac{1}{1-p}$ y $G_X(s) = \left(\frac{p}{1-(1-p)s}\right)^r$, para $|s| < \frac{1}{1-p}$.*

Distribución Uniforme

Definición 24. *Sea X variable aleatoria, tal que se distribuye Uniforme(a, b), $x \in [a, b]$, entonces $f_X(x) = \frac{1}{b-a}$, $F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x < b \\ 1, & x \geq b \end{cases}$, entonces $\mathbb{E}[X] = \frac{a+b}{2}$ y $\mathrm{Var}(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$; además $M_X(t) = \frac{e^{tb}-e^{ta}}{t(b-a)}$, para $t \neq 0$ y $M_X(0) = 1$, la PGF no existe.*

Distribución Exponencial

Definición 25. *Sea X variable aleatoria, tal que se distribuye Exponencial(λ), $x \geq 0$, entonces $f_X(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ y $F_X(x) = 1 - e^{-\lambda x}$, entonces $\mathbb{E}[X] = \frac{1}{\lambda}$, y $\mathrm{Var}(X) = \frac{1}{\lambda^2}$, además $M_X(t) = \frac{\lambda}{\lambda - t}$, para $t < \lambda$, la PGF no se puede calcular.*

Distribución Normal

Definición 26. *Sea X variable aleatoria, tal que se distribuye Normal(μ, σ^2), $x \in \mathbb{R}$ $f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$, $F_X(x) = \Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$ (función de distribución normal estándar), entonces $\mathbb{E}[X] = \mu$ y $\mathrm{Var}(X) = \sigma^2$; además $M_X(t) = \exp\left(\mu t + \frac{\sigma^2 t^2}{2}\right)$, la PGF no se puede calcular.*

Distribución Gamma

Definición 27. *Sea X variable aleatoria, tal que se distribuye Gamma(k, θ); (forma $k > 0$, escala $\theta > 0$), $x > 0$ $f_X(x) = \frac{1}{\Gamma(k)\theta^k}x^{k-1}e^{-x/\theta}$, y $F_X(x) = \frac{\gamma(k, x/\theta)}{\Gamma(k)}$(gamma incompleta regularizada), entonces $\mathbb{E}[X] = k\theta$, $\mathrm{Var}(X) = k\theta^2$, además $M_X(t) = (1 - \theta t)^{-k}$, para $t < \frac{1}{\theta}$, la PGF no se puede calcular.*

Distribución χ^2

Definición 28. *Sea X variable aleatoria, tal que se distribuye $\chi^2(\nu)$, $x > 0$, entonces $f_X(x) = \frac{1}{2^{\nu/2}\Gamma(\nu/2)}x^{\nu/2-1}e^{-x/2}$ y $F_X(x) = \frac{\gamma(\nu/2, x/2)}{\Gamma(\nu/2)}$; además $\mathbb{E}[X] = \nu$, $\mathrm{Var}(X) = 2\nu$ y $M_X(t) = (1-2t)^{-\nu/2}$,para $t < \frac{1}{2}$, la PGF no se puede calcular.*

Distribución Beta

Definición 29. *Sea X variable aleatoria, tal que se distribuye Beta*(α,β), $x \in (0,1)$ $f_X(x) = \frac{1}{B(\alpha,\beta)} x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1}$, $F_X(x) = I_x(\alpha,\beta)$ *(beta incompleta regularizada), entonces* $\mathbb{E}[X] = \frac{\alpha}{\alpha+\beta}$ *y* $\mathrm{Var}(X) = \frac{\alpha\beta}{(\alpha+\beta)^2(\alpha+\beta+1)}$; *además* $M_X(t) = {}_1F_1(\alpha;\, \alpha+\beta;\, t)$, *la PGF no se puede calcular.*

Distribución Hipergeométrica

Definición 30. *Sea X variable aleatoria, tal que se distribuye Hipergeométrica*(N,M,n), *Parámetros: N total, M éxitos en la población, n extracciones sin reemplazo.* $x \in \{\text{máx}(0,\, n-(N-M)),\, \ldots,\, \text{mín}(n,\, M)\}$. $p_X(x) = \binom{M}{x}\binom{N-M}{n-x}\binom{N}{n}$ *y*

$F_X(x) = \sum_{k=\text{máx}(0,\,n-(N-M))}^{\lfloor x \rfloor} \binom{M}{k}\binom{N-M}{n-k}\binom{N}{n}$, *entonces* $\mathbb{E}[X] = n\frac{M}{N}$ *y*

$\mathrm{Var}(X) = n\frac{M}{N}\big(1-\frac{M}{N}\big)\frac{N-n}{N-1}$; *además* $M_X(t) = \sum_x e^{tx}\frac{\binom{M}{x}\binom{N-M}{n-x}}{\binom{N}{n}}$; *además* $G_X(s) = \sum_x s^x \frac{\binom{M}{x}\binom{N-m}{n-x}}{\binom{N}{n}}$

Distribución Weibull

Definición 31. *Sea X variable aleatoria, tal que se distribuye Weibull*(k,λ); *(forma* $k > 0$, *escala* $\lambda > 0$*),* $x \geq 0$ $f_X(x) = \frac{k}{\lambda}\left(\frac{x}{\lambda}\right)^{k-1}\exp\Big[-\left(\frac{x}{\lambda}\right)^k\Big]$, $F_X(x) = 1-\exp\Big[-\left(\frac{x}{\lambda}\right)^k\Big]$, *entonces* $\mathbb{E}[X] = \lambda\,\Gamma\big(1+\frac{1}{k}\big)$ *y* $\mathrm{Var}(X) = \lambda^2\Big[\Gamma\big(1+\frac{2}{k}\big) - \Gamma\big(1+\frac{1}{k}\big)^2\Big]$, *además* $M_X(t) = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{t^n}{n!}\lambda^n\,\Gamma\big(1+\frac{n}{k}\big)$, *la PGF no se puede calcular*

Distribución Log-normal

Definición 32. *Sea X variable aleatoria, tal que se distribuye Lognormal*(μ,σ^2), $x > 0$ $f_X(x) = \frac{1}{x\,\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\Big[-\frac{(\ln x-\mu)^2}{2\sigma^2}\Big]$ *y* $F_X(x) = \Phi\big(\frac{\ln x-\mu}{\sigma}\big)$; *entonces* $\mathbb{E}[X] = \exp\Big(\mu+\frac{\sigma^2}{2}\Big)$ *y* $\mathrm{Var}(X) = \Big(e^{\sigma^2}-1\Big)\,e^{2\mu+\sigma^2}$; *además* $M_X(t) = \mathbb{E}[e^{tX}]$; *no existe para* $t > 0$, *la PGF no se puede calcular.*

Distribución t de Student

Definición 33. *Sea X variable aleatoria, tal que se distribuye t de Student*(ν), $x \in \mathbb{R}$ $f_X(x) = \frac{\Gamma\left(\frac{\nu+1}{2}\right)}{\sqrt{\nu\pi}\,\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)}\Big(1+\frac{x^2}{\nu}\Big)^{-\frac{\nu+1}{2}}$ *y* $F_X(x) = T_\nu(x)$ *(CDF t con* ν *g.l.), entonces* $\mathbb{E}[X] = 0$ *si* $\nu > 1$ *(indefinida si* $\nu \leq 1$*); y* $\mathrm{Var}(X) = \frac{\nu}{\nu-2}$ *si* $\nu > 2$*;* ∞ *si* $1 < \nu \leq 2$*; indefinida si* $\nu \leq 1$, *además* $M_X(t)$ *no existe y la PGF no se puede calcular.*

Distribución Cauchy

Definición 34. *Sea X variable aleatoria, tal que se distribuye Cauchy*(x_0,γ); *locación* $x_0 \in \mathbb{R}$, *escala* $\gamma > 0$, $x \in \mathbb{R}$, $f_X(x) = \frac{1}{\pi\gamma}\frac{1}{1+\left(\frac{x-x_0}{\gamma}\right)^2}$ *y* $F_X(x) = \frac{1}{\pi}\arctan\Big(\frac{x-x_0}{\gamma}\Big)+\frac{1}{2}$, *además* $\mathbb{E}[X]$ *no está definida,* $\mathrm{Var}(X)$ *No está definida,* $M_X(t)$ *no está definida y la PGF no se puede calcular.*

Ejercicio 30. *Dada* $f_X(x)$ *además de lo que se pide, determinar* $\mathbb{E}[X]$, $F_X[X]$ *y* $\mathbb{V}[X]$.

1. *Sea* $f_X(x) = \frac{x^3}{3}$ *para* $x \in (-1, 2)$*, verificar que es función de densidad y calcular* $\mathbb{P}[X > 1]$.
2. *Sea* $f_X(x) = \frac{1}{8}(x+1)$ *para* $x \in (2, 4)$*, calcular* $\mathbb{P}[X < 3{,}2]$
3. *Dada* $f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ *para* $x \in (0, 4)$*, verificar que es función de densidad y calcular* $\mathbb{P}[X < 1/4]$.
4. *Sea* $f_X(x) = 6x(1-x)$ *para* $x \in (0, 1)$*, verificar que es función de densidad.*
5. *Sea* $F_Y(y) = 1 - \frac{9}{y^2}$ *para* $y > 3$*, determinar* $\mathbb{P}[Y \leq 5]$ *y* $\mathbb{P}[Y > 8]$
6. *Sea* $f_X(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ *para* $x > 0$.
7. *Sea* $f_X(x) = 2e^{-2x}$ *para* $x > 0$.
8. *Encuentre la constante* K *tal que* $f_X(x)$ *sea Densidad. Sea* $f_X(x) = Kx^2$ *para* $K \in (-K, K)$.
9. *Sea* $f_X(x) = \frac{1}{N}$ *para* $x = 1, 2, \ldots, N$*. Determinar* $\mathbb{E}[X]$ *y* $\mathbb{V}[X]$.
10. *Una máquina produce alambre de cobre, y ocacionalmente existe una imperfección en algún punto a lo largo del cable. La longitud del cable, en metros, producida entre imperfecciones sucesivas es una variable aleatoria continua* X *con función de probabilidad de la forma:*

$$f_X(x) = \begin{cases} c(1+x)^{-3} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$$

   a) *Calcule* c.
   b) *Obtenfa la expresión de* $F_X(x)$.
   c) *Calcule* $\mathbb{P}[0{,}4 < X < {,}45]$
   d) *Obtenga el valor Esperado de* X.
   e) *Calcule la varianza de* X.

3.1. Variables Aleatorias Discretas

Ejercicio 31. 1. *Para las siguentes variables aleatorias discretas determinar tanto su varianza como su esperanza.*

   a) *Bernoulli,* $m_X(t) = pe^t + q$.
   b) *Binomial,* $m_X(t) = (pe^t + q)^n$.
   c) *Poisson,* $m_X(t) = e^{\lambda\left(e^t - 1\right)}$.

d) *Hipergeométrica (ejercicio difícil)*

e) *Geométrica,* $m_X(t) = \frac{p}{1-qe^t}$

f) *Binomial Negativa,* $m_X(t) = \left[\frac{p}{1-qe^t}\right]^r$

2. *Una variable aleatoria continua tiene una fdp dada por* $f(x) = c(1-x)x^2$ *para* $0 < x < 1$ *y cero en otro caso.*

   a) *Encuentre la constante* c

   b) *Calcule* $\mathbb{P}[0{,}5 < X < 0{,}6]$

   c) *Calcule* $\mathbb{E}[X]$ *y* $\mathbb{V}[X]$

Ejercicio 32. *Resolver los siguientes ejercicios relacionados con una Distribución de probabilidad Hipergeométrica*

1. *En un lote de cinco computadoras hay dos de ellas que son defectuosas. Se seleccionan al azar tres de llas. Calcule la probabilidad de que entre las tres seleccionadas:*

   a) *no haya ninguna defectuosa.*

   b) *haya cuando mucho una defectuosa.*

   c) *haya más de una defectuosa.*

   d) *calcule el número esperado de computadoras defectuosas entre las tres seleccionadas.*

   e) *calcule la varianza del número de computadoras defectuosas en la selección.*

2. *Un producto industrial se envía en lotes de 20 artículos. La prueba para determinar si un artículo es defectuoso es costosa, así que el fabricante obtiene muestras de la producción en vez de utilizar un plan de inspección al* 100 %. *Un plan de muestreo diseñado para minimizar el número de artículos defectuosos empleados necesita que se extraigan 5 piezas de cada lote y un lote es rechazado si entre las 5 piezas hya más de una defectuosa. Suponga que un lote en particular contiene cuatro artículos defectuosos. Calcule:*

   a) *La probabilidad de que el lote sea rechazado.*

   b) *el número esperado de unidades defectuosas en la selección.*

   c) *La varianza del número de unidades defectuosas en la selección.*

   d) *La probabilidad de que un lote con sólo 2 unidades defectuosas sea rechazado.*

   e) *La probabilidad de que un lote con 5 piezas defectuosas no sea rechazado.*

Ejercicio 33. *Resolver los siguientes ejercicios relacionados con una distribución Poisson*

1. *El número de llamadas que se reciben en un conmutador durante una hora sigue una distribución Poisson con media* $\lambda = 10$. *Encuentre la probabilidad de ocurrencia durante una hora de cada uno de los siguientes eventos:*

a) *Se reciben exactamente dos llamadas.*

b) *Se reciben a lo más dos llamadas.*

c) *Se reciben más de dos llamadas.*

2. *Suponga que el número de errores mecanográficos en un documento sigue una distribución Poisson con una media de tres errores por página. Calcule la probabilidad de que:*

   a) *un una página dada haya tres errores.*

   b) *en dos páginas haya tres errores.*

   c) *en tres páginas haya tres errores.*

3. *Cierta línea de ensamblado produce componentes electrónicos a razón de 500 por hora, y durante ese tiempo se tiene un promedio de 5 componentes defectuosos. Por una hora dada:*

   a) *¿Cuál es la probabilidad de que el número de componentes defectuosos sea cuando mucho dos?*

   b) *¿Cuál es la probabilidad de quye el número de componentes defectuosos sea mayor que dos?*

4. *En una intersección ocurren en promedio tres accidentes de tránsito por mes. ¿Cuál es la probabilidad de que en esta intersección*

   a) *ocurran exactamente cinco accidentes en el próximo mes?*

   b) *ocurran exactamente cinco accidentes en los dos próximos meses?*

   c) *ocurran exactamente cinco accidentes en los siguientes quince días?*

3.1.1. Distribución Uniforme

Ejercicio 34. *Resuelve los siguientes problemas relacionados con la variable aleatoria uniforme discreta.*

1. *Un juego de dados justo se lanza tres veces. ¿Cuál es la probabilidad de obtener una suma de 10?*

2. *Una urna contiene 10 bolas numeradas del 1 al 10. Si se elige una bola al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea un número par?*

3. *Un fabricante de piezas de repuesto sabe que el 5 % de las piezas que produce son defectuosas. Si se eligen aleatoriamente 5 piezas, ¿cuál es la probabilidad de que al menos una de ellas sea defectuosa?*

4. *Un fabricante de cartas de póker quiere asegurarse de que todas las cartas tengan la misma probabilidad de ser seleccionadas al azar. ¿Cuántas cartas debe incluir en su mazo?*

5. *Un estudiante elige al azar una página de un libro y cuenta el número de palabras que contiene. Si el libro tiene 200 páginas y un promedio de 1000 palabras por página, ¿cuál es la probabilidad de que el número de palabras en una página elegida al azar esté entre 900 y 1100?*

6. *Un vendedor de seguros tiene 10 pólizas que puede vender. Si se eligen al azar 3 pólizas, ¿cuál es la probabilidad de que al menos una de ellas sea vendida?*

7. *Un fabricante de dulces quiere que cada bolsa contenga una cantidad igual de caramelos de cada sabor. Si hay 4 sabores de caramelos y cada bolsa contiene 20 caramelos, ¿cuál es la probabilidad de que haya exactamente 5 caramelos de cada sabor en una bolsa seleccionada al azar?*

8. *Una persona lanza una moneda 5 veces. ¿Cuál es la probabilidad de que obtenga exactamente 2 caras?*

9. *Un jugador de fútbol tiene una tasa de éxito del 80 % en tiros libres. Si tira 5 tiros libres, ¿cuál es la probabilidad de que haga exactamente 4 goles?*

10. *Se lanza un dado justo hasta obtener un número par. ¿Cuál es la probabilidad de que se necesiten al menos 3 lanzamientos?*

3.1.2. Distribución Bernoulli

Ejercicio 35. *Resuelve la siguiente lista de ejercicios.*

1. *Un jugador de baloncesto tiene una tasa de acierto del 70 % en tiros libres. ¿Cuál es la probabilidad de que haga el primer tiro libre?*

2. *Un anuncio en línea tiene una tasa de clics del 2 %. Si se muestra el anuncio a 1000 personas, ¿cuál es la probabilidad de que exactamente 20 personas hagan clic en él?*

3. *Un fabricante de bombillas sabe que el 3 % de las bombillas que produce son defectuosas. Si se elige una bombilla al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea defectuosa?*

4. *Un jugador de fútbol americano tiene una tasa de éxito del 90 % en tiros de campo. Si intenta un tiro de campo, ¿cuál es la probabilidad de que tenga éxito?*

5. *La probabilidad de que un jugador de baloncesto haga un tiro libre es de 0.85. Si un jugador tira un solo tiro libre, ¿cuál es la probabilidad de que lo haga?*

6. *La probabilidad de que una persona enferma de gripe tenga fiebre es de 0.9. Si se selecciona aleatoriamente a una persona enferma de gripe, ¿cuál es la probabilidad de que tenga fiebre?*

7. *La probabilidad de que un estudiante apruebe un examen es de 0.6. Si se selecciona aleatoriamente a un estudiante, ¿cuál es la probabilidad de que apruebe su examen?*

8. *La probabilidad de que una persona que juega a la ruleta gane en una ronda es de 0.2. Si una persona juega una sola ronda, ¿cuál es la probabilidad de que gane?*

9. *La probabilidad de que una persona contratada por una empresa sea un buen empleado es de 0.7. Si una empresa contrata a una sola persona, ¿cuál es la probabilidad de que sea un buen empleado?*

10. *La probabilidad de que una persona en una ciudad determinada tenga seguro médico es de 0.4. Si se selecciona aleatoriamente a una persona en la ciudad, ¿cuál es la probabilidad de que tenga seguro médico?*

3.1.3. Distribución Binomial

Ejercicio 36. *Resuelve los siguientes ejercicios.*

1. *Una fábrica de chocolate sabe que el 10 % de sus barras de chocolate tienen algún defecto. Si se seleccionan al azar 5 barras, ¿cuál es la probabilidad de que al menos una tenga defectos?*

2. *Un agente de bienes raíces sabe que la probabilidad de que un comprador cierre un trato es del 40 %. Si el agente tiene 8 posibles compradores interesados, ¿cuál es la probabilidad de que exactamente 3 cierren un trato?*

3. *Un equipo de béisbol tiene una tasa de éxito del 70 % en bateo. Si el equipo batea 25 veces, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 18 de los bateos sean exitosos?*

4. *Una empresa de marketing sabe que la tasa de respuesta a un correo electrónico es del 20 %. Si envían 100 correos electrónicos, ¿cuál es la probabilidad de que menos de 10 personas respondan?*

5. *Un investigador sabe que la probabilidad de que un ratón de laboratorio tenga una mutación específica es del 5 %. Si el investigador utiliza 30 ratones, ¿cuál es la probabilidad de que al menos uno tenga la mutación?*

6. *Una compañía de seguros sabe que la probabilidad de que un cliente haga un reclamo es del 10 %. Si la compañía tiene 500 clientes, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 50 hagan un reclamo?*

7. *Un centro de llamadas sabe que la probabilidad de que un agente cierre una venta es del 25 %. Si el centro de llamadas tiene 20 agentes, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 5 cierren ventas en un día?*

8. *Un fabricante de juguetes sabe que la probabilidad de que un juguete sea defectuoso es del 5 %. Si se producen 200 juguetes, ¿cuál es la probabilidad de que exactamente 15 sean defectuosos?*

9. *Un casino sabe que la probabilidad de que un jugador gane en la ruleta es del 47 %. Si un jugador juega 10 rondas, ¿cuál es la probabilidad de que gane al menos 6 rondas?*

10. *Una tienda de ropa sabe que la probabilidad de que un cliente compre un artículo es del 30 %. Si 50 clientes entran a la tienda, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 10 compren algún artículo?*

3.1.4. Distribución Poisson

Ejercicio 37. *Resuelve los siguientes problemas.*

1. *Una tienda de abarrotes recibe un promedio de 5 clientes por hora. ¿Cuál es la probabilidad de que lleguen exactamente 10 clientes en las próximas dos horas?*
2. *Un centro de llamadas recibe en promedio 15 llamadas por hora. ¿Cuál es la probabilidad de que reciban al menos 20 llamadas en una hora determinada?*
3. *Un restaurante recibe un promedio de 3 quejas de clientes por día. ¿Cuál es la probabilidad de que reciba exactamente 2 quejas en un día?*
4. *Una empresa de envío de paquetes recibe un promedio de 4 paquetes por hora. ¿Cuál es la probabilidad de que reciban al menos 6 paquetes en una hora determinada?*
5. *Un médico atiende un promedio de 2 pacientes por hora. ¿Cuál es la probabilidad de que atienda exactamente 5 pacientes en un período de 3 horas?*
6. *Un canal de noticias transmite un promedio de 3 noticias de última hora por día. ¿Cuál es la probabilidad de que transmitan exactamente 2 noticias de última hora en un día determinado?*
7. *Una fábrica produce un promedio de 10 piezas defectuosas por día. ¿Cuál es la probabilidad de que produzcan al menos 15 piezas defectuosas en un día determinado?*
8. *Un equipo de fútbol anota en promedio 2 goles por partido. ¿Cuál es la probabilidad de que anoten exactamente 3 goles en un partido determinado?*
9. *Un supermercado vende en promedio 20 paquetes de arroz por día. ¿Cuál es la probabilidad de que vendan menos de 15 paquetes de arroz en un día determinado?*
10. *Una empresa de taxis recibe en promedio 8 solicitudes de viaje por hora. ¿Cuál es la probabilidad de que reciban al menos 12 solicitudes de viaje en una hora determinada?*

3.1.5. Distribución Geométrica

Ejercicio 38. *Plantea y resuelve los siguientes ejercicios*

1. *La probabilidad de que un equipo de baloncesto anote un punto en un tiro libre es del 70 %. La distribución geométrica se puede usar para calcular la probabilidad de que un jugador necesite más de un intento para anotar un tiro libre.*
2. *Un sitio web tiene una tasa de conversión del 5 %, lo que significa que el 5 % de los visitantes del sitio web se convierten en clientes. La distribución geométrica se puede usar para calcular la probabilidad de que se necesiten más de 10 visitas al sitio web para obtener un cliente.*

3. *Un restaurante tiene una probabilidad del 20 % de que un cliente ordene un postre. La distribución geométrica se puede usar para calcular la probabilidad de que se necesiten más de 5 clientes antes de que alguien ordene un postre.*

4. *Un jugador de póker tiene una probabilidad del 2 % de recibir un as en su mano inicial. La distribución geométrica se puede usar para calcular la probabilidad de que el jugador necesite más de 3 manos para recibir su primer as.*

5. *Una empresa de marketing envía correos electrónicos a una lista de clientes potenciales. La probabilidad de que un cliente potencial abra el correo electrónico es del 10 %. La distribución geométrica se puede usar para calcular la probabilidad de que se necesiten más de 5 correos electrónicos para que un cliente potencial abra uno.*

6. *Un jugador de béisbol tiene una probabilidad del 25 % de conectar una pelota en un turno al bate. La distribución geométrica se puede usar para calcular la probabilidad de que el jugador necesite más de 4 turnos al bate para conectar su primer hit.*

7. *Un vendedor tiene una probabilidad del 30 % de cerrar una venta en una llamada de ventas. La distribución geométrica se puede usar para calcular la probabilidad de que el vendedor necesite más de 6 llamadas de ventas para cerrar su primera venta.*

8. *La probabilidad de que un estudiante pase un examen es del 60 %. La distribución geométrica se puede usar para calcular la probabilidad de que el estudiante necesite más de 4 intentos para pasar el examen.*

9. *Un jugador de fútbol americano tiene una probabilidad del 5 % de interceptar un pase en un juego. La distribución geométrica se puede usar para calcular la probabilidad de que el jugador necesite más de 10 intentos para interceptar su primer pase.*

10. *Un pescador tiene una probabilidad del 10 % de capturar un pez en cada lance de su caña de pesca. La distribución geométrica se puede usar para calcular la probabilidad de que el pescador necesite más de 8 lances para capturar su primer pez.*

3.2. Variables Aleatorias Continuas

Ejercicio 39. *Dadas las siguientes variables aleatorias continuas determinar tanto su esperanza como su varianza.*

1. *Uniforme,* $m_X(t) = \frac{e^{bt}-e^{at}}{(b-a)^t}$*, la sugerencia es calcularlas directamente integrando.*

2. *Normal,* $m_X(t) = e^{\mu t+\sigma^2 t^2/2}$*, ejercicio difícil.*

3.2.1. Distribución Uniforme (continua)

Ejercicio 40. *Plantea y resuelve los siguientes ejercicios.*

1. *Un fabricante de piezas mecánicas sabe que la longitud de sus piezas puede variar en un rango de 10 a 20 cm. La variable aleatoria uniforme continua se puede usar para modelar la longitud de las piezas que producen.*

2. *Un negocio de alquiler de bicicletas sabe que el tiempo que los clientes alquilan sus bicicletas varía entre 1 y 4 horas. La variable aleatoria uniforme continua se puede usar para modelar la duración de los alquileres.*

3. *Un restaurante sabe que la cantidad de tiempo que los clientes pasan en el restaurante varía entre 30 minutos y 2 horas. La variable aleatoria uniforme continua se puede usar para modelar el tiempo de estancia de los clientes.*

4. *Una compañía de seguros sabe que la velocidad de los automóviles en una carretera puede variar entre 60 y 120 km/h. La variable aleatoria uniforme continua se puede usar para modelar la velocidad de los vehículos en la carretera.*

5. *Un fabricante de ropa sabe que el peso de las camisetas que produce puede variar entre 100 y 200 gramos. La variable aleatoria uniforme continua se puede usar para modelar el peso de las camisetas.*

6. *Una tienda de electrónica sabe que el voltaje que suministra su fuente de alimentación puede variar entre 110 y 220 voltios. La variable aleatoria uniforme continua se puede usar para modelar el voltaje de la fuente de alimentación.*

7. *Un servicio de mensajería sabe que la distancia entre los puntos de recogida y entrega puede variar entre 5 y 20 km. La variable aleatoria uniforme continua se puede usar para modelar la distancia de entrega.*

8. *Un fabricante de televisores sabe que el tiempo que tardan sus empleados en ensamblar un televisor puede variar entre 1 y 3 horas. La variable aleatoria uniforme continua se puede usar para modelar el tiempo de ensamblaje.*

9. *Una empresa de telecomunicaciones sabe que la velocidad de descarga de su red puede variar entre 10 y 50 Mbps. La variable aleatoria uniforme continua se puede usar para modelar la velocidad de descarga de la red.*

10. *Un concesionario de autos sabe que el precio de sus automóviles puede variar entre $10,000 y $30,000. La variable aleatoria uniforme continua se puede usar para modelar el precio de los automóviles en el concesionario.*

3.2.2. Distribución Exponencial

Ejercicio 41. *Plantea y resuelve los siguientes ejercicios.*

1. *Una empresa de mensajería promete entregar los paquetes dentro de 2 horas desde que se realiza el pedido. El tiempo que tarda en entregarse un paquete sigue una distribución exponencial con una tasa de 0.5. ¿Cuál es la probabilidad de que un paquete se entregue en menos de 1 hora?*

2. *La vida útil de las bombillas de una fábrica sigue una distribución exponencial con una media de 800 horas. ¿Cuál es la probabilidad de que una bombilla dure más de 1000 horas?*

3. *Un sistema informático tiene una tasa de fallos de 0.01 por hora. ¿Cuál es la probabilidad de que el sistema falle en menos de 50 horas?*

4. *Un vendedor tarda en promedio 15 minutos en atender a un cliente en su tienda. El tiempo que tarda en atender a los clientes sigue una distribución exponencial con una tasa de 0.25. ¿Cuál es la probabilidad de que atienda a un cliente en menos de 10 minutos?*

5. *El tiempo entre llegadas de dos clientes a una tienda sigue una distribución exponencial con una media de 5 minutos. ¿Cuál es la probabilidad de que no llegue ningún cliente en 10 minutos?*

6. *El tiempo que tarda una persona en recorrer una distancia de 5 km en bicicleta sigue una distribución exponencial con una media de 30 minutos. ¿Cuál es la probabilidad de que la persona tarde menos de 20 minutos?*

7. *El tiempo que tarda una máquina en producir una pieza sigue una distribución exponencial con una tasa de 0.003 piezas por minuto. ¿Cuál es la probabilidad de que la máquina produzca al menos 10 piezas en 5 minutos?*

8. *El tiempo que tarda un proceso industrial en completarse sigue una distribución exponencial con una media de 8 horas. ¿Cuál es la probabilidad de que el proceso tarde más de 10 horas en completarse?*

9. *El tiempo que tarda un cliente en pagar en una caja sigue una distribución exponencial con una media de 2 minutos. Si hay 10 clientes esperando en la fila, ¿cuál es la probabilidad de que un cliente nuevo tenga que esperar más de 5 minutos para pagar?*

10. *La tasa de llegada de un evento de demanda en un centro de atención telefónica sigue una distribución exponencial con una media de 4 eventos por hora. ¿Cuál es la probabilidad de que no llegue ningún evento en 10 minutos?*

3.2.3. Distribución Normal

Ejercicio 42. *Resolver los siguientes ejercicios*

1. *Una fábrica de papel produce rollos de papel higiénico que tienen una longitud media de 100 metros y una desviación estándar de 5 metros. ¿Cuál es la probabilidad de que un rollo de papel higiénico tenga una longitud entre 95 y 105 metros?*

2. *La altura de los estudiantes de una escuela secundaria sigue una distribución normal con media de 165 cm y desviación estándar de 10 cm. ¿Cuál es la probabilidad de que un estudiante seleccionado al azar tenga una altura entre 150 y 180 cm?*

3. *Un fabricante de zapatos produce zapatos que tienen una longitud media de 28 cm y una desviación estándar de 2 cm. ¿Cuál es la probabilidad de que un zapato seleccionado al azar tenga una longitud mayor que 32 cm?*

4. *La distribución de las calificaciones en un examen sigue una distribución normal con una media de 70 y una desviación estándar de 10. ¿Cuál es la probabilidad de que un estudiante seleccionado al azar tenga una calificación menor a 60?*

5. *La duración de las baterías de un dispositivo electrónico sigue una distribución normal con una media de 10 horas y una desviación estándar de 2 horas. ¿Cuál es la probabilidad de que una batería seleccionada al azar dure más de 12 horas?*

6. *La distribución de los tiempos de espera en una fila sigue una distribución normal con una media de 5 minutos y una desviación estándar de 1 minuto. ¿Cuál es la probabilidad de que un cliente tenga que esperar más de 8 minutos?*

7. *El peso de los recién nacidos sigue una distribución normal con una media de 3.5 kg y una desviación estándar de 0.5 kg. ¿Cuál es la probabilidad de que un recién nacido pese menos de 2.5 kg?*

8. *La velocidad de un vehículo sigue una distribución normal con una media de 60 km/h y una desviación estándar de 5 km/h. ¿Cuál es la probabilidad de que un vehículo viaje a una velocidad mayor de 70 km/h?*

9. *La distribución de los ingresos de los trabajadores en una empresa sigue una distribución normal con una media de $50,000 y una desviación estándar de $10,000. ¿Cuál es la probabilidad de que un trabajador gane menos de $30,000?*

10. *La temperatura de una ciudad sigue una distribución normal con una media de 25 grados Celsius y una desviación estándar de 2 grados Celsius. ¿Cuál es la probabilidad de que la temperatura sea mayor de 30 grados Celsius?*

3.2.4. Distribución Gamma

Ejercicio 43. *Resuelve los ejercicios siguientes.*

1. *Un fabricante de bombillas sabe que la vida útil de las bombillas sigue una distribución gamma con una media de 1500 horas y una desviación estándar de 500 horas. ¿Cuál es la probabilidad de que una bombilla dure más de 2000 horas?*

2. *Una planta de producción de papel produce rollos de papel de 100 metros de longitud. La distribución de la longitud de los rollos sigue una distribución gamma con una media de 105 metros y una desviación estándar de 10 metros. ¿Cuál es la probabilidad de que un rollo tenga una longitud de entre 90 y 110 metros?*

3. *La cantidad de tiempo que un grupo de estudiantes dedica a estudiar para un examen sigue una distribución gamma con una media de 20 horas y una desviación estándar de 5 horas. Si el tiempo mínimo requerido para pasar el examen es de 15 horas, ¿cuál es la probabilidad de que un estudiante al azar pase el examen?*

4. *Un fabricante de baterías de automóvil sabe que el tiempo de vida de las baterías sigue una distribución gamma con una media de 4 años y una desviación estándar de 1 año. ¿Cuál es la probabilidad de que una batería dure menos de 2 años?*

5. *La cantidad de tiempo que una persona tarda en completar una tarea sigue una distribución gamma con una media de 10 minutos y una desviación estándar de 2 minutos. Si se requiere que la tarea se complete en un tiempo máximo de 12 minutos, ¿cuál es la probabilidad de que una persona al azar pueda completar la tarea a tiempo?*

6. *Una fábrica de muebles produce sillas de madera. La cantidad de tiempo que tarda en producir una silla sigue una distribución gamma con una media de 2 horas y una desviación estándar de 0.5 horas. Si se requiere que se produzcan 10 sillas en un día de trabajo, ¿cuál es la probabilidad de que se logre completar la producción en un día?*

7. *Un fabricante de relojes sabe que la vida útil de sus relojes sigue una distribución gamma con una media de 5 años y una desviación estándar de 1 año. Si un reloj es considerado defectuoso si dura menos de 3 años, ¿cuál es la probabilidad de que un reloj al azar sea considerado defectuoso?*

8. *Un fabricante de focos sabe que la vida útil de sus focos sigue una distribución gamma con una media de 800 horas y una desviación estándar de 200 horas. Si se requiere que los focos duren al menos 1000 horas, ¿cuál es la probabilidad de que un foco al azar dure el tiempo necesario?*

9. *La cantidad de tiempo que tarda un técnico en reparar un dispositivo electrónico sigue una distribución gamma con una media de 3 horas y una desviación estándar de 0.5 horas. Si se requiere que el dispositivo sea reparado en un tiempo máximo de 4 horas, ¿cuál es la probabilidad de que el técnico al azar pueda reparar el dispositivo a tiempo?*

10. *Se sabe que el tiempo de vida (en años) de una lámpara sigue una distribución gamma con parámetros $\alpha = 3$ y $\beta = 2$. Encuentra la probabilidad de que la lámpara dure más de 4 años.*

3.2.5. Distribución Beta

Ejercicio 44. *Resuelve los siguientes problemas.*

1. *Un sitio web de videos desea medir la tasa de clics en su botón de "reproducir". Si se sabe que el 10 % de los usuarios hacen clic en el botón, ¿cuál es la probabilidad de que de 20 usuarios, exactamente 3 hagan clic?*

2. *Una empresa quiere saber la probabilidad de que un producto defectuoso se encuentre en el proceso de producción. Si se sabe que la tasa de producción de productos defectuosos es del 5 %, ¿cuál es la probabilidad de que de 200 productos producidos, exactamente 12 sean defectuosos?*

3. *Un sitio web de citas desea medir la tasa de conversión de las personas que visitan su sitio y se suscriben a un plan premium. Si se sabe que el 2 % de las personas que visitan el sitio se suscriben a un plan premium, ¿cuál es la probabilidad de que de 500 visitas, exactamente 10 personas se suscriban?*

4. *Una compañía desea medir la tasa de conversión de los anuncios en línea. Si se sabe que el 20 % de las personas que ven el anuncio hacen clic en él, ¿cuál es la probabilidad de que de 50 vistas, exactamente 12 personas hagan clic?*

5. *Un restaurante desea medir la satisfacción de sus clientes en relación con un nuevo plato que acaba de agregar al menú. Si se sabe que el 70 % de los clientes están satisfechos con el nuevo plato, ¿cuál es la probabilidad de que de 100 clientes, exactamente 50 estén satisfechos?*

6. *Un fabricante de lámparas desea medir la tasa de fallas de sus productos. Si se sabe que el 3 % de las lámparas fallan, ¿cuál es la probabilidad de que de 500 lámparas producidas, exactamente 20 fallen?*

7. *Una empresa desea medir la tasa de aprobación de sus solicitudes de crédito. Si se sabe que el 80 % de las solicitudes son aprobadas, ¿cuál es la probabilidad de que de 200 solicitudes, exactamente 150 sean aprobadas?*

8. *Una tienda de ropa desea medir la tasa de conversión de los visitantes en compradores. Si se sabe que el 10 % de las personas que visitan la tienda compran algo, ¿cuál es la probabilidad de que de 50 visitas, exactamente 5 personas compren?*

9. *Un fabricante de televisores desea medir la tasa de fallas de sus productos. Si se sabe que el 2 % de los televisores fallan, ¿cuál es la probabilidad de que de 1000 televisores producidos, exactamente 15 fallen?*

10. *Un sitio web de noticias desea medir la tasa de clics en sus artículos. Si se sabe que el 15 % de los usuarios que visitan el sitio hacen clic en los artículos, ¿cuál es la probabilidad de que de 80 visitas, exactamente 10 usuarios hagan clic en los artículos?*

3.2.6. Distribución t-Student

Ejercicio 45. *Resolver los siguientes ejercicios*

1. *Un fabricante de guantes médicos afirma que el tiempo medio de duración de sus guantes es de 3 horas, con una desviación estándar de 0.5 horas. Si tomamos una muestra aleatoria de 20 guantes, ¿cuál es la probabilidad de que la duración media de los guantes sea mayor de 3.2 horas?*

2. *Se sabe que el peso de los paquetes de cierta marca sigue una distribución normal con media de 1.5 kg y desviación estándar de 0.3 kg. Si tomamos una muestra aleatoria de 10 paquetes, ¿cuál es la probabilidad de que el peso promedio de la muestra sea menor de 1.3 kg?*

3. *Se desea estudiar la altura promedio de los estudiantes de una universidad. Se toma una muestra aleatoria de 15 estudiantes y se obtiene una altura promedio de 1.75 metros, con una desviación estándar de 0.15 metros. Si la altura promedio de la población es de 1.8 metros, ¿es significativo el resultado obtenido?*

4. *Se sabe que el tiempo de vida de las baterías de cierto modelo sigue una distribución normal con media de 1000 horas y desviación estándar de 100 horas. Si tomamos una muestra aleatoria de 25 baterías, ¿cuál es la probabilidad de que la duración promedio de la muestra sea mayor de 1050 horas?*

5. *Se desea estudiar la duración promedio de las películas de acción en cierto cine. Se toma una muestra aleatoria de 12 películas y se obtiene una duración promedio de 2.1 horas, con una desviación estándar de 0.25 horas. Si la duración promedio de las películas de acción es de 2 horas, ¿es significativo el resultado obtenido?*

6. *Se sabe que el diámetro de ciertos tornillos sigue una distribución normal con media de 10 mm y desviación estándar de 0.5 mm. Si tomamos una muestra aleatoria de 15 tornillos, ¿cuál es la probabilidad de que el diámetro promedio de la muestra esté entre 9.7 mm y 10.3 mm?*

7. *Se desea estudiar la cantidad promedio de libros que los estudiantes universitarios compran por semestre. Se toma una muestra aleatoria de 20 estudiantes y se obtiene una cantidad promedio de 4 libros, con una desviación estándar de 1.5 libros. Si la cantidad promedio de libros que los estudiantes compran por semestre es de 3.5, ¿es significativo el resultado obtenido?*

8. *Se sabe que la altura de ciertas plantas sigue una distribución normal con media de 1.2 metros y desviación estándar de 0.2 metros. Si tomamos una muestra aleatoria de 30 plantas, ¿cuál es la probabilidad de que la altura promedio de la muestra sea mayor de 1.3 metros?*

9. *En una muestra de 25 estudiantes, se obtuvo una media de 7.5 en un examen de matemáticas con una desviación estándar de 1.2. ¿Cuál es el intervalo de confianza del 95 % para la media poblacional de calificaciones?*

10. *Se sabe que el 90 % de las mujeres adultas tienen una altura entre 1.5 y 1.8 metros. Si se selecciona una muestra aleatoria de 50 mujeres, ¿cuál es la probabilidad de que su altura promedio esté dentro de ese rango?*

3.2.7. Distribución Ji-cuadrada (χ^2)

Ejercicio 46. *Resolver los siguientes ejercicios*

1. *Una empresa de producción desea evaluar si la varianza de la cantidad de productos que fabrica al día ha aumentado o no. Si se tomaron 10 muestras aleatorias de la cantidad de productos producidos por día en los últimos 3 meses y se obtuvo una media de 500 y una desviación estándar de 40, ¿puede la empresa concluir con un nivel de significancia del 5 % que la varianza ha aumentado?*

2. *Un experimento se realiza para estudiar el efecto de un nuevo fertilizante en el rendimiento de los cultivos. Se seleccionaron 8 parcelas y se midió el rendimiento de cada una. La media y la varianza de los rendimientos fueron de 65 kg y* $16kg^2$*, respectivamente. ¿Se puede concluir con un nivel de significancia del 1 % que el nuevo fertilizante tiene un efecto en el rendimiento del cultivo?*

3. *Se llevó a cabo un estudio para evaluar si la cantidad de cafeína en una bebida energética cumple con las regulaciones del gobierno. Se tomaron 12 muestras aleatorias y se midió la cantidad de cafeína en cada muestra. La media y la desviación estándar fueron de 175 mg y 12 mg, respectivamente. ¿Se puede concluir con un nivel de significancia del 5 % que la cantidad de cafeína en la bebida cumple con las regulaciones?*

4. *Un equipo de investigación está interesado en la variabilidad de la altura de los estudiantes universitarios. Se seleccionó una muestra aleatoria de 20 estudiantes y se midió su altura. La media y la desviación estándar de la muestra fueron de 168 cm y 6 cm, respectivamente. ¿Se puede concluir con un nivel de significancia del 10 % que la varianza de la altura de los estudiantes universitarios es diferente a* $25cm^2$*?*

5. *Se realizó un estudio para evaluar si la cantidad de colesterol en la sangre de una población sigue una distribución normal. Se seleccionaron 30 individuos aleatorios y se midió la cantidad de colesterol en su sangre. La media y la desviación estándar de la muestra fueron de 180 mg/dL y 20 mg/dL, respectivamente. ¿Se puede concluir con un nivel de significancia del 5 % que la población sigue una distribución normal?*

6. *Una empresa desea evaluar si el peso de su producto cumple con las especificaciones. Se seleccionaron 25 productos al azar y se midió su peso. La media y la desviación estándar de la muestra fueron de 1.5 kg y 0.2 kg, respectivamente. ¿Se puede concluir con un nivel de significancia del 1 % que el peso del producto cumple con las especificaciones?*

7. *Una empresa de calidad de alimentos está probando la uniformidad del llenado de su producto enlatado. Se seleccionan 25 latas de manera aleatoria y se mide la cantidad de llenado en cada una. Si se sabe que la desviación estándar de la población es de 0.4, ¿cuál es la probabilidad de que la varianza de la población sea menor a 0.15?*

8. *Un fabricante de chips electrónicos está probando la resistencia eléctrica de su producción. Si se sabe que la distribución de la resistencia es normal, con una media de 100 ohmios y una desviación estándar de 5 ohmios, ¿cuál es la probabilidad de que la suma de las desviaciones al cuadrado de 15 chips elegidos al azar sea mayor a 60?*

9. *Un gerente de tienda quiere saber si la variación de los ingresos diarios de su tienda ha disminuido después de una campaña de marketing reciente. Ella sabe que la variación de los ingresos diarios antes de la campaña era de 10,000 y toma una muestra de 20 días después de la campaña, encontrando una variación de 7,500. ¿Hay suficiente evidencia para concluir que la variación ha disminuido? Utiliza un nivel de significancia del 5 %.*

10. *Un departamento de recursos humanos está estudiando el ausentismo de los empleados. Se selecciona una muestra aleatoria de 30 empleados y se encuentra que el número promedio de días de ausencia en el último año es de 4, con una desviación*

estándar de 1.2. ¿Cuál es la probabilidad de que la varianza poblacional sea mayor a 1.5?

3.2.8. Distribución de Cauchy

Ejercicio 47. *Resolver los siguientes ejercicios*

1. *En una empresa se sabe que el salario medio es de $5000 MXN y la desviación estándar es de $1000 MXN. Si se toma una muestra aleatoria de 50 empleados, ¿cuál es la probabilidad de que el salario promedio de la muestra esté entre $4800 MXN y $5200 MXN?*

2. *Se sabe que el tiempo medio de respuesta de un sitio web es de 2 segundos con una desviación estándar de 0.5 segundos. Si se toma una muestra aleatoria de 25 tiempos de respuesta, ¿cuál es la probabilidad de que el tiempo promedio de la muestra sea mayor a 2.3 segundos?*

3. *En una tienda en línea, el tiempo medio de envío es de 4 días con una desviación estándar de 1 día. Si se toma una muestra aleatoria de 100 envíos, ¿cuál es la probabilidad de que el tiempo promedio de envío de la muestra sea mayor a 4.5 días?*

4. *Se sabe que el peso medio de los paquetes de una empresa de mensajería es de 1 kg con una desviación estándar de 0.2 kg. Si se toma una muestra aleatoria de 64 paquetes, ¿cuál es la probabilidad de que el peso promedio de la muestra esté entre 0.95 kg y 1.05 kg?*

5. *En un estudio de mercado, se sabe que la edad media de los consumidores de un producto es de 30 años con una desviación estándar de 5 años. Si se toma una muestra aleatoria de 36 consumidores, ¿cuál es la probabilidad de que la edad promedio de la muestra sea menor a 28 años?*

6. *Se sabe que el diámetro medio de un tipo de tornillo es de 3 mm con una desviación estándar de 0.1 mm. Si se toma una muestra aleatoria de 16 tornillos, ¿cuál es la probabilidad de que el diámetro promedio de la muestra esté entre 2.9 mm y 3.1 mm?*

7. *En una universidad, el promedio de créditos que toman los estudiantes por semestre es de 20 con una desviación estándar de 4. Si se toma una muestra aleatoria de 25 estudiantes, ¿cuál es la probabilidad de que el número promedio de créditos de la muestra sea mayor a 22?*

8. *Se sabe que el tiempo medio de duración de las baterías de un modelo de celular es de 12 horas con una desviación estándar de 1.5 horas. Si se toma una muestra aleatoria de 36 baterías, ¿cuál es la probabilidad de que el tiempo promedio de duración de la muestra sea menor a 11 horas?*

9. *En una fábrica de automóviles, el promedio de tiempo que tarda en ensamblar un auto es de 12 horas con una desviación estándar de 2 horas. Si se toma una muestra aleatoria de 49 autos, ¿cuál es la probabilidad de que el tiempo promedio de ensamblaje de la muestra esté entre 11 y 13 horas?*

10. *Toma un paquete para ser entregado en una ciudad, sabiendo que la media es de 5 horas y la desviación típica es de 1 hora. Si se sabe que la distribución del tiempo de entrega se ajusta a una distribución de Cauchy, ¿cuál es la probabilidad de que un paquete sea entregado en menos de 3 horas?*

3.3. Ejercicios Tarea-Examen

Tercer Evaluación Parcial (Tarea-Examen)

Nombre: ______________________________________

Matrícula: ____________________

Instrucciones:

Resolver 16 ejercicios, la siguiente lista de ejercicios, la solución debe de ser clara e incluir todos los pasos que llevaron a encontrar la respuesta correcta.

Obligatorios

Pregunta 1. **Dada $f_X(x) = 2e^{-2x}$ para $x > 0$ además de lo que se pide, determinar $\mathbb{E}[X]$, $F_X[X]$ y $\mathbb{V}[X]$.*

Pregunta 2. **Una máquina produce alambre de cobre, y ocacionalmente existe una imperfección en algún punto a lo largo del cable. La longitud del cable, en metros, producida entre imperfecciones sucesivas es una variable aleatoria continua X con función de probabilidad de la forma:*

$$f_X(x) = \begin{cases} c(1+x)^{-3} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$$

Calcule c. Obtenga la expresión de $F_X(x)$. Calcule $\mathbb{P}[0{,}4 < X < {,}45]$ Obtenga el valor Esperado de X. Calcule la varianza de X.

Pregunta 3. **Suponga que un componente se somete a una prueba de choque. Sea X la variable aleatoria definida como 0 si el componente sobrevive a la prueba, y como 1 en caso contrario, y suponga además que $\mathbb{P}[X = 1] = 0{,}8$*

1. *Obtenga una expresión para $f_X(x)$*
2. *Calcule $\mathbb{E}[X = 1]$*
3. *Calcule $\mathbb{V}[X = 1]$*

Pregunta 4. ** El tiempo en horas que puede funcionar una computadora sin descomponerse es una variable aleatoria continua, con función de densidad de probabilidad dada por $f_X(x) = \lambda e^{-x/100}$, para $x > 0$. ¿Cuál es la probabilidad de que una computadora funcione entre 50 y 150 horas sin descomponerse? ¿Cuál es la probabilidad de que funcione menos de 100 horas? Determine la esperanza y la varianza de esta variable aleatoria.*

Pregunta 5. ** El tiempo que tarda una persona en recorrer una distancia de 5 km en bicicleta sigue una distribuciónexponencial con una media de 30 minutos. ¿Cuál es la probabilidad de que la persona tarde menos de 20 minutos?, ¿Cuál es la probabilidad de que la persona tarde entre 25 y 35 minutos?, ¿Cuál es la probabilidad de que la persona tarde mas de 45 minutos?*

Pregunta 6. ** Los registros muestran que* 30 % *de todos los pacientes admitidos a una clínica paga sus facturas con tarjeta de crédito. Suponga que durante cierta semana fueron admitidos 10 pacientes. Determine:*

1. *La probabilidad de que ningún paciente pague con tarjeta de crédito.*
2. *La probabilidad de que menos de cinco pacientes paguen con tarjeta de crédito.*
3. *La probabilidad de que todos los pacientes paguen con tarjeta de crédito.*
4. *que todos los pacientes, menos uno, paguen con tarjeta de crédito.*
5. *Calcule el valor esperado y la varianza del número de pacientes que pagan con tarjeta de crédito.*

Pregunta 7. ** Se sabe que el tiempo de ejecución de una tarea en un programa de computadora sigue una distribución uniforme continua en el intervalo* $[2, 6]$ *segundos. ¿Cuál es la probabilidad de que la tarea tome menos de 4 segundos en completarse?*

Pregunta 8. ** Un producto industrial se envía en lotes de 20 artículos. La prueba para determinar si un artículo es defectuoso es costosa, así que el fabricante obtiene muestras de la producción en vez de utilizar un plan de inspección al* 100 %. *Un plan de muestreo diseñado para minimizar el número de artículos defectuosos empleados necesita que se extraigan 5 piezas de cada lote y un lote es rechazado si entre las 5 piezas hay más de una defectuosa. Suponga que un lote en particular contiene cuatro artículos defectuosos. Calcule: La probabilidad de que el lote sea rechazado. El número esperado de unidades defectuosas en la selección. La varianza del número de unidades defectuosas en la selección. La probabilidad de que un lote con sólo 2 unidades defectuosas sea rechazado. La probabilidad de que un lote con 5 piezas defectuosas no sea rechazado.*

Pregunta 9. ** En una intersección ocurren en promedio tres accidentes de tránsito por mes. ¿Cuál es la probabilidad de que en esta intersección: ocurran exactamente cinco accidentes en el próximo mes? ocurran exactamente cinco accidentes en los dos próximos meses? ocurran exactamente cinco accidentes en los siguientes quince días?*

Pregunta 10. ** Se sabe que el peso de los paquetes de cierta marca sigue una distribución normal con media de 1.5 kg y desviación estándar de 0.3 kg. Si tomamos una muestra aleatoria de 10 paquetes, ¿cuál es la probabilidad de que el peso promedio de la muestra sea menor de 1.3 kg?*

Pregunta 11. ** Se sabe que el peso de los paquetes de cierta marca sigue una distribución normal con media de 1.5 kg y desviación estándar de 0.3 kg. Si tomamos una muestra aleatoria de 10 paquetes, ¿cuál es la probabilidad de que el peso promedio de la muestra sea menor de 1.3 kg?,¿ cuál es la probabilidad de el peso sea mayor a 2.5 kgs?, ¿cuál es la probabilida de que el peso oscile entre 1 kilo y 1.75 kgs?*

Adicionales:

Pregunta 12. *Una tienda de ropa sabe que la probabilidad de que un cliente compre un artículo es del 30 %. Si 50 clientes entran a la tienda, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 10 compren algún artículo?*

Pregunta 13. *Un vendedor tiene una probabilidad del* 30 %*de cerrar una venta en una llamada de ventas. Calcular la probabilidad de que el vendedor necesite más de 6 llamadas de ventas para cerrar su primera venta.*

Pregunta 14. *La distribución de los tiempos de espera en una fila sigue una distribución normal con una media de 3.5 minutos y una desviación estándar de 1.3 minuto. ¿Cuál es la probabilidad de que un cliente tenga que esperar más de 8 minutos?, ¿cuál es la probabilidad de que tenga que esperar menos de minuto y medio?, ¿ Cuál es la probabilidad de que tenga que esperar entre 4 y 5 minutos?.*

Pregunta 15. *Los componentes de un sistema de 6 elementos se toman aleatoriamente de un recipiente con 20 componentes usados. El sistema resultante funcionará si por lo menos 4 de los 6 componentes están en condiciones de funcionar. Si los 15 de los 20 componentes en el recipiente están en condiciones de funcionar, ¿cuál es la probabilidad de que el sistema resultante funciones?*

Pregunta 16. *Un restaurante sabe que la cantidad de tiempo que tarda un cliente en terminar de comer sigue una distribución exponencial con una tasa de 0.2. Si se tienen 30 mesas, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 5 de ellas estén desocupadas en menos de 1 hora?*

Pregunta 17. *Se sabe que la probabilidad de que un desarrollador de software entregue una tarea a tiempo es del 70 %. Si una empresa de software contrata a 5 desarrolladores para trabajar en un proyecto, ¿cuál es la probabilidad de que los 5 desarrolladores entreguen sus tareas a tiempo?*

Pregunta 18. *En una central hidroeléctrica, se sabe que la probabilidad de que una compuerta presente un fallo es del 0.4 %. Si la central cuenta con 30 compuertas, ¿cuál es la probabilidad de que menos de 2 compuertas presenten un fallo en un día?*

Pregunta 19. *Se tiene una muestra de 1000 paquetes de datos en una red y se sabe que la longitud de los paquetes sigue una distribución normal con media 1500 bytes y desviación estándar 100 bytes. ¿Cuál es la probabilidad de que la longitud de un paquete elegido al azar esté entre 1400 y 1600 bytes?*

Pregunta 20. *Se tiene una población de usuarios de una aplicación móvil y se sabe que el número de veces que acceden a ella diariamente sigue una distribución normal con media de 5 veces al día y desviación estándar de 1 vez al día. Si se toma una muestra aleatoria de 200 usuarios, ¿cuál es la probabilidad de que la media de la muestra sea mayor a 5.5 veces al día?*

3.4. Miscelánea de Ejercicios (Primera parte)

Distribución Uniforme

Ejercicio 48. *Resuelve los siguientes problemas relacionados con la variable aleatoria uniforme discreta.*

1. *Un juego de dados justo se lanza tres veces. ¿Cuál es la probabilidad de obtener una suma de 10?*

2. *Una urna contiene 10 bolas numeradas del 1 al 10. Si se elige una bola al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea un número par?*

3. *Un fabricante de piezas de repuesto sabe que el 5 % de las piezas que produce son defectuosas. Si se eligen aleatoriamente 5 piezas, ¿cuál es la probabilidad de que al menos una de ellas sea defectuosa?*

4. *Un fabricante de cartas de póker quiere asegurarse de que todas las cartas tengan la misma probabilidad de ser seleccionadas al azar. ¿Cuántas cartas debe incluir en su mazo?*

5. *Un estudiante elige al azar una página de un libro y cuenta el número de palabras que contiene. Si el libro tiene 200 páginas y un promedio de 1000 palabras por página, ¿cuál es la probabilidad de que el número de palabras en una página elegida al azar esté entre 900 y 1100?*

6. *Un vendedor de seguros tiene 10 pólizas que puede vender. Si se eligen al azar 3 pólizas, ¿cuál es la probabilidad de que al menos una de ellas sea vendida?*

7. *Un fabricante de dulces quiere que cada bolsa contenga una cantidad igual de caramelos de cada sabor. Si hay 4 sabores de caramelos y cada bolsa contiene 20 caramelos, ¿cuál es la probabilidad de que haya exactamente 5 caramelos de cada sabor en una bolsa seleccionada al azar?*

8. *Una persona lanza una moneda 5 veces. ¿Cuál es la probabilidad de que obtenga exactamente 2 caras?*

9. *Un jugador de fútbol tiene una tasa de éxito del 80 % en tiros libres. Si tira 5 tiros libres, ¿cuál es la probabilidad de que haga exactamente 4 goles?*

10. *Se lanza un dado justo hasta obtener un número par. ¿Cuál es la probabilidad de que se necesiten al menos 3 lanzamientos?*

Distribución Bernoulii

Ejercicio 49. *Resuelve la siguiente lista de ejercicios:*

1. *Un jugador de baloncesto tiene una tasa de acierto del 70 % en tiros libres. ¿Cuál es la probabilidad de que haga el primer tiro libre?*

2. *Un anuncio en línea tiene una tasa de clics del 2 %. Si se muestra el anuncio a 1000 personas, ¿cuál es la probabilidad de que exactamente 20 personas hagan clic en él?*

3. *Un fabricante de bombillas sabe que el 3 % de las bombillas que produce son defectuosas. Si se elige una bombilla al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea defectuosa?*

4. *Un jugador de fútbol americano tiene una tasa de éxito del 90 % en tiros de campo. Si intenta un tiro de campo, ¿cuál es la probabilidad de que tenga éxito?*

5. *La probabilidad de que un jugador de baloncesto haga un tiro libre es de 0.85. Si un jugador tira un solo tiro libre, ¿cuál es la probabilidad de que lo haga?*

6. *La probabilidad de que una persona enferma de gripe tenga fiebre es de 0.9. Si se selecciona aleatoriamente a una persona enferma de gripe, ¿cuál es la probabilidad de que tenga fiebre?*

7. *La probabilidad de que un estudiante apruebe un examen es de 0.6. Si se selecciona aleatoriamente a un estudiante, ¿cuál es la probabilidad de que apruebe su examen?*

8. *La probabilidad de que una persona que juega a la ruleta gane en una ronda es de 0.2. Si una persona juega una sola ronda, ¿cuál es la probabilidad de que gane?*

9. *La probabilidad de que una persona contratada por una empresa sea un buen empleado es de 0.7. Si una empresa contrata a una sola persona, ¿cuál es la probabilidad de que sea un buen empleado?*

10. *La probabilidad de que una persona en una ciudad determinada tenga seguro médico es de 0.4. Si se selecciona aleatoriamente a una persona en la ciudad, ¿cuál es la probabilidad de que tenga seguro médico?*

Distribución Binomial

Ejercicio 50. *Resuelve los siguientes ejercicios:*

1. *Una fábrica de chocolate sabe que el 10 % de sus barras de chocolate tienen algún defecto. Si se seleccionan al azar 5 barras, ¿cuál es la probabilidad de que al menos una tenga defectos?*

2. *Un agente de bienes raíces sabe que la probabilidad de que un comprador cierre un trato es del 40 %. Si el agente tiene 8 posibles compradores interesados, ¿cuál es la probabilidad de que exactamente 3 cierren un trato?*

3. *Un equipo de béisbol tiene una tasa de éxito del 70 % en bateo. Si el equipo batea 25 veces, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 18 de los bateos sean exitosos?*

4. *Una empresa de marketing sabe que la tasa de respuesta a un correo electrónico es del 20 %. Si envían 100 correos electrónicos, ¿cuál es la probabilidad de que menos de 10 personas respondan?*

5. *Un investigador sabe que la probabilidad de que un ratón de laboratorio tenga una mutación específica es del 5 %. Si el investigador utiliza 30 ratones, ¿cuál es la probabilidad de que al menos uno tenga la mutación?*

6. *Una compañía de seguros sabe que la probabilidad de que un cliente haga un reclamo es del 10 %. Si la compañía tiene 500 clientes, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 50 hagan un reclamo?*

7. *Un centro de llamadas sabe que la probabilidad de que un agente cierre una venta es del 25 %. Si el centro de llamadas tiene 20 agentes, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 5 cierren ventas en un día?*

8. *Un fabricante de juguetes sabe que la probabilidad de que un juguete sea defectuoso es del 5 %. Si se producen 200 juguetes, ¿cuál es la probabilidad de que exactamente 15 sean defectuosos?*

9. *Un casino sabe que la probabilidad de que un jugador gane en la ruleta es del 47 %. Si un jugador juega 10 rondas, ¿cuál es la probabilidad de que gane al menos 6 rondas?*

10. *Una tienda de ropa sabe que la probabilidad de que un cliente compre un artículo es del 30 %. Si 50 clientes entran a la tienda, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 10 compren algún artículo?*

Distribución Poisson

Ejercicio 51. *Resuelve los siguientes problemas:*

1. *Una tienda de abarrotes recibe un promedio de 5 clientes por hora. ¿Cuál es la probabilidad de que lleguen exactamente 10 clientes en las próximas dos horas?*

2. *Un centro de llamadas recibe en promedio 15 llamadas por hora. ¿Cuál es la probabilidad de que reciban al menos 20 llamadas en una hora determinada?*

3. *Un restaurante recibe un promedio de 3 quejas de clientes por día. ¿Cuál es la probabilidad de que reciba exactamente 2 quejas en un día?*

4. *Una empresa de envío de paquetes recibe un promedio de 4 paquetes por hora. ¿Cuál es la probabilidad de que reciban al menos 6 paquetes en una hora determinada?*

5. *Un médico atiende un promedio de 2 pacientes por hora. ¿Cuál es la probabilidad de que atienda exactamente 5 pacientes en un período de 3 horas?*

6. *Un canal de noticias transmite un promedio de 3 noticias de última hora por día. ¿Cuál es la probabilidad de que transmitan exactamente 2 noticias de última hora en un día determinado?*

7. *Una fábrica produce un promedio de 10 piezas defectuosas por día. ¿Cuál es la probabilidad de que produzcan al menos 15 piezas defectuosas en un día determinado?*

8. *Un equipo de fútbol anota en promedio 2 goles por partido. ¿Cuál es la probabilidad de que anoten exactamente 3 goles en un partido determinado?*

9. *Un supermercado vende en promedio 20 paquetes de arroz por día. ¿Cuál es la probabilidad de que vendan menos de 15 paquetes de arroz en un día determinado?*

10. *Una empresa de taxis recibe en promedio 8 solicitudes de viaje por hora. ¿Cuál es la probabilidad de que reciban al menos 12 solicitudes de viaje en una hora determinada?*

Distribución Geométrica

Ejercicio 52. *Plantea y resuelve los siguientes ejercicios:*

1. *La probabilidad de que un equipo de baloncesto anote un punto en un tiro libre es del 70 %. La distribución geométrica se puede usar para calcular la probabilidad de que un jugador necesite más de un intento para anotar un tiro libre.*

2. *Un sitio web tiene una tasa de conversión del 5 %, lo que significa que el 5 % de los visitantes del sitio web se convierten en clientes. La distribución geométrica se puede usar para calcular la probabilidad de que se necesiten más de 10 visitas al sitio web para obtener un cliente.*

3. *Un restaurante tiene una probabilidad del 20 % de que un cliente ordene un postre. La distribución geométrica se puede usar para calcular la probabilidad de que se necesiten más de 5 clientes antes de que alguien ordene un postre.*

4. *Un jugador de póker tiene una probabilidad del 2 % de recibir un as en su mano inicial. La distribución geométrica se puede usar para calcular la probabilidad de que el jugador necesite más de 3 manos para recibir su primer as.*

5. *Una empresa de marketing envía correos electrónicos a una lista de clientes potenciales. La probabilidad de que un cliente potencial abra el correo electrónico es del 10 %. La distribución geométrica se puede usar para calcular la probabilidad de que se necesiten más de 5 correos electrónicos para que un cliente potencial abra uno.*

6. *Un jugador de béisbol tiene una probabilidad del 25 % de conectar una pelota en un turno al bate. La distribución geométrica se puede usar para calcular la probabilidad de que el jugador necesite más de 4 turnos al bate para conectar su primer hit.*

7. *Un vendedor tiene una probabilidad del 30 % de cerrar una venta en una llamada de ventas. La distribución geométrica se puede usar para calcular la probabilidad de que el vendedor necesite más de 6 llamadas de ventas para cerrar su primera venta.*

8. *La probabilidad de que un estudiante pase un examen es del 60 %. La distribución geométrica se puede usar para calcular la probabilidad de que el estudiante necesite más de 4 intentos para pasar el examen.*

9. *Un jugador de fútbol americano tiene una probabilidad del 5 % de interceptar un pase en un juego. La distribución geométrica se puede usar para calcular la probabilidad de que el jugador necesite más de 10 intentos para interceptar su primer pase.*

10. *Un pescador tiene una probabilidad del 10 % de capturar un pez en cada lance de su caña de pesca. La distribución geométrica se puede usar para calcular la probabilidad de que el pescador necesite más de 8 lances para capturar su primer pez.*

Distribución Uniforme

Ejercicio 53. *Plantea y resuelve los siguientes ejercicios:*

1. *Un fabricante de piezas mecánicas sabe que la longitud de sus piezas puede variar en un rango de 10 a 20 cm. La variable aleatoria uniforme continua se puede usar para modelar la longitud de las piezas que producen.*

2. *Un negocio de alquiler de bicicletas sabe que el tiempo que los clientes alquilan sus bicicletas varía entre 1 y 4 horas. La variable aleatoria uniforme continua se puede usar para modelar la duración de los alquileres.*

3. *Un restaurante sabe que la cantidad de tiempo que los clientes pasan en el restaurante varía entre 30 minutos y 2 horas. La variable aleatoria uniforme continua se puede usar para modelar el tiempo de estancia de los clientes.*

4. *Una compañía de seguros sabe que la velocidad de los automóviles en una carretera puede variar entre 60 y 120 km/h. La variable aleatoria uniforme continua se puede usar para modelar la velocidad de los vehículos en la carretera.*

5. *Un fabricante de ropa sabe que el peso de las camisetas que produce puede variar entre 100 y 200 gramos. La variable aleatoria uniforme continua se puede usar para modelar el peso de las camisetas.*

6. *Una tienda de electrónica sabe que el voltaje que suministra su fuente de alimentación puede variar entre 110 y 220 voltios. La variable aleatoria uniforme continua se puede usar para modelar el voltaje de la fuente de alimentación.*

7. *Un servicio de mensajería sabe que la distancia entre los puntos de recogida y entrega puede variar entre 5 y 20 km. La variable aleatoria uniforme continua se puede usar para modelar la distancia de entrega.*

8. *Un fabricante de televisores sabe que el tiempo que tardan sus empleados en ensamblar un televisor puede variar entre 1 y 3 horas. La variable aleatoria uniforme continua se puede usar para modelar el tiempo de ensamblaje.*

9. *Una empresa de telecomunicaciones sabe que la velocidad de descarga de su red puede variar entre 10 y 50 Mbps. La variable aleatoria uniforme continua se puede usar para modelar la velocidad de descarga de la red.*

10. *Un concesionario de autos sabe que el precio de sus automóviles puede variar entre \$10,000 y \$30,000. La variable aleatoria uniforme continua se puede usar para modelar el precio de los automóviles en el concesionario.*

Distribución Exponencial

Ejercicio 54. *Plantea y resuelve los siguientes ejercicios:*

1. *Una empresa de mensajería promete entregar los paquetes dentro de 2 horas desde que se realiza el pedido. El tiempo que tarda en entregarse un paquete sigue una distribución exponencial con una tasa de 0.5. ¿Cuál es la probabilidad de que un paquete se entregue en menos de 1 hora?*

2. *La vida útil de las bombillas de una fábrica sigue una distribución exponencial con una media de 800 horas. ¿Cuál es la probabilidad de que una bombilla dure más de 1000 horas?*

3. *Un sistema informático tiene una tasa de fallos de 0.01 por hora. ¿Cuál es la probabilidad de que el sistema falle en menos de 50 horas?*

4. *Un vendedor tarda en promedio 15 minutos en atender a un cliente en su tienda. El tiempo que tarda en atender a los clientes sigue una distribución exponencial con una tasa de 0.25. ¿Cuál es la probabilidad de que atienda a un cliente en menos de 10 minutos?*

5. *El tiempo entre llegadas de dos clientes a una tienda sigue una distribución exponencial con una media de 5 minutos. ¿Cuál es la probabilidad de que no llegue ningún cliente en 10 minutos?*

6. *El tiempo que tarda una persona en recorrer una distancia de 5 km en bicicleta sigue una distribución exponencial con una media de 30 minutos. ¿Cuál es la probabilidad de que la persona tarde menos de 20 minutos?*

7. *El tiempo que tarda una máquina en producir una pieza sigue una distribución exponencial con una tasa de 0.003 piezas por minuto. ¿Cuál es la probabilidad de que la máquina produzca al menos 10 piezas en 5 minutos?*

8. *El tiempo que tarda un proceso industrial en completarse sigue una distribución exponencial con una media de 8 horas. ¿Cuál es la probabilidad de que el proceso tarde más de 10 horas en completarse?*

9. *El tiempo que tarda un cliente en pagar en una caja sigue una distribución exponencial con una media de 2 minutos. Si hay 10 clientes esperando en la fila, ¿cuál es la probabilidad de que un cliente nuevo tenga que esperar más de 5 minutos para pagar?*

10. *La tasa de llegada de un evento de demanda en un centro de atención telefónica sigue una distribución exponencial con una media de 4 eventos por hora. ¿Cuál es la probabilidad de que no llegue ningún evento en 10 minutos?*

Distribución Normal

Ejercicio 55. *Resuelve los siguientes ejercicios:*

1. *Una fábrica de papel produce rollos de papel higiénico que tienen una longitud media de 100 metros y una desviación estándar de 5 metros. ¿Cuál es la probabilidad de que un rollo de papel higiénico tenga una longitud entre 95 y 105 metros?*

2. *La altura de los estudiantes de una escuela secundaria sigue una distribución normal con media de 165 cm y desviación estándar de 10 cm. ¿Cuál es la probabilidad de que un estudiante seleccionado al azar tenga una altura entre 150 y 180 cm?*

3. *Un fabricante de zapatos produce zapatos que tienen una longitud media de 28 cm y una desviación estándar de 2 cm. ¿Cuál es la probabilidad de que un zapato seleccionado al azar tenga una longitud mayor que 32 cm?*

4. *La distribución de las calificaciones en un examen sigue una distribución normal con una media de 70 y una desviación estándar de 10. ¿Cuál es la probabilidad de que un estudiante seleccionado al azar tenga una calificación menor a 60?*

5. *La duración de las baterías de un dispositivo electrónico sigue una distribución normal con una media de 10 horas y una desviación estándar de 2 horas. ¿Cuál es la probabilidad de que una batería seleccionada al azar dure más de 12 horas?*

6. *La distribución de los tiempos de espera en una fila sigue una distribución normal con una media de 5 minutos y una desviación estándar de 1 minuto. ¿Cuál es la probabilidad de que un cliente tenga que esperar más de 8 minutos?*

7. *El peso de los recién nacidos sigue una distribución normal con una media de 3.5 kg y una desviación estándar de 0.5 kg. ¿Cuál es la probabilidad de que un recién nacido pese menos de 2.5 kg?*

8. *La velocidad de un vehículo sigue una distribución normal con una media de 60 km/h y una desviación estándar de 5 km/h. ¿Cuál es la probabilidad de que un vehículo viaje a una velocidad mayor de 70 km/h?*

9. *La distribución de los ingresos de los trabajadores en una empresa sigue una distribución normal con una media de $50,000 y una desviación estándar de $10,000. ¿Cuál es la probabilidad de que un trabajador gane menos de $30,000?*

10. *La temperatura de una ciudad sigue una distribución normal con una media de 25 grados Celsius y una desviación estándar de 2 grados Celsius. ¿Cuál es la probabilidad de que la temperatura sea mayor de 30 grados Celsius?*

Ejercicio 56. *Resuelve los siguientes ejercicios:*

1. *La altura de las botellas de refresco sigue una distribución normal con una media de 20 cm y una desviación estándar de 1 cm. ¿Cuál es la probabilidad de que una botella seleccionada al azar tenga una altura menor a 18 cm?*

2. *Si los puntajes de un examen están distribuidos normalmente con una media de 70 y una desviación estándar de 10, ¿cuál es la probabilidad de obtener un puntaje mayor a 80?*

3. *Suponga que el tiempo que se tarda en atender a un cliente en un banco sigue una distribución normal con media de 5 minutos y una desviación estándar de 1.2 minutos. ¿Cuál es la probabilidad de que un cliente sea atendido en menos de 4 minutos?*

4. *Un estudio indica que el peso promedio de los estudiantes de una universidad es de 70 kg con una desviación estándar de 8 kg. Si se selecciona una muestra aleatoria de 25 estudiantes, ¿cuál es la probabilidad de que el peso promedio de la muestra sea mayor a 75 kg?*

5. *Suponga que la altura de los jugadores de un equipo de baloncesto se distribuye normalmente con una media de 200 cm y una desviación estándar de 10 cm. Si se selecciona un jugador al azar, ¿cuál es la probabilidad de que su altura sea mayor a 215 cm?*

6. *Si los ingresos mensuales de los empleados de una empresa están distribuidos normalmente con una media de $2500 y una desviación estándar de $500, ¿cuál es la probabilidad de que un empleado tenga un ingreso mensual mayor a $3000?*

7. *La cantidad de días que tarda una empresa en pagar a sus proveedores sigue una distribución normal con una media de 30 días y una desviación estándar de 5 días. Si se selecciona un proveedor al azar, ¿cuál es la probabilidad de que la empresa le pague en menos de 25 días?*

8. *Suponga que el diámetro de los tornillos producidos por una fábrica sigue una distribución normal con media de 4 cm y una desviación estándar de 0.2 cm. Si se selecciona un tornillo al azar, ¿cuál es la probabilidad de que su diámetro esté entre 3.8 cm y 4.2 cm?*

9. *El tiempo que tarda un trabajador en completar una tarea sigue una distribución normal con media de 6 horas y una desviación estándar de 1 hora. Si se selecciona un trabajador al azar, ¿cuál es la probabilidad de que complete la tarea en menos de 4 horas?*

10. *Si la cantidad de gasolina que se llena en un tanque de un automóvil sigue una distribución normal con una media de 50 litros y una desviación estándar de 5 litros, ¿cuál es la probabilidad de que se llenen entre 45 y 55 litros?*

Distribución Gamma

Ejercicio 57. *Resuelve los ejercicios siguientes:*

1. *Un fabricante de bombillas sabe que la vida útil de las bombillas sigue una distribución gamma con una media de 1500 horas y una desviación estándar de 500 horas. ¿Cuál es la probabilidad de que una bombilla dure más de 2000 horas?*

2. *Una planta de producción de papel produce rollos de papel de 100 metros de longitud. La distribución de la longitud de los rollos sigue una distribución gamma con una media de 105 metros y una desviación estándar de 10 metros. ¿Cuál es la probabilidad de que un rollo tenga una longitud de entre 90 y 110 metros?*

3. *La cantidad de tiempo que un grupo de estudiantes dedica a estudiar para un examen sigue una distribución gamma con una media de 20 horas y una desviación estándar de 5 horas. Si el tiempo mínimo requerido para pasar el examen es de 15 horas, ¿cuál es la probabilidad de que un estudiante al azar pase el examen?*

4. *Un fabricante de baterías de automóvil sabe que el tiempo de vida de las baterías sigue una distribución gamma con una media de 4 años y una desviación estándar de 1 año. ¿Cuál es la probabilidad de que una batería dure menos de 2 años?*

5. *La cantidad de tiempo que una persona tarda en completar una tarea sigue una distribución gamma con una media de 10 minutos y una desviación estándar de 2 minutos. Si se requiere que la tarea se complete en un tiempo máximo de 12 minutos, ¿cuál es la probabilidad de que una persona al azar pueda completar la tarea a tiempo?*

6. *Una fábrica de muebles produce sillas de madera. La cantidad de tiempo que tarda en producir una silla sigue una distribución gamma con una media de 2 horas y una desviación estándar de 0.5 horas. Si se requiere que se produzcan 10 sillas en un día de trabajo, ¿cuál es la probabilidad de que se logre completar la producción en un día?*

7. *Un fabricante de relojes sabe que la vida útil de sus relojes sigue una distribución gamma con una media de 5 años y una desviación estándar de 1 año. Si un reloj es considerado defectuoso si dura menos de 3 años, ¿cuál es la probabilidad de que un reloj al azar sea considerado defectuoso?*

8. *Un fabricante de focos sabe que la vida útil de sus focos sigue una distribución gamma con una media de 800 horas y una desviación estándar de 200 horas. Si se requiere que los focos duren al menos 1000 horas, ¿cuál es la probabilidad de que un foco al azar dure el tiempo necesario?*

9. *La cantidad de tiempo que tarda un técnico en reparar un dispositivo electrónico sigue una distribución gamma con una media de 3 horas y una desviación estándar de 0.5 horas. Si se requiere que el dispositivo sea reparado en un tiempo máximo de 4 horas, ¿cuál es la probabilidad de que el técnico al azar pueda reparar el dispositivo a tiempo?*

10. *Se sabe que el tiempo de vida (en años) de una lámpara sigue una distribución gamma con parámetros $\alpha = 3$ y $\beta = 2$. Encuentra la probabilidad de que la lámpara dure más de 4 años.*

Ejercicio 58. *Resuelve los siguientes ejercicios:*

1. *Un servicio de reparación de electrodomésticos tiene un promedio de 10 reparaciones diarias con una desviación estándar de 2 reparaciones. Si se modela el número de reparaciones diarias como una distribución gamma, ¿cuál es el valor del parámetro* α*?*

2. *El tiempo que tarda en llegar un cliente al restaurante sigue una distribución gamma con parámetros* $\alpha = 2$ *y* $\beta = 3$*. ¿Cuál es la probabilidad de que un cliente tarde más de 5 minutos en llegar?*

3. *Se sabe que la cantidad de kilómetros que recorre un taxi en un día sigue una distribución gamma con parámetros* $\alpha = 4$ *y* $\beta = 6$*. ¿Cuál es la probabilidad de que el taxi recorra menos de 20 kilómetros en un día?*

4. *El tiempo que tarda un empleado en resolver una tarea sigue una distribución gamma con parámetros* $\alpha = 5$ *y* $\beta = 2$*. ¿Cuál es el valor esperado del tiempo de resolución de la tarea?*

5. *Un grupo de personas está siendo tratado con un medicamento cuyos efectos secundarios siguen una distribución gamma con parámetros* $\alpha = 2$ *y* $\beta = 4$*. ¿Cuál es la probabilidad de que el efecto secundario más duradero dure más de 6 horas?*

6. *La cantidad de tiempo que tarda una máquina en fabricar una pieza sigue una distribución gamma con parámetros* $\alpha = 4$ *y* $\beta = 5$*. ¿Cuál es la probabilidad de que la máquina tarde menos de 10 minutos en fabricar una pieza?*

7. *Se sabe que la cantidad de kilómetros que puede recorrer un coche con un tanque de gasolina sigue una distribución gamma con parámetros* $\alpha = 3$ *y* $\beta = 8$*. Si el coche tiene un tanque de gasolina de 40 litros, ¿cuál es la probabilidad de que pueda recorrer más de 600 kilómetros con un tanque lleno?*

8. *El tiempo que tarda un equipo de trabajo en completar un proyecto sigue una distribución gamma con parámetros* $\alpha = 6$ *y* $\beta = 3$*. ¿Cuál es la varianza del tiempo de completación del proyecto?*

9. *Se sabe que el tiempo que tarda en salir un autobús desde la terminal sigue una distribución gamma con parámetros* $\alpha = 3$ *y* $\beta = 2$*. ¿Cuál es la probabilidad de que el autobús tarde más de 5 minutos en salir?*

10. *La cantidad de tiempo que tarda un paquete en ser entregado sigue una distribución gamma con parámetros* $\alpha = 5$ *y* $\beta = 4$*. ¿Cuál es la probabilidad de que el paquete sea entregado antes de 25 minutos?*

Distribución Beta

Ejercicio 59. *Resuelve los siguientes problemas:*

1. *Un sitio web de videos desea medir la tasa de clics en su botón de "reproducir". Si se sabe que el 10 % de los usuarios hacen clic en el botón, ¿cuál es la probabilidad de que de 20 usuarios, exactamente 3 hagan clic?*

2. *Una empresa quiere saber la probabilidad de que un producto defectuoso se encuentre en el proceso de producción. Si se sabe que la tasa de producción de productos defectuosos es del 5 %, ¿cuál es la probabilidad de que de 200 productos producidos, exactamente 12 sean defectuosos?*

3. *Un sitio web de citas desea medir la tasa de conversión de las personas que visitan su sitio y se suscriben a un plan premium. Si se sabe que el 2 % de las personas que visitan el sitio se suscriben a un plan premium, ¿cuál es la probabilidad de que de 500 visitas, exactamente 10 personas se suscriban?*

4. *Una compañía desea medir la tasa de conversión de los anuncios en línea. Si se sabe que el 20 % de las personas que ven el anuncio hacen clic en él, ¿cuál es la probabilidad de que de 50 vistas, exactamente 12 personas hagan clic?*

5. *Un restaurante desea medir la satisfacción de sus clientes en relación con un nuevo plato que acaba de agregar al menú. Si se sabe que el 70 % de los clientes están satisfechos con el nuevo plato, ¿cuál es la probabilidad de que de 100 clientes, exactamente 50 estén satisfechos?*

6. *Un fabricante de lámparas desea medir la tasa de fallas de sus productos. Si se sabe que el 3 % de las lámparas fallan, ¿cuál es la probabilidad de que de 500 lámparas producidas, exactamente 20 fallen?*

7. *Una empresa desea medir la tasa de aprobación de sus solicitudes de crédito. Si se sabe que el 80 % de las solicitudes son aprobadas, ¿cuál es la probabilidad de que de 200 solicitudes, exactamente 150 sean aprobadas?*

8. *Una tienda de ropa desea medir la tasa de conversión de los visitantes en compradores. Si se sabe que el 10 % de las personas que visitan la tienda compran algo, ¿cuál es la probabilidad de que de 50 visitas, exactamente 5 personas compren?*

9. *Un fabricante de televisores desea medir la tasa de fallas de sus productos. Si se sabe que el 2 % de los televisores fallan, ¿cuál es la probabilidad de que de 1000 televisores producidos, exactamente 15 fallen?*

10. *Un sitio web de noticias desea medir la tasa de clics en sus artículos. Si se sabe que el 15 % de los usuarios que visitan el sitio hacen clic en los artículos, ¿cuál es la probabilidad de que de 80 visitas, exactamente 10 usuarios hagan clic en los artículos?*

Distribución T-Student

Ejercicio 60. *Resuelve los siguientes ejercicios:*

1. *Un fabricante de guantes médicos afirma que el tiempo medio de duración de sus guantes es de 3 horas, con una desviación estándar de 0.5 horas. Si tomamos una muestra aleatoria de 20 guantes, ¿cuál es la probabilidad de que la duración media de los guantes sea mayor de 3.2 horas?*

2. *Se sabe que el peso de los paquetes de cierta marca sigue una distribución normal con media de 1.5 kg y desviación estándar de 0.3 kg. Si tomamos una muestra aleatoria de 10 paquetes, ¿cuál es la probabilidad de que el peso promedio de la muestra sea menor de 1.3 kg?*

3. *Se desea estudiar la altura promedio de los estudiantes de una universidad. Se toma una muestra aleatoria de 15 estudiantes y se obtiene una altura promedio de 1.75 metros, con una desviación estándar de 0.15 metros. Si la altura promedio de la población es de 1.8 metros, ¿es significativo el resultado obtenido?*

4. *Se sabe que el tiempo de vida de las baterías de cierto modelo sigue una distribución normal con media de 1000 horas y desviación estándar de 100 horas. Si tomamos una muestra aleatoria de 25 baterías, ¿cuál es la probabilidad de que la duración promedio de la muestra sea mayor de 1050 horas?*

5. *Se desea estudiar la duración promedio de las películas de acción en cierto cine. Se toma una muestra aleatoria de 12 películas y se obtiene una duración promedio de 2.1 horas, con una desviación estándar de 0.25 horas. Si la duración promedio de las películas de acción es de 2 horas, ¿es significativo el resultado obtenido?*

6. *Se sabe que el diámetro de ciertos tornillos sigue una distribución normal con media de 10 mm y desviación estándar de 0.5 mm. Si tomamos una muestra aleatoria de 15 tornillos, ¿cuál es la probabilidad de que el diámetro promedio de la muestra esté entre 9.7 mm y 10.3 mm?*

7. *Se desea estudiar la cantidad promedio de libros que los estudiantes universitarios compran por semestre. Se toma una muestra aleatoria de 20 estudiantes y se obtiene una cantidad promedio de 4 libros, con una desviación estándar de 1.5 libros. Si la cantidad promedio de libros que los estudiantes compran por semestre es de 3.5, ¿es significativo el resultado obtenido?*

8. *Se sabe que la altura de ciertas plantas sigue una distribución normal con media de 1.2 metros y desviación estándar de 0.2 metros. Si tomamos una muestra aleatoria de 30 plantas, ¿cuál es la probabilidad de que la altura promedio de la muestra sea mayor de 1.3 metros?*

9. *En una muestra de 25 estudiantes, se obtuvo una media de 7.5 en un examen de matemáticas con una desviación estándar de 1.2. ¿Cuál es el intervalo de confianza del 95 % para la media poblacional de calificaciones?*

10. *Se sabe que el 90 % de las mujeres adultas tienen una altura entre 1.5 y 1.8 metros. Si se selecciona una muestra aleatoria de 50 mujeres, ¿cuál es la probabilidad de que su altura promedio esté dentro de ese rango?*

Distribución Xi-cuadrada

Ejercicio 61. *Resuelve los siguientes ejercicios:*

1. *Una empresa de producción desea evaluar si la varianza de la cantidad de productos que fabrica al día ha aumentado o no. Si se tomaron 10 muestras aleatorias de la cantidad de productos producidos por día en los últimos 3 meses y se obtuvo una media de 500 y una desviación estándar de 40, ¿puede la empresa concluir con un nivel de significancia del 5 % que la varianza ha aumentado?*

2. *Un experimento se realiza para estudiar el efecto de un nuevo fertilizante en el rendimiento de los cultivos. Se seleccionaron 8 parcelas y se midió el rendimiento de cada una. La media y la varianza de los rendimientos fueron de 65 kg y 16 kg^2, respectivamente. ¿Se puede concluir con un nivel de significancia del 1 % que el nuevo fertilizante tiene un efecto en el rendimiento del cultivo?*

3. *Se llevó a cabo un estudio para evaluar si la cantidad de cafeína en una bebida energética cumple con las regulaciones del gobierno. Se tomaron 12 muestras aleatorias y se midió la cantidad de cafeína en cada muestra. La media y la desviación estándar fueron de 175 mg y 12 mg, respectivamente. ¿Se puede concluir con un nivel de significancia del 5 % que la cantidad de cafeína en la bebida cumple con las regulaciones?*

4. *Un equipo de investigación está interesado en la variabilidad de la altura de los estudiantes universitarios. Se seleccionó una muestra aleatoria de 20 estudiantes y se midió su altura. La media y la desviación estándar de la muestra fueron de 168 cm y 6 cm, respectivamente. ¿Se puede concluir con un nivel de significancia del 10 % que la varianza de la altura de los estudiantes universitarios es diferente a 25 cm^2?*

5. *Se realizó un estudio para evaluar si la cantidad de colesterol en la sangre de una población sigue una distribución normal. Se seleccionaron 30 individuos aleatorios y se midió la cantidad de colesterol en su sangre. La media y la desviación estándar de la muestra fueron de 180 mg/dL y 20 mg/dL, respectivamente. ¿Se puede concluir con un nivel de significancia del 5 % que la población sigue una distribución normal?*

6. *Una empresa desea evaluar si el peso de su producto cumple con las especificaciones. Se seleccionaron 25 productos al azar y se midió su peso. La media y la desviación estándar de la muestra fueron de 1.5 kg y 0.2 kg, respectivamente. ¿Se puede concluir con un nivel de significancia del 1 % que el peso del producto cumple con las especificaciones?*

7. *Una empresa de calidad de alimentos está probando la uniformidad del llenado de su producto enlatado. Se seleccionan 25 latas de manera aleatoria y se mide la cantidad de llenado en cada una. Si se sabe que la desviación estándar de la población es de 0.4, ¿cuál es la probabilidad de que la varianza de la población sea menor a 0.15?*

8. *Un fabricante de chips electrónicos está probando la resistencia eléctrica de su producción. Si se sabe que la distribución de la resistencia es normal, con una media de 100 ohmios y una desviación estándar de 5 ohmios, ¿cuál es la probabilidad de que la suma de las desviaciones al cuadrado de 15 chips elegidos al azar sea mayor a 60?*

9. *Un gerente de tienda quiere saber si la variación de los ingresos diarios de su tienda ha disminuido después de una campaña de marketing reciente. Ella sabe que la variación de los ingresos diarios antes de la campaña era de 10,000 y toma una muestra de 20 días después de la campaña, encontrando una variación de 7,500. ¿Hay suficiente evidencia para concluir que la variación ha disminuido? Utiliza un nivel de significancia del 5 %.*

10. *Un departamento de recursos humanos está estudiando el ausentismo de los empleados. Se selecciona una muestra aleatoria de 30 empleados y se encuentra que el número promedio de días de ausencia en el último año es de 4, con una desviación estándar de 1.2. ¿Cuál es la probabilidad de que la varianza poblacional sea mayor a 1.5?*

Distribución Cauchy

Ejercicio 62. *Resuelve los siguientes ejercicios:*

1. *En una empresa se sabe que el salario medio es de $5000 MXN y la desviación estándar es de $1000 MXN. Si se toma una muestra aleatoria de 50 empleados, ¿cuál es la probabilidad de que el salario promedio de la muestra esté entre $4800 MXN y $5200 MXN?*

2. *Se sabe que el tiempo medio de respuesta de un sitio web es de 2 segundos con una desviación estándar de 0.5 segundos. Si se toma una muestra aleatoria de 25 tiempos de respuesta, ¿cuál es la probabilidad de que el tiempo promedio de la muestra sea mayor a 2.3 segundos?*

3. *En una tienda en línea, el tiempo medio de envío es de 4 días con una desviación estándar de 1 día. Si se toma una muestra aleatoria de 100 envíos, ¿cuál es la probabilidad de que el tiempo promedio de envío de la muestra sea mayor a 4.5 días?*

4. *Se sabe que el peso medio de los paquetes de una empresa de mensajería es de 1 kg con una desviación estándar de 0.2 kg. Si se toma una muestra aleatoria de 64 paquetes, ¿cuál es la probabilidad de que el peso promedio de la muestra esté entre 0.95 kg y 1.05 kg?*

5. *En un estudio de mercado, se sabe que la edad media de los consumidores de un producto es de 30 años con una desviación estándar de 5 años. Si se toma una muestra aleatoria de 36 consumidores, ¿cuál es la probabilidad de que la edad promedio de la muestra sea menor a 28 años?*

6. *Se sabe que el diámetro medio de un tipo de tornillo es de 3 mm con una desviación estándar de 0.1 mm. Si se toma una muestra aleatoria de 16 tornillos, ¿cuál es la probabilidad de que el diámetro promedio de la muestra esté entre 2.9 mm y 3.1 mm?*

7. *En una universidad, el promedio de créditos que toman los estudiantes por semestre es de 20 con una desviación estándar de 4. Si se toma una muestra aleatoria de 25 estudiantes, ¿cuál es la probabilidad de que el número promedio de créditos de la muestra sea mayor a 22?*

8. *Se sabe que el tiempo medio de duración de las baterías de un modelo de celular es de 12 horas con una desviación estándar de 1.5 horas. Si se toma una muestra aleatoria de 36 baterías, ¿cuál es la probabilidad de que el tiempo promedio de duración de la muestra sea menor a 11 horas?*

9. *En una fábrica de automóviles, el promedio de tiempo que tarda en ensamblar un auto es de 12 horas con una desviación estándar de 2 horas. Si se toma una muestra aleatoria de 49 autos, ¿cuál es la probabilidad de que el tiempo promedio de ensamblaje de la muestra esté entre 11 y 13 horas?*

10. *Toma un paquete para ser entregado en una ciudad, sabiendo que la media es de 5 horas y la desviación típica es de 1 hora. Si se sabe que la distribución del tiempo de entrega se ajusta a una distribución Cauchy, ¿cuál es la probabilidad de que un paquete sea entregado en menos de 3 horas?*

3.5. Miscelanea de Problemas (Segunda parte)

Ejercicio 63. *Resuelve los siguientes ejercicios sobre variables aleatorias discretas y continuas*

1. *Un sistema de comunicación consta de n componentes, cada uno de los cuales funcionará independientemente con probabilidad p. El sistema funciona de manera adecuada si por lo menos la mitad de sus componentes funciona. ¿Para qué valores de p tiene más probabilidades de funcionar adecuadamente un sistema de 5 componentes que uno de 3 componentes?*

2. *Suponga que el 10 por ciento de todos los chipos producidos por una empresa de hardware están defectuosos. Si ordenamos 100 de estos chips, ¿ el número X de chips defectuosos que nos dan será una variable aleatoria binomial?*

3. *Suponga que el número de accidentes semanales en un tramo de una autopista es* 3. *Calcule la probabilidad de que haya por lo menos un accidente esta semana.*

4. *Si el promedio diario del número de demandas en una compañía de seguros es 5, ¿cuál es la probabilidad de que haya 4 demandas en exactamente 3 de los próximos 5 días?*

5. *Los componentes de un sistema de 6 elementos se toman aleatoriamente de un recipiente con 20 componentes usados. El sistema resultante funcionará si por lo menos 4 de los 6 componentes están en condiciones de funcionar. Si los 15 de los 20 componentes en el recipiente están en condiciones de funcionar, ¿cuál es la probabilidad de que el sistema resultante funciones?*

6. *Unos autobuses llegan a una paraa determinada a intervalos de 15 minutos a partir de las 7 de la mañana. Si un pasajero llega a una parada en un momento que está distribuido uniformemente entre las 7:00 y las 7:30, encuentre la probabilidad de que espere el autobús*

   a) *menos de 5 minutos;*

   b) *por lo menos 12 minutos.*

7. *La corriente W disipada en una resistencia es proporcional al cuadrado del voltaje V. Esto es, $W = rV^2$, donde r es una constante. Si $r = 3$, y se puede suponer que V es una variable aleatoria normal con media 6 y desviación estándar 1, encuentre*

   a) $\mathbb{E}[W]$;

   b) $\mathbb{V}[W]$

   c) $\mathbb{P}[W > 120]$

8. *Un sistema de satélite consta de 4 elementos y puede funcionar adecuadamente sólo si por lo menos 2 de los 4 componentes están en condiciones de funcionar. Si cada componente está, independientemente, en condiciones de funcionar con probabilidad* 0,6*, ¿cuál es la probabilidad de que el sistema funcione adecuadamente?*

9. *Si cada votante está a favor de la propuesta A con probabilidad* 0,7*, ¿cuál es la probabilidad de que exactamente 7 de 10 votantes apoyen esta propuesta?*

10. *Si en 50 rifas de la lotería compra usted un billete, y en cada una su posibildad de ganar un premio es* 1/100*, ¿cuál es la probabilidad de que usted gane un premio*

11. *Sea X variable aleatoria binomial con $\mathbb{E}[X] = 7$ Y $\mathbb{V}[y] = 2{,}1$. Encuentre $\mathbb{P}[X = 4]$ y $\mathbb{P}[X > 2]$.*

    a) *por lo menos una vez.*

    b) *exactamente una vez.*

    c) *por lo menos dos veces.*

12. *El número de veces que una persona contrae un resfriado en un año constituye una variable aleatoria de Poisson con parámetro $\lambda = 3$. Suponga que acaba de salir al mercado un nuevo medicamento que reduce el parámetro de Poisson, en el 75 por ciento de la población, a $\lambda = 2$, y en el 25 pore ciento restante no tiene efecto apreciable contra resfriados. Si una persona toma el medicamento durante un año y en ese lapso tiene cero resfriados, ¿qué tan posible es que el medicamento haya sufrido efecto en esta persona?*

13. *Un comprador recibe el envío de 100 transistores. Su política consiste en probar 10 de los transitores y quedarse con el envío si por lo menos 9 de los 10 transistores están en condiciones de funcionamiento. Si el envío contiene 20 transistores malos, ¿cuál es la probabilidad de que se quede con él?*

14. *El tiempo de vida de un cinescopio de televisión de color es una variable aleatoria normal con media de 8.2 años y desviación estándar de 1.4 años. ¿Qué porcentaje de estos tubos dura*

    a) *más de 10 años?*

    b) *menos de 5 años?*

    c) *entre 5 y 10 años?*

15. *Las puntuaciones obtenidas en una prueba de IQ tienen una distribución normal con media de 100 y desviación estándar de 14.2. ¿En qué rango está el 1 por ciento superior?*

16. *El tiempo en horas que se necesita para reparar una máquina es una variable aleatoria distribuida exponencialmente, con parámetro* $\lambda = 1$.

    a) *¿Cuál es la probabilidad de alcanzar un tiempo de reparación de más de dos horas?*

    b) *¿Cuál es la probabilidad condicional de que una reparación tome al menos 3 horas dado que ya ha durado más de dos horas?*

17. *La duración de una radio, en años, está distribuido exponencialmente con parámetro* $\lambda = 1/8$. *Si Jones compra una radio usada, ¿cuál es la probabilidad de que funcione 10 años más?*

18. *Luis piensa que los miles de millas que puede funcionar un coche, antes de que haya que venderlo como chatarra, es una variable aleatoria exponencial con parámetro* $\frac{1}{20}$. *Carlos tiene un coche usado que dice que tiene sólo 10000 millas. Si luis compra el coche, ¿cuál es la probabilaidad de que3 pueda usarlo todavía 20000 millas más?.*

19. *Una Caja contiene cinco tornillos defectuosos y 8 no defectuosos, se extraen tres tornillos aleatoriamente sin reemplazo. Encontrar y graficar la funcíon de distribución de probabilidades (densidad) de la variable aleatoria* X *=Número de tornillos defectuosos que se obtienen.*

20. *Se selecciona a un empleado de un grupo de 10 para supervisar un cierto proyecto, escogiendo aleatoriamente una placa de una caja que contiene 10 numeradas del 1 al 10. Encuentre la fórmula para la distribución de probabilidad de* X *que representa el número de placa que se saca. ¿Cuál es la probabilidad de que el número que se saque sea menor a 4? Encontrar la esperanza y la varianza de la variable aleatoria.*

21. *Al probar una cierta clase de neumático para camión en un terreno escabroso se encontró que* 25 % *de los camiones terminaban la prueba con los neumáticos dañados. De los siguientes camiones probados, encuentre la probabilidad de que*

    a) *de 3 a 6 tengan ponchaduras,*

    b) *menos de 4 tengan ponchaduras,*

    c) *más de 5 ponchaduras.*

22. *El tiempo en horas que puede funcionar una computadora sin descomponerse es una variable aleatoria continua, con función de densidad de probabilidad dada por* $f_X(x) = \lambda e^{-x/100}$, *para* $x > 0$. *¿Cuál es la probabilidad de que una computadora funcione entre 50 y 150 horas sin descomponerse? ¿Cuál es la probabilidad de que funcione menos de 100 horras?*

23. *El tiempo de vida de cierto tipo de tubosd para radio es una variable aleatoria que tiene una función de densidad de probabilidad dada por* $f_X(x) = \frac{100}{x^2}$, *para* $x > 100$. *¿Cuál es la probabilidad de que en un radio exactamente 2 de 5 estos tubos tenga que ser cambiado en las primeras 150 horas de funcionamiento?*

24. *Un ingeniero de control de tráfico reporta que* $75\,\%$ *de los vehículos que pasan por un punto de verificación tienen matrículas del estado. ¿cuál es la probabilidad de que más de 4 de los siguientes 9 vehículos no sean del estado?*

25. *Se sabe que el* $40\,\%$ *de los ratones inyectados con un suero quedan protegidos contra una cierta enfermedad. Si 5 ratones son inyectados, encuentre la probabilidad de que*

    a) *ninguno contraiga la enfermedad,*

    b) *menos de 2 la contraigan,*

    c) *más de 3 la contraigan.*

26. *Se diseña un complicado sistema electrónico con cierta cantidad de componentes de seguridad en sus subsistemas. Uno de ellos cuenta con 4 componentes idénticos, cada uno con una probabilidad de fallar de 0.2 en menos de 1000 horas. El subsistema funcionará si dos de los cuatro componenetes están trabajando. Suponga que cada uno opera de manera independiente.*

    a) *Encuentre la probabilidad de que dos de los cuatro componentes rindan más de 1000 horas,*

    b) *Encuentre la probabilidad de que el subsistema funcione más de 1500 horas.*

27. *Considere el experimento de extraer un foco de una caja que contiene 4 de ellos, uno de 40 watts (w), uno de 60 w, uno de 75 w y uno de 100 w. Sea Y la variable aleatoria definida como la potencia (en watts) del foc o extraído.*

    a) *Determinar la función de distribución de probabilidades, función de densidad.*

    b) *Calcula su esperanza y la varianza.*

28. *Suponga que un componente se somete a una prueba de choque. Sea X la variable aleatoria definida como* 0 *si el componente sobrevive a la prueba, y como* 1 *en caso contrario, y suponga además que* $\mathbb{P}[X = 1] = 0{,}8$

    a) *Obtenga una expresión para* $f_X(x)$

    b) *Calcule* $\mathbb{E}[X = 1]$

c) *Calcule* $\mathbb{V}[X = 1]$

29. *Sea el experimento de clasificar a las personas en una fila de espera como hombre o mujer. Sea*

$$X = \begin{cases} 0 & \textit{si la persona es hombre} \\ 1 & \textit{si la persona es mujer} \end{cases}$$

suponga que $\mathbb{P}[X = 1] = 0{,}5$.

a) *Obtenga una expresión para* $f_X(x)$

b) *Calcule* $\mathbb{E}[X = 1]$

c) *Calcule* $\mathbb{V}[X = 1]$

30. *Parte de un examen de estadística contiene 5 preguntas que deben ser respondidas con verdadero o falso. Suponga que un alumno repsopnde aleatoriamente a las cinco preguntas. ¿cuál es la probabilidad de que acierte*

a) *a ninguna respuesta?*

b) *cuando mucho a una respuesta?*

c) *a más de una respuesta?*

d) *a las cinco respuestas?*

e) *calcule el valor esperado de respuestas correctas y la varianza del número de respuestas correctas*

31. *Los registros muestran que* $30\,\%$ *de todos los pacientes admnitidos a una clínica paga sus facturaas con tarjeta de crédito. Suponga que durante cierta semana fueron admitidos 10 pacientes. Determine:*

a) *La probabilidad de que ningún paciente pague con tarjeta de crédito.*

b) *La probabilidad de que menos de cinco pacientes paguen con tarjeta de crédito.*

c) *La probabilidad de que todos los pacientes paguen con tarjeta de crédito.*

d) *que todos los pacientes, menos uno, paguen con tarjeta de crédito.*

e) *Calcule el valor esperado y la varianza del número de pacientes que pagan con tarjeta de crédito.*

32. *Si las probabilidades de tener un hijo o una hija son de ambas* $0{,}5$*, encuentre las probabilidades de que*

a) *el cuarto niño de una familia sea el primer hijo varón;*

b) *el séptimo niño de una familia sea su segunda hija;*

c) *el décimo niño de una familia sea su cuarto o quinto hijo varón.*

33. *Una experta tiradora certera falla en dal blanco en cinco por ciento de las veces. Encuentre la probabilidad de que fallaraá en dar en el blanco por segunda vez en el décimo quinto tiro.*

34. *De los 16 solicitantes para un trabajo, 10 tienen título universitario. si se escogen tres de los solicitantes al azar para entrevistas, ¿cuáles son las probabilidades de que*

    a) *ninguno tenga un título universitario;*

    b) *uno tenga un título universitario;*

    c) *dos tengan un título universitario;*

    d) *los tres tengan título universitario?*

35. *El tiempo de vida de un cinescopio de televisión de color es una variable aleatoria normal con media de 8.2 años y desviación estándar de 1.4 años. ¿Qué porcentaje de estos tubos dura*

    a) *más de 10 años?*

    b) *menos de 5 años?*

    c) *entre 5 y 10 años?*

36. *Las puntuaciones obtenidas en una prueba de IQ tienen una distribución normal con media de 100 y desviación estándar de 14.2. ¿En qué rango está el 1 por ciento superior?*

37. *El tiempo en horas que se necesita para reparar una máquina es una variable aleatoria distribuida exponencialmente, con parámetro* $\lambda = 1$.

    a) *¿Cuál es la probabilidad de alcanzar un tiempo de reparación de más de dos horas?*

    b) *¿Cuál es la probabilidad condicional de que una reparación tome al menos 3 horas dado que ya ha durado más de dos horas?*

38. *La duración de una radio, en años, está distribuido exponencialmente con parámetro* $\lambda = 1/8$. *Si Jones compra una radio usada, ¿cuál es la probabilidad de que funcione 10 años más?*

39. *Luis piensa que los miles de millas que puede funcionar un coche, antes de que haya que venderlo como chatarra, es una variable aleatoria exponencial con parámetro* $\frac{1}{20}$. *Carlos tiene un coche usado que dice que tiene sólo 10000 millas. Si luis compra el coche, ¿cuál es la probabilaidad de que3 pueda usarlo todavía 20000 millas más?.*

40. *Parte de un examen de estadística contiene 5 preguntas que deben ser respondidas con verdadero o falso. Suponga que un alumno repsopnde aleatoriamente a las cinco preguntas. ¿cuál es la probabilidad de que acierte*

    a) *a ninguna respuesta?*

    b) *cuando mucho a una respuesta?*

    c) *a más de una respuesta?*

    d) *a las cinco respuestas?*

e) *calcule el valor esperado de respuestas correctas y la varianza del número de respuestas correctas*

41. *La probabilidad de que una persona llegue a tiempo a una cita es de 0.8. Si una persona tiene una sola cita, ¿cuál es la probabilidad de que llegue a tiempo?*

42. *La probabilidad de que un estudiante se enferme durante un semestre es de 0.3. Si se selecciona aleatoriamente a un estudiante, ¿cuál es la probabilidad de que se enferme durante el semestre?*

43. *La probabilidad de que un equipo de fútbol gane un partido es de 0.6. Si un equipo juega un solo partido, ¿cuál es la probabilidad de que gane?*

44. *La probabilidad de que una persona responda correctamente una pregunta en un examen de opción múltiple es de 0.25. Si una persona responde una sola pregunta, ¿cuál es la probabilidad de que responda correctamente?*

45. *El tiempo que tarda una persona en llegar a una estación de tren sigue una distribución exponencial con una media de 20 minutos. Si una persona tiene que tomar un tren que sale en 30 minutos, ¿cuál es la probabilidad de que llegue a tiempo?*

46. *El tiempo que tarda un coche en recorrer una distancia de 100 km en una carretera sigue una distribución exponencial con una media de 2 horas. ¿Cuál es la probabilidad de que el coche tarde menos de 1 hora y media?*

47. *Se sabe que el tiempo que tarda un técnico en reparar un electrodoméstico sigue una distribución exponencial con una tasa de 0.05. ¿Cuál es la probabilidad de que el técnico repare el electrodoméstico en menos de 20 minutos?*

48. *Una empresa de mensajería sabe que el tiempo que tarda en entregar un paquete sigue una distribución exponencial con una tasa de 0.1. Si se tienen que entregar 100 paquetes, ¿cuál es la probabilidad de que la empresa tarde menos de 30 minutos en entregar cada paquete?*

49. *Se sabe que el tiempo que tarda en atenderse un cliente en una tienda sigue una distribución exponencial con una tasa de 0.2. ¿Cuál es la probabilidad de que un cliente espere más de 10 minutos para ser atendido?*

50. *Un fabricante de baterías sabe que la duración de sus baterías sigue una distribución exponencial con una tasa de 0.01. Si se venden 500 baterías, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 10 de ellas duren más de 100 horas?*

51. *Un vendedor de autos usados sabe que la cantidad de tiempo que tarda en vender un auto sigue una distribución exponencial con una tasa de 0.1. Si tiene 20 autos en venta, ¿cuál es la probabilidad de que tarde más de 5 horas en venderlos todos?*

52. *Se sabe que la cantidad de tiempo que tarda una persona en caminar desde su casa hasta la estación de tren sigue una distribución exponencial con una tasa de 0.05. Si la distancia es de 1 kilómetro, ¿cuál es la probabilidad de que la persona tarde menos de 20 minutos en llegar a la estación?*

53. *Un banco sabe que la cantidad de tiempo que tarda un cliente en realizar una transacción sigue una distribución exponencial con una tasa de 0.15. Si se tienen que atender a 50 clientes, ¿cuál es la probabilidad de que el banco tarde menos de 2 horas en atenderlos a todos?*

54. *Se sabe que la cantidad de tiempo que tarda en fallar un equipo electrónico sigue una distribución exponencial con una tasa de 0.02. Si se tienen 100 equipos en operación, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 5 fallen en menos de 50 horas?*

55. *Un restaurante sabe que la cantidad de tiempo que tarda un cliente en terminar de comer sigue una distribución exponencial con una tasa de 0.2. Si se tienen 30 mesas, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 5 de ellas estén desocupadas en menos de 1 hora?*

56. *Un servidor web sabe que la cantidad de tiempo que tarda en procesar una solicitud sigue una distribución exponencial con una tasa de 0.05. Si recibe 100 solicitudes, ¿cuál es la probabilidad de que tarde menos de 10 minutos en procesar cada una?*

57. *La altura de las botellas de refresco sigue una distribución normal con una media de 20 cm y una desviación estándar de 1 cm. ¿Cuál es la probabilidad de que una botella seleccionada al azar tenga una altura menor a 18 cm?*

58. *Si los puntajes de un examen están distribuidos normalmente con una media de 70 y una desviación estándar de 10, ¿cuál es la probabilidad de obtener un puntaje mayor a 80?*

59. *Suponga que el tiempo que se tarda en atender a un cliente en un banco sigue una distribución normal con media de 5 minutos y una desviación estándar de 1.2 minutos. ¿Cuál es la probabilidad de que un cliente sea atendido en menos de 4 minutos?*

60. *Un estudio indica que el peso promedio de los estudiantes de una universidad es de 70 kg con una desviación estándar de 8 kg. Si se selecciona una muestra aleatoria de 25 estudiantes, ¿cuál es la probabilidad de que el peso promedio de la muestra sea mayor a 75 kg?*

61. *Suponga que la altura de los jugadores de un equipo de baloncesto se distribuye normalmente con una media de 200 cm y una desviación estándar de 10 cm. Si se selecciona un jugador al azar, ¿cuál es la probabilidad de que su altura sea mayor a 215 cm?*

62. *Si los ingresos mensuales de los empleados de una empresa están distribuidos normalmente con una media de $2500 y una desviación estándar de $500, ¿cuál es la probabilidad de que un empleado tenga un ingreso mensual mayor a $3000?*

63. *La cantidad de días que tarda una empresa en pagar a sus proveedores sigue una distribución normal con una media de 30 días y una desviación estándar de 5 días. Si se selecciona un proveedor al azar, ¿cuál es la probabilidad de que la empresa le pague en menos de 25 días?*

64. *Suponga que el diámetro de los tornillos producidos por una fábrica sigue una distribución normal con media de 4 cm y una desviación estándar de 0.2 cm. Si se selecciona un tornillo al azar, ¿cuál es la probabilidad de que su diámetro esté entre 3.8 cm y 4.2 cm?*

65. *El tiempo que tarda un trabajador en completar una tarea sigue una distribución normal con media de 6 horas y una desviación estándar de 1 hora. Si se selecciona un trabajador al azar, ¿cuál es la probabilidad de que complete la tarea en menos de 4 horas?*

66. *Si la cantidad de gasolina que se llena en un tanque de un automóvil sigue una distribución normal con una media de 50 litros y una desviación estándar de 5 litros, ¿cuál es la probabilidad de que se llenen entre 45 y 55 litros?*

67. *El peso de los paquetes que se envían por una compañía de paquetería sigue una distribución normal con una media de 2 kg y una desviación estándar de 0.5 kg. Si se selecciona un paquete al azar, ¿cuál es la probabilidad de que su peso esté entre 1.5 kg y 2.5 kg?*

68. *Un servicio de reparación de electrodomésticos tiene un promedio de 10 reparaciones diarias con una desviación estándar de 2 reparaciones. Si se modela el número de reparaciones diarias como una distribución gamma, ¿cuál es el valor del parámetro* α*?*

69. *El tiempo que tarda en llegar un cliente al restaurante sigue una distribución gamma con parámetros* $\alpha = 2$ *y* $\beta = 3$*. ¿Cuál es la probabilidad de que un cliente tarde más de 5 minutos en llegar?*

70. *Se sabe que la cantidad de kilómetros que recorre un taxi en un día sigue una distribución gamma con parámetros* $\alpha = 4$ *y* $\beta = 6$*. ¿Cuál es la probabilidad de que el taxi recorra menos de 20 kilómetros en un día?*

71. *El tiempo que tarda un empleado en resolver una tarea sigue una distribución gamma con parámetros* $\alpha = 5$ *y* $\beta = 2$*. ¿Cuál es el valor esperado del tiempo de resolución de la tarea?*

72. *Un grupo de personas está siendo tratado con un medicamento cuyos efectos secundarios siguen una distribución gamma con parámetros* $\alpha = 2$ *y* $\beta = 4$*. ¿Cuál es la probabilidad de que el efecto secundario más duradero dure más de 6 horas?*

73. *La cantidad de tiempo que tarda una máquina en fabricar una pieza sigue una distribución gamma con parámetros* $\alpha = 4$ *y* $\beta = 5$*. ¿Cuál es la probabilidad de que la máquina tarde menos de 10 minutos en fabricar una pieza?*

74. *Se sabe que la cantidad de kilómetros que puede recorrer un coche con un tanque de gasolina sigue una distribución gamma con parámetros* $\alpha = 3$ *y* $\beta = 8$*. Si el coche tiene un tanque de gasolina de 40 litros, ¿cuál es la probabilidad de que pueda recorrer más de 600 kilómetros con un tanque lleno?*

75. *El tiempo que tarda un equipo de trabajo en completar un proyecto sigue una distribución gamma con parámetros* $\alpha = 6$ *y* $\beta = 3$. *¿Cuál es la varianza del tiempo de completación del proyecto?*

76. *Se sabe que el tiempo que tarda en salir un autobús desde la terminal sigue una distribución gamma con parámetros* $\alpha = 3$ *y* $\beta = 2$. *¿Cuál es la probabilidad de que el autobús tarde más de 5 minutos en salir?*

77. *La cantidad de tiempo que tarda un paquete en ser entregado sigue una distribución gamma con parámetros* $\alpha = 5$ *y* $\beta = 4$. *¿Cuál es la probabilidad de que el paquete sea entregado antes de 25 minutos?*

78. *Un proceso de producción tiene un promedio de 10 piezas producidas por hora con una desviación estándar de 2 piezas. Si se modela el número de piezas producidas por hora como una distribución gamma, ¿cuál es el valor del parámetro* β*?*

79. *Se selecciona una muestra aleatoria de 30 observaciones de una población normalmente distribuida. La media muestral es de 50 y la desviación estándar es de 8. ¿Cuál es la probabilidad de que la media poblacional esté entre 46 y 54?*

80. *En un estudio de mercado se entrevistó a una muestra aleatoria de 100 consumidores. Se encontró que la media de gasto semanal en alimentos es de $80 con una desviación estándar de $15. ¿Cuál es el intervalo de confianza del 99 % para la media poblacional de gasto semanal en alimentos?*

81. *Se desea estimar la media poblacional de la duración de una batería en horas. Se selecciona una muestra aleatoria de 20 baterías y se obtiene una media de 30 horas con una desviación estándar de 5 horas. Si se sabe que la distribución de la duración de las baterías es normal, ¿cuál es el intervalo de confianza del 90 % para la media poblacional de duración?*

82. *Un fabricante de piezas de automóviles afirma que la vida media de sus piezas es de 50,000 km. Para comprobarlo, se selecciona una muestra aleatoria de 25 piezas y se encuentra que la vida media es de 48,000 km con una desviación estándar de 6,000 km. Si se asume que la distribución de la vida de las piezas sigue una distribución normal, ¿hay suficiente evidencia para rechazar la afirmación del fabricante al nivel de significancia del 5 %?*

83. *Se quiere determinar si hay diferencia entre las medias de dos poblaciones normales independientes con varianzas desconocidas. Se selecciona una muestra aleatoria de 25 elementos de cada población y se encuentra que la media muestral de la primera es de 5 y la de la segunda es de 6. Además, las desviaciones estándar muestrales son de 1.5 y 2, respectivamente. Si se utiliza un nivel de significancia del 1 %, ¿se puede concluir que hay diferencia entre las medias poblacionales?*

84. *Se desea comprobar si la media poblacional de la edad de los clientes de una tienda de ropa es mayor a 30 años. Se selecciona una muestra aleatoria de 40 clientes y se obtiene una media de 32 años y una desviación estándar de 4 años. Si se utiliza un*

nivel de significancia del 5 %, ¿se puede afirmar que la media poblacional es mayor a 30 años?

85. *Un investigador quiere probar si la varianza de los precios de las casas en un barrio es mayor a 200. Se toma una muestra de 16 casas y se encuentra que la varianza muestral es de 240. Utilizando un nivel de significancia del 5 %, ¿hay suficiente evidencia para concluir que la varianza poblacional es mayor a 200?*

86. *Una clínica de fertilidad realiza un estudio en el que se quiere determinar la distribución del tiempo que tarda una pareja en lograr un embarazo. Si se sabe que el tiempo promedio es de 8 meses y que la distribución del tiempo se ajusta a una distribución de Cauchy, ¿cuál es la probabilidad de que una pareja logre un embarazo en menos de 5 meses?*

87. *Se sabe que el 50 % de las llamadas que se reciben en un centro de atención telefónica duran menos de 3 minutos y que la distribución de la duración de las llamadas se ajusta a una distribución de Cauchy. ¿Cuál es la media de la duración de las llamadas?*

88. *Una empresa de paquetería ha observado que el 40 % de los paquetes que se entregan en una ciudad llegan en menos de 2 horas. Si se sabe que la distribución del tiempo de entrega se ajusta a una distribución de Cauchy, ¿cuál es la desviación típica de los tiempos de entrega?*

89. *Se desea estimar la probabilidad de que un avión llegue a su destino en menos de 4 horas, sabiendo que la media de los tiempos de vuelo es de 6 horas y que la distribución se ajusta a una distribución de Cauchy. ¿Cuál es la probabilidad de que un avión llegue a su destino en menos de 4 horas?*

90. *Se sabe que la media de la distribución de la altura de una especie de árbol es de 5 metros y que la desviación típica es de 1 metro. Si se sabe que la distribución de la altura de los árboles se ajusta a una distribución de Cauchy, ¿cuál es la probabilidad de que un árbol tenga una altura mayor a 7 metros?*

91. *Se sabe que la probabilidad de que un desarrollador de software entregue una tarea a tiempo es del 70 %. Si una empresa de software contrata a 5 desarrolladores para trabajar en un proyecto, ¿cuál es la probabilidad de que los 5 desarrolladores entreguen sus tareas a tiempo?*

92. *Una empresa de software está desarrollando un sistema operativo que tendrá un lanzamiento en 6 meses. La empresa ha identificado 10 riesgos clave que podrían afectar el lanzamiento. Cada riesgo tiene una probabilidad del 20 % de ocurrir. ¿Cuál es la probabilidad de que al menos uno de los riesgos clave ocurra antes del lanzamiento?*

93. *Un equipo de desarrollo de software tiene una tasa de error del 5 % en su código. Si el equipo crea 1000 líneas de código, ¿cuál es la probabilidad de que al menos una línea tenga un error?*

94. *Una empresa de software está desarrollando una nueva función para su aplicación. La probabilidad de que los usuarios encuentren la nueva función útil es del 60 %. Si la empresa lanza la función para 1000 usuarios, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 700 encuentren la función útil?*

95. *Un equipo de desarrollo de software ha encontrado que la tasa de errores en su código sigue una distribución Bernoulli con una probabilidad de éxito del 95 %. Si el equipo crea 5000 líneas de código, ¿cuál es la probabilidad de que haya menos de 250 errores en total?*

96. *Un equipo de desarrollo de software está trabajando en un proyecto que tiene una fecha de entrega límite. La probabilidad de que el equipo cumpla con la fecha límite es del 40 %. Si la empresa decide contratar a otro desarrollador para trabajar en el proyecto, ¿cuál es la probabilidad de que el equipo cumpla con la fecha límite?*

97. *Una empresa de software lanza una nueva función en su aplicación para 100 usuarios. La probabilidad de que un usuario encuentre la función útil es del 30 %. ¿Cuál es la probabilidad de que exactamente 25 usuarios encuentren la función útil?*

98. *Un equipo de desarrollo de software está trabajando en un proyecto que tiene una tasa de errores del 5 %. Si el equipo crea 2000 líneas de código, ¿cuál es la probabilidad de que haya más de 100 errores en total?*

99. *Una empresa de software lanza una nueva función en su aplicación para 500 usuarios. La probabilidad de que un usuario encuentre la función útil es del 40 %. ¿Cuál es la probabilidad de que menos de 200 usuarios encuentren la función útil?*

100. *Una fábrica produce 10000 componentes electrónicos por día y se sabe que el 2 % de los componentes son defectuosos. Si se toma una muestra de 500 componentes, ¿cuál es la probabilidad de que haya menos de 10 componentes defectuosos en la muestra?*

101. *Un fabricante de equipos electrónicos está desarrollando un nuevo modelo de computadora portátil. Se sabe que la probabilidad de que una unidad tenga una falla es del 1 %. Si se venden 2000 unidades del modelo, ¿cuál es la probabilidad de que menos de 20 unidades tengan una falla?*

102. *En un proceso de producción de circuitos integrados, se sabe que el 5 % de los circuitos no funcionan correctamente. Si se produce un lote de 2000 circuitos, ¿cuál es la probabilidad de que haya menos de 100 circuitos defectuosos?*

103. *Una empresa de ingeniería electrónica está desarrollando un sistema de control de acceso para una empresa. Se sabe que la probabilidad de que una persona autenticada sea denegada el acceso es del 2 %. Si se autentican 1000 personas en un día, ¿cuál es la probabilidad de que menos de 20 personas sean denegadas el acceso?*

104. *En una fábrica de producción de motores eléctricos, se sabe que el 10 % de los motores no cumplen con las especificaciones de rendimiento. Si se producen 500 motores en un día, ¿cuál es la probabilidad de que haya menos de 50 motores que no cumplan con las especificaciones de rendimiento?*

105. *En una fábrica de electrónica, se sabe que el 1 % de los componentes electrónicos son defectuosos. Si se toma una muestra de 1000 componentes, ¿cuál es la probabilidad de que haya exactamente 10 componentes defectuosos en la muestra?*

106. *Un fabricante de equipos electrónicos está probando la durabilidad de un nuevo modelo de teléfono móvil. Se sabe que la probabilidad de que una unidad no pase la prueba de durabilidad es del 5 %. Si se prueban 200 unidades, ¿cuál es la probabilidad de que menos de 10 unidades no pasen la prueba?*

107. *En un proceso de producción de paneles solares, se sabe que el 2 % de los paneles tienen defectos en su superficie. Si se producen 5000 paneles en un día, ¿cuál es la probabilidad de que haya menos de 100 paneles con defectos en su superficie?*

108. *Una empresa de ingeniería electrónica está desarrollando un sistema de monitoreo de temperatura para una planta de producción de alimentos. Se sabe que la probabilidad de que el sistema no detecte una variación de temperatura es del 3 %. Si se monitorea la temperatura de 5000 productos en un día, ¿cuál es la probabilidad de que menos de 150 productos no sean detectados como fuera de los rangos de temperatura adecuados?*

109. *En una red de telefonía móvil, se sabe que la probabilidad de que una llamada sea interrumpida por un corte de señal es del 2 %. Si se realizan 1000 llamadas en un día, ¿cuál es la probabilidad de que menos de 20 llamadas sean interrumpidas?*

110. *En una red de fibra óptica, se sabe que la probabilidad de que un cable sufra una ruptura es del 0.5 %. Si se instalan 2000 km de cable, ¿cuál es la probabilidad de que menos de 10 km de cable se rompan?*

111. *Un proveedor de servicios de internet ofrece una velocidad de conexión de 100 Mbps a sus clientes. Se sabe que la probabilidad de que la velocidad real de conexión sea menor a 90 Mbps es del 5 %. Si se tienen 5000 clientes, ¿cuál es la probabilidad de que menos de 250 clientes experimenten una velocidad de conexión menor a 90 Mbps?*

112. *En una red de televisión por cable, se sabe que la probabilidad de que un canal presente interferencia es del 1 %. Si se ofrecen 500 canales, ¿cuál es la probabilidad de que menos de 5 canales presenten interferencia?*

113. *En un sistema de comunicaciones por satélite, se sabe que la probabilidad de que una transmisión sea interrumpida por interferencias es del 3 %. Si se realizan 100 transmisiones en un día, ¿cuál es la probabilidad de que menos de 5 transmisiones sean interrumpidas?*

114. *Un proveedor de servicios de telefonía móvil está evaluando la calidad de su servicio en una zona de la ciudad. Se sabe que la probabilidad de que una llamada sea interrumpida por falta de señal es del 4 %. Si se realizan 200 llamadas en la zona, ¿cuál es la probabilidad de que haya exactamente 10 llamadas interrumpidas?*

115. *En una red de televisión por satélite, se sabe que la probabilidad de que un receptor presente fallas en su decodificador es del 2 %. Si se tienen 5000 receptores, ¿cuál es la probabilidad de que menos de 100 receptores presenten fallas en su decodificador?*

116. *En un sistema de comunicaciones de voz sobre IP (VoIP), se sabe que la probabilidad de que una llamada se interrumpa por la pérdida de paquetes es del 0.5 %. Si se realizan 1000 llamadas en un día, ¿cuál es la probabilidad de que menos de 5 llamadas se interrumpan por la pérdida de paquetes?*

117. *En una red de telecomunicaciones, se sabe que la probabilidad de que un router presente un fallo es del 1 %. Si se tienen 100 routers en la red, ¿cuál es la probabilidad de que menos de 2 routers presenten un fallo?*

118. *En una central hidroeléctrica, se sabe que la probabilidad de que una turbina presente una avería es del 0.5 %. Si la central cuenta con 20 turbinas, ¿cuál es la probabilidad de que menos de 2 turbinas presenten una avería?*

119. *En una planta de energía solar, se sabe que la probabilidad de que un panel solar presente una falla es del 2 %. Si la planta cuenta con 5000 paneles solares, ¿cuál es la probabilidad de que menos de 100 paneles presenten una falla?*

120. *En una planta de energía eólica, se sabe que la probabilidad de que un aerogenerador presente una avería es del 1 %. Si la planta cuenta con 50 aerogeneradores, ¿cuál es la probabilidad de que menos de 1 aerogenerador presente una avería en un día?*

121. *En una central térmica, se sabe que la probabilidad de que una válvula presente una fuga es del 0.3 %. Si la central cuenta con 1000 válvulas, ¿cuál es la probabilidad de que menos de 3 válvulas presenten una fuga?*

122. *En una planta de biogás, se sabe que la probabilidad de que un reactor presente una avería es del 0.8 %. Si la planta cuenta con 10 reactores, ¿cuál es la probabilidad de que exactamente 2 reactores presenten una avería en un día?*

123. *En una central nuclear, se sabe que la probabilidad de que un sensor de temperatura falle es del 0.1 %. Si la central cuenta con 500 sensores de temperatura, ¿cuál es la probabilidad de que menos de 5 sensores fallen en un día?*

124. *En una red de distribución eléctrica, se sabe que la probabilidad de que un transformador presente una falla es del 0.2 %. Si la red cuenta con 1000 transformadores, ¿cuál es la probabilidad de que exactamente 2 transformadores presenten una falla en un mes?*

125. *En una planta de energía geotérmica, se sabe que la probabilidad de que un pozo de inyección presente una obstrucción es del 1 %. Si la planta cuenta con 50 pozos de inyección, ¿cuál es la probabilidad de que menos de 1 pozo presente una obstrucción en un día?*

126. *En una central hidroeléctrica, se sabe que la probabilidad de que una compuerta presente un fallo es del 0.4 %. Si la central cuenta con 30 compuertas, ¿cuál es la probabilidad de que menos de 2 compuertas presenten un fallo en un día?*

127. *Una empresa de transporte aéreo sabe que la probabilidad de que un vuelo llegue con retraso es del 20 %. Si la empresa opera 5 vuelos diarios, ¿cuál es la probabilidad de que menos de 2 vuelos lleguen con retraso en un día?*

128. *En un estudio de mercado, se sabe que la probabilidad de que una persona compre un producto es del 10 %. Si se encuesta a 500 personas, ¿cuál es la probabilidad de que menos de 40 personas compren el producto?*

129. *En un examen de certificación, se sabe que la probabilidad de que un candidato apruebe es del 60 %. Si se presentan 100 candidatos, ¿cuál es la probabilidad de que menos de 40 candidatos aprueben?*

130. *En un estudio de opinión, se sabe que la probabilidad de que un encuestado vote por un candidato es del 45 %. Si se encuesta a 2000 personas, ¿cuál es la probabilidad de que menos de 900 personas voten por el candidato?*

131. *En un experimento de laboratorio, se sabe que la probabilidad de que una muestra de material falle es del 5 %. Si se realizan 20 pruebas con muestras diferentes, ¿cuál es la probabilidad de que exactamente 2 pruebas den un resultado de fallo?*

132. *En un estudio de tráfico, se sabe que la probabilidad de que un vehículo respete un semáforo en rojo es del 10 %. Si se observan 200 vehículos, ¿cuál es la probabilidad de que menos de 20 vehículos respeten un semáforo en rojo?*

133. *En un estudio de salud, se sabe que la probabilidad de que un paciente presente una reacción adversa a un medicamento es del 2 %. Si se tratan 500 pacientes con el medicamento, ¿cuál es la probabilidad de que menos de 10 pacientes presenten una reacción adversa?*

134. *En un estudio de seguridad en una empresa, se sabe que la probabilidad de que un empleado cometa un error que cause una falla es del 5 %. Si se observan 50 empleados, ¿cuál es la probabilidad de que exactamente 3 empleados cometan un error que cause una falla?*

135. *En un estudio de calidad de productos electrónicos, se sabe que la probabilidad de que un componente falle es del 1 %. Si se prueban 1000 componentes, ¿cuál es la probabilidad de que menos de 5 componentes fallen?*

136. *Un sitio web de videos desea medir la tasa de clics en su botón de "reproducir". Si se sabe que el 10 % de los usuarios hacen clic en el botón, ¿cuál es la probabilidad de que de 20 usuarios, exactamente 3 hagan clic?*

137. *Una empresa quiere saber la probabilidad de que un producto defectuoso se encuentre en el proceso de producción. Si se sabe que la tasa de producción de productos defectuosos es del 5 %, ¿cuál es la probabilidad de que de 200 productos producidos, exactamente 12 sean defectuosos?*

138. *Un sitio web de citas desea medir la tasa de conversión de las personas que visitan su sitio y se suscriben a un plan premium. Si se sabe que el 2 % de las personas que*

visitan el sitio se suscriben a un plan premium, ¿cuál es la probabilidad de que de 500 visitas, exactamente 10 personas se suscriban?

139. *Una compañía desea medir la tasa de conversión de los anuncios en línea. Si se sabe que el 20 % de las personas que ven el anuncio hacen clic en él, ¿cuál es la probabilidad de que de 50 vistas, exactamente 12 personas hagan clic?*

140. *Un restaurante desea medir la satisfacción de sus clientes en relación con un nuevo plato que acaba de agregar al menú. Si se sabe que el 70 % de los clientes están satisfechos con el nuevo plato, ¿cuál es la probabilidad de que de 100 clientes, exactamente 50 estén satisfechos?*

141. *Un fabricante de lámparas desea medir la tasa de fallas de sus productos. Si se sabe que el 3 % de las lámparas fallan, ¿cuál es la probabilidad de que de 500 lámparas producidas, exactamente 20 fallen?*

142. *Una empresa desea medir la tasa de aprobación de sus solicitudes de crédito. Si se sabe que el 80 % de las solicitudes son aprobadas, ¿cuál es la probabilidad de que de 200 solicitudes, exactamente 150 sean aprobadas?*

143. *Una tienda de ropa desea medir la tasa de conversión de los visitantes en compradores. Si se sabe que el 10 % de las personas que visitan la tienda compran algo, ¿cuál es la probabilidad de que de 50 visitas, exactamente 5 personas compren?*

144. *Un fabricante de televisores desea medir la tasa de fallas de sus productos. Si se sabe que el 2 % de los televisores fallan, ¿cuál es la probabilidad de que de 1000 televisores producidos, exactamente 15 fallen?*

145. *Un sitio web de noticias desea medir la tasa de clics en sus artículos. Si se sabe que el 15 % de los usuarios que visitan el sitio hacen clic en los artículos, ¿cuál es la probabilidad de que de 80 visitas, exactamente 10 usuarios hagan clic en los artículos?*

146. *Una empresa de marketing desea conocer el porcentaje de conversiones de su última campaña publicitaria. Se seleccionan aleatoriamente 200 personas que han visto la publicidad y se observa que 50 de ellas han realizado una compra. Suponiendo una distribución beta con parámetros* $a = 2$ *y* $b = 4$*, ¿cuál es la probabilidad de que la tasa de conversión esté entre el 20 % y el 30 %?*

147. *Un fabricante de pinturas quiere determinar la proporción de pigmento que debe agregar a su fórmula para obtener el color deseado. Se realiza una prueba en la que se mezcla la fórmula con diferentes proporciones de pigmento y se mide la intensidad del color en una escala de 0 a 100. Suponiendo una distribución beta con parámetros* $a = 5$ *y* $b = 2$*, ¿cuál es la probabilidad de que la proporción de pigmento necesaria para obtener una intensidad de color de al menos 80 sea menor al 30 %?*

148. *Un estudio de opinión pública desea conocer el porcentaje de personas que apoyan una propuesta de ley. Se seleccionan aleatoriamente 1000 personas y se les pregunta si están a favor o en contra. Se observa que 650 están a favor. Suponiendo una*

distribución beta con parámetros $a = 7$ *y* $b = 5$*, ¿cuál es la probabilidad de que la tasa de aprobación esté entre el 60 % y el 70 %?*

149. *Una empresa de seguros desea conocer la proporción de personas que renuevan su póliza de seguro cada año. Se seleccionan aleatoriamente 5000 clientes y se observa que 4200 renuevan su póliza. Suponiendo una distribución beta con parámetros* $a = 15$ *y* $b = 5$*, ¿cuál es la probabilidad de que la tasa de renovación esté por encima del 85 %?*

150. *Una compañía de transporte de paquetería desea conocer la proporción de envíos que llegan a su destino en el plazo establecido. Se revisan aleatoriamente 100 envíos y se observa que 80 llegan a tiempo. Suponiendo una distribución beta con parámetros* $a = 8$ *y* $b = 2$*, ¿cuál es la probabilidad de que la tasa de envíos que llegan a tiempo esté por encima del 85 %?*

151. *Suponga que el 20 % de los usuarios de una aplicación de software cancelan su suscripción cada mes. ¿Cuál es la probabilidad de que un usuario se mantenga suscrito durante al menos 3 meses?*

152. *Un equipo de desarrollo de software encuentra un error en el 5 % de las líneas de código que escriben. Si escriben 1000 líneas de código, ¿cuál es la probabilidad de que haya menos de 10 líneas de código con errores?*

153. *Un sitio web de comercio electrónico tiene una tasa de conversión del 2 % en sus visitantes. Si 500 personas visitan el sitio web, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 10 realicen una compra?*

154. *En una aplicación de redes sociales, el 30 % de los usuarios ven al menos un anuncio por día. Si un usuario utiliza la aplicación durante 10 días, ¿cuál es la probabilidad de que vea al menos 5 anuncios?*

155. *En una aplicación de gestión de proyectos, la probabilidad de que una tarea tome más de 10 horas en completarse es del 15 %. Si hay 20 tareas en un proyecto, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 3 tareas tomen más de 10 horas en completarse?*

156. *Una empresa de software tiene una tasa de éxito del 80 % en la contratación de nuevos desarrolladores. Si la empresa necesita contratar a 5 desarrolladores para un proyecto, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 4 de ellos sean contratados con éxito?*

157. *En un juego de videojuegos en línea, la probabilidad de ganar una partida es del 20 %. Si un jugador juega 10 partidas, ¿cuál es la probabilidad de que gane al menos 3 partidas?*

158. *En una aplicación de edición de imágenes, la probabilidad de que un filtro específico cause una falla en el sistema es del 5 %. Si se aplican 50 filtros a una imagen, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 3 filtros causen una falla en el sistema?*

159. *En un sistema de seguridad informático, la probabilidad de que un intento de acceso no autorizado tenga éxito es del 1 %. Si hay 1000 intentos de acceso, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 10 tengan éxito?*

160. *Suponga que en una red de telecomunicaciones, el 10 % de los paquetes de datos transmitidos son perdidos en el camino. Si se envían 100 paquetes de datos, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 15 sean perdidos?*

161. *En una red de telefonía móvil, el 2 % de las llamadas se interrumpen debido a la mala calidad de la señal. Si un usuario realiza 20 llamadas, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 1 se interrumpa?*

162. *En una red de fibra óptica, el 5 % de las señales de datos se pierden debido a la interferencia. Si se envían 500 señales de datos, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 25 sean perdidas?*

163. *En una red de satélites, el 8 % de los mensajes de texto enviados entre dos puntos específicos se pierden debido a la distancia y las condiciones climáticas. Si se envían 50 mensajes de texto, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 5 sean perdidos?*

164. *En un sistema de transmisión de datos por radio, el 15 % de las tramas de datos enviadas se corrompen debido a la interferencia. Si se envían 200 tramas de datos, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 30 sean corruptas?*

165. *En una red de telecomunicaciones, el 12 % de las llamadas realizadas a un número específico no se completan debido a problemas técnicos. Si se realizan 50 llamadas a ese número, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 7 no se completen?*

166. *En una red de telefonía fija, el 5 % de las llamadas se caen debido a fallas en la infraestructura. Si se realizan 100 llamadas, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 6 se caigan?*

167. *En una red de fibra óptica submarina, el 3 % de los paquetes de datos se pierden debido a la interferencia del medio ambiente. Si se envían 1000 paquetes de datos, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 20 sean perdidos?*

168. *En un sistema de comunicaciones por satélite, el 6 % de las transmisiones de audio se pierden debido a problemas técnicos en la antena receptora. Si se envían 50 transmisiones de audio, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 3 sean perdidas?*

169. *En un sistema de almacenamiento de datos, el 8 % de los archivos se corrompen debido a problemas en el disco duro. Si se almacenan 200 archivos, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 15 se corrompan?*

170. *En una base de datos, el 5 % de las consultas de búsqueda fallan debido a la falta de índices adecuados. Si se realizan 1000 consultas de búsqueda, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 20 fallen?*

171. *En un sistema de seguridad informático, el 10 % de los intentos de acceso no autorizado tienen éxito. Si se realizan 50 intentos de acceso, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 5 tengan éxito?*

172. *En un sistema de control de versiones, el 2 % de las solicitudes de fusiones de ramas de código fallan debido a conflictos. Si se realizan 500 solicitudes de fusiones, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 10 fallen?*

173. *En un sistema de procesamiento de imágenes, el 15 % de las imágenes procesadas se corrompen debido a errores de software. Si se procesan 100 imágenes, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 20 se corrompan?*

174. *En un sistema de gestión de proyectos, el 7 % de las tareas no se completan a tiempo debido a problemas de planificación. Si hay 50 tareas en un proyecto, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 5 no se completen a tiempo?*

175. *En un sistema de reconocimiento de voz, el 3 % de las palabras se reconocen incorrectamente debido a problemas de precisión. Si se procesan 1000 palabras, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 30 se reconozcan incorrectamente?*

176. *En un sistema de detección de malware, el 20 % de los archivos infectados no son detectados por el software antivirus. Si se analizan 200 archivos, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 30 estén infectados y no sean detectados?*

177. *En un sistema de inteligencia artificial, el 12 % de las predicciones son incorrectas debido a problemas en los algoritmos de aprendizaje automático. Si se realizan 1000 predicciones, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 120 sean incorrectas?*

178. *En una planta de producción, el 5 % de las piezas fabricadas son defectuosas. Si se inspeccionan 200 piezas, ¿cuál es la probabilidad de que se encuentren al menos 10 piezas defectuosas?*

179. *En una línea de ensamblaje de automóviles, el 10 % de las veces se presenta un problema de calidad que requiere retrabajo. Si se ensamblan 500 autos, ¿cuál es la probabilidad de que se requiera retrabajo en al menos 50 de ellos?*

180. *En una empresa de servicios, el 15 % de los clientes no están satisfechos con el servicio recibido. Si se atienden 100 clientes, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 20 no estén satisfechos?*

181. *En una fábrica de alimentos, el 3 % de los envíos no cumplen con las especificaciones de calidad y deben ser descartados. Si se envían 1000 productos, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 30 sean descartados?*

182. *En un proceso de fabricación de tarjetas electrónicas, el 2 % de las tarjetas fallan en las pruebas de calidad. Si se fabrican 5000 tarjetas, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 100 fallen en las pruebas?*

183. *En una empresa de transporte, el 8 % de los paquetes se pierden durante el envío. Si se envían 500 paquetes, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 20 se pierdan?*

184. *En una línea de producción de botellas de vidrio, el 6 % de las botellas se rompen durante el proceso de llenado. Si se producen 5000 botellas, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 300 se rompan durante el llenado?*

185. *En una empresa de servicios de reparación de equipos electrónicos, el 20 % de las reparaciones requieren piezas de repuesto que no están disponibles de inmediato. Si se realizan 200 reparaciones, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 40 requieran piezas de repuesto no disponibles?*

186. *En una empresa de ensamblaje de computadoras, el 4 % de las computadoras ensambladas tienen problemas de hardware. Si se ensamblan 1000 computadoras, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 50 tengan problemas de hardware?*

187. *En un parque eólico, se estima que el 15 % de los días hay vientos que superan la velocidad máxima permitida para el funcionamiento de las turbinas. Si se desea tener al menos un día al mes sin restricciones de funcionamiento, ¿cuántos días al mes se deben esperar?*

188. *En una central hidroeléctrica, se estima que el 10 % del tiempo se requiere reducir la generación de energía debido a cambios en la demanda de energía. Si se desea tener al menos una semana al mes sin reducciones en la generación de energía, ¿cuántas semanas al mes se deben esperar?*

189. *En una central térmica, se estima que el 5 % de las veces se presenta un fallo en el suministro de combustible, lo que obliga a detener temporalmente la generación de energía. Si se desea tener al menos un día a la semana sin fallos en el suministro de combustible, ¿cuántos días a la semana se deben esperar?*

190. *En un sistema de generación de energía solar, se estima que el 20 % de los días hay nubes que reducen significativamente la generación de energía. Si se desea tener al menos 10 días al mes sin afectaciones por nubes, ¿cuántos días al mes se deben esperar?*

191. *En un sistema de generación de energía geotérmica, se estima que el 8 % de las veces se presentan problemas en los equipos de generación, lo que obliga a detener temporalmente la generación de energía. Si se desea tener al menos un día a la semana sin paradas en la generación de energía, ¿cuántos días a la semana se deben esperar?*

192. *En una central nuclear, se estima que el 1 % del tiempo se requiere reducir la generación de energía debido a cambios en la demanda de energía. Si se desea tener al menos una semana al mes sin reducciones en la generación de energía, ¿cuántas semanas al mes se deben esperar?*

193. *En un sistema de generación de energía de biomasa, se estima que el 3 % de las veces se presentan problemas en la alimentación del combustible, lo que obliga a detener temporalmente la generación de energía. Si se desea tener al menos un día a la semana sin paradas en la generación de energía, ¿cuántos días a la semana se deben esperar?*

194. *En una central de ciclo combinado, se estima que el 7 % del tiempo se requiere reducir la generación de energía debido a cambios en la demanda de energía. Si se desea tener al menos una semana al mes sin reducciones en la generación de energía, ¿cuántas semanas al mes se deben esperar?*

195. *En un sistema de generación de energía mareomotriz, se estima que el 12 % de los días hay mareas que no son lo suficientemente altas para generar energía. Si se desea tener al menos 15 días al mes sin afectaciones por mareas bajas, ¿cuántos días al mes se deben esperar?*

196. *En un taller de reparación de vehículos, se estima que el 10 % de los coches que llegan necesitan una reparación importante que toma más de 2 días en completarse. Si el taller tiene capacidad para reparar 5 coches al mismo tiempo, ¿cuál es la probabilidad de que al menos un coche tenga una reparación importante en un período de 10 días laborables?*

197. *En una línea de producción de una fábrica, se estima que el 5 % de las piezas producidas están defectuosas. Si se inspecciona una pieza a la vez, ¿cuál es la probabilidad de que se necesiten inspeccionar más de 10 piezas para encontrar la primera pieza defectuosa?*

198. *Un fabricante de lámparas recibe regularmente envíos de bombillas de un proveedor. Se estima que el 20 % de las bombillas están defectuosas. Si el fabricante prueba las bombillas de una en una hasta encontrar la primera defectuosa, ¿cuál es la probabilidad de que necesite probar más de 5 bombillas?*

199. *En una empresa de servicios de telefonía móvil, se estima que el 2 % de las llamadas entrantes están relacionadas con problemas técnicos. Si se atiende una llamada a la vez, ¿cuál es la probabilidad de que se necesiten atender más de 50 llamadas para recibir la primera llamada relacionada con problemas técnicos?*

200. *En una empresa de mensajería, se estima que el 15 % de los paquetes entregados están dañados. Si se revisa un paquete a la vez, ¿cuál es la probabilidad de que se necesiten revisar más de 8 paquetes para encontrar el primer paquete dañado?*

201. *En una fábrica de chocolates, se estima que el 3 % de las tabletas de chocolate tienen defectos visibles. Si se revisa una tableta a la vez, ¿cuál es la probabilidad de que se necesiten revisar más de 20 tabletas para encontrar la primera tableta con defectos visibles?*

202. *Un proveedor de internet estima que el 5 % de los nuevos clientes que contratan sus servicios experimentan problemas técnicos en los primeros 30 días. Si se atiende un nuevo cliente a la vez, ¿cuál es la probabilidad de que se necesiten atender más de 10 nuevos clientes para recibir el primer cliente con problemas técnicos?*

203. *En una empresa de servicios de limpieza, se estima que el 8 % de las limpiezas que se realizan en un edificio están incompletas. Si se realiza una limpieza a la vez, ¿cuál es la probabilidad de que se necesiten realizar más de 15 limpiezas para encontrar la primera limpieza incompleta?*

204. Un fabricante de dispositivos electrónicos recibe regularmente envíos de componentes de un proveedor. Se estima que el 12 % de los componentes están defectuosos. Si el fabricante prueba los componentes de uno en uno hasta encontrar el primer componente defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que necesite probar más de 8 componentes?

205. Se sabe que el tiempo de ejecución de una tarea en un programa de computadora sigue una distribución uniforme continua en el intervalo $[2, 6]$ *segundos. ¿Cuál es la probabilidad de que la tarea tome menos de 4 segundos en completarse?*

206. Una aplicación de mensajería envía notificaciones a los usuarios cada 10 minutos, y se sabe que la hora de envío sigue una distribución uniforme continua en el intervalo [8:00 am, 10:00 pm]. ¿Cuál es la probabilidad de que una notificación se envíe entre las 2:00 pm y las 3:00 pm?

207. En un juego de cartas, se sabe que la probabilidad de que una carta sea un as es de $1/13$. *Si se selecciona una carta al azar de una baraja de 52 cartas, ¿cuál es la probabilidad de que la carta seleccionada tenga un valor entre 5 y 10 (inclusive)?*

208. Un servicio de streaming de música ofrece una prueba gratuita de 30 días para nuevos usuarios, y se sabe que la duración de la prueba sigue una distribución uniforme continua en el intervalo $[25, 35]$ *días. ¿Cuál es la probabilidad de que un nuevo usuario tenga una prueba gratuita de menos de 28 días?*

209. Se sabe que el tiempo de respuesta de un servidor web sigue una distribución uniforme continua en el intervalo $[100, 200]$ *milisegundos. Si se selecciona un tiempo de respuesta al azar, ¿cuál es la probabilidad de que el tiempo de respuesta esté en el intervalo* $[120, 150]$ *milisegundos?*

210. Un sitio web de compras ofrece envío gratis para compras de $50 o más, y se sabe que el valor de la compra sigue una distribución uniforme continua en el intervalo $[20, 100]$ *dólares. ¿Cuál es la probabilidad de que una compra elegible para envío gratis tenga un valor inferior a $60?*

211. Se sabe que el tiempo de carga de una página web sigue una distribución uniforme continua en el intervalo $[1, 5]$ *segundos. Si se selecciona una página al azar, ¿cuál es la probabilidad de que el tiempo de carga sea mayor a 3 segundos?*

212. Un programa de reconocimiento de voz tiene una tasa de precisión del 80 %, lo que significa que el 20 % de las veces no reconoce correctamente lo que se está diciendo. Si se utiliza el programa para transcribir una conversación de 5 minutos, ¿cuál es la probabilidad de que haya al menos una palabra mal transcrita?

213. Se sabe que el peso de los paquetes de una empresa de mensajería sigue una distribución uniforme continua en el intervalo $[0{,}5, 5]$ *kilogramos. Si se selecciona un paquete al azar, ¿cuál es la probabilidad de que el peso esté en el intervalo* $[1, 2]$ *kilogramos?*

214. *Se sabe que el ancho de banda de una conexión de internet sigue una distribución uniforme continua en el intervalo* $[20, 50]$ *Mbps. ¿Cuál es la probabilidad de que la conexión tenga un ancho de banda superior a 30 Mbps?*

215. *Una compañía de telecomunicaciones ofrece planes de telefonía móvil con minutos ilimitados, pero con una cantidad limitada de datos por mes. Se sabe que la cantidad de datos utilizados por los usuarios sigue una distribución uniforme continua en el intervalo* $[1, 10]$ *GB. Si un usuario utiliza 5 GB al mes, ¿cuál es la probabilidad de que exceda su límite de datos?*

216. *En un sistema de comunicaciones, se sabe que la cantidad de errores en un mensaje transmitido sigue una distribución uniforme continua en el intervalo* $[0, 10]$. *Si se transmite un mensaje al azar, ¿cuál es la probabilidad de que tenga más de 5 errores?*

217. *Se sabe que la frecuencia de una señal de radio FM en una región sigue una distribución uniforme continua en el intervalo* $[88, 108]$ *MHz. Si se sintoniza una radio FM al azar, ¿cuál es la probabilidad de que la frecuencia esté en el intervalo* $[92, 96]$ *MHz?*

218. *Una compañía de telefonía celular tiene una red 5G que se despliega en diferentes zonas de una ciudad. Se sabe que la velocidad de descarga en cada zona sigue una distribución uniforme continua en el intervalo* $[50, 150]$ *Mbps. Si un usuario se encuentra en una zona al azar, ¿cuál es la probabilidad de que la velocidad de descarga sea inferior a 80 Mbps?*

219. *Se sabe que el tiempo de respuesta de un servidor de correo electrónico sigue una distribución uniforme continua en el intervalo* $[0{,}5, 3]$ *segundos. Si se selecciona un correo electrónico al azar, ¿cuál es la probabilidad de que el tiempo de respuesta sea superior a 1 segundo?*

220. *En una red de telecomunicaciones, se sabe que el tiempo de espera para una llamada entrante sigue una distribución uniforme continua en el intervalo* $[5, 20]$ *segundos. Si se recibe una llamada al azar, ¿cuál es la probabilidad de que el tiempo de espera sea inferior a 10 segundos?*

221. *En un sistema de comunicaciones satelitales, se sabe que la intensidad de la señal recibida sigue una distribución uniforme continua en el intervalo* $[0, 10]$ *dB. Si la intensidad de la señal recibida es de 5 dB, ¿cuál es la probabilidad de que sea suficiente para una comunicación sin errores?*

222. *Se sabe que la capacidad de almacenamiento de una tarjeta de memoria sigue una distribución uniforme continua en el intervalo* $[8, 64]$ *GB. Si se selecciona una tarjeta de memoria al azar, ¿cuál es la probabilidad de que la capacidad de almacenamiento esté en el intervalo* $[16, 32]$ *GB?*

223. *Una aplicación web recibe solicitudes de usuarios para descargar archivos, y el tiempo que tarda en procesar cada solicitud sigue una distribución uniforme continua en el intervalo* $[1, 10]$ *segundos. Si un usuario envía una solicitud, ¿cuál es la probabilidad de que la aplicación tarde más de 5 segundos en procesarla?*

224. *Se sabe que el ancho de banda disponible en una red local sigue una distribución uniforme continua en el intervalo* $[100, 1000]$ *Mbps. Si se selecciona una computadora al azar en la red, ¿cuál es la probabilidad de que su ancho de banda sea superior a 500 Mbps?*

225. *Un sistema de gestión de bases de datos permite a los usuarios realizar consultas que pueden tardar distintos tiempos en ser procesadas. Se sabe que el tiempo de procesamiento sigue una distribución uniforme continua en el intervalo* $[2, 8]$ *segundos. Si un usuario realiza una consulta al azar, ¿cuál es la probabilidad de que el tiempo de procesamiento sea inferior a 5 segundos?*

226. *En un sistema de control de versiones, el tiempo que tarda en realizarse una operación de sincronización sigue una distribución uniforme continua en el intervalo* $[10, 60]$ *segundos. Si se realiza una operación de sincronización al azar, ¿cuál es la probabilidad de que el tiempo de sincronización sea superior a 30 segundos?*

227. *Se sabe que el tamaño de los archivos que se comparten en una red de intercambio de archivos sigue una distribución uniforme continua en el intervalo* $[100, 1000]$ *MB. Si se descarga un archivo al azar, ¿cuál es la probabilidad de que su tamaño sea inferior a 500 MB?*

228. *En un sistema de procesamiento de imágenes, el tiempo que tarda en aplicarse un filtro a una imagen sigue una distribución uniforme continua en el intervalo* $[0{,}5, 2]$ *segundos. Si se aplica un filtro al azar, ¿cuál es la probabilidad de que el tiempo de procesamiento sea superior a 1 segundo?*

229. *En un sistema de detección de intrusiones, el tiempo que tarda en detectarse una intrusión sigue una distribución uniforme continua en el intervalo* $[5, 30]$ *segundos. Si se detecta una intrusión al azar, ¿cuál es la probabilidad de que el tiempo de detección sea inferior a 15 segundos?*

230. *En una aplicación de reconocimiento de voz, el tiempo que tarda en reconocer una palabra sigue una distribución uniforme continua en el intervalo* $[0{,}2, 1]$ *segundos. Si se reconoce una palabra al azar, ¿cuál es la probabilidad de que el tiempo de reconocimiento sea superior a 0.5 segundos?*

231. *Se sabe que el tiempo que tarda un sistema de autenticación en validar las credenciales de un usuario sigue una distribución uniforme continua en el intervalo* $[2, 5]$ *segundos. Si un usuario inicia sesión al azar, ¿cuál es la probabilidad de que el tiempo de autenticación sea inferior a 3 segundos?*

232. *En una fábrica de productos químicos, la temperatura del proceso de producción sigue una distribución uniforme continua en el intervalo* $[20, 40]\,^{\circ}C$*. Si la calidad del producto disminuye cuando la temperatura supera los* $30\,^{\circ}C$*, ¿cuál es la probabilidad de que se produzca un lote de baja calidad?*

233. *Una empresa de fabricación de productos electrónicos realiza pruebas de resistencia a la vibración en sus productos, y el tiempo que tarda cada prueba sigue una*

distribución uniforme continua en el intervalo $[5, 10]$ *minutos. Si se selecciona un producto al azar, ¿cuál es la probabilidad de que la prueba dure más de 7 minutos?*

234. *En un taller mecánico, el tiempo que tarda en repararse un vehículo sigue una distribución uniforme continua en el intervalo* $[2, 8]$ *horas. Si un vehículo entra al taller al azar, ¿cuál es la probabilidad de que la reparación dure menos de 4 horas?*

235. *En una empresa de producción de alimentos, el tiempo que tarda en limpiarse una máquina de producción sigue una distribución uniforme continua en el intervalo* $[30, 60]$ *minutos. Si se selecciona una máquina al azar, ¿cuál es la probabilidad de que la limpieza dure más de 45 minutos?*

236. *En un proceso de producción de piezas metálicas, el diámetro de las piezas sigue una distribución uniforme continua en el intervalo* $[10, 20]$ *cm. Si se selecciona una pieza al azar, ¿cuál es la probabilidad de que su diámetro sea inferior a 12 cm?*

237. *En una empresa de logística, el tiempo que tarda un camión en cargar su mercancía sigue una distribución uniforme continua en el intervalo* $[2, 4]$ *horas. Si se selecciona un camión al azar, ¿cuál es la probabilidad de que la carga dure más de 3 horas?*

238. *En una fábrica de textiles, el ancho de las telas producidas sigue una distribución uniforme continua en el intervalo* $[1, 2]$ *metros. Si se selecciona una tela al azar, ¿cuál es la probabilidad de que su ancho sea superior a 1.5 metros?*

239. *En una planta de tratamiento de agua, el pH del agua tratada sigue una distribución uniforme continua en el intervalo* $[6, 8]$*. Si se selecciona una muestra de agua al azar, ¿cuál es la probabilidad de que el pH esté entre 6.5 y 7.5?*

240. *En un almacén, el peso de los paquetes que se reciben sigue una distribución uniforme continua en el intervalo* $[10, 50]$ *kg. Si se selecciona un paquete al azar, ¿cuál es la probabilidad de que su peso sea inferior a 20 kg?*

241. *La velocidad del viento en un parque eólico sigue una distribución uniforme continua en el intervalo* $[6, 12]$ *m/s. Si la turbina de un generador solo es eficiente cuando la velocidad del viento supera los 9 m/s, ¿cuál es la probabilidad de que el generador esté produciendo energía eficiente?*

242. *En una central hidroeléctrica, el caudal del agua que llega a la turbina sigue una distribución uniforme continua en el intervalo* $[200, 300]$ m^3/s*. Si la turbina solo es eficiente cuando el caudal supera los 250* m^3/s*, ¿cuál es la probabilidad de que la turbina esté produciendo energía eficiente?*

243. *La cantidad de radiación solar que llega a una central fotovoltaica sigue una distribución uniforme continua en el intervalo* $[400, 1000]$ W/m^2*. Si la eficiencia de los paneles solares se maximiza cuando la radiación solar está en el rango* $[800, 900]$ W/m^2*, ¿cuál es la probabilidad de que la eficiencia de los paneles solares esté maximizada?*

244. *En una central térmica, la temperatura del vapor que mueve la turbina sigue una distribución uniforme continua en el intervalo* $[300, 400]\,^\circ C$*. Si la turbina solo es eficiente cuando la temperatura del vapor supera los* $350\,^\circ C$*, ¿cuál es la probabilidad de que la turbina esté produciendo energía eficiente?*

245. *La potencia generada por una central geotérmica sigue una distribución uniforme continua en el intervalo* $[10, 20]$ *MW. Si la demanda de energía eléctrica en una zona es de 15 MW, ¿cuál es la probabilidad de que la central geotérmica pueda satisfacer la demanda?*

246. *En una planta de biomasa, el contenido de humedad de la materia prima sigue una distribución uniforme continua en el intervalo* $[10, 20]$ *%. Si la eficiencia de la planta se maximiza cuando el contenido de humedad está en el rango* $[12, 15]$ *%, ¿cuál es la probabilidad de que la eficiencia de la planta esté maximizada?*

247. *En un sistema de almacenamiento de energía con baterías, el tiempo de descarga de las baterías sigue una distribución uniforme continua en el intervalo* $[4, 8]$ *horas. Si se requiere una capacidad de descarga de 6 horas, ¿cuál es la probabilidad de que el sistema de almacenamiento pueda satisfacer la demanda?*

248. *En una central nuclear, la temperatura del agua que refrigera el reactor sigue una distribución uniforme continua en el intervalo* $[20, 30]\,^\circ C$*. Si la temperatura del agua no puede superar los* $25\,^\circ C$ *para garantizar la seguridad del reactor, ¿cuál es la probabilidad de que el reactor esté funcionando de manera segura?*

249. *En un sistema de cogeneración, la eficiencia de la planta de cogeneración sigue una distribución uniforme continua en el intervalo* $[70, 90]$ *%. Si se requiere una eficiencia mínima del 80 % para que el sistema sea rentable, ¿cuál es la probabilidad de que el sistema sea rentable?*

250. *Se sabe que la temperatura ambiente en una ciudad se mantiene uniformemente distribuida entre* $18\,^\circ C$ *y* $24\,^\circ C$*. Si se escoge una temperatura al azar, ¿cuál es la probabilidad de que esta esté entre* $20\,^\circ C$ *y* $22\,^\circ C$*?*

251. *Un fabricante de piezas electrónicas sabe que el tiempo de vida útil de sus productos se distribuye uniformemente entre 8 y 12 años. Si un cliente compra una pieza al azar, ¿cuál es la probabilidad de que su vida útil sea menor a 9 años?*

252. *Un proveedor de servicios de internet ofrece planes con velocidades de descarga que se distribuyen uniformemente entre 10 y 50 Mbps. Si un usuario contrata un plan al azar, ¿cuál es la probabilidad de que su velocidad de descarga sea mayor a 30 Mbps?*

253. *Un vendedor de frutas y verduras sabe que el peso de las manzanas que vende se distribuye uniformemente entre 100 y 200 gramos. Si un cliente compra una manzana al azar, ¿cuál es la probabilidad de que su peso esté entre 120 y 140 gramos?*

254. *Se sabe que el tiempo de espera en una cola para comprar boletos de cine se distribuye uniformemente entre 2 y 5 minutos. Si un cliente llega al azar y entra a la cola, ¿cuál es la probabilidad de que su tiempo de espera sea menor a 4 minutos?*

255. *Un fabricante de motores eléctricos sabe que la potencia que producen sus motores se distribuye uniformemente entre 2 y 8 HP. Si un cliente compra un motor al azar, ¿cuál es la probabilidad de que su potencia sea mayor a 5 HP?*

256. *Se sabe que el tiempo que un equipo de refrigeración tarda en enfriar un espacio se distribuye uniformemente entre 30 y 50 minutos. Si se elige un equipo al azar, ¿cuál es la probabilidad de que el tiempo de enfriamiento sea menor a 40 minutos?*

257. *Un proveedor de servicios de almacenamiento en la nube ofrece planes con capacidades que se distribuyen uniformemente entre 10 y 100 GB. Si un usuario contrata un plan al azar, ¿cuál es la probabilidad de que su capacidad sea mayor a 50 GB?*

258. *Se sabe que la cantidad de energía que produce un panel solar en un día se distribuye uniformemente entre 1 y 5 kWh. Si se elige un panel al azar, ¿cuál es la probabilidad de que produzca entre 2.5 y 3.5 kWh de energía en un día?*

259. *La duración de las baterías de un dispositivo electrónico sigue una distribución normal con media de 10 horas y desviación estándar de 1 hora. ¿Cuál es la probabilidad de que una batería dure más de 12 horas?*

260. *Los tiempos de respuesta de un servidor web siguen una distribución normal con media de 5 segundos y desviación estándar de 0.5 segundos. ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo de respuesta sea menor a 4 segundos?*

261. *El rendimiento de un algoritmo de ordenamiento sigue una distribución normal con media de 5000 elementos ordenados por segundo y desviación estándar de 200 elementos. ¿Cuál es la probabilidad de que el rendimiento sea mayor a 5500 elementos ordenados por segundo?*

262. *El número de descargas de una aplicación en una semana sigue una distribución normal con media de 1000 descargas y desviación estándar de 100 descargas. ¿Cuál es la probabilidad de que en una semana se realicen más de 1200 descargas?*

263. *El tiempo de ejecución de un programa sigue una distribución normal con media de 15 segundos y desviación estándar de 2 segundos. ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo de ejecución esté entre 12 y 18 segundos?*

264. *Las notas de un examen de programación siguen una distribución normal con media de 70 y desviación estándar de 10. Si se desea obtener una calificación mayor o igual a 80, ¿cuál es el porcentaje de estudiantes que deben obtener dicha calificación?*

265. *La capacidad de almacenamiento de un disco duro sigue una distribución normal con media de 500 GB y desviación estándar de 50 GB. Si se desea comprar un disco duro con capacidad suficiente para almacenar al menos el 95 % de los archivos actuales, ¿qué capacidad mínima debería tener el disco duro?*

266. *La altura de los estudiantes de una clase sigue una distribución normal con media de 170 cm y desviación estándar de 10 cm. Si se selecciona un estudiante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que su altura esté entre 160 y 180 cm?*

267. *El tiempo de respuesta de un sistema de reconocimiento de voz sigue una distribución normal con media de 2 segundos y desviación estándar de 0.5 segundos. ¿Cuál es el tiempo mínimo que debe establecerse para el sistema, de modo que el 90 % de los usuarios obtengan una respuesta en ese tiempo o menos?*

268. *Se sabe que la latencia de una red de comunicaciones sigue una distribución normal con media 10 ms y desviación estándar 2 ms. ¿Cuál es la probabilidad de que la latencia sea menor a 12 ms?*

269. *El ancho de banda de una conexión a Internet sigue una distribución normal con media 50 Mbps y desviación estándar 10 Mbps. ¿Cuál es la probabilidad de que el ancho de banda sea mayor a 40 Mbps?*

270. *Se tiene una muestra de 1000 paquetes de datos en una red y se sabe que la longitud de los paquetes sigue una distribución normal con media 1500 bytes y desviación estándar 100 bytes. ¿Cuál es la probabilidad de que la longitud de un paquete elegido al azar esté entre 1400 y 1600 bytes?*

271. *La señal de un canal de comunicaciones sigue una distribución normal con media* -10 *dBm y desviación estándar 3 dBm. ¿Cuál es la probabilidad de que la señal esté por encima de* -6 *dBm?*

272. *La tasa de error de bits de una transmisión de datos sigue una distribución normal con media 0.01 y desviación estándar 0.003. ¿Cuál es la probabilidad de que la tasa de error sea menor a 0.008?*

273. *La potencia de transmisión de una antena sigue una distribución normal con media 20 dBm y desviación estándar 2 dBm. ¿Cuál es la probabilidad de que la potencia sea menor a 18 dBm?*

274. *Se sabe que la duración de las llamadas telefónicas sigue una distribución normal con media 3 minutos y desviación estándar 1 minuto. Si se desea que al menos el 90 % de las llamadas duren menos de 5 minutos, ¿cuál debe ser la duración máxima de las llamadas?*

275. *El tiempo de respuesta de un servidor web sigue una distribución normal con media 500 ms y desviación estándar 100 ms. Si se desea que al menos el 95 % de las solicitudes tengan un tiempo de respuesta menor a 700 ms, ¿cuál debe ser el tiempo máximo de respuesta?*

276. *Se sabe que la temperatura ambiente en un centro de datos sigue una distribución normal con media* 25 °C *y desviación estándar* 2 °C. *Si se desea que la probabilidad de que la temperatura sea mayor a* 28 °C *sea menor a 0.05, ¿cuál debe ser la temperatura máxima permitida?*

277. *La duración de las llamadas telefónicas sigue una distribución normal con media de 5 minutos y desviación estándar de 1 minuto. ¿Cuál es la probabilidad de que una llamada dure más de 8 minutos?*

278. *El tiempo que tarda una página web en cargar sigue una distribución normal con media de 2 segundos y desviación estándar de 0.5 segundos. ¿Cuál es la probabilidad de que una página tarde menos de 1 segundo en cargar?*

279. *Los ingresos mensuales de los desarrolladores de una empresa siguen una distribución normal con media de $5000 y desviación estándar de $1000. Si se selecciona aleatoriamente a un desarrollador, ¿cuál es la probabilidad de que sus ingresos estén entre $6000 y $7000?*

280. *La velocidad de procesamiento de un servidor sigue una distribución normal con media de 2 GHz y desviación estándar de 0.3 GHz. Si se requiere que un proceso sea completado en menos de 1 segundo, ¿cuál es la velocidad mínima que debe tener el procesador?*

281. *El tiempo que tardan los usuarios en completar un formulario web sigue una distribución normal con media de 3 minutos y desviación estándar de 0.8 minutos. ¿Cuál es el tiempo mínimo que deben esperar los usuarios para que el 90 % de ellos completen el formulario?*

282. *El número de fallos por hora en un sistema sigue una distribución normal con media de 2 fallos y desviación estándar de 0.5 fallos. ¿Cuál es la probabilidad de que en una hora no ocurran fallos en el sistema?*

283. *La capacidad de almacenamiento de un disco duro sigue una distribución normal con media de 1 TB y desviación estándar de 0.2 TB. Si se requiere un disco duro con capacidad mínima del 90 % de los datos, ¿cuál es la capacidad mínima que debe tener el disco duro?*

284. *El tiempo que tardan los usuarios en leer una página web sigue una distribución normal con media de 2 minutos y desviación estándar de 0.5 minutos. Si se requiere que el 95 % de los usuarios lean la página en menos de 3 minutos, ¿cuál es el tiempo máximo que deben tardar en leerla?*

285. *El número de descargas de una aplicación móvil sigue una distribución normal con media de 1000 descargas por día y desviación estándar de 200 descargas por día. ¿Cuál es la probabilidad de que en un día se registren más de 1500 descargas de la aplicación?*

286. *Se sabe que el tiempo de vida de un componente electrónico sigue una distribución normal con media de 10,000 horas y desviación estándar de 500 horas. Si se toma una muestra aleatoria de 25 componentes, ¿cuál es la probabilidad de que la media de la muestra esté entre 9,800 y 10,200 horas?*

287. *Se tiene un proceso de producción de piezas en el cual el peso sigue una distribución normal con media de 100 gramos y desviación estándar de 5 gramos. Si se toma una muestra aleatoria de 50 piezas, ¿cuál es la probabilidad de que la media de la muestra sea mayor a 102 gramos?*

288. *Se tiene una máquina que produce piezas cuyo diámetro sigue una distribución normal con media de 50 mm y desviación estándar de 2 mm. Si se toma una muestra aleatoria de 36 piezas, ¿cuál es la probabilidad de que la media de la muestra sea mayor a 51 mm?*

289. *Se tiene una población de estudiantes y se sabe que el tiempo que pasan en el transporte público para llegar a la universidad sigue una distribución normal con media de 30 minutos y desviación estándar de 10 minutos. Si se toma una muestra aleatoria de 100 estudiantes, ¿cuál es la probabilidad de que la media de la muestra sea menor a 28 minutos?*

290. *Se tiene un proceso de fabricación de lámparas cuyo tiempo de vida sigue una distribución normal con media de 2,000 horas y desviación estándar de 200 horas. Si se toma una muestra aleatoria de 16 lámparas, ¿cuál es la probabilidad de que la media de la muestra sea menor a 1,800 horas?*

291. *Se sabe que el salario de los trabajadores de una empresa sigue una distribución normal con media de $40,000 al año y desviación estándar de $5,000 al año. Si se toma una muestra aleatoria de 64 trabajadores, ¿cuál es la probabilidad de que la media de la muestra esté entre $39,000 y $41,000 al año?*

292. *Se tiene una población de usuarios de una aplicación móvil y se sabe que el número de veces que acceden a ella diariamente sigue una distribución normal con media de 5 veces al día y desviación estándar de 1 vez al día. Si se toma una muestra aleatoria de 200 usuarios, ¿cuál es la probabilidad de que la media de la muestra sea mayor a 5.5 veces al día?*

293. *Se tiene un proceso de producción de tarjetas electrónicas cuyo tiempo de ensamblaje sigue una distribución normal con media de 3 minutos y desviación estándar de 0.5 minutos. Si se toma una muestra aleatoria de 36 tarjetas, ¿cuál es la probabilidad de que la media de la muestra sea mayor a 3.2 minutos?*

294. *Se sabe que el número de fallas en una red de comunicaciones sigue una distribución normal con media de 10 fallas por semana y desviación estándar de 2 fallas por semana. Si se toma una muestra aleatoria de 25 semanas, ¿cuál es la probabilidad de que la media de la muestra sea menor a 9 fallas por semana?*

295. *Se sabe que el consumo diario de energía en una planta de energía sigue una distribución normal con media 5000 kW y desviación estándar de 200 kW. ¿Cuál es la probabilidad de que el consumo diario sea mayor a 5500 kW?*

296. *La vida útil de un componente en un sistema de energía eléctrica se distribuye normalmente con media 8 años y desviación estándar de 1 año. Si se selecciona al azar un componente, ¿cuál es la probabilidad de que su vida útil sea menor a 6 años?*

297. *Se tiene una muestra de 100 mediciones de voltaje eléctrico en una línea de transmisión y se encuentra que sigue una distribución normal con media 220 V y desviación*

estándar de 10 V. ¿Cuál es la probabilidad de que una medición tomada al azar esté entre 210 V y 230 V?

298. *La resistencia de un circuito eléctrico se distribuye normalmente con media de 50 Ω y desviación estándar de 5 Ω. Si se selecciona al azar un circuito, ¿cuál es la probabilidad de que su resistencia esté entre 45 Ω y 55 Ω?*

299. *En una planta de energía se sabe que la cantidad de energía generada por hora sigue una distribución normal con media 500 kW y desviación estándar de 50 kW. ¿Cuál es la probabilidad de que en una hora se generen entre 450 kW y 550 kW?*

300. *Se tiene una muestra de 150 mediciones de intensidad de corriente eléctrica en una línea de distribución y se encuentra que sigue una distribución normal con media 15 A y desviación estándar de 2 A. ¿Cuál es la probabilidad de que una medición tomada al azar sea mayor a 18 A?*

301. *La eficiencia de un sistema de energía renovable se distribuye normalmente con media 0.7 y desviación estándar de 0.05. Si se selecciona al azar un sistema, ¿cuál es la probabilidad de que su eficiencia sea mayor a 0.8?*

302. *En un estudio de campo se midió la velocidad del viento en una región y se encontró que sigue una distribución normal con media 12 m/s y desviación estándar de 3 m/s. ¿Cuál es la probabilidad de que la velocidad del viento sea menor a 10 m/s?*

303. *La vida útil de una batería de almacenamiento de energía se distribuye normalmente con media 5 años y desviación estándar de 0.5 años. Si se selecciona al azar una batería, ¿cuál es la probabilidad de que su vida útil sea mayor a 6 años?*

304. *Se sabe que los tiempos de espera en un parque temático siguen una distribución normal con una media de 20 minutos y una desviación estándar de 5 minutos. ¿Cuál es la probabilidad de que un visitante espere más de 30 minutos?*

305. *El peso de las manzanas empacadas por una empresa sigue una distribución normal con una media de 200 gramos y una desviación estándar de 10 gramos. Si una bolsa de manzanas pesa en promedio 1.5 kg, ¿cuántas manzanas hay en una bolsa?*

306. *Se sabe que los tiempos de respuesta de un sitio web siguen una distribución normal con una media de 3 segundos y una desviación estándar de 0.5 segundos. ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo de respuesta sea menor a 2 segundos?*

307. *El rendimiento de los estudiantes en un examen sigue una distribución normal con una media de 75 y una desviación estándar de 10. Si el profesor quiere que el 20 % de los estudiantes reciba una calificación de 85 o más, ¿cuál es la calificación mínima que deben obtener?*

308. *Se sabe que la altura de los estudiantes de una universidad sigue una distribución normal con una media de 170 cm y una desviación estándar de 10 cm. Si se toma una muestra aleatoria de 100 estudiantes, ¿cuál es la probabilidad de que la media de altura de la muestra esté entre 168 y 172 cm?*

309. *La cantidad de agua que fluye en un río sigue una distribución normal con una media de 1500 litros por segundo y una desviación estándar de 200 litros por segundo. Si se quiere construir una presa para capturar el 90 % del agua que fluye en el río, ¿cuál es la capacidad mínima que debe tener la presa?*

310. *El número de errores de un programa sigue una distribución normal con una media de 5 errores por día y una desviación estándar de 2 errores por día. Si se desea que el número de errores sea menor a 3 en el 90 % de los días, ¿cuál es el número máximo de errores que se pueden permitir en un día?*

311. *Se sabe que la longitud de los tornillos fabricados por una empresa sigue una distribución normal con una media de 20 cm y una desviación estándar de 0.1 cm. Si se toma una muestra aleatoria de 50 tornillos, ¿cuál es la probabilidad de que la media de longitud de la muestra sea mayor a 20.1 cm?*

312. *El tiempo de respuesta de un servidor sigue una distribución normal con una media de 4 segundos y una desviación estándar de 0.2 segundos. Si se quiere que el tiempo de respuesta sea menor a 3.5 segundos en el 95 % de las solicitudes, ¿cuál es el tiempo máximo de respuesta permitido?*

313. *En una tienda en línea, se sabe que el tiempo promedio de llegada de un pedido es de 4 días. Si la distribución del tiempo de llegada sigue una distribución exponencial, ¿cuál es la probabilidad de que un pedido llegue en menos de 2 días?*

314. *Un servidor de una aplicación en línea tiene una tasa promedio de llegada de 10 solicitudes por minuto. Si la distribución del tiempo de llegada sigue una distribución exponencial, ¿cuál es la probabilidad de que no lleguen solicitudes en un intervalo de 30 segundos?*

315. *Se sabe que la tasa promedio de llegada de clientes en un restaurante es de 5 clientes por hora. Si la distribución del tiempo de llegada sigue una distribución exponencial, ¿cuál es la probabilidad de que no llegue ningún cliente en un intervalo de 10 minutos?*

316. *La tasa promedio de fallas de un componente de un sistema es de 0.02 fallas por hora. Si la distribución del tiempo entre fallas sigue una distribución exponencial, ¿cuál es la probabilidad de que el componente funcione sin fallar durante al menos 50 horas?*

317. *En un centro de llamadas, se sabe que la tasa promedio de llegada de llamadas es de 20 llamadas por hora. Si la distribución del tiempo entre llegadas sigue una distribución exponencial, ¿cuál es la probabilidad de que no llegue ninguna llamada en un intervalo de 5 minutos?*

318. *En una fábrica de producción, se sabe que la tasa promedio de fallas en un proceso es de 0.01 fallas por hora. Si la distribución del tiempo entre fallas sigue una distribución exponencial, ¿cuál es la probabilidad de que el proceso funcione sin fallar durante al menos 100 horas?*

319. *En un sistema de control de tráfico aéreo, se sabe que la tasa promedio de llegada de aviones es de 2 aviones por hora. Si la distribución del tiempo de llegada sigue una distribución exponencial, ¿cuál es la probabilidad de que no llegue ningún avión en un intervalo de 30 minutos?*

320. *En un servicio de streaming de video, se sabe que la tasa promedio de solicitudes de videos por minuto es de 15 solicitudes por minuto. Si la distribución del tiempo de llegada sigue una distribución exponencial, ¿cuál es la probabilidad de que lleguen al menos 20 solicitudes en un intervalo de 2 minutos?*

321. *La tasa promedio de descarga de una red de internet es de 1 MB por segundo. Si la distribución del tiempo de descarga de un archivo sigue una distribución exponencial, ¿cuál es la probabilidad de que un archivo de 5 MB se descargue en menos de 4 segundos?*

322. *En una red de comunicaciones, se estima que la tasa de fallos en los nodos es de 0.05 por hora. ¿Cuál es la probabilidad de que un nodo falle en los primeros 5 minutos?*

323. *Se estima que la duración promedio de una llamada telefónica en una compañía es de 3 minutos, con una desviación estándar de 1.2 minutos. ¿Cuál es la probabilidad de que una llamada dure más de 5 minutos?*

324. *En una red de transmisión de datos, se sabe que el tiempo de llegada de paquetes sigue una distribución exponencial con una media de 0.1 segundos. ¿Cuál es la probabilidad de que un paquete tarde más de 0.2 segundos en llegar?*

325. *Se tiene una fuente de señales que genera un número promedio de errores de 2 errores por segundo. ¿Cuál es la probabilidad de que en 10 segundos no haya ningún error?*

326. *Se sabe que el tiempo de espera entre dos señales en un canal de comunicación sigue una distribución exponencial con una media de 0.5 segundos. ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo de espera sea menor a 0.3 segundos?*

327. *En una red de comunicaciones, se estima que la tasa de llegada de paquetes es de 10 paquetes por segundo. ¿Cuál es la probabilidad de que lleguen 3 paquetes en un intervalo de 0.3 segundos?*

328. *Se sabe que el tiempo de vida promedio de un router en una red de telecomunicaciones es de 5 años, con una desviación estándar de 1 año. ¿Cuál es la probabilidad de que un router dure más de 6 años?*

329. *En un sistema de telefonía celular, se sabe que el tiempo promedio de duración de una llamada es de 2 minutos, con una desviación estándar de 0.5 minutos. ¿Cuál es la probabilidad de que una llamada dure menos de 1 minuto?*

330. *Se tiene un servidor de correo que recibe un promedio de 20 correos por hora. ¿Cuál es la probabilidad de que en un intervalo de 10 minutos lleguen menos de 4 correos?*

331. *En una red de computadoras, se sabe que el tiempo entre llegada de paquetes sigue una distribución exponencial con una tasa de llegada de 0.5 paquetes por segundo. ¿Cuál es la probabilidad de que no lleguen paquetes en un intervalo de 5 segundos?*

332. *El tiempo que tarda un servidor web en procesar una solicitud sigue una distribución exponencial con una media de 2 segundos. ¿Cuál es la probabilidad de que el servidor web tarde menos de 3 segundos en procesar una solicitud?*

333. *En una base de datos, se sabe que el tiempo que tarda en recuperarse un registro sigue una distribución exponencial con una media de 1.5 segundos. ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo de recuperación de un registro sea mayor a 2 segundos?*

334. *En un sistema de control de versiones, se sabe que el tiempo entre los commits de un desarrollador sigue una distribución exponencial con una tasa de 0.2 commits por hora. ¿Cuál es la probabilidad de que el desarrollador realice al menos 3 commits en una hora?*

335. *En un sistema de almacenamiento de archivos, se sabe que el tiempo que tarda en recuperarse un archivo sigue una distribución exponencial con una media de 2.5 segundos. ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo de recuperación de un archivo sea menor a 2 segundos?*

336. *En un sistema de procesamiento de transacciones, se sabe que el tiempo que tarda en procesarse una transacción sigue una distribución exponencial con una media de 4 segundos. Si se procesan 100 transacciones, ¿cuál es la probabilidad de que el tiempo total de procesamiento sea mayor a 450 segundos?*

337. *En un sistema de comunicaciones, se sabe que el tiempo entre llegada de mensajes sigue una distribución exponencial con una tasa de llegada de 0.1 mensajes por segundo. Si se reciben 10 mensajes en una hora, ¿cuál es la probabilidad de que el tiempo total entre llegada de mensajes sea menor a 30 segundos?*

338. *En una red de sensores, se sabe que el tiempo que tarda en llegar un mensaje desde un sensor hasta el servidor central sigue una distribución exponencial con una media de 5 segundos. ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo de llegada de un mensaje sea mayor a 8 segundos?*

339. *En un sistema de monitoreo de temperatura, se sabe que el tiempo que tarda en registrarse un cambio de temperatura sigue una distribución exponencial con una media de 0.5 segundos. ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo de registro sea menor a 1 segundo?*

340. *En una línea de producción, las piezas tienen un tiempo de vida útil que sigue una distribución exponencial con media de 100 horas. ¿Cuál es la probabilidad de que una pieza dure más de 150 horas?*

341. *Un fabricante de tarjetas electrónicas realiza pruebas para detectar fallas en las mismas. La probabilidad de que una tarjeta falle durante una prueba de 1 hora es de 0.02. ¿Cuál es la probabilidad de que una tarjeta no falle durante una prueba de 2 horas?*

342. En una empresa de telecomunicaciones, el tiempo de espera en la atención al cliente sigue una distribución exponencial con media de 5 minutos. ¿Cuál es la probabilidad de que un cliente espere más de 10 minutos?

343. En un taller mecánico, el tiempo de espera de un vehículo para ser atendido sigue una distribución exponencial con una tasa de 0.1 vehículos por hora. ¿Cuál es la probabilidad de que un vehículo espere más de 30 minutos?

344. Un servidor de correo electrónico tiene una tasa de llegada de 5 correos por minuto. ¿Cuál es la probabilidad de que no llegue ningún correo en un intervalo de 10 segundos?

345. En un centro de llamadas, la cantidad de llamadas que llegan por hora sigue una distribución de Poisson con una media de 20 llamadas por hora. ¿Cuál es la probabilidad de que lleguen menos de 15 llamadas en una hora?

346. En una red de telecomunicaciones, la tasa de llegada de paquetes de datos es de 2 paquetes por segundo. ¿Cuál es la probabilidad de que lleguen más de 3 paquetes en un intervalo de 2 segundos?

347. El tiempo de respuesta de un servidor web sigue una distribución exponencial con media de 0.5 segundos. ¿Cuál es la probabilidad de que un usuario tenga que esperar más de 1 segundo para recibir una respuesta del servidor?

348. En una red de sensores inalámbricos, el tiempo que tarda un paquete de datos en llegar de un sensor a otro sigue una distribución exponencial con una media de 2 segundos. ¿Cuál es la probabilidad de que un paquete tarde menos de 1 segundo en llegar a su destino?

349. En una red de distribución eléctrica, el tiempo entre las fallas de los transformadores sigue una distribución exponencial con una media de 5 años. ¿Cuál es la probabilidad de que un transformador falle en menos de 2 años?

350. La tasa de llegada de solicitudes de servicio técnico en un centro de soporte informático es de 10 solicitudes por hora. Si se supone que el tiempo entre las solicitudes sigue una distribución exponencial, ¿cuál es la probabilidad de que haya al menos 15 minutos entre dos solicitudes consecutivas?

351. Se sabe que el tiempo de vida de un componente electrónico sigue una distribución exponencial con una tasa de fallos de 0.05 por mes. ¿Cuál es la probabilidad de que el componente dure más de 6 meses?

352. En una planta química, se ha observado que la tasa de fallos de una válvula de seguridad sigue una distribución exponencial con una tasa de fallos de 0.01 por día. ¿Cuál es la probabilidad de que la válvula no falle en los primeros 30 días?

353. La tasa de llegada de paquetes en una red de comunicaciones sigue una distribución exponencial con una media de 10 paquetes por segundo. ¿Cuál es la probabilidad de que no llegue ningún paquete en los primeros 2 segundos?

354. En un sistema de almacenamiento de datos, el tiempo entre los errores de lectura sigue una distribución exponencial con una media de 5 horas. ¿Cuál es la probabilidad de que el sistema falle en menos de 2 horas?

355. En una red de telecomunicaciones, el tiempo que tarda un paquete en ser transmitido desde un nodo a otro sigue una distribución exponencial con una media de 0.1 segundos. ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo de transmisión sea mayor de 0.2 segundos?

356. Se sabe que la tasa de llegada de vehículos en un peaje sigue una distribución exponencial con una media de 5 vehículos por minuto. ¿Cuál es la probabilidad de que no llegue ningún vehículo en los primeros 20 segundos?

357. En una fábrica de componentes electrónicos, se sabe que el tiempo de espera entre la falla de dos máquinas sigue una distribución exponencial con una media de 4 horas. ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo de espera sea menor de 1 hora?

358. La vida útil de una batería sigue una distribución exponencial con una media de 5 años. ¿Cuál es la probabilidad de que una batería dure más de 7 años?

359. El tiempo que tarda un técnico en reparar una máquina sigue una distribución exponencial con una tasa de 0.05 reparaciones por hora. ¿Cuál es la probabilidad de que la reparación de una máquina tome menos de 2 horas?

360. La cantidad de tiempo que un dispositivo electrónico puede funcionar con una batería sigue una distribución exponencial con una media de 24 horas. ¿Cuál es la probabilidad de que un dispositivo electrónico funcione por más de 30 horas sin cambiar la batería?

361. El tiempo de llegada de un cliente a un establecimiento sigue una distribución exponencial con una tasa de llegada de 4 clientes por hora. ¿Cuál es la probabilidad de que lleguen más de 2 clientes en un período de 30 minutos?

362. El tiempo que tarda una máquina en fallar sigue una distribución exponencial con una media de 1000 horas. ¿Cuál es la probabilidad de que la máquina falle antes de las 500 horas?

363. La cantidad de tiempo que una persona necesita para completar una tarea sigue una distribución exponencial con una media de 30 minutos. ¿Cuál es la probabilidad de que una persona necesite menos de 20 minutos para completar la tarea?

364. El tiempo de espera en una cola sigue una distribución exponencial con una tasa de servicio de 5 clientes por hora. Si la tasa de llegada es de 4 clientes por hora, ¿cuál es la probabilidad de que no haya clientes en espera?

365. La cantidad de tiempo que un jugador tarda en completar un nivel en un videojuego sigue una distribución exponencial con una media de 2 minutos. ¿Cuál es la probabilidad de que el jugador tarde más de 5 minutos en completar el nivel?

366. *El tiempo de respuesta de un servidor web sigue una distribución exponencial con una tasa de 0.2 respuestas por segundo. ¿Cuál es la probabilidad de que el servidor responda en menos de 3 segundos?*

367. *El tiempo que tarda una persona en llegar a una estación de tren sigue una distribución exponencial con una media de 20 minutos. Si una persona tiene que tomar un tren que sale en 30 minutos, ¿cuál es la probabilidad de que llegue a tiempo?*

368. *El tiempo que tarda un coche en recorrer una distancia de 100 km en una carretera sigue una distribución exponencial con una media de 2 horas. ¿Cuál es la probabilidad de que el coche tarde menos de 1 hora y media?*

369. *Se sabe que el tiempo que tarda un técnico en reparar un electrodoméstico sigue una distribución exponencial con una tasa de 0.05. ¿Cuál es la probabilidad de que el técnico repare el electrodoméstico en menos de 20 minutos?*

370. *Una empresa de mensajería sabe que el tiempo que tarda en entregar un paquete sigue una distribución exponencial con una tasa de 0.1. Si se tienen que entregar 100 paquetes, ¿cuál es la probabilidad de que la empresa tarde menos de 30 minutos en entregar cada paquete?*

371. *Se sabe que el tiempo que tarda en atenderse un cliente en una tienda sigue una distribución exponencial con una tasa de 0.2. ¿Cuál es la probabilidad de que un cliente espere más de 10 minutos para ser atendido?*

372. *Un fabricante de baterías sabe que la duración de sus baterías sigue una distribución exponencial con una tasa de 0.01. Si se venden 500 baterías, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 10 de ellas duren más de 100 horas?*

373. *Un vendedor de autos usados sabe que la cantidad de tiempo que tarda en vender un auto sigue una distribución exponencial con una tasa de 0.1. Si tiene 20 autos en venta, ¿cuál es la probabilidad de que tarde más de 5 horas en venderlos todos?*

374. *Se sabe que la cantidad de tiempo que tarda una persona en caminar desde su casa hasta la estación de tren sigue una distribución exponencial con una tasa de 0.05. Si la distancia es de 1 kilómetro, ¿cuál es la probabilidad de que la persona tarde menos de 20 minutos en llegar a la estación?*

375. *Un banco sabe que la cantidad de tiempo que tarda un cliente en realizar una transacción sigue una distribución exponencial con una tasa de 0.15. Si se tienen que atender a 50 clientes, ¿cuál es la probabilidad de que el banco tarde menos de 2 horas en atenderlos a todos?*

376. *Se sabe que la cantidad de tiempo que tarda en fallar un equipo electrónico sigue una distribución exponencial con una tasa de 0.02. Si se tienen 100 equipos en operación, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 5 fallen en menos de 50 horas?*

377. *Un restaurante sabe que la cantidad de tiempo que tarda un cliente en terminar de comer sigue una distribución exponencial con una tasa de 0.2. Si se tienen 30 mesas,*

¿cuál es la probabilidad de que al menos 5 de ellas estén desocupadas en menos de 1 hora?

378. *Un servidor web sabe que la cantidad de tiempo que tarda en procesar una solicitud sigue una distribución exponencial con una tasa de 0.05. Si recibe 100 solicitudes, ¿cuál es la probabilidad de que tarde menos de 10 minutos en procesar cada una?*

379. *La duración de cierta tarea sigue una distribución Gamma con parámetros* $\alpha = 4$ *y* $\beta = 5$*. Encuentra la probabilidad de que la tarea dure más de 25 unidades de tiempo.*

380. *La vida útil de una bombilla sigue una distribución Gamma con parámetros* $\alpha = 2$ *y* $\beta = 1000$ *horas. ¿Cuál es la probabilidad de que la bombilla dure más de 500 horas?*

381. *Un sistema de software necesita procesar un gran número de transacciones diariamente. El tiempo que tarda en procesar cada transacción sigue una distribución Gamma con parámetros* $\alpha = 3$ *y* $\beta = 0{,}5$ *segundos. Si el sistema procesa 1000 transacciones al día, ¿cuál es la probabilidad de que el tiempo total de procesamiento sea menor a 500 segundos?*

382. *Un servidor de base de datos registra el tiempo que tarda en responder a una consulta. Se ha observado que el tiempo sigue una distribución Gamma con parámetros* $\alpha = 2$ *y* $\beta = 0{,}1$ *segundos. Si el tiempo de respuesta debe ser menor a 0.5 segundos, ¿cuál es la probabilidad de que una consulta aleatoria cumpla con este requisito?*

383. *La cantidad de memoria requerida para procesar una imagen digital sigue una distribución Gamma con parámetros* $\alpha = 3$ *y* $\beta = 0{,}5$ *GB. Si la memoria disponible en un sistema es de 2 GB, ¿cuál es la probabilidad de que el sistema sea capaz de procesar una imagen sin necesidad de expandir su memoria?*

384. *Un sistema de seguridad de una empresa detecta ataques informáticos en tiempo real. El tiempo que tarda en detectar un ataque sigue una distribución Gamma con parámetros* $\alpha = 2$ *y* $\beta = 10$ *segundos. Si se espera que el sistema detecte un ataque en menos de 30 segundos, ¿cuál es la probabilidad de que esto suceda?*

385. *La cantidad de solicitudes de servicio técnico que recibe una empresa sigue una distribución Gamma con parámetros* $\alpha = 5$ *y* $\beta = 0{,}2$ *por hora. Si la empresa desea atender al menos el 80 % de las solicitudes, ¿cuál es el número mínimo de técnicos que debería contratar?*

386. *La cantidad de tareas pendientes de un desarrollador sigue una distribución Gamma con parámetros* $\alpha = 3$ *y* $\beta = 5$*. Si el desarrollador puede trabajar durante 8 horas al día y se espera que al menos el 95 % de las tareas pendientes sean completadas, ¿cuántas tareas pendientes puede tener como máximo?*

387. *El tiempo que tarda en descargar un archivo desde internet sigue una distribución Gamma con parámetros* $\alpha = 4$ *y* $\beta = 2$ *minutos. Si se desea descargar un archivo de 100 MB en menos de 10 minutos, ¿cuál es la probabilidad de que esto suceda?*

388. *La duración de las llamadas de una compañía telefónica sigue una distribución Gamma con media 5 minutos y desviación estándar 2 minutos. ¿Cuál es la probabilidad de que una llamada dure más de 10 minutos?*

389. *En un sistema de transmisión de datos, el tiempo de espera antes de recibir una señal sigue una distribución Gamma con parámetros* $k = 2$ *y* $\beta = 5$ *ms. Si el sistema está diseñado para aceptar señales que lleguen en menos de 10 ms, ¿cuál es la probabilidad de que se acepte una señal aleatoria?*

390. *El tiempo de vida de un componente en un sistema de comunicaciones sigue una distribución Gamma con media 20,000 horas y desviación estándar 4,000 horas. ¿Cuál es la probabilidad de que un componente dure más de 25,000 horas?*

391. *Se sabe que el tiempo que un transmisor de radio está activo sigue una distribución Gamma con parámetros* $k = 3$ *y* $\beta = 2$ *horas. ¿Cuál es la probabilidad de que el transmisor esté activo más de 4 horas en un día?*

392. *En un sistema de telefonía móvil, el tiempo de espera antes de que un usuario reciba una respuesta a su llamada sigue una distribución Gamma con parámetros* $k = 1{,}5$ *y* $\beta = 3$ *segundos. Si se desea que el tiempo de espera sea menor que 5 segundos en el 95 % de los casos, ¿cuál debe ser la capacidad del sistema?*

393. *En una red de comunicaciones, el tiempo entre llegadas de paquetes sigue una distribución Gamma con media 1 segundo y desviación estándar 0.2 segundos. ¿Cuál es la probabilidad de que dos paquetes lleguen en un intervalo de 1.5 segundos?*

394. *El tiempo que tarda un servidor web en procesar una solicitud sigue una distribución Gamma con parámetros* $k = 2$ *y* $\beta = 10$ *segundos. ¿Cuál es la probabilidad de que una solicitud sea procesada en menos de 15 segundos?*

395. *La duración de las interrupciones de servicio en una red de comunicaciones sigue una distribución Gamma con media 30 minutos y desviación estándar 10 minutos. Si se desea que la interrupción dure menos de 45 minutos en el 90 % de los casos, ¿cuál debe ser la capacidad de la red?*

396. *En un sistema de transmisión de video, el tiempo entre interrupciones sigue una distribución Gamma con parámetros* $k = 3$ *y* $\beta = 5$ *minutos. ¿Cuál es la probabilidad de que no haya interrupciones en un período de 15 minutos?*

397. *Se sabe que el tiempo de vida en horas de cierto tipo de disco duro sigue una distribución Gamma con una media de 10.5 horas y una desviación estándar de 3 horas. ¿Cuál es la probabilidad de que un disco duro dure más de 15 horas?*

398. *La cantidad de tiempo en horas que un usuario pasa en cierta página web sigue una distribución Gamma con una tasa de* $0{,}2$ *horas por sesión y un parámetro de forma de* 4*. ¿Cuál es la probabilidad de que un usuario pase menos de 1 hora en la página web en una sesión?*

399. *El tiempo de espera en minutos en una línea de soporte técnico sigue una distribución Gamma con una tasa de* $0{,}25$ *minutos por llamada y un parámetro de forma de* 2. *Si un usuario llama al soporte técnico 5 veces, ¿cuál es la probabilidad de que espere más de 3 minutos en al menos una de las llamadas?*

400. *Se sabe que la cantidad de tiempo en horas que tarda en completarse una tarea en cierto programa de computadora sigue una distribución Gamma con una tasa de* $0{,}5$ *horas por tarea y un parámetro de forma de* 6. *¿Cuál es la probabilidad de que una tarea tome más de 3 horas en completarse?*

401. *El tiempo de vida en horas de cierta batería de laptop sigue una distribución Gamma con una tasa de fallo de* $0{,}01$ *horas*$^{-1}$ *y un parámetro de forma de* 3. *¿Cuál es la probabilidad de que una batería dure más de 300 horas?*

402. *Se sabe que el número de fallos en un sistema de software sigue una distribución Gamma con una tasa de* $0{,}1$ *fallos por hora y un parámetro de forma de* 5. *¿Cuál es la probabilidad de que el sistema experimente al menos 3 fallos en un período de 10 horas?*

403. *El tiempo de descarga en minutos de un archivo sigue una distribución Gamma con una tasa de descarga de* $0{,}25$ *minutos por MB y un parámetro de forma de* 2. *Si el archivo tiene un tamaño de 10 MB, ¿cuál es la probabilidad de que la descarga tome menos de 2 minutos?*

404. *La cantidad de tiempo en horas que tarda en completarse una tarea en cierto proyecto de software sigue una distribución Gamma con una tasa de* $0{,}2$ *horas por tarea y un parámetro de forma de* 3. *Si el proyecto consiste en 5 tareas, ¿cuál es la probabilidad de que el proyecto tome más de 2 horas en completarse?*

405. *Se sabe que el número de solicitudes de cierto sitio web sigue una distribución Gamma con una tasa de* $0{,}1$ *solicitudes por segundo y un parámetro de forma de* 4. *¿Cuál es la probabilidad de que el sitio web experimente más de 100 solicitudes en un período de 5 segundos?*

406. *Una empresa tiene un proceso de producción de piezas metálicas. El tiempo que tarda en fallar una pieza sigue una distribución Gamma con parámetros* $\alpha = 3$ *y* $\beta = 2$. *Si la empresa produce 1000 piezas, ¿cuántas de ellas fallarán antes de 4 horas?*

407. *Se ha estudiado el tiempo de vida de una bombilla de cierta marca. Se ha encontrado que el tiempo de vida sigue una distribución Gamma con parámetros* $\alpha = 2$ *y* $\beta = 1000$ *horas. ¿Cuál es la probabilidad de que una bombilla dure entre 700 y 800 horas?*

408. *Un proveedor suministra piezas a una empresa. El tiempo que tarda el proveedor en enviar un lote de piezas sigue una distribución Gamma con parámetros* $\alpha = 5$ *y* $\beta = 3$ *días. Si la empresa necesita recibir un lote en un máximo de 10 días, ¿cuál es la probabilidad de que el proveedor cumpla con el plazo?*

409. *Se sabe que el tiempo de espera en una cola de banco sigue una distribución Gamma con parámetros* $\alpha = 4$ *y* $\beta = 10$ *minutos. ¿Cuál es la probabilidad de que un cliente tenga que esperar más de 20 minutos en la cola?*

410. El tiempo que tarda un operario en realizar una tarea sigue una distribución Gamma con parámetros $\alpha = 3$ *y* $\beta = 5$ *horas. Si se necesita que la tarea se realice en un máximo de 12 horas, ¿cuál es la probabilidad de que el operario termine a tiempo?*

411. Se ha estudiado el tiempo que tarda un camión en recorrer una distancia. Se ha encontrado que el tiempo sigue una distribución Gamma con parámetros $\alpha = 2$ *y* $\beta = 8$ *horas. Si se necesita que el camión llegue a su destino en un máximo de 16 horas, ¿cuál es la probabilidad de que llegue a tiempo?*

412. Una fábrica produce un tipo de producto que tiene una vida útil de 5 años. La vida útil sigue una distribución Gamma con parámetros $\alpha = 3$ *y* $\beta = 2$ *años. Si la fábrica vende 500 unidades, ¿cuántas de ellas fallarán antes de los 3 años?*

413. En un centro de distribución de paquetes, el tiempo que tarda un paquete en ser procesado sigue una distribución Gamma con parámetros $\alpha = 4$ *y* $\beta = 2$ *horas. Si se necesita que el paquete sea procesado en un máximo de 8 horas, ¿cuál es la probabilidad de que sea procesado a tiempo?*

414. En un taller de reparación de vehículos, el tiempo que tarda en ser reparado un vehículo sigue una distribución Gamma con parámetros $\alpha = 3$ *y* $\beta = 6$ *días. Si se necesita que el vehículo sea reparado en un máximo de 10 días, ¿cuál es la probabilidad de que sea reparado a tiempo?*

415. El tiempo de espera para recibir una llamada telefónica en una línea de soporte técnico sigue una distribución Gamma con una tasa de llegada de $0{,}05$ *llamadas por minuto y una forma de* 2*. Si un agente de soporte tarda en promedio 10 minutos en resolver una llamada, ¿cuál es el tiempo promedio que un cliente tiene que esperar antes de ser atendido?*

416. La vida útil de una batería de un dispositivo electrónico sigue una distribución Gamma con una tasa de fallos de $0{,}001$ *por hora y una forma de* 3*. ¿Cuál es la probabilidad de que una batería dure al menos 500 horas?*

417. El tiempo que tarda una máquina en completar una tarea sigue una distribución Gamma con una tasa de producción de $0{,}1$ *tareas por hora y una forma de* 5*. ¿Cuál es la probabilidad de que la máquina complete al menos 3 tareas en un período de 8 horas?*

418. El número de bacterias que se reproducen en un cultivo en una hora sigue una distribución Gamma con una tasa de crecimiento de $0{,}05$ *bacterias por minuto y una forma de* 4*. ¿Cuál es la probabilidad de que haya menos de 10 bacterias en el cultivo después de una hora?*

419. El tiempo que tarda un sistema en fallar sigue una distribución Gamma con una tasa de fallos de $0{,}002$ *por hora y una forma de* 6*. ¿Cuál es la probabilidad de que el sistema falle antes de las 100 horas de uso?*

420. El tiempo que tarda un cliente en ser atendido en un servicio de atención al cliente sigue una distribución Gamma con una tasa de llegada de $0{,}1$ *clientes por minuto y* *una forma de* 2*. Si un agente tarda en promedio 5 minutos en atender a un cliente, ¿cuál es el tiempo promedio que un cliente tiene que esperar?*

421. El tiempo que tarda un sistema de producción en producir una unidad sigue una distribución Gamma con una tasa de 0,5 *unidades por hora y una forma de* 3*. Si se necesitan 10 unidades, ¿cuál es el tiempo esperado para que se completen?*

422. La cantidad de agua que fluye a través de un sistema de tuberías sigue una distribución Gamma con una tasa de flujo de 0,01 *galones por minuto y una forma de* 5*. Si se requieren al menos 50 galones de agua para llenar un tanque, ¿cuál es la probabilidad de que el llenado del tanque tome menos de 8 horas?*

423. El tiempo que tarda un servidor en procesar una solicitud sigue una distribución Gamma con una tasa de procesamiento de 0,2 *solicitudes por minuto y una forma de* 4*. Si se reciben 100 solicitudes, ¿cuál es el tiempo esperado para procesarlas todas?*

424. La duración de una tarea de programación se distribuye Beta con parámetros $\alpha = 2$ *y* $\beta = 4$*. ¿Cuál es la probabilidad de que la tarea dure menos de 3 horas?*

425. El tiempo que tarda un servidor en procesar una solicitud se distribuye Beta con parámetros $\alpha = 5$ *y* $\beta = 2$*. ¿Cuál es la probabilidad de que una solicitud tarde entre 4 y 6 horas en ser procesada?*

426. La probabilidad de que un módulo de software sea defectuoso se distribuye Beta con parámetros $\alpha = 3$ *y* $\beta = 8$*. Si se selecciona un módulo al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea defectuoso?*

427. El tiempo que tarda un sistema de procesamiento de datos en recuperarse de una falla se distribuye Beta con parámetros $\alpha = 2$ *y* $\beta = 5$*. ¿Cuál es la probabilidad de que el sistema se recupere en menos de 4 horas?*

428. La proporción de usuarios de una aplicación de software que la recomiendan se distribuye Beta con parámetros $\alpha = 10$ *y* $\beta = 3$*. Si se encuesta a 100 usuarios al azar, ¿cuál es la probabilidad de que al menos el 80 % recomienden la aplicación?*

429. El número de errores de programación en una línea de código se distribuye Beta con parámetros $\alpha = 3$ *y* $\beta = 3$*. ¿Cuál es la probabilidad de que una línea de código tenga más de 2 errores?*

430. La proporción de correos electrónicos que llegan a la carpeta de spam se distribuye Beta con parámetros $\alpha = 2$ *y* $\beta = 7$*. Si se envían 500 correos electrónicos al azar, ¿cuál es la probabilidad de que al menos el 10 % lleguen a la carpeta de spam?*

431. El tiempo que tarda un programa de compresión de archivos en comprimir un archivo se distribuye Beta con parámetros $\alpha = 6$ *y* $\beta = 4$*. Si se comprime un archivo de 500 MB, ¿cuál es la probabilidad de que el proceso tarde más de 2 horas?*

432. *La proporción de transacciones fallidas en un sistema de pagos en línea se distribuye Beta con parámetros $\alpha = 4$ y $\beta = 6$. Si se realizan 100 transacciones al azar, ¿cuál es la probabilidad de que haya menos de 10 transacciones fallidas?*

433. *Se sabe que la tasa de error de transmisión en un canal de comunicación sigue una distribución Beta con parámetros $\alpha = 2$ y $\beta = 5$. Si se desea tener una probabilidad del 95 % de que la tasa de error sea menor a 0,01, ¿cuál debe ser el valor del parámetro de escala?*

434. *Un equipo de telecomunicaciones tiene una tasa de fallas que sigue una distribución Beta con parámetros $\alpha = 3$ y $\beta = 2$. Si se desea calcular la probabilidad de que el equipo falle entre las 500 y 1000 horas de operación, ¿cuál es el valor de la probabilidad?*

435. *Se sabe que la probabilidad de que un sistema de telecomunicaciones falle en el primer año de uso es del 5 %, y que la tasa de fallas sigue una distribución Beta con parámetros $\alpha = 2$ y $\beta = 8$. ¿Cuál es la probabilidad de que el sistema falle en el primer mes de uso?*

436. *Se sabe que el tiempo que tarda un mensaje en ser transmitido a través de una red de telecomunicaciones sigue una distribución Beta con parámetros $\alpha = 4$ y $\beta = 3$. Si se desea calcular la probabilidad de que el mensaje sea transmitido en menos de 5 segundos, ¿cuál es el valor de la probabilidad?*

437. *La duración de las llamadas telefónicas realizadas en un centro de atención al cliente sigue una distribución Beta con parámetros $\alpha = 5$ y $\beta = 4$. Si se desea calcular la probabilidad de que una llamada dure menos de 3 minutos, ¿cuál es el valor de la probabilidad?*

438. *Se sabe que el número de solicitudes de servicio de un proveedor de telecomunicaciones sigue una distribución Beta con parámetros $\alpha = 7$ y $\beta = 3$. Si se desea calcular la probabilidad de que se reciban menos de 10 solicitudes en un día determinado, ¿cuál es el valor de la probabilidad?*

439. *El ancho de banda de una conexión a Internet sigue una distribución Beta con parámetros $\alpha = 2$ y $\beta = 6$. Si se desea calcular el ancho de banda mínimo con una probabilidad del 90 %, ¿cuál debe ser el valor del parámetro de escala?*

440. *Se sabe que el tiempo de espera en una cola de atención al cliente sigue una distribución Beta con parámetros $\alpha = 4$ y $\beta = 4$. Si se desea calcular el tiempo máximo de espera con una probabilidad del 95 %, ¿cuál es el valor del tiempo máximo de espera?*

441. *Se sabe que la tasa de bits de una conexión de red sigue una distribución Beta con parámetros $\alpha = 6$ y $\beta = 4$. Si se desea calcular la probabilidad de que la tasa de bits sea mayor a 10 Mbps, ¿cuál es el valor de la probabilidad?*

442. *En un estudio sobre el rendimiento de un software de reconocimiento de voz, se obtuvo una tasa de acierto del 85 %. Si se realizan 100 pruebas, ¿cuál es la probabilidad de que se acierten entre 80 y 90 pruebas?*

443. *Un equipo de desarrollo de software trabaja en la corrección de errores de un programa. Se sabe que el tiempo que tardan en solucionar un error sigue una distribución Beta con parámetros $\alpha = 4$ y $\beta = 2$. ¿Cuál es la probabilidad de que un error se solucione en menos de 6 horas?*

444. *En un estudio sobre el tiempo de respuesta de un sistema de detección de intrusiones en una red de telecomunicaciones, se obtuvo que el tiempo de respuesta sigue una distribución Beta con parámetros $\alpha = 3$ y $\beta = 2$. ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo de respuesta sea mayor a 5 segundos?*

445. *En un experimento sobre la eficacia de una técnica de compresión de datos, se obtuvo que el porcentaje de reducción de tamaño de los archivos sigue una distribución Beta con parámetros $\alpha = 2$ y $\beta = 5$. Si se comprimen 20 archivos, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 16 de ellos tengan una reducción de tamaño menor al 60 %?*

446. *Un equipo de desarrollo de software trabaja en la implementación de un nuevo algoritmo de búsqueda. Se sabe que el tiempo que tarda en encontrar un resultado sigue una distribución Beta con parámetros $\alpha = 3$ y $\beta = 3$. Si se espera que el tiempo promedio de búsqueda sea de 10 segundos, ¿cuál es la probabilidad de que el tiempo de búsqueda sea mayor a 15 segundos?*

447. *En un estudio sobre la tasa de éxito de un sistema de reconocimiento de patrones, se obtuvo que la tasa de éxito sigue una distribución Beta con parámetros $\alpha = 5$ y $\beta = 3$. Si se realizan 50 pruebas, ¿cuál es la probabilidad de que se acierten menos de 30 pruebas?*

448. *En una evaluación sobre la calidad de imagen de una cámara de video, se obtuvo que el porcentaje de píxeles defectuosos sigue una distribución Beta con parámetros $\alpha = 2$ y $\beta = 3$. Si la cámara tiene un total de 1 millón de píxeles, ¿cuál es la probabilidad de que haya más de 50,000 píxeles defectuosos?*

449. *En un estudio sobre la velocidad de transmisión de datos en una red de telecomunicaciones, se obtuvo que la velocidad de transmisión sigue una distribución Beta con parámetros $\alpha = 4$ y $\beta = 4$. Si se espera que la velocidad promedio de transmisión sea de 50 Mbps, ¿cuál es la probabilidad de que la velocidad de transmisión sea menor a 40 Mbps?*

450. *En un experimento sobre la eficacia de un algoritmo de clasificación de datos, se obtuvo que la tasa de éxito sigue una distribución Beta con parámetros $\alpha = 3$ y $\beta = 4$. Si se realizan 200 pruebas, ¿cuál es la probabilidad de que se acierten al menos 160 pruebas?*

451. *Se ha observado que la duración de un proceso industrial sigue una distribución Beta con parámetros $\alpha = 2$ y $\beta = 5$. Si se desea conocer la probabilidad de que el proceso dure menos de 3 horas, ¿cuál es el valor de la función de distribución en ese punto?*

452. *Una compañía que produce componentes electrónicos estima que la tasa de defectos sigue una distribución Beta con parámetros $\alpha = 8$ y $\beta = 24$. ¿Cuál es la probabili-*

dad de que un componente elegido al azar presente un defecto entre los primeros 5 producidos?

453. *Una planta de producción de alimentos ha instalado una máquina para envasar productos. Se ha estimado que la cantidad de producto envasado sigue una distribución Beta con parámetros* $\alpha = 3$ *y* $\beta = 7$*. Si se quiere envasar al menos 150 gramos de producto, ¿cuál es la probabilidad de que se necesiten más de 20 envases?*

454. *En una empresa de telecomunicaciones, se estima que el tiempo que tarda un técnico en reparar una falla sigue una distribución Beta con parámetros* $\alpha = 4$ *y* $\beta = 2$*. Si se desea conocer el tiempo en que se completa el 90 % de las reparaciones, ¿cuál es el valor del percentil 90?*

455. *En una fábrica de muebles, se estima que el tiempo de producción de una mesa sigue una distribución Beta con parámetros* $\alpha = 5$ *y* $\beta = 2$*. Si se quiere producir 100 mesas, ¿cuál es la probabilidad de que se necesiten más de 25 horas de producción?*

456. *Se ha observado que el número de errores de programación en un equipo de software sigue una distribución Beta con parámetros* $\alpha = 10$ *y* $\beta = 15$*. Si se desea conocer el número máximo de errores en el 95 % de los equipos, ¿cuál es el valor del percentil 95?*

457. *En una planta de producción de bebidas gaseosas, se estima que la cantidad de gas presente en una botella sigue una distribución Beta con parámetros* $\alpha = 2$ *y* $\beta = 5$*. Si se quiere llenar botellas con al menos 90 % de gas, ¿cuál es la probabilidad de que se necesiten más de 20 intentos?*

458. *En una compañía de transporte de carga, se estima que la capacidad de carga de un camión sigue una distribución Beta con parámetros* $\alpha = 4$ *y* $\beta = 3$*. Si se desea transportar una carga de 20 toneladas, ¿cuál es la probabilidad de que se necesiten al menos 7 camiones?*

459. *Se ha observado que el tiempo que tardan los empleados en completar un entrenamiento en línea sigue una distribución Beta con parámetros* $\alpha = 3$ *y* $\beta = 6$*. Si se desea conocer el tiempo en que se completa el 80 % de los entrenamientos, ¿cuál es el valor del percentil 80?*

460. *La cantidad de horas que tarda una empresa en reparar sus equipos electrónicos sigue una distribución Beta con un parámetro de forma* $\alpha = 2$ *y un parámetro de escala* $s = 5$*. ¿Cuál es la probabilidad de que la reparación de un equipo tome menos de 4 horas?*

461. *Se tiene una fábrica que produce un tipo de refresco. Se sabe que la cantidad de azúcar que contiene el refresco sigue una distribución Beta con un parámetro de forma* $\alpha = 3$ *y un parámetro de escala* $s = 5$*. Si se selecciona una botella al azar, ¿cuál es la probabilidad de que la cantidad de azúcar sea mayor a* $0{,}5$ *gramos?*

462. *La duración de la batería de un teléfono celular sigue una distribución Beta con un parámetro de forma* $\alpha = 5$ *y un parámetro de escala* $s = 10$*. Si se desea que la*

probabilidad de que la batería dure más de 8 horas sea de al menos el 90 %, ¿cuál debería ser el parámetro de forma?

463. *Se tiene una fábrica de chocolates que produce un tipo de chocolate con leche. Se sabe que la cantidad de leche utilizada sigue una distribución Beta con un parámetro de forma* $\alpha = 4$ *y un parámetro de escala* $s = 7$. *Si se desea que la probabilidad de que la cantidad de leche sea menor a 3 gramos sea de al menos el 80 %, ¿cuál debería ser el parámetro de escala?*

464. *Se sabe que la tasa de éxito de una aplicación móvil sigue una distribución Beta con un parámetro de forma* $\alpha = 6$ *y un parámetro de escala* $s = 8$. *Si se desea que la probabilidad de que la tasa de éxito esté entre 0.7 y 0.8 sea de al menos el 95 %, ¿cuál debería ser el parámetro de forma?*

465. *Se desea modelar la cantidad de visitas diarias a una página web de una empresa. Se sabe que la cantidad de visitas sigue una distribución Beta con un parámetro de forma* $\alpha = 3$ *y un parámetro de escala* $s = 4$. *Si se desea que la probabilidad de que la cantidad de visitas sea mayor a 50 sea de al menos el 90 %, ¿cuál debería ser el parámetro de escala?*

466. *La proporción de estudiantes de una universidad que aprueban un examen sigue una distribución Beta con un parámetro de forma* $\alpha = 5$ *y un parámetro de escala* $s = 6$. *Si se seleccionan al azar 100 estudiantes, ¿cuál es la probabilidad de que al menos el 60 % de ellos aprueben el examen?*

467. *Se desea modelar el tiempo que tarda una persona en completar una tarea en un software de procesamiento de datos. Se sabe que el tiempo sigue una distribución Beta con un parámetro de forma* $\alpha = 2$ *y un parámetro de escala* $s = 10$. *Si se desea que la probabilidad de que el tiempo sea menor a 5 segundos sea de al menos el 80 %, ¿cuál debería ser el parámetro de forma?*

468. *Se sabe que el tiempo que tarda un servidor en procesar una solicitud sigue una distribución Beta con parámetros* $a = 3$ *y* $b = 2$. *¿Cuál es la probabilidad de que un servidor procese una solicitud en menos de 4 segundos?*

469. *En una planta química, la calidad de un producto químico se mide mediante una variable* X *que sigue una distribución Beta con parámetros* $a = 5$ *y* $b = 3$. *¿Cuál es la probabilidad de que la calidad del producto esté entre* $0{,}6$ *y* $0{,}8$*?*

470. *La distribución Beta también se utiliza para modelar la probabilidad de éxito en un experimento binomial. Supongamos que la probabilidad de que un producto cumpla con las especificaciones es del 80 %. ¿Cuál es la distribución posterior de la probabilidad de éxito después de realizar un experimento con 10 productos y obtener 8 que cumplen con las especificaciones?*

471. *En un experimento de ingeniería, se midió la resistencia a la tensión de un material y se obtuvo que sigue una distribución Beta con parámetros* $a = 2$ *y* $b = 3$. *¿Cuál es la probabilidad de que la resistencia a la tensión sea mayor que* $0{,}7$*?*

472. *En una empresa de fabricación de componentes electrónicos, se sabe que el porcentaje de componentes defectuosos sigue una distribución Beta con parámetros* $a = 4$ *y* $b = 6$. *Si se selecciona un lote de 100 componentes al azar, ¿cuál es la probabilidad de que más del 10 % de los componentes sean defectuosos?*

473. *En un estudio de mercado, se midió el tiempo que tarda una persona en decidirse a comprar un producto después de ver un anuncio publicitario. Se obtuvo que el tiempo sigue una distribución Beta con parámetros* $a = 2$ *y* $b = 5$. *¿Cuál es la probabilidad de que una persona se decida a comprar el producto en menos de 5 minutos?*

474. *La distribución Beta también se utiliza en PERT (Program Evaluation and Review Technique). Supongamos que la duración de una tarea sigue una distribución Beta con parámetros* $a = 4$ *y* $b = 6$. *¿Cuál es la probabilidad de que la tarea se complete en menos de 8 días si se sabe que la duración esperada es de 10 días?*

475. *En un experimento de ingeniería, se midió la longitud de una varilla y se obtuvo que sigue una distribución Beta con parámetros* $a = 2$ *y* $b = 4$. *Si se requiere que la longitud de la varilla sea mayor que* 0,8, *¿cuál es la probabilidad de que la varilla tenga que ser rechazada?*

476. *En un estudio de fiabilidad de un sistema de comunicaciones, se midió la probabilidad de que el sistema falle en un cierto tiempo y se obtuvo que sigue una distribución Beta con parámetros* $a = 3$ *y* $b = 5$. *Si se requiere que la probabilidad de que el sistema falle en 10 años sea menor que* 0,1, *¿cuál es la probabilidad de que se cumpla con este requisito?*

477. *Un equipo de desarrollo de software ha medido el tiempo en minutos que tardan en solucionar un error en el código de su programa. Los datos tienen una distribución T-student con 20 grados de libertad y una media de 12 minutos. Si se quiere calcular el tiempo que tardarán en solucionar el siguiente error con un 95 % de confianza, ¿cuál es el intervalo de confianza?*

478. *Un equipo de desarrollo de software ha medido el tiempo en horas que tardan en completar un proyecto. Los datos tienen una distribución T-student con 12 grados de libertad y una media de 80 horas. Si se quiere estimar el tiempo que tardarán en completar el siguiente proyecto con un error máximo de 5 horas y un 90 % de confianza, ¿cuál es el tamaño mínimo de la muestra necesaria?*

479. *Se ha medido el rendimiento en segundos de un algoritmo de un software en 10 ejecuciones. Los datos tienen una distribución T-student con 9 grados de libertad y una media de 25 segundos. Si se quiere determinar si el rendimiento promedio del algoritmo es significativamente diferente de 30 segundos con un nivel de significancia del 5 %, ¿cuál es la región de rechazo?*

480. *Se ha medido el tiempo en segundos que tarda un programa en ejecutarse en diferentes computadoras. Los datos tienen una distribución T-student con 30 grados de libertad y una media de 50 segundos. Si se quiere calcular el intervalo de confianza para el tiempo promedio que tarda el programa en ejecutarse con un 99 % de confianza, ¿cuál es el intervalo de confianza?*

481. *Un equipo de desarrollo de software ha medido el tiempo que tardan en responder a un ticket de soporte técnico en minutos. Los datos tienen una distribución T-student con 15 grados de libertad y una media de 30 minutos. Si se quiere estimar el tiempo promedio que tardarán en responder a un ticket de soporte técnico con un error máximo de 5 minutos y un 95 % de confianza, ¿cuál es el tamaño mínimo de la muestra necesaria?*

482. *Se ha medido el tiempo en segundos que tarda un programa en ejecutarse en diferentes versiones del sistema operativo. Los datos tienen una distribución T-student con 8 grados de libertad y una media de 40 segundos. Si se quiere determinar si hay diferencias significativas en el tiempo de ejecución entre las diferentes versiones del sistema operativo con un nivel de significancia del 1 %, ¿cuál es la región de rechazo?*

483. *Un equipo de desarrollo de software ha medido la cantidad de errores en el código de su programa en diferentes versiones. Los datos tienen una distribución T-student con 18 grados de libertad y una media de 8 errores. Si se quiere calcular el intervalo de confianza para la cantidad promedio de errores en la siguiente versión con un 95 % de confianza, ¿cuál es el intervalo de confianza?*

484. *Un equipo de desarrollo de software ha medido el tiempo en horas que tardan en solucionar un error en el código de su programa. Los datos tienen una distribución T-student con 25 grados de libertad y una media de 10 horas. Si se quiere determinar si el tiempo promedio que tardan en solucionar un error ha disminuido*

485. *Se sabe que la altura de los estudiantes de una universidad sigue una distribución normal con media de 170 cm y desviación estándar de 7 cm. Se toma una muestra aleatoria de 30 estudiantes y se calcula la media. ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral sea mayor a 175 cm?*

486. *Se sabe que el tiempo que tarda una página web en cargarse sigue una distribución normal con media de 3 segundos y desviación estándar de 0.5 segundos. Se toma una muestra aleatoria de 25 tiempos y se calcula la media. ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral esté entre 2.8 y 3.2 segundos?*

487. *Se sabe que el rendimiento de un servidor sigue una distribución normal con media de 2500 operaciones por minuto y desviación estándar de 200 operaciones por minuto. Se toma una muestra aleatoria de 20 tiempos y se calcula la media. ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral sea menor a 2400 operaciones por minuto?*

488. *Se sabe que el tiempo que tarda un sistema en procesar una solicitud sigue una distribución normal con media de 10 segundos y desviación estándar de 1 segundo. Se toma una muestra aleatoria de 15 tiempos y se calcula la media. ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral sea mayor a 11 segundos?*

489. *Se sabe que el número de usuarios que acceden a una aplicación sigue una distribución normal con media de 5000 usuarios y desviación estándar de 1000 usuarios. Se toma una muestra aleatoria de 50 tiempos y se calcula la media. ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral esté entre 4800 y 5200 usuarios?*

490. *Se sabe que la cantidad de datos que se transfiere por segundo en una red sigue una distribución normal con media de 10 megabits por segundo y desviación estándar de 2 megabits por segundo. Se toma una muestra aleatoria de 10 tiempos y se calcula la media. ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral sea mayor a 11 megabits por segundo?*

491. *Se sabe que la tasa de errores de un sistema de detección sigue una distribución normal con media de 0.01 % y desviación estándar de 0.002 %. Se toma una muestra aleatoria de 100 tiempos y se calcula la media. ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral sea menor a 0.008 %?*

492. *Se sabe que la cantidad de memoria utilizada por un programa sigue una distribución normal con media de 500 megabytes y desviación estándar de 50 megabytes. Se toma una muestra aleatoria de 30 tiempos y se calcula la media. ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral esté entre 480 y 520 megabytes?*

493. *Se mide la duración de una llamada telefónica en minutos y se quiere determinar si la media poblacional de duración de llamada es igual a 5 minutos. Se toma una muestra de 10 llamadas y se obtiene una media muestral de 4.8 minutos y una desviación estándar muestral de 1.2 minutos. Determine el valor t-estadístico y realice la prueba de hipótesis con un nivel de significancia del 5 %.*

494. *Una empresa de telecomunicaciones desea evaluar el rendimiento de un nuevo algoritmo de compresión de voz. Se realiza una prueba de hipótesis para determinar si el nuevo algoritmo reduce significativamente el tamaño de los archivos de voz. Se toma una muestra de 20 archivos y se obtiene una media muestral de reducción del tamaño de 10KB y una desviación estándar muestral de 2KB. Si la media poblacional de reducción de tamaño se cree que es de 8KB, determine el valor t-estadístico y realice la prueba de hipótesis con un nivel de significancia del 1 %.*

495. *Un proveedor de servicios de internet desea evaluar la velocidad de carga de su red. Se toma una muestra de 15 mediciones de velocidad de carga y se obtiene una media muestral de 20Mbps y una desviación estándar muestral de 2Mbps. Si se sabe que la velocidad de carga poblacional tiene una distribución normal, determine el intervalo de confianza del 95 % para la media poblacional.*

496. *Se quiere determinar si el tiempo de respuesta de un servidor web es menor a 5 segundos. Se toma una muestra de 25 tiempos de respuesta y se obtiene una media muestral de 4.8 segundos y una desviación estándar muestral de 0.6 segundos. Si se sabe que el tiempo de respuesta poblacional tiene una distribución normal, determine el valor t-estadístico y realice la prueba de hipótesis con un nivel de significancia del 5 %.*

497. *Se quiere determinar si un nuevo protocolo de enrutamiento de redes mejora significativamente la eficiencia de la red. Se toma una muestra de 30 mediciones de la tasa de transferencia de datos y se obtiene una media muestral de 100Mbps y una desviación estándar muestral de 20Mbps. Si se sabe que la tasa de transferencia*

poblacional tiene una distribución normal, determine el valor t-estadístico y realice la prueba de hipótesis con un nivel de significancia del 1 %.

498. *Se quiere determinar si la calidad de la señal de un sistema de comunicaciones inalámbricas ha mejorado con la instalación de nuevas antenas. Se toma una muestra de 50 mediciones de la relación señal-ruido y se obtiene una media muestral de 25dB y una desviación estándar muestral de 5dB. Si se sabe que la relación señal-ruido poblacional tiene una distribución normal, determine el intervalo de confianza del 90 % para la media poblacional.*

499. *Un fabricante de piezas electrónicas está interesado en conocer la vida útil promedio de sus productos. Para esto, toma una muestra aleatoria de 25 piezas y determina que la vida útil promedio es de 1800 horas con una desviación estándar de 200 horas. Si se sabe que la vida útil de las piezas sigue una distribución normal, encuentre el intervalo de confianza del 95 % para la media de la vida útil de las piezas.*

500. *Se tiene un lote de 100 tornillos y se sabe que el diámetro de los mismos sigue una distribución normal con una media de 5 mm y una desviación estándar de 0.2 mm. Se selecciona una muestra aleatoria de 16 tornillos del lote y se mide el diámetro de cada uno de ellos. ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral se encuentre dentro del intervalo de confianza del 90 %?*

501. *Un fabricante de llantas está interesado en conocer la duración promedio de sus productos. Para esto, toma una muestra aleatoria de 50 llantas y determina que la duración promedio es de 50000 km con una desviación estándar de 3000 km. Si se sabe que la duración de las llantas sigue una distribución normal, ¿cuál es la probabilidad de que la media muestral difiera en menos de 500 km de la duración real de las llantas?*

502. *Un equipo de investigación está interesado en determinar si el tiempo de respuesta promedio de un sistema de comunicaciones es menor a 5 segundos. Se selecciona una muestra aleatoria de 20 tiempos de respuesta y se encuentra que la media muestral es de 4.8 segundos y la desviación estándar es de 0.6 segundos. Si se sabe que el tiempo de respuesta sigue una distribución normal, encuentre el intervalo de confianza del 99 % para la media del tiempo de respuesta.*

503. *Un fabricante de tarjetas de red desea conocer la tasa de errores promedio en sus productos. Se selecciona una muestra aleatoria de 30 tarjetas y se encuentra que la tasa de errores promedio es de 0.0015 con una desviación estándar de 0.0003. Si se sabe que la tasa de errores sigue una distribución normal, ¿cuál es la probabilidad de que la media muestral sea mayor a 0.002?*

504. *Se tiene una muestra aleatoria de 25 valores de una variable aleatoria que sigue una distribución t-student con 12 grados de libertad. Si se sabe que la media de la población es 10 y la desviación estándar es 2, encuentre el intervalo de confianza del 95 % para la media muestral.*

505. *En un proyecto de energía eólica, se midieron los tiempos de vida útil en horas de los generadores de dos proveedores diferentes. Los datos obtenidos para los generadores del proveedor A son: 3000, 2500, 2800, 3200, 3100, 2900, 2800 y 2700. Para los generadores del proveedor B se obtuvieron los siguientes datos: 2800, 2700, 2600, 3000, 2900 y 3100. Se desea comparar la vida útil promedio de los generadores de ambos proveedores, ¿cuál es la probabilidad de que la diferencia entre las medias sea menor o igual a 500 horas? Utilice un nivel de significancia del 5 %.*

506. *Un fabricante de paneles solares realiza pruebas de resistencia en una muestra de 25 paneles. Los resultados de estas pruebas se utilizan para estimar la vida útil promedio de los paneles. Se sabe que la vida útil de los paneles sigue una distribución normal con una desviación estándar de 3 años. Si se obtiene una muestra aleatoria de 25 paneles y se obtiene una vida útil promedio de 22 años, ¿cuál es la probabilidad de que la vida útil promedio real de los paneles sea mayor o igual a 23 años? Utilice un nivel de significancia del 1 %.*

507. *En un estudio sobre el consumo de energía en hogares, se midió el consumo de energía en kilovatios-hora (kWh) durante un mes en una muestra de 30 hogares. Los datos obtenidos se utilizaron para estimar la media del consumo de energía en todos los hogares de la ciudad. Se sabe que el consumo de energía sigue una distribución normal con una desviación estándar de 100 kWh. Si se obtiene una media muestral de 1200 kWh, ¿cuál es la probabilidad de que la media real del consumo de energía en todos los hogares sea mayor a 1250 kWh? Utilice un nivel de significancia del 5 %.*

508. *Un proveedor de baterías solares afirma que sus baterías duran en promedio 5 años. Para verificar esta afirmación, se realiza una prueba en una muestra aleatoria de 20 baterías. Se encuentra que la vida útil promedio de la muestra es de 4.7 aõs y la desviación estándar es de 0.8 aõs. ¿Existe suficiente evidencia para rechazar la afirmación del proveedor al nivel de significancia del 5 %?*

509. *Un estudio de calidad de energía en una planta de energía nuclear se llevó a cabo durante un mes. Se midió la cantidad de energía producida en megavatios-hora (MWh) por día. Los datos obtenidos se utilizaron para estimar la media del consumo de energía en la planta. Se sabe que la cantidad de energía producida sigue una distribución normal con una desviación estándar de 50 MWh. Si se obtiene una media muestral de 1000 MWh por día, ¿cuál es la probabilidad de que la media real del consumo de energía en la planta sea mayor a 1050 MWh por día? Utilice un nivel de significancia del 1 %.*

510. *En un proyecto de energía eólica, se midieron los tiempos de vida útil en horas de los generadores de dos proveedores diferentes. Los datos obtenidos para los generadores del proveedor A son: 3000, 2500, 2800, 3200, 3100, 2900, 2800 y 2700. Para los generadores del proveedor B se obtuvieron los siguientes datos: 2800, 2700, 2600, 3000, 2900 y 3100. Se desea comparar la vida útil promedio de los generadores de ambos proveedores, ¿cuál es la probabilidad de que la diferencia entre las medias sea menor o igual a 500 horas? Utilice un nivel de significancia del 5 %.*

511. Un fabricante de paneles solares realiza pruebas de resistencia en una muestra de 25 paneles. Los resultados de estas pruebas se utilizan para estimar la vida útil promedio de los paneles. Se sabe que la vida útil de los paneles sigue una distribución normal con una desviación estándar de 3 años. Si se obtiene una muestra aleatoria de 25 paneles y se obtiene una vida útil promedio de 22 aõs, ¿cuál es la probabilidad de que la vida útil promedio real de los paneles sea mayor o igual a 23 aõs? Utilice un nivel de significancia del 1 %.

512. En un estudio sobre el consumo de energía en hogares, se midió el consumo de energía en kilovatios-hora (kWh) durante un mes en una muestra de 30 hogares. Los datos obtenidos se utilizaron para estimar la media del consumo de energía en todos los hogares de la ciudad. Se sabe que el consumo de energía sigue una distribución normal con una desviación estándar de 100 kWh. Si se obtiene una media muestral de 1200 kWh, ¿cuál es la probabilidad de que la media real del consumo de energía en todos los hogares sea mayor a 1250 kWh? Utilice un nivel de significancia del 5 %.

513. Un proveedor de baterías solares afirma que sus baterías duran en promedio 5 años. Para verificar esta afirmación, se realiza una prueba en una muestra aleatoria de 20 baterías. Se encuentra que la vida útil promedio de la muestra es de 4.7 aõs y la desviación estándar es de 0.8 aõs. ¿Existe suficiente evidencia para rechazar la afirmación del proveedor al nivel de significancia del 5 %?

514. Un estudio de calidad de energía en una planta de energía nuclear se llevó a cabo durante un mes. Se midió la cantidad de energía producida en megavatios-hora (MWh) por día. Los datos obtenidos se utilizaron para estimar la media del consumo de energía en la planta. Se sabe que la cantidad de energía producida sigue una distribución normal con una desviación estándar de 50 MWh. Si se obtiene una media muestral de 1000 MWh por día, ¿cuál es la probabilidad de que la media real del consumo de energía en la planta sea mayor a 1050 MWh por día? Utilice un nivel de significancia del 1 %.

515. Se sabe que el tiempo que tarda una empresa en resolver un problema en su sistema informático sigue una distribución T-student con 15 grados de libertad y una media de 40 minutos. Si se desea saber la probabilidad de que un problema tome menos de 30 minutos en ser resuelto, ¿cuál es esa probabilidad?

516. Un investigador está analizando los datos de una muestra de 20 pacientes que han sido sometidos a un nuevo tratamiento médico. El investigador desea saber si el tratamiento reduce significativamente los niveles de una cierta proteína en sangre. Si la distribución de los niveles de proteína en sangre sigue una distribución T-student con 19 grados de libertad, ¿cuál es el valor crítico para un nivel de significancia del 5 %?

517. Se sabe que el número de personas que llegan a un centro comercial por hora sigue una distribución T-student con 25 grados de libertad y una media de 200 personas. Si se desea saber la probabilidad de que lleguen entre 190 y 210 personas en una hora, ¿cuál es esa probabilidad?

518. *Un ingeniero desea saber si hay diferencias significativas en la resistencia de dos materiales diferentes. Para ello, realiza un experimento con una muestra de 10 unidades de cada material y registra las resistencias. Si la distribución de las resistencias sigue una distribución T-student con 18 grados de libertad, ¿cuál es el intervalo de confianza del 95 % para la diferencia de las medias de las resistencias?*

519. *Se sabe que el tiempo que tarda un programa de computadora en ejecutarse sigue una distribución T-student con 30 grados de libertad y una media de 120 segundos. Si se desea saber el valor máximo de tiempo que se puede esperar para que el programa se ejecute en el 99 % de los casos, ¿cuál es ese valor máximo?*

520. *Una empresa desea saber si hay diferencias significativas en la cantidad de errores que cometen dos grupos de programadores de software diferentes. Para ello, realiza un experimento con una muestra de 12 programadores de cada grupo y registra la cantidad de errores cometidos en un día de trabajo. Si la distribución de los errores sigue una distribución T-student con 22 grados de libertad, ¿cuál es el valor p para la hipótesis nula de que no hay diferencias significativas en la cantidad de errores entre los dos grupos?*

521. *Se sabe que la cantidad de bytes que se transfieren por segundo en una red de comunicaciones sigue una distribución T-student con 35 grados de libertad y una media de 8000 bytes. Si se desea saber la probabilidad de que se transfieran más de 9000 bytes por segundo en una transferencia, ¿cuál es esa probabilidad?*

522. *Un ingeniero desea saber si hay diferencias significativas en la calidad de dos tipos de cable de red. Para ello, realiza un experimento con una muestra de 15 cables de cada tipo y registra la velocidad de transferencia de datos. Si la distribución de las velocidades de transferencia sigue una distribución T-student con 28 grados de libertad, ¿cuál es el intervalo de confianza del 90*

523. *Un desarrollador está probando el rendimiento de dos algoritmos diferentes de clasificación de datos. Se ejecutan cada algoritmo 10 veces y se registran los tiempos de ejecución en segundos. Se quiere determinar si hay una diferencia significativa en los tiempos de ejecución de los dos algoritmos. Calcule el estadístico de prueba y determine el p-valor utilizando la distribución χ^2 con 9 grados de libertad y un nivel de significancia del 5 %.*

524. *Un desarrollador de software está probando la eficiencia de un algoritmo de búsqueda en una base de datos. La hipótesis nula es que el tiempo de búsqueda sigue una distribución normal con una media de 3 segundos y una desviación estándar de 0.5 segundos. Se tomaron 25 muestras aleatorias y se obtuvo una media de 2.8 segundos y una desviación estándar de 0.4 segundos. ¿Se puede rechazar la hipótesis nula con un nivel de significancia del 1 %?*

525. *En una empresa de desarrollo de software se está evaluando el rendimiento de dos lenguajes de programación diferentes. Se toman dos muestras de 20 desarrolladores cada una y se les pide que completen la misma tarea en ambos lenguajes. Se registran los tiempos de completación en minutos y se quiere determinar si hay una diferencia*

significativa entre los dos lenguajes. ¿Cuál es el estadístico de prueba y el p-valor utilizando la distribución χ^2 con 19 grados de libertad y un nivel de significancia del 5 %?

526. *Un desarrollador está evaluando la estabilidad de una aplicación de software. Se realiza una prueba de estabilidad durante 30 días y se registra el número de errores que ocurren en la aplicación cada día. Se quiere determinar si la tasa de errores es constante o si hay algún patrón. Calcule el estadístico de prueba y determine el p-valor utilizando la distribución χ^2 con 29 grados de libertad y un nivel de significancia del 5 %.*

527. *Un equipo de desarrollo está investigando si el número de líneas de código de un proyecto de software sigue una distribución normal con una media de 500 y una desviación estándar de 50. Se toman 100 muestras aleatorias y se registra el número de líneas de código en cada muestra. ¿Cuál es el estadístico de prueba y el p-valor utilizando la distribución χ^2 con 99 grados de libertad y un nivel de significancia del 1 %?*

528. *Un equipo de desarrollo está investigando la eficacia de un algoritmo de compresión de archivos. Se tomaron 20 archivos diferentes y se comprimieron con el algoritmo. Se midió la tasa de compresión para cada archivo y se registró. Se quiere determinar si la tasa de compresión es consistente o si hay alguna variabilidad. ¿Cuál es el estadístico de prueba y el p-valor utilizando la distribución χ^2 con 19 grados de libertad y un nivel de significancia del 10 %?*

529. *Se desea conocer la distribución de frecuencia de los tiempos de respuesta de un servidor web. Se realizan 50 pruebas y se obtiene una media de 2.5 segundos y una varianza de 1.8 segundos. Calcule el estadístico χ^2 con un nivel de confianza del 95 %.*

530. *Se está investigando la calidad de una muestra de circuitos integrados. Se toma una muestra de 50 circuitos y se encuentra que 6 de ellos son defectuosos. ¿Es esta muestra consistente con la hipótesis de que el porcentaje de circuitos defectuosos en la población es del 10 %? Utilice un nivel de significancia del 5 %.*

531. *Se realiza un experimento en el que se mide la concentración de un compuesto en una muestra de aire. Se toman 15 mediciones y se obtiene una media de $0{,}035\, mg/m^3$ y una desviación estándar de $0{,}007\, mg/m^3$. ¿Es la varianza de la concentración de este compuesto igual a $0{,}0001\, mg^3/m^6$? Utilice un nivel de significancia del 1 %.*

532. *Se desea evaluar la precisión de una máquina expendedora de refrescos. Se toma una muestra de 20 botellas de refresco y se mide la cantidad de líquido en cada una. Se obtiene una media de 550 ml y una desviación estándar de 20 ml. ¿Es la varianza de la cantidad de líquido en las botellas mayor a $400\, ml^2$? Utilice un nivel de confianza del 90 %.*

533. *Un investigador desea evaluar si la varianza de los sueldos de los empleados de una empresa ha aumentado en el último año. Se toma una muestra aleatoria de 30*

empleados y se encuentra que la desviación estándar es de 2000 dólares. Si el año anterior la desviación estándar era de 1800 dólares, ¿es la varianza mayor en el último año? Utilice un nivel de significancia del 5 %.

534. *Se realiza una encuesta a 100 estudiantes de una universidad para determinar la cantidad de horas que dedican al estudio cada semana. Se encuentra que la desviación estándar de las respuestas es de 4 horas. ¿Es la varianza de la cantidad de horas de estudio igual a* $16\,horas^2$*? Utilice un nivel de significancia del 1 %.*

535. *Se desea evaluar si la varianza de la longitud de las raíces de una planta ha cambiado después de aplicar un nuevo fertilizante. Se toman dos muestras de 10 plantas cada una, una antes de aplicar el fertilizante y otra después. Si se encuentra que la varianza de la longitud de las raíces en la primera muestra es de* $2\,cm^2$ *y en la segunda muestra es de* $4\,cm^2$*, ¿ha aumentado la varianza? Utilice un nivel de confianza del 95 %.*

536. *Una compañía de telecomunicaciones quiere analizar la calidad de su señal de transmisión en distintas zonas. Se toman mediciones de la señal en 10 zonas diferentes y se desea comprobar si existe alguna variabilidad en la señal. Se decide hacer una prueba de hipótesis y se obtiene una* χ^2 *de 14.7 con 9 grados de libertad. ¿Qué conclusión se puede obtener al nivel de significancia del 5 %?*

537. *Un sistema de transmisión de datos está diseñado para transmitir a una tasa media de 500 bits por segundo (bps). Para evaluar su desempeño, se realizan mediciones de la tasa de transmisión en distintos momentos del día. Se obtiene una* χ^2 *de 8.4 con 6 grados de libertad. ¿Se puede concluir que el sistema está funcionando correctamente al nivel de significancia del 1 %?*

538. *Un equipo de investigación desea estudiar la relación entre la velocidad de transmisión de datos y el número de usuarios conectados a una red. Para ello, se realizan mediciones en 15 momentos diferentes con distintos números de usuarios conectados. Se obtiene una* χ^2 *de 26.5 con 14 grados de libertad. ¿Existe evidencia suficiente para afirmar que hay una relación entre ambas variables al nivel de significancia del 5 %?*

539. *En un estudio de calidad de servicio en una red de telecomunicaciones se miden los tiempos de respuesta de distintas aplicaciones en diferentes momentos del día. Se desea comprobar si existe alguna variabilidad en los tiempos de respuesta. Se obtiene una* χ^2 *de 15.9 con 8 grados de libertad. ¿Qué conclusión se puede obtener al nivel de significancia del 10 %?*

540. *Se desea estudiar el comportamiento de la duración de las llamadas telefónicas en una compañía de telecomunicaciones. Se toman muestras de la duración de las llamadas en distintos días de la semana y se obtiene una* χ^2 *de 12.3 con 7 grados de libertad. ¿Se puede concluir que existe alguna variabilidad en la duración de las llamadas al nivel de significancia del 5 %?*

541. *En una red de telecomunicaciones se desea estudiar la cantidad de paquetes perdidos en una transferencia de datos. Se realizan mediciones en 12 transferencias diferentes y se obtiene una* χ^2 *de 10.5 con 10 grados de libertad. ¿Se puede concluir que hay alguna variabilidad en la cantidad de paquetes perdidos al nivel de significancia del 2 %?*

542. *Se desea estudiar la tasa de errores en la transmisión de datos de una red de telecomunicaciones. Se toman muestras en distintos momentos del día y se obtiene una* χ^2 *de 18.6 con 12 grados de libertad. ¿Existe alguna variabilidad en la tasa de errores al nivel de significancia del 5 %?*

543. *Una compañía de software ha estado haciendo pruebas en su sistema de calidad para evaluar el tiempo de respuesta de las solicitudes. Después de recolectar datos de 20 pruebas, se encontró que la varianza muestral fue de 5 segundos. ¿Cuál es la distribución de probabilidad de la variable aleatoria que representa la varianza poblacional si se sabe que sigue una distribución* χ^2 *con 19 grados de libertad?*

544. *Una empresa de telecomunicaciones desea evaluar la eficiencia de su sistema de transmisión de datos. Para ello, realiza 15 pruebas y obtiene una desviación estándar muestral de 4.2 Mbps. Suponiendo que la velocidad de transmisión sigue una distribución normal, ¿cuál es la probabilidad de que la varianza poblacional de la velocidad de transmisión sea menor a* $14\,Mbps^2$*?*

545. *Un proveedor de servicios de Internet desea evaluar el desempeño de sus servidores en cuanto al tiempo de respuesta. Selecciona al azar 10 servidores y mide el tiempo de respuesta en milisegundos. Se encontró que la varianza muestral es de 36 ms. ¿Cuál es la distribución de probabilidad de la variable aleatoria que representa la varianza poblacional si se sabe que sigue una distribución* χ^2 *con 9 grados de libertad?*

546. *Se desea evaluar la variabilidad del ancho de banda de una red de comunicaciones. Se realiza una muestra de 25 mediciones y se encuentra que la desviación estándar muestral es de 8 Mbps. Si se sabe que la variable aleatoria que representa la varianza poblacional sigue una distribución* χ^2 *con 24 grados de libertad, ¿cuál es la probabilidad de que la varianza poblacional sea menor a* $90\,Mbps^2$*?*

547. *Un equipo de desarrolladores de software desea evaluar el tiempo de respuesta de un algoritmo de procesamiento de datos. Para ello, realiza 12 pruebas y obtiene una varianza muestral de 10 segundos. Suponiendo que el tiempo de respuesta sigue una distribución normal, ¿cuál es la probabilidad de que la desviación estándar poblacional sea mayor a 4 segundos?*

548. *Se ha medido el peso de 20 piezas producidas por una máquina. Si se sabe que la desviación estándar de los pesos es de 0.1 gramos, ¿cuál es el valor de la estadística* χ^2 *para el contraste de la hipótesis de que la varianza de los pesos es de 0.25 gramos?*

549. *Un fabricante de baterías de automóviles afirma que sus baterías tienen una duración media de 60 meses con una desviación estándar de 10 meses. Un usuario ha probado 20 baterías de este fabricante y ha obtenido una duración media de 55 meses. ¿Es*

posible rechazar la hipótesis de que la duración media es de 60 meses con un nivel de confianza del 95 %?

550. *Se ha medido el tiempo que tarda un empleado en realizar una tarea. Se ha tomado una muestra de 25 tiempos y se ha obtenido una varianza muestral de 36 minutos. Si se supone que los tiempos siguen una distribución normal, ¿cuál es el valor de la estadística* χ^2 *para contrastar la hipótesis de que la desviación estándar es de 5 minutos?*

551. *Un investigador desea comprobar si existe relación entre el nivel de educación y el salario de los trabajadores de una empresa. Se ha seleccionado una muestra aleatoria de 100 trabajadores y se ha registrado su nivel de educación (alto, medio o bajo) y su salario anual. ¿Cuál es el valor de la estadística* χ^2 *para comprobar si existe independencia entre estas variables?*

552. *Se ha medido la cantidad de energía que se consume en una fábrica en 30 días. Se ha obtenido una media muestral de 1000 kWh y una varianza muestral de 400 kWh. Si se supone que los consumos diarios siguen una distribución normal, ¿cuál es el valor de la estadística* χ^2 *para comprobar la hipótesis de que la varianza del consumo diario es de 300 kWh?*

553. *Se está investigando la duración de las baterías de 200 vehículos eléctricos. Se ha medido la duración en horas y se ha obtenido una media de 900 horas y una desviación estándar de 50 horas. ¿Cuál es la probabilidad de que la varianza de la duración de la batería sea menor o igual que 2,500 horas?*

554. *Se ha diseñado un modelo matemático para predecir el consumo de energía en una red eléctrica. Se sabe que la varianza del consumo de energía es de* $150\,kW^2$*. Si se toman muestras de tamaño 30 para validar el modelo, ¿cuál es la probabilidad de que la varianza muestral sea menor que* $100\,kW^2$*?*

555. *Se está evaluando el rendimiento de una central hidroeléctrica. Se sabe que la distribución de la potencia generada sigue una distribución normal con media de 400 MW y desviación estándar de 50 MW. Si se toman muestras de tamaño 25, ¿cuál es la probabilidad de que la suma de las desviaciones al cuadrado de la media muestral con respecto a la media poblacional sea mayor que 150,000?*

556. *Se ha instalado un sistema de almacenamiento de energía en una instalación fotovoltaica. Se sabe que el tiempo de respuesta del sistema sigue una distribución normal con media de 10 segundos y desviación estándar de 2 segundos. Si se toman muestras de tamaño 20, ¿cuál es la probabilidad de que la desviación estándar muestral sea mayor que 3 segundos?*

557. *Se ha llevado a cabo un estudio para evaluar el impacto ambiental de una central termoeléctrica. Se sabe que la concentración de óxidos de nitrógeno (NOx) en la emisión de gases sigue una distribución normal con media de 50 ppm y desviación estándar de 10 ppm. Si se toman muestras de tamaño 50, ¿cuál es la probabilidad de que la varianza muestral de la concentración de NOx sea menor que 50 ppm?*

558. *Un fabricante de medicamentos quiere comprobar si la variación en el contenido de una pastilla de su producto cumple con las especificaciones. Se toman 10 pastillas aleatoriamente y se mide el contenido de cada una. La media muestral es de 15 gramos y la desviación estándar muestral es de 0.5 gramos. Si la especificación es que la variación en el contenido no sea mayor a 0.2 gramos, ¿se cumple con esta especificación al nivel de significancia del 5 %?*

559. *Un estudio se realizó para comparar la eficacia de dos terapias en pacientes con una enfermedad rara. Se asignaron aleatoriamente a cada paciente a una de las dos terapias y se registró si el paciente mejoró o no. De 100 pacientes que recibieron la terapia A, 75 mejoraron, mientras que de 80 pacientes que recibieron la terapia B, 60 mejoraron. ¿Hay evidencia suficiente para concluir que hay una diferencia significativa en la eficacia de las dos terapias al nivel de significancia del 1 %?*

560. *Un ingeniero de calidad quiere determinar si una máquina embotelladora está produciendo botellas de la capacidad especificada. Se selecciona aleatoriamente 50 botellas de la línea de producción y se mide la capacidad de cada botella. La media muestral es de 500 ml y la desviación estándar muestral es de 5 ml. Si la especificación es que la capacidad de las botellas debe estar entre 498 y 502 ml, ¿hay evidencia suficiente para concluir que la máquina no está produciendo botellas de la capacidad especificada al nivel de significancia del 5 %?*

561. *Un estudio se realizó para investigar si la exposición a un contaminante en el aire está relacionada con una mayor incidencia de cáncer de pulmón. Se seleccionó aleatoriamente a un grupo de personas expuestas al contaminante y a otro grupo de personas no expuestas al contaminante. Se registró si cada persona desarrolló cáncer de pulmón o no. Los resultados se muestran a continuación:*

Grupo	*Cáncer*	*No cáncer*
Expuestos	*50*	*950*
No expuestos	*20*	*980*

¿Hay evidencia suficiente para concluir que la exposición al contaminante está relacionada con una mayor incidencia de cáncer de pulmón al nivel de significancia del 5 %?

562. *Se desea comprobar si el tiempo de vida de las baterías de un dispositivo electrónico sigue una distribución normal. Se selecciona aleatoriamente un lote de 25 baterías y se mide el tiempo de vida de cada una en horas. La media muestral es de 500 horas y la desviación estándar muestral es de 50 horas. Si se desea probar la hipótesis nula* $H_0 : \sigma^2 = 2500$ *contra la alternativa* $H_a : \sigma^2 > 2500$ *al nivel de significancia del 10 %, ¿se rechaza la hipótesis nula?*

563. *La variable aleatoria X tiene una distribución Cauchy con parámetros de ubicación y escala de 3 y 2, respectivamente. Encuentra la probabilidad de que X esté entre 1 y 5.*

564. *La variable aleatoria Y tiene una distribución normal estándar y la variable aleatoria Z tiene una distribución Cauchy con parámetros de ubicación y escala de 2 y 1,*

respectivamente. ¿Cuál es la probabilidad de que Y/Z sea mayor que 1?

565. *La variable aleatoria X tiene una distribución Cauchy con parámetros de ubicación y escala de 4 y 3, respectivamente. Encuentra el valor de x tal que $P(X < x) = 0{,}9$.*

566. *Se sabe que la variable aleatoria X tiene una distribución Cauchy con parámetros de ubicación y escala de 1 y 2, respectivamente. Encuentra la probabilidad de que X esté entre -4 y 6.*

567. *La variable aleatoria X tiene una distribución Cauchy con parámetros de ubicación y escala desconocidos. Se sabe que el valor esperado de X es 7 y que la probabilidad de que X sea mayor que 5 es 0.6. Encuentra la mediana de X.*

568. *La variable aleatoria X tiene una distribución Cauchy con parámetros de ubicación y escala de 2 y 1, respectivamente. Encuentra la probabilidad de que X sea menor que -3.*

569. *Se sabe que la variable aleatoria X tiene una distribución Cauchy con parámetros de ubicación y escala desconocidos. Se observan 100 valores de X y se encuentra que la mediana es 5. ¿Cuál es la probabilidad de que un valor aleatorio de X sea mayor que 10?*

570. *La variable aleatoria X tiene una distribución Cauchy con parámetros de ubicación y escala de 1 y 2, respectivamente, y la variable aleatoria Y tiene una distribución normal estándar. Encuentra la probabilidad de que X/Y sea mayor que 3.*

571. *La variable aleatoria X tiene una distribución Cauchy con parámetros de ubicación y escala de 4 y 3, respectivamente. Encuentra la probabilidad de que X sea mayor que 10.*

572. *La variable aleatoria X tiene una distribución Cauchy con parámetros de ubicación y escala desconocidos. Se sabe que el valor esperado de X es 2 y que la mediana de X es 4. Encuentra la varianza de X.*

573. *Se sabe que la distancia entre dos puntos en un circuito eléctrico sigue una distribución Cauchy con parámetros de localización y escala desconocidos. Se toma una muestra de 100 mediciones de distancia y se encuentra que la media es 10 y la desviación estándar es 5. Encuentre los parámetros de la distribución Cauchy.*

574. *En un experimento de física se midió la velocidad de un objeto que se mueve en un fluido en diferentes instantes de tiempo y se encontró que sigue una distribución Cauchy con parámetro de localización 4 y parámetro de escala 2. Encuentre la probabilidad de que la velocidad del objeto esté entre 2 y 6.*

575. *Se tiene un conjunto de datos que se sabe que sigue una distribución Cauchy con parámetros de localización y escala desconocidos. Se toma una muestra de 50 datos y se encuentra que la mediana es 8 y el rango intercuartil es 6. Encuentre los parámetros de la distribución Cauchy.*

576. *Se sabe que la señal de un canal de comunicación sigue una distribución Cauchy con parámetros de localización y escala desconocidos. Se toma una muestra de 200 mediciones de la señal y se encuentra que la varianza es 9. Encuentre los parámetros de la distribución Cauchy.*

577. *En un estudio de mercado se encontró que el tiempo que tardan los clientes en realizar una compra sigue una distribución Cauchy con parámetros de localización y escala desconocidos. Se toma una muestra de 50 compras y se encuentra que la media es 5 y la desviación estándar es 2. Encuentre los parámetros de la distribución Cauchy.*

578. *En un proyecto de energía solar, se ha medido la radiación solar en una zona durante un año. Los datos de radiación solar están distribuidos de manera Cauchy con una mediana de* $5{,}5\,\mathrm{kWh/m^2}$ *y una constante de escala de* $1{,}2\,\mathrm{kWh/m^2}$. *¿Cuál es la probabilidad de que la radiación solar sea mayor a* $7\,\mathrm{kWh/m^2}$*?*

579. *En un sistema de suministro eléctrico, el tiempo entre fallos de un componente crítico se distribuye de manera Cauchy con una mediana de 500 horas y una constante de escala de 50 horas. ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo entre fallos sea menor a 400 horas?*

580. *En una planta de generación de energía eólica, se ha medido la velocidad del viento en un periodo de tiempo. Los datos de velocidad del viento están distribuidos de manera Cauchy con una mediana de 8 m/s y una constante de escala de 1 m/s. ¿Cuál es la probabilidad de que la velocidad del viento sea mayor a 12 m/s?*

581. *En un sistema de distribución de gas natural, la presión del gas se distribuye de manera Cauchy con una mediana de 8 bar y una constante de escala de 2 bar. ¿Cuál es la probabilidad de que la presión del gas sea menor a 5 bar?*

582. *En un proyecto de generación de energía geotérmica, se ha medido la temperatura de una zona durante un periodo de tiempo. Los datos de temperatura están distribuidos de manera Cauchy con una mediana de* $200\,^{\circ}\mathrm{C}$ *y una constante de escala de* $20\,^{\circ}\mathrm{C}$. *¿Cuál es la probabilidad de que la temperatura sea mayor a* $230\,^{\circ}\mathrm{C}$*?*

583. *Se tiene una muestra aleatoria de tamaño 20 de la distribución Cauchy con media 0 y desviación estándar 1. Calcular la media y la varianza de la muestra y su intervalo de confianza del 95 %.*

584. *Se tiene una muestra aleatoria de tamaño 25 de la distribución Cauchy con media 5 y desviación estándar 2. Calcular la probabilidad de que la media muestral esté entre 4 y 6.*

585. *Se sabe que la distribución de las alturas de los estudiantes de una universidad sigue una distribución Cauchy con media 170 cm y desviación estándar 10 cm. Si se toma una muestra aleatoria de 30 estudiantes, ¿cuál es la probabilidad de que la media muestral sea menor que 165 cm?*

586. *Se tiene una muestra aleatoria de tamaño 15 de la distribución Cauchy con media desconocida y desviación estándar 3. Calcular un intervalo de confianza del 99 % para la media poblacional.*

587. *Se sabe que el tiempo de respuesta de un servidor web sigue una distribución Cauchy con media 1.5 segundos y desviación estándar 0.5 segundos. Si se toma una muestra aleatoria de 10 tiempos de respuesta, ¿cuál es la probabilidad de que la media muestral sea mayor a 1.7 segundos?*

588. *La probabilidad de que una persona llegue a tiempo a una cita es de 0.8. Si una persona tiene una sola cita, ¿cuál es la probabilidad de que llegue a tiempo?*

589. *La probabilidad de que un estudiante se enferme durante un semestre es de 0.3. Si se selecciona aleatoriamente a un estudiante, ¿cuál es la probabilidad de que se enferme durante el semestre?*

590. *La probabilidad de que un equipo de fútbol gane un partido es de 0.6. Si un equipo juega un solo partido, ¿cuál es la probabilidad de que gane?*

591. *La probabilidad de que una persona responda correctamente una pregunta en un examen de opción múltiple es de 0.25. Si una persona responde una sola pregunta, ¿cuál es la probabilidad de que responda correctamente?*

592. *Una empresa de marketing desea conocer el porcentaje de conversiones de su última campaña publicitaria. Se seleccionan aleatoriamente 200 personas que han visto la publicidad y se observa que 50 de ellas han realizado una compra. Suponiendo una distribución beta con parámetros* $a = 2$ *y* $b = 4$*, ¿cuál es la probabilidad de que la tasa de conversión esté entre el 20 % y el 30 %?*

593. *Un fabricante de pinturas quiere determinar la proporción de pigmento que debe agregar a su fórmula para obtener el color deseado. Se realiza una prueba en la que se mezcla la fórmula con diferentes proporciones de pigmento y se mide la intensidad del color en una escala de 0 a 100. Suponiendo una distribución beta con parámetros* $a = 5$ *y* $b = 2$*, ¿cuál es la probabilidad de que la proporción de pigmento necesaria para obtener una intensidad de color de al menos 80 sea menor al 30 %?*

594. *Un estudio de opinión pública desea conocer el porcentaje de personas que apoyan una propuesta de ley. Se seleccionan aleatoriamente 1000 personas y se les pregunta si están a favor o en contra. Se observa que 650 están a favor. Suponiendo una distribución beta con parámetros* $a = 7$ *y* $b = 5$*, ¿cuál es la probabilidad de que la tasa de aprobación esté entre el 60 % y el 70 %?*

595. *Una empresa de seguros desea conocer la proporción de personas que renuevan su póliza de seguro cada año. Se seleccionan aleatoriamente 5000 clientes y se observa que 4200 renuevan su póliza. Suponiendo una distribución beta con parámetros* $a = 15$ *y* $b = 5$*, ¿cuál es la probabilidad de que la tasa de renovación esté por encima del 85 %?*

596. *Una compañía de transporte de paquetería desea conocer la proporción de envíos que llegan a su destino en el plazo establecido. Se revisan aleatoriamente 100 envíos y se observa que 80 llegan a tiempo. Suponiendo una distribución beta con parámetros* $a = 8$ *y* $b = 2$*, ¿cuál es la probabilidad de que la tasa de envíos que llegan a tiempo esté por encima del 85 %?*

597. *Una empresa de telecomunicaciones desea conocer la proporción de clientes que utilizan su servicio de streaming de video. Se seleccionan aleatoriamente 300 clientes y se observa que 150 utilizan el servicio. Suponiendo una distribución beta con parámetros* $a = 10$ *y* $b = 10$*, ¿cuál es la probabilidad de que la tasa de uso del servicio esté entre el 40 % y el 60 %?*

598. *Una empresa de producción de alimentos desea conocer la proporción de productos que cumplen con las especificaciones de calidad establecidas. Se seleccionan aleatoriamente 500 unidades de producto y se observa que 460 cumplen con las especificaciones. Suponiendo una distribución beta con parámetros* $a = 6$ *y* $b = 4$*, ¿cuál es la probabilidad de que la tasa de unidades que cumplen con las especificaciones esté por encima del 90 %?*

599. *El peso de los paquetes que se envían por una compañía de paquetería sigue una distribución normal con una media de 2 kg y una desviación estándar de 0.5 kg. Si se selecciona un paquete al azar, ¿cuál es la probabilidad de que su peso esté entre 1.5 kg y 2.5 kg?*

600. *Un proceso de producción tiene un promedio de 10 piezas producidas por hora con una desviación estándar de 2 piezas. Si se modela el número de piezas producidas por hora como una distribución gamma, ¿cuál es el valor del parámetro* β*?*

601. *Una empresa de marketing desea conocer el porcentaje de conversiones de su última campaña publicitaria. Se seleccionan aleatoriamente 200 personas que han visto la publicidad y se observa que 50 de ellas han realizado una compra. Suponiendo una distribución beta con parámetros* $a = 2$ *y* $b = 4$*, ¿cuál es la probabilidad de que la tasa de conversión esté entre el 20 % y el 30 %?*

602. *Un fabricante de pinturas quiere determinar la proporción de pigmento que debe agregar a su fórmula para obtener el color deseado. Se realiza una prueba en la que se mezcla la fórmula con diferentes proporciones de pigmento y se mide la intensidad del color en una escala de 0 a 100. Suponiendo una distribución beta con parámetros* $a = 5$ *y* $b = 2$*, ¿cuál es la probabilidad de que la proporción de pigmento necesaria para obtener una intensidad de color de al menos 80 sea menor al 30 %?*

603. *Un estudio de opinión pública desea conocer el porcentaje de personas que apoyan una propuesta de ley. Se seleccionan aleatoriamente 1000 personas y se les pregunta si están a favor o en contra. Se observa que 650 están a favor. Suponiendo una distribución beta con parámetros* $a = 7$ *y* $b = 5$*, ¿cuál es la probabilidad de que la tasa de aprobación esté entre el 60 % y el 70 %?*

604. *Una empresa de seguros desea conocer la proporción de personas que renuevan su póliza de seguro cada año. Se seleccionan aleatoriamente 5000 clientes y se observa que 4200 renuevan su póliza. Suponiendo una distribución beta con parámetros* $a = 15$ *y* $b = 5$*, ¿cuál es la probabilidad de que la tasa de renovación esté por encima del 85 %?*

605. *Una compañía de transporte de paquetería desea conocer la proporción de envíos que llegan a su destino en el plazo establecido. Se revisan aleatoriamente 100 envíos y se observa que 80 llegan a tiempo. Suponiendo una distribución beta con parámetros* $a = 8$ *y* $b = 2$*, ¿cuál es la probabilidad de que la tasa de envíos que llegan a tiempo esté por encima del 85 %?*

606. *Una empresa de telecomunicaciones desea conocer la proporción de clientes que utilizan su servicio de streaming de video. Se seleccionan aleatoriamente 300 clientes y se observa que 150 utilizan el servicio. Suponiendo una distribución beta con parámetros* $a = 10$ *y* $b = 10$*, ¿cuál es la probabilidad de que la tasa de uso del servicio esté entre el 40 % y el 60 %?*

607. *Una empresa de producción de alimentos desea conocer la proporción de productos que cumplen con las especificaciones de calidad establecidas. Se seleccionan aleatoriamente 500 unidades de producto y se observa que 460 cumplen con las especificaciones. Suponiendo una distribución beta con parámetros* $a = 6$ *y* $b = 4$*, ¿cuál es la probabilidad de que la tasa de unidades que cumplen con las especificaciones esté por encima del 90 %?*

608. *Se selecciona una muestra aleatoria de 30 observaciones de una población normalmente distribuida. La media muestral es de 50 y la desviación estándar es de 8. ¿Cuál es la probabilidad de que la media poblacional esté entre 46 y 54?*

609. *En un estudio de mercado se entrevistó a una muestra aleatoria de 100 consumidores. Se encontró que la media de gasto semanal en alimentos es de $80 con una desviación estándar de $15. ¿Cuál es el intervalo de confianza del 99 % para la media poblacional de gasto semanal en alimentos?*

610. *Se desea estimar la media poblacional de la duración de una batería en horas. Se selecciona una muestra aleatoria de 20 baterías y se obtiene una media de 30 horas con una desviación estándar de 5 horas. Si se sabe que la distribución de la duración de las baterías es normal, ¿cuál es el intervalo de confianza del 90 % para la media poblacional de duración?*

611. *Un fabricante de piezas de automóviles afirma que la vida media de sus piezas es de 50,000 km. Para comprobarlo, se selecciona una muestra aleatoria de 25 piezas y se encuentra que la vida media es de 48,000 km con una desviación estándar de 6,000 km. Si se asume que la distribución de la vida de las piezas sigue una distribución normal, ¿hay suficiente evidencia para rechazar la afirmación del fabricante al nivel de significancia del 5 %?*

612. *Se quiere determinar si hay diferencia entre las medias de dos poblaciones normales independientes con varianzas desconocidas. Se selecciona una muestra aleatoria de 25 elementos de cada población y se encuentra que la media muestral de la primera es de 5 y la de la segunda es de 6. Además, las desviaciones estándar muestrales son de 1.5 y 2, respectivamente. Si se utiliza un nivel de significancia del 1 %, ¿se puede concluir que hay diferencia entre las medias poblacionales?*

613. *Se desea comprobar si la media poblacional de la edad de los clientes de una tienda de ropa es mayor a 30 años. Se selecciona una muestra aleatoria de 40 clientes y se obtiene una media de 32 años y una desviación estándar de 4 años. Si se utiliza un nivel de significancia del 5 %, ¿se puede afirmar que la media poblacional es mayor a 30 años?*

614. *Un investigador quiere probar si la varianza de los precios de las casas en un barrio es mayor a 200. Se toma una muestra de 16 casas y se encuentra que la varianza muestral es de 240. Utilizando un nivel de significancia del 5 %, ¿hay suficiente evidencia para concluir que la varianza poblacional es mayor a 200?*

615. *Una clínica de fertilidad realiza un estudio en el que se quiere determinar la distribución del tiempo que tarda una pareja en lograr un embarazo. Si se sabe que el tiempo promedio es de 8 meses y que la distribución del tiempo se ajusta a una distribución Cauchy, ¿cuál es la probabilidad de que una pareja logre un embarazo en menos de 5 meses?*

616. *Se sabe que el 50 % de las llamadas que se reciben en un centro de atención telefónica duran menos de 3 minutos y que la distribución de la duración de las llamadas se ajusta a una distribución Cauchy. ¿Cuál es la media de la duración de las llamadas?*

617. *Una empresa de paquetería ha observado que el 40 % de los paquetes que se entregan en una ciudad llegan en menos de 2 horas. Si se sabe que la distribución del tiempo de entrega se ajusta a una distribución Cauchy, ¿cuál es la desviación típica de los tiempos de entrega?*

618. *Se desea estimar la probabilidad de que un avión llegue a su destino en menos de 4 horas, sabiendo que la media de los tiempos de vuelo es de 6 horas y que la distribución se ajusta a una distribución Cauchy. ¿Cuál es la probabilidad de que un avión llegue a su destino en menos de 4 horas?*

619. *Se sabe que la media de la distribución de la altura de una especie de árbol es de 5 metros y que la desviación típica es de 1 metro. Si se sabe que la distribución de la altura de los árboles se ajusta a una distribución Cauchy, ¿cuál es la probabilidad de que un árbol tenga una altura mayor a 7 metros?*

620. *Una empresa de telecomunicaciones desea conocer la proporción de clientes que utilizan su servicio de streaming de video. Se seleccionan aleatoriamente 300 clientes y se observa que 150 utilizan el servicio. Suponiendo una distribución beta con parámetros* $a = 10$ *y* $b = 10$*, ¿cuál es la probabilidad de que la tasa de uso del servicio esté entre el 40 % y el 60 %?*

621. *Una empresa de producción de alimentos desea conocer la proporción de productos que cumplen con las especificaciones de calidad establecidas. Se seleccionan aleatoriamente 500 unidades de producto y se observa que 460 cumplen con las especificaciones. Suponiendo una distribución beta con parámetros $a = 6$ y $b = 4$, ¿cuál es la probabilidad de que la tasa de unidades que cumplen con las especificaciones esté por encima del 90 %?*

4. Inferencia Estadística

4.1. Intervalos de confianza

4.1.1. Varianza conocida.

Asumiendo que la muestra se selecciona de una población normal o en su defecto que el tamaño, n, es suficientemente grande, se puede construir un intervalo de confianza para μ considerando la distribución muestral de $\overline{X}$.

Si $\overline{x}$ es la media de una muestra aleatoria de tamaño n de una población con varianza conocida σ^2, el intervalo de confianza de $(1-\alpha)\,100\,\%$ para μ es,

$$\overline{x} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \overline{x} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1-\alpha \tag{29}$$

donde $z_{\alpha/2}$ es el valor de z a la derecha del cual se tiene un área de $\alpha/2$

Nota 1. *Para muestras pequeñas que se seleccionan de poblaciones que no son normales, no se puede esperar un grado de confianza preciso. Sin embargo para muestras de tamañ* $n \geq 30$*, sin importar la mayoría de las poblaciones, la teoría muestral garantiza buenos resultados.*

Nota 2. *Si se utiliza* $\overline{x}$ *como una estimación de* μ*, se puede tener una confianza del* $(1-\alpha)\,100\,\%$ *de que el error no excederá una cantidad específica* e *cuando el tamaño de muestra es*

$$n = \left(\frac{z_{\alpha/2}\sigma}{e}\right)^2 \tag{30}$$

4.1.2. Varianza desconocida.

Ahora abordaremos el problema de intentar estimar la media de la población cuando se desconoce la varianza poblacional. Lo anterior se hace utilizando una distribución t de Student con $n-1$ grados de libertad.

Si $\overline{x}$ es la media de una muestra aleatoria de tamaño n con varianza s_X^2, de una población con varianza desconocida σ^2, el intervalo de confianza de $(1-\alpha)\,100\,\%$ para μ es,

$$\overline{x} - t_{\alpha/2}\frac{s_X}{\sqrt{n}} < \mu < \overline{x} + t_{\alpha/2}\frac{s_X}{\sqrt{n}} \tag{31}$$

donde $t_{\alpha/2}$ es el valor de z a la derecha del cual se tiene un área de $\alpha/2$

Es necesario que ocurran cuales quiera de los dos casos siguientes:

1. σ desconocida y población distribuida normalmente.

2. σ desconocida y $n > 30$.

4.2. Estimación de intervalos de confianza para la diferencia de dos medias.

4.2.1. Varianzas conocidas.

Supongamos que el muestreo se realiza a partir de una distribución normal, además de que ambas poblaciones tienen varianza conocida. Entonces el intervalo de confianza del $(1-\alpha)\,100\,\%$ para $\mu_1 - \mu_2$ está dado por

$$(\overline{x}_1 - \overline{x}_2) - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} < \mu_1 - \mu_2 < (\overline{x}_1 - \overline{x}_2) + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} \tag{32}$$

Además, si el muestreo se realiza de poblaciones no normales, la construcción de los intervalos de confianza se realiza utilizando la ecuación anterior si el tamaño de las muestras n_1 y n_2 son suficientemente grandes.

4.2.2. Varianzas desconocidas.

Cuando no se conocen las varianzas, es posible estimar la diferencia entre las medias de dos poblaciones con un intervalo de confianza, es posible utilizar la distribución t de Student para suministrar un factor de confiabilidad asumiendo:

1. las dos poblaciones muestradas siguen una distribución normal

2. respecto a las varianzas:

   a) ambas son iguales: En este caso se propone establecer una estimación conjunta para la varianza común, esto se hace mediante un cálculo promedio ponderado de las dos varianzas de las muestras,

   $$s_p^2 = \frac{(n_1-1)\,s_1^2 + (n_2-1)\,s_2^2}{n_1+n_2-2} \tag{33}$$

   y por tanto, el error estándar está dado por

   $$s_{\overline{x}_1-\overline{x}_2} = \sqrt{\frac{s_p^2}{n_1} + \frac{s_p^2}{n_2}} \tag{34}$$

   Por tanto, el intervalo de confianza al $(1-\alpha)\,100\,\%$ para $\mu_1 - \mu_2$ está dado por

   $$(\overline{x}_1 - \overline{x}_2) - t_{\alpha/2}\sqrt{\frac{s_p^2}{n_1} + \frac{s_p^2}{n_2}} < \mu_1 - \mu_2 < (\overline{x}_1 - \overline{x}_2) + t_{\alpha/2}\sqrt{\frac{s_p^2}{n_1} + \frac{s_p^2}{n_2}} \tag{35}$$

   b) son varianzas distintas: Cuando no se puede concluir que las varianzas de dos poblaciones son iguales, aún y cuando se pueda suponer que provienen de una distribución normal, no es adecuado utilizar la distribución t para construir intevalos de confianza. La solución es utilizar el factor de confiabilidad que se da en la siguiente expresión:

$$t'_{1-\alpha/2} = \frac{w_1 t_1 + w_2 t_2}{w_1 + w_2} \tag{36}$$

donde $w_1 = s_1^2/n_1$, $w_2 = s_2^2/n_2$, $t_1 = t_{1-\alpha/2}$, para $n_1 - 1$ grados de libertad y $t_2 = t_{1-\alpha/2}$, para $n_2 - 1$ grados de libertad. Un intervalo de confianza del $(1-\alpha)\,100\,\%$ para $\mu_1 - \mu_2$ está dado por

$$(\overline{x}_1 - \overline{x}_2) - t'_{1-\alpha/2}\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}} < \mu_1 - \mu_2 < (\overline{x}_1 - \overline{x}_2) + t'_{1-\alpha/2}\sqrt{\frac{s_p^2}{n_1} + \frac{s_p^2}{n_2}} \tag{37}$$

4.3. Pruebas de Hipotesis

Básicamente lo que se necesita para realizar una prueba de hipótesis es:

1. Definir la hipótesis nula, H_0;
2. Determinar la hipótesis alternativa, H_1;
3. Reconocer el estadístico de prueba, así como el valor del nivel de confianza, $z_{\alpha/2}$ ó $t_{\alpha/2}$;
4. Definir la región de rechazo,
5. Elaborar, con base en todo lo anterior, la conclusión.

Una vez realizada la prueba de hipótesis, pueden ocurrir básicamente 4 casos:

1. Aceptar H_0, siendo que efectivamente esta es verdadera;
2. Rechaza H_0, cuando esta es verdadera;
3. Aceptar H_0, siendo que esta es falsa;
4. Rechazar H_0, siendo que es falsa;

Es decir,

	Hipótesis Nula	
Decisión	Verdadera	Falsa
Rechazar H_0	α =Error Tipo I	Decisión Correcta
Aceptar H_0	Decisión Correcta	β =Error Tipo II

4.3.1. Pruebas de hipotesis: varianza conocida

Asumamos las siguientes consideraciones:

Se tiene una muestra $X_1, X_2, \ldots, X_n$ parte de una población con media μ y varianza σ^2, además de que se tiene la hipótesis:

$$H_0 : \mu = \mu_0$$
$$H_1 : \mu \neq \mu_0$$

El estadístico de prueba deberá de basarse en la distribucion de la variable aleatoria $\overline{X}$, el teorema del limite central establece que independientemente de la distribución de la variable aleatoria X, $\overline{X}$ tiene una distribución aproximadamente normal con media μ y varianza σ^2, de tal forma que $\mu_{\overline{X}} = \mu$ y $\sigma^2_{\overline{X}} = \frac{\sigma^2}{n}$. La región crítica se crea para controlar α, la probabilidad de cometer el error tipo I. En consecuencia, dado el valor calculado $x_{\overline{X}}$, proveniente de la muestra, la prueba formal implica rechazar H_0, si el estadístico de prueba calculado, dada la muestra,

$$z = \frac{\overline{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \tag{38}$$

satisface $z > z_{\alpha/2}$ o $z < z_{\alpha/2}$, si $-z_{\alpha/2} < z < z_{\alpha/2}$ no se rechaza H_0. El rechazo de H_0 implica necesariamente la aceptación de H_1, por ende existe la probabilidad α de rechazar H_0 cuando en realidad se cumple que $\mu = \mu_0$.

La otra perspectiva es realizar las pruebas de hipótesis por medio de intervalos de confianza, en este caso nuevamente se hace uso de la variable aleatoria

$$Z = \frac{\overline{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$$

Resulta entonces que *realizar la prueba de hipótesis para H_0 es equivalente a calcular un intervalo de confianza del* $(1-\alpha)\,100\,\%$ *para μ y rechazar H_0 si μ_0 no está dentro del intervalo de confianza*. Si μ_0 está dentro del intervalo de confianza, entonces aceptamos H_0, esto es, hay que verifica que efectivamente:

$$-z_{\alpha/2} < \frac{\overline{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} < z_{\alpha/2} \Leftrightarrow \mu_0 - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \overline{x} < \mu_0 + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Definición 35. *El valor p o nivel de significación observado de una prueba estadística es el valor más pequeño de α con el cual puede rechazarse H_0. Es el riesgo real de cometer un error tipo I, si se rechaza H_0 con base en el valor observado del estadístico de prueba. El valor p mide la fuerza de la evidencia contra H_0.*

Por ejemplo, si en una prueba de una cola derecha, el estadístico de prueba es $z = 2{,}03$, se puede rechazar H_0 en el nivel de significación de $5\,\%$ porque el estadístico de prueba excede $z = 1{,}645$. Sin embargo, no se puede rechazar H_0 en el nivel de significación de $1\,\%$ porque el estadístico de prueba es menor que $z = 2{,}33$.

Definición 36. *La potencia de la prueba dada como*

$$1 - \beta = \mathbb{P}\left[\textit{Rechazar } H_0\textit{, dado que } H_0 \textit{ es verdadera}\right]$$

mide la aptitud de la prueba para comportarse como se requiere.

4.3.2. Prueba de hiptesis: Muestras Grandes.

Supongase que se tienen dos poblaciones con media μ_1 y μ_2 y varianza σ_1 y σ_2 respectivamente, con tamaños de población mayores o iguales que 30, es decir, $n_1 \geq 30$ y $n_2 \geq 30$. El procedimiento de la prueba es el siguiente:

1. La hipótesis nula $H_0 : (\mu_1 - \mu_2) = D_0$ donde D_0 es alguna diferencia especificada que se desea probar. En la mayoría de las veces se desea probar que no hay diferencia alguna, es decir, $D_0 = 0$.

2. Definición de H_1 la hipótesis alternativa.

Prueba de una cola	Prueba de dos colas
$H_1 : (\mu_1 - \mu_2) > D_0$	$H_1 : (\mu_1 - \mu_2) \neq D_0$

3. Se calcula el estadístico de prueba:

$$z = \frac{(\overline{x}_1 - \overline{x}_2) - D_0}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \tag{39}$$

   Si σ_1 y σ_2 son desconocidos, se sustituyen estos valores por los valores obtenidos de la muestra.

4. Determinación de la región de rechazo para H_0

Prueba de una cola	Prueba de dos colas
$z > z_\alpha$	$z > z_{\alpha/2}$ ó $z < -z_{\alpha/2}$

4.3.3. Prueba de hiptesis: Muestras Pequeñas.

Ahora supongamos que los tamaños de muestra son pequeños, es decir, $n_1 < 30$ y $n_2 < 30$. Además es necesario saber que las poblaciones de las que provienen las muestras que se toman son normales. Otro supuesto importante es que los valores de las varianzas poblacionales son iguales, es decir, $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$.

Bajo estos supuesto se tiene lo siguiente:

1. La hipótesis nula $H_0 : (\mu_1 - \mu_2) = D_0$ donde D_0 es alguna diferencia especificada que se desea probar. En la mayoría de las veces se desea probar que no hay diferencia alguna, es decir, $D_0 = 0$.

2. Definición de H_1 la hipótesis alternativa.

Prueba de una cola	Prueba de dos colas
$H_1 : (\mu_1 - \mu_2) > D_0$	$H_1 : (\mu_1 - \mu_2) \neq D_0$

3. Se calcula el estadístico de prueba:

$$t = \frac{(\overline{x}_1 - \overline{x}_2) - D_0}{\sqrt{s^2 \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}} \tag{40}$$

   donde

$$s^2 = \frac{(n_1 - 1)\, s_1^2 + (n_2 - 1)\, s_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \tag{41}$$

4. Determinación de la región de rechazo para H_0

Prueba de una cola	Prueba de dos colas
$t > t_\alpha$	$t > t_{\alpha/2}$ ó $t < -t_{\alpha/2}$

   Los valores críticos de t, t_α y $t_{\alpha/2}$ se basan en $(n_1 + n_2 - 2)$ grados de libertad.

4.4. Resumen

Básicamente todos los posibles casos se resumen en la siguiente tabla:

H_0	Estadístico de Prueba	H_1	Región Crítica
$\mu = \mu_0$	$z = \frac{\overline{x}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$ σ conocida	$\mu < \mu_0$ $\mu > \mu_0$ $\mu \neq \mu_0$	$z < -z_\alpha$ $z > z_\alpha$ $z < -z_{\alpha/2}$ y $z > z_{\alpha/2}$
$\mu = \mu_0$	$t = \frac{\overline{x}-\mu_0}{s/\sqrt{n}}$; $\nu = n - 1$ σ desconocida	$\mu < \mu_0$ $\mu > \mu_0$ $\mu \neq \mu_0$	$t < -t_\alpha$ $t > t_\alpha$ $t < -t_{\alpha/2}$ y $t > t_{\alpha/2}$
$\mu_1 - \mu_2 = d_0$	$z = \frac{(\overline{x}_1-\overline{x}_2)-d_0}{\sqrt{(\sigma_1^2/n_1)+(\sigma_2^2/n_2)}}$; σ_1 y σ_2 desconocidas	$\mu_1 - \mu_2 < d_0$ $\mu_1 - \mu_2 > d_0$ $\mu_1 - \mu_2 \neq d_0$	$z < -z_\alpha$ $z > z_\alpha$ $z < -z_{\alpha/2}$ y $z > z_{\alpha/2}$
$\mu_1 - \mu_2 = d_0$	$t = \frac{(\overline{x}_1-\overline{x}_2)-d_0}{s_p\sqrt{(1/n_1)+(1/n_2)}}$; $\nu = n_1 + n_2 - 2$ $\sigma_1 = \sigma_2$ pero desconocidas $s_p^2 = \frac{(n_1-1)s_1^2+(n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}$	$\mu_1 - \mu_2 < d_0$ $\mu_1 - \mu_2 > d_0$ $\mu_1 - \mu_2 \neq d_0$	$t < -t_\alpha$ $t > t_\alpha$ $t < -t_{\alpha/2}$ y $t > t_{\alpha/2}$
$\mu_1 - \mu_2 = d_0$	$t' = \frac{(\overline{x}_1-\overline{x}_2)-d_0}{\sqrt{(s_1^2/n_1)+(s_2^2/n_2)}}$; $\nu = \frac{(s_1^2/n_1+s_2^2/n_2)^2}{\frac{(s_1^2/n_1)^2}{n_1-1}+\frac{(s_2^2/n_2)^2}{n_2-1}}$ $\sigma_1 \neq \sigma_2$ pero desconocidas	$\mu_1 - \mu_2 < d_0$ $\mu_1 - \mu_2 > d_0$ $\mu_1 - \mu_2 \neq d_0$	$t' < -t_\alpha$ $t' > t_\alpha$ $t' < -t_{\alpha/2}$ y $t' > t_{\alpha/2}$

4.5. Ejercicios

1. Un diseñador industrial quiere determinar la cantidad promedio de tiempo que tarda un adulto en ensamblar un jueguete. Use los datos siguientes (en minutos), una muestra aleatoria, para construir un intervalo de confianza del 95 % para la media de la población muestreada

17	13	18	19	17	21	29	22	16	28	21	15
26	23	24	20	8	17	17	21	32	18	25	22
16	10	20	22	19	14	30	22	12	24	28	11

2. Se calcula que la media de los promedios de los puntos de calidad de una muestra aleatoria de 36 alumnos universitarios de último año es 2.6. encuentre los intervalos de confianza del 95 % y del 99 % para la media del total de alumnos del último año. Asuma que la desviación estándar de la población es de 0.3.

3. Que tan grande se requiere que sea la muestra del ejemplo (2) si se desea una confianza del 95 % de que la estimación de μ difiera de está por menos de 0.05?

4. Suponga que queremos estimar la media de la puntuiación de CI para la población de profesores de estadística. ¿Cuántos profesores de estadística deben de seleccionarse al azar para efectuar pruebas de CI, si queremos tener una confianza del 95 % de que la media muestral estará dentro de 2 puntos de CI de la media poblacional?

5. La salud de la población de osos en cierto parque es controla por mediciones periódicas que se toman de osos anestesiados. Una muestra de 54 osos tiene un peso medio de 182.9

6. Un fabricante produce focos que tienen un promedio de vida con distribución aproximadamente normal y una desviación estándar de 40 horas. Si una muestra de 30 focos tiene una vida promedio de 780 horas, encuentre un intervalo de confianza del 96 % para la media poblacional de todos los focos que produce esta empresa.

7. Las alturas de una muesrta aleatoria de 50 estudiantes mostraron una media de 174.5 centímetros y una desviación estándar de 6.9 centímetros.

   a) Determine un intervalo de confianza del 98 % para la altura promedio de todos los estudiantes.

   b) ¿Qué se puede afirmar con un 989 % de confianza acercad el posible tamaño del error si se estima que las alturas promedio de todos los estudiantes es de 174.5 centímetros?

8. Un experto en eficiencia desea determinar el tiempo que toma hacer tres perforaciones en cierta pieza metálica. ¿Qué tan grande se requiere que sea la muestra si se necesita una confianza del 95 % de que su media muestral estará dentro de 15 segundos del tiempo real? Asuma que, por estudios previos se sabe que $\sigma = 40$ segundos.

9. Una muestra aleatoria de 8 cigarros de una marca determinada tiene un contenido promedio de nicotina de 2.6 miligramos y una desviación estándar de 0.9 miligramos. Determine un intervalo del 99 % de confianza para el contenido promedio real de nicotina de esta marca de cigarros en particular, asumiendo que la distribución de los contenidos de nicotina son aproximadamente normales.

10. Se registraron las siguientes mediciones del tiempo de secado, en horas de una marca de pintura látex: 3.4, 2.5, 4.8, 2.9, 3.6, 2.8, 3.3, 5.6, 3.7, 2.8, 4.4, 4.0, 5.2, 3.0 y 4.8. suponiendo que las mediciones representan una muestra aleatoria de una población normal, encuentre los límites de tolerancia del 99 % que contendrán el 95 % de los tiempos de secado.

11. Se aplica una prueba estandarizada de química a 50 niñas y 75 niños. Las niñas obtienen una calificación promedio de 76, y los niños de82. Encuentre un intervalo de confianza del 96 % para la diferencia $\mu_1 - \mu_2$, donde μ_1 es la calificación promedio de todos los niños y μ_2 es la calificación promedio de todos los niñas que pudieron realizar este examen. Suponga que las desviaciones estándar de las poblaciones para las niñas y los niños son 6 y 8, respectivamente.

12. Una muestra aleatoria de tamaño $n_1 = 25$ que se toma de una población normal con desviación estándar $\sigma_1 = 5$ tienen una media de $\overline{x}_1 = 80$. Una segunda muestra aleatoria de tamaño $n_2 = 36$, tomada de una población normal diferente con una desviación estándar $\sigma_2 = 3$ tienen una media de $\overline{x}_2 = 75$. Encuentre un intervalo de confianza del 94 % para $\mu_1 - \mu_2$.

13. Se registraron los siguentes datos en días, que representan los tiempos de recuperación de pacientes tratados aleatoriamente con uno de dos medicamentos para aliviarlos de graves infecciones en la vesícula:

Medicamento 1	Medicamento 2
$n_1 = 14$ $\overline{x}_1 = 14$ $s_1^2 = 1{,}5$	$n_2 = 116$ $\overline{x}_2 = 19$ $s_2^2 = 1{,}8$

Encuentre un intervalo de confianza del 99 % para la diferencia $\mu_1 - \mu_2$ en el tiempo promedio de recuperación para los dos medicamentos, suponiendo poblaciones normales con varianzas iguales.

14. Una compañía de taxis está tratando de decidir si compra la marca A o la marca B de nuemáticos para su flotilla de automóviles. Para estimar la diferencia entre dos marcas, se lleva a cabo un experimento con 12 neumáticos de cada marca. Los neumáticos se utilizan hasta que se gastan. Los resultados son Calcule un intervalo

Marca A	Marca B
$\overline{x}_1 = 36300$ kilómetros $s_1 = 5000$	$\overline{x}_2 = 38100$ kilómetros $s_2^2 = 6100$

de confianza para $\mu_1 - \mu_2$ suponiendo que las poblaciones tienen distribución normal.

15. La durabilidad de dos tipos de neumáticos para automóviles se comparó mediante muestras de pruebas en carretera de $n_1 = n_2 = 100$ neumáticos de cada tipo. El número de millas hasta el desgaste final se definió ocmo una cantidad específica de uso del neumático. Los resultados de la prueba son:

Marca A	Marca B
$\overline{x}_1 = 26400$ kilómetros $s_1^2 = 1440000$	$\overline{x}_2 = 25100$ kilómetros $s_2^2 = 1960000$

Estime $\mu_1 - \mu_2$ la diferencia promedio hasta el desgaste final, usando un intervalo de confianza de 99 %. ¿Hay una diferencia en la durabilidad promedio para los dos tipos de neumáticos?

16. Un método para resolver la escasez de energía eléctrica implica construir plantas nucleares flotantes a pocas millas de la costa. Como existe preocupación acerca de la posibilidad de que los barcos choquen con una planta flotante, se necesita estimar la densidad de tránsito de embarcaciones en el área. El número de barcos que pasan por día dentro de una distancia de 10 millas del lugar que se propone ubicar la planta de energía, anotado durante $n = 60$ días en julio y agosto, tiene una media muestral y una varianza igual a $\overline{x} = 7{,}2$ y $s^2 = 8{,}8$, respectivamente:

a) Encuentre el intervalo de confianza de 95 % para el número medio de barcos que pasan en un radio de 10 millas de la ubicación propuesta de la planta de energía durante un día.

b) Se espera que la densidad de tránsito de naves disminuya durante los meses invernales. Una muestra de $n = 90$ registros diarios de avistamientos de naves durante diciembre, enero y febrero dieron una media y una varianza de $\overline{x} = 4{,}7$ y $s^2 = 4{,}9$. Encuentre el intervalo de confianza de 90 % para la diferencia en la densidad media de tráfico de naves entre los meses de verano e invierno

17. Un investigador médico pretende usar la media de una muestra aleatoria de tamaño $n = 120$ para estimar la media de la presión arterial de mujeres de cincuenta años. si, con base en su experiencia, sabe que $\sigma = 10{,}5$ mm de mercurtio, ¿qué puede afirmar con probabilidad de 0.99 acerca de la presión arterial de mujeres de 50 años?

18. Un estudio de dos clases de equipo de fotocopiado muestra que 61 averías del equipo de primera clase se llevaron en promedio 80.7 minutos en ser reparadas con una desviación estándar de 19.4 minutos, mientras que 61 averías del equipo de segunda clase se llevaron en promedio 88.1 minutos en ser reparadas con una desviación estándar de 18.8 minutos. Encuentre un intervalo de confianza del 99 % para la diferencia entre los verdaderos promedios del tiempo que toma reparar las averías de las dos clases de equipo de fotocopiado.

19. Para estudiar el efecto de las aleaciones sobre las resistencias de los alambres eléctricos, una ingeniera planea medir kla resistencia de $n_1 = 35$ alambres estándar y $n_2 = 45$ alambres aleados. Si se puede suponer que $\sigma_1 = 0{,}004$ ohms y $\sigma_2 = 0{,}005$ ohms para dichos datos, ¿qué se puede afirmar con un 98 % de confianza acerca de la diferencia de resisencias promedio?

20. Una muestra aleatoria de tamaño $N_1 = 25$, tomada de una población normal con una desviación estándar de $\sigma_1 = 5{,}2$, tiene una media de $\overline{x}_1 = 81$. Una segunda muestra aleatoria de tamaño $n_2 = 36$, tomada de una diferente población normal con una desviación estándar de $\sigma_2 = 3{,}4$, tiene una media $\overline{x}_2 = 76$. Pruebe la hipótesis de que $\mu_1 = \mu_2$ en contraposición a la alternativa $\mu_1 \neq \mu_2$.

21. Para determninar si un nuevo suero detiene la leucemia, se seleccionan 9 ratones, los cuales ya la han contraído y están en una etapa avanzada de la enfermedad. Cinco reciben el tratamiento y 4 no. Los tiempos de supervivencia, en años, desde el momento en que comenzo el experimento son los siguientes

Con tratamiento	2.1	5.3	1.4	4.6	0.9
Sin tratamiento	1.9	0.5	2.8	3.1	

En el nivel de significancia de 0,05, puede afirmarse que el suero es eficaz? asuma que las dos dostribuciones son normales con varianzas iguales.

4.5.1. Intervalos de Confianza para una Media

Ejercicio 64. *Calcula los siguientes intervalos de confianza para la media poblacional:*

1. *Intervalo de confianza del* 95 % *para la altura media poblacional de los estudiantes de una universidad con una muestra de* 100 *estudiantes:*

   - *Tamaño de la muestra (n):* 100
   - *Media muestral ($\overline{x}$):* 170 *cm*
   - *Desviación estándar poblacional (σ):* 8 *cm*
   - *Nivel de confianza:* 95 %
   - *Valor crítico z:* 1,96
   - *Error estándar:* $E = \frac{8}{\sqrt{100}} = 0{,}8$ *cm*
   - *Intervalo de confianza:* $\overline{x} \pm zE = 170 \pm 1{,}96(0{,}8) = (168{,}4, 171{,}6)$ *cm*

   Por lo tanto, podemos afirmar con un nivel de confianza del 95 % *que la altura media poblacional de los estudiantes se encuentra dentro del intervalo* $(168{,}4, 171{,}6)$ *cm.*

2. *Intervalo de confianza del* 90 % *para la temperatura media poblacional de un horno con una muestra de* 50 *mediciones:*

   - *Media muestral ($\overline{x}$):* 400 °*C*
   - *Desviación estándar muestral (s):* 10 °*C*

3. *Intervalo de confianza del* 95 % *para la media de las alturas de una población de* 2000 *estudiantes universitarios:*

   - *Media muestral ($\overline{x}$):* 170 *cm*
   - *Desviación estándar muestral (s):* 10 *cm*

4. *Intervalo de confianza del* 99 % *para la media del diámetro de un conjunto de* 50 *tornillos:*

   - *Media muestral ($\overline{x}$):* 3,5 *mm*
   - *Desviación estándar muestral (s):* 0,2 *mm*

5. *Intervalo de confianza del* 90 % *para la media del peso de una población de* 50000 *manzanas:*

   - *Media muestral ($\overline{x}$):* 150 *g*
   - *Desviación estándar muestral (s):* 20 *g*

6. *Intervalo de confianza del* 95 % *para la media del tiempo de reacción de un grupo de* 100 *conductores:*

   - *Media muestral ($\overline{x}$):* 0,5 *s*

- *Desviación estándar muestral (s):* 0,1 *s*

7. *Intervalo de confianza del* 99 % *para la media de las concentraciones de cloro en una muestra de agua:*
   - *Media muestral* ($\overline{x}$)*:* 2,0 *ppm*
   - *Desviación estándar muestral (s):* 0,3 *ppm*

8. *Intervalo de confianza del* 90 % *para la media de las velocidades de una muestra de* 50 *coches en una autopista:*
   - *Media muestral* ($\overline{x}$)*:* 120 *km/h*
   - *Desviación estándar muestral (s):* 5 *km/h*

9. *Intervalo de confianza del* 99 % *para la media del diámetro de una muestra de* 15 *pernos:*
   - *Media muestral* ($\overline{x}$)*:* 5,5 *mm*
   - *Desviación estándar muestral (s):* 0,3 *mm*

10. *Intervalo de confianza del* 95 % *para la media de las concentraciones de ácido sulfúrico en una muestra de* 25 *soluciones:*
    - *Media muestral* ($\overline{x}$)*:* 3,2 *M*
    - *Desviación estándar muestral (s):* 0,4 *M*

11. *Intervalo de confianza del* 90 % *para la media de las resistencias eléctricas en una muestra de* 20 *circuitos:*
    - *Media muestral* ($\overline{x}$)*:* 150 Ω
    - *Desviación estándar muestral (s):* 20 Ω

12. *Intervalo de confianza del* 95 % *para la media de las alturas de una muestra de* 30 *estudiantes de una universidad:*
    - *Media muestral* ($\overline{x}$)*:* 170 *cm*
    - *Desviación estándar muestral (s):* 6 *cm*

13. *Intervalo de confianza del* 95 % *para la media de las alturas de una población de* 2000 *estudiantes universitarios:*
    - *Media muestral* ($\overline{x}$)*:* 170 *cm*
    - *Desviación estándar muestral (s):* 10 *cm*

14. *Intervalo de confianza del* 99 % *para la media del diámetro de un conjunto de* 50 *tornillos:*
    - *Media muestral* ($\overline{x}$)*:* 3,5 *mm*

- *Desviación estándar muestral (s):* 0,2 *mm*

15. *Intervalo de confianza del* 90 % *para la media del peso de una población de* 50000 *manzanas:*
    - *Media muestral* ($\overline{x}$)*:* 150 *g*
    - *Desviación estándar muestral (s):* 20 *g*
16. *Intervalo de confianza del* 95 % *para la media del tiempo de reacción de un grupo de* 100 *conductores:*
    - *Media muestral* ($\overline{x}$)*:* 0,5 *s*
    - *Desviación estándar muestral (s):* 0,1 *s*
17. *Intervalo de confianza del* 99 % *para la media de las concentraciones de cloro en una muestra de agua:*
    - *Tamaño de la muestra (n):* 75
    - *Media muestral* ($\overline{x}$)*:* 2,0 *ppm*
    - *Desviación estándar muestral (s):* 0,3 *ppm*
18. *Intervalo de confianza del* 90 % *para la media de las velocidades de una muestra de* 50 *coches en una autopista:*
    - *Media muestral* ($\overline{x}$)*:* 120 *km/h*
    - *Desviación estándar muestral (s):* 5 *km/h*
19. *Intervalo de confianza del* 99 % *para la media del diámetro de una muestra de* 15 *pernos:*
    - *Media muestral* ($\overline{x}$)*:* 5,5 *mm*
    - *Desviación estándar muestral (s):* 0,3 *mm*
20. *Intervalo de confianza del* 95 % *para la media de las concentraciones de ácido sulfúrico en una muestra de* 25 *soluciones:*
    - *Media muestral* ($\overline{x}$)*:* 3,2 *M*
    - *Desviación estándar muestral (s):* 0,4 *M*
21. *Intervalo de confianza del* 90 % *para la media de las resistencias eléctricas en una muestra de* 20 *circuitos:*
    - *Media muestral* ($\overline{x}$)*:* 150 Ω
    - *Desviación estándar muestral (s):* 20 Ω
22. *Intervalo de confianza del* 95 % *para la media de las alturas de una muestra de* 30 *estudiantes de una universidad:*

- *Media muestral* ($\overline{x}$)*:* 170 *cm*
- *Desviación estándar muestral* (s)*:* 6 *cm*

Ejercicio 65. *Resuelve los siguientes ejercicios aplicando la fórmula de intervalo de confianza para la media:*

1. *Un fabricante de resistencias electrónicas toma una muestra aleatoria de* 100 *resistencias de su línea de producción y encuentra que la media muestral de resistencia es de* 500 Ω*, con una desviación estándar muestral de* 10 Ω*. Calcular el intervalo de confianza del* 95 % *para la resistencia media poblacional.*

    - *Tamaño de la muestra* (n)*:* 100
    - *Media muestral* ($\overline{x}$)*:* 500 Ω
    - *Desviación estándar muestral* (s)*:* 10 Ω
    - *Nivel de confianza:* 95 %
    - *Valor crítico* z*:* 1,96
    - *Error estándar* (E)*:* $\frac{10}{\sqrt{100}} = 1\ \Omega$
    - *Intervalo de confianza:* $\overline{x} \pm zE = 500 \pm 1{,}96(1) = (498{,}04, 501{,}96)\ \Omega$

2. *Un equipo de investigación quiere estimar la cantidad media de memoria RAM en las computadoras portátiles producidas por una empresa. Toman una muestra aleatoria de* 200 *computadoras y encuentran que la media muestral de RAM es de* 8 *GB, con una desviación estándar muestral de* 1 *GB. Construir un intervalo de confianza del* 99 % *para la cantidad media de RAM.*

3. *En un estudio de calidad de señal en sistemas de comunicaciones, se mide la relación señal-ruido en* 50 *muestras de un dispositivo. Se obtiene una media muestral de* 25 *dB y una desviación estándar muestral de* 2 *dB. Construir un intervalo de confianza del* 95 % *para la verdadera relación señal-ruido media.*

4. *Se desea evaluar el rendimiento de un nuevo algoritmo de compresión de datos en tiempo real. Se toman* 100 *mediciones del rendimiento y se obtiene una media muestral de* 300 *Mbps y una desviación estándar muestral de* 20 *Mbps. Construir un intervalo de confianza del* 99 % *para la verdadera tasa de compresión media.*

5. *En un estudio de fiabilidad de componentes electrónicos, se mide el tiempo de vida de* 80 *muestras de un dispositivo. Se obtiene una media muestral de* 5000 *horas y una desviación estándar muestral de* 800 *horas. Construir un intervalo de confianza del* 90 % *para la verdadera vida media del dispositivo.*

6. *Se desea evaluar el rendimiento de un sistema de detección de fallos en un sistema de control. Se toman* 200 *mediciones de tiempos de respuesta y se obtiene una media muestral de* 10 *ms y una desviación estándar muestral de* 1,5 *ms. Construir un intervalo de confianza del* 95 % *para la verdadera velocidad de respuesta media del sistema.*

7. *En un estudio de calidad de señal en sistemas de radar, se mide la relación señal-ruido en* 150 *muestras de un dispositivo. Se obtiene una media muestral de* 30 *dB y una desviación estándar muestral de* 3 *dB. Construir un intervalo de confianza del* 98 % *para la verdadera relación señal-ruido media del dispositivo.*

8. *Se desea evaluar el rendimiento de un algoritmo de búsqueda en una base de datos. Se toman* 500 *mediciones del tiempo de búsqueda y se obtiene una media muestral de* 3,5 *s y una desviación estándar muestral de* 0,5 *s. Construir un intervalo de confianza del* 95 % *para la verdadera velocidad de búsqueda media.*

9. *En un estudio de usabilidad de una aplicación móvil, se mide el tiempo que tardan los usuarios en realizar una tarea específica. Se toman* 200 *mediciones y se obtiene una media muestral de* 45 *s y una desviación estándar muestral de* 10 *s. Construir un intervalo de confianza del* 99 % *para la verdadera duración media de la tarea.*

10. *Se desea evaluar la eficacia de un nuevo algoritmo de clasificación de datos. Se toman* 1000 *mediciones de la precisión de clasificación y se obtiene una media muestral del* 85 % *y una desviación estándar muestral del* 5 %*. Construir un intervalo de confianza del* 90 % *para la verdadera precisión media de clasificación.*

11. *En un estudio de rendimiento de un sistema de procesamiento de imágenes, se mide la velocidad de procesamiento en milisegundos. Se toman* 300 *mediciones y se obtiene una media muestral de* 25 *ms y una desviación estándar muestral de* 3 *ms. Construir un intervalo de confianza del* 99 % *para la verdadera velocidad media de procesamiento.*

12. *Se desea evaluar la eficacia de un sistema de recomendación de productos en línea. Se toman* 500 *mediciones de la satisfacción de los usuarios y se obtiene una media muestral de* 4,2 *estrellas y una desviación estándar muestral de* 0,5 *estrellas. Construir un intervalo de confianza del* 95 % *para la verdadera satisfacción media de los usuarios.*

Ejercicio 66. *Resuelve los siguientes ejercicios aplicando el cálculo del intervalo de confianza según el nivel de confianza y los datos muestrales proporcionados.*

1. *Se desea evaluar la eficacia de un sistema de energía solar para generar electricidad en una región específica. Se toman* 1000 *mediciones de la producción de energía diaria y se obtiene una media muestral de* 10 kWh *y una desviación estándar muestral de* 2 kWh*. Construir un intervalo de confianza del* 95 % *para la verdadera producción media de energía diaria.*

2. *En un estudio de la eficacia de un nuevo sistema de enfriamiento para una central eléctrica, se mide la temperatura de salida del aire. Se toman* 500 *mediciones y se obtiene una media muestral de* $20^\circ C$ *y una desviación estándar muestral de* $3^\circ C$*. Construir un intervalo de confianza del* 99 % *para la verdadera temperatura media de salida del aire.*

3. *Se desea evaluar la eficacia de un nuevo sistema de control de temperatura en una planta de producción de energía. Se toman* 300 *mediciones de la temperatura y se obtiene una media muestral de* $50°C$ *y una desviación estándar muestral de* $5°C$. *Construir un intervalo de confianza del* 90 % *para la verdadera temperatura media.*

4. *En un estudio de la eficacia de un nuevo sistema de almacenamiento de energía, se mide la cantidad de energía almacenada en kWh. Se toman* 200 *mediciones y se obtiene una media muestral de* 100 *kWh y una desviación estándar muestral de* 10 *kWh. Construir un intervalo de confianza del* 99 % *para la verdadera cantidad media de energía almacenada.*

5. *Se desea evaluar la eficacia de un nuevo sistema de generación de energía hidroeléctrica en una represa. Se toman* 400 *mediciones de la producción de energía y se obtiene una media muestral de* 50 *MW y una desviación estándar muestral de* 6 *MW. Construir un intervalo de confianza del* 95 % *para la verdadera producción media de energía.*

6. *Se desea estimar el tiempo medio que tarda una brigada de Protección Civil en llegar al lugar de una emergencia. Se selecciona una muestra aleatoria de* 100 *emergencias y se obtiene un tiempo medio de* 15 *minutos con una desviación estándar de* 3 *minutos. Construir un intervalo de confianza del* 95 % *para la media del tiempo de llegada de las brigadas.*

7. *Se quiere determinar la concentración media de un contaminante en el aire en una zona de Protección Civil. Se toma una muestra aleatoria de* 50 *mediciones y se obtiene una concentración media de* 0,5 *ppm con una desviación estándar de* 0,1 *ppm. Construir un intervalo de confianza del* 90 % *para la media de la concentración de contaminante en el aire.*

8. *Se desea determinar la media de la cantidad de material de rescate utilizado en las operaciones de Protección Civil. Se toma una muestra aleatoria de* 200 *operaciones y se obtiene una media de* 500 *kg con una desviación estándar de* 50 *kg. Construir un intervalo de confianza del* 99 % *para la media de la cantidad de material de rescate utilizado en las operaciones.*

9. *Se desea estimar la media del tiempo que tarda en ser restablecido el servicio eléctrico en una zona afectada por un desastre natural. Se selecciona una muestra aleatoria de* 150 *casos y se obtiene un tiempo medio de restablecimiento de* 6 *horas con una desviación estándar de* 1,5 *horas. Construir un intervalo de confianza del* 95 % *para la media del tiempo de restablecimiento del servicio eléctrico.*

10. *Se quiere estimar la media del número de llamadas de emergencia recibidas en un centro de atención de Protección Civil durante los fines de semana. Se toma una muestra aleatoria de* 300 *fines de semana y se obtiene un número medio de llamadas de* 200 *con una desviación estándar de* 30. *Construir un intervalo de confianza del* 98 % *para la media del número de llamadas de emergencia recibidas durante los fines de semana.*

11. *Un fabricante de circuitos electrónicos afirma que la vida útil media de una batería de su producción es de al menos* 500 *horas. Si se toma una muestra aleatoria de* 100 *baterías y se encuentra una vida útil media de* 510 *horas con una desviación estándar de* 20 *horas, ¿qué se puede concluir con un nivel de confianza del* 95 %*?*

12. *Un ingeniero quiere estimar la resistencia promedio de una muestra de* 60 *vigas de acero. Los datos indican una media de* 20,5 *kN/m*^{2} *y una desviación estándar de* 1,8 *kN/m*^{2}*. Si se desea tener un nivel de confianza del* 99 %*, ¿cuál es el intervalo de confianza para la resistencia media de las vigas?*

13. *Se está llevando a cabo una investigación sobre la cantidad de agua que un motor de combustión interna puede absorber antes de que falle. Se toma una muestra de* 80 *motores y se encuentra una media de absorción de* 80 *mL con una desviación estándar de* 10 *mL. Si se desea estimar la cantidad media de absorción con un nivel de confianza del* 90 %*, ¿cuál es el intervalo de confianza?*

14. *Un fabricante de turbinas de viento desea probar su nueva turbina en condiciones extremas de viento. Para ello, se mide la potencia generada por la turbina en una muestra de* 50 *pruebas. La media de la potencia generada es de* 1200 *kW con una desviación estándar de* 100 *kW. Construir un intervalo de confianza del* 95 % *para la potencia media de la turbina.*

15. *Se está llevando a cabo una investigación para determinar la vida útil media de un nuevo material utilizado en la construcción de edificios. Se toma una muestra de* 200 *piezas del material y se encuentra que la vida útil media es de* 20 *años con una desviación estándar de* 2 *aõs. Si se desea tener un nivel de confianza del* 99 %*, ¿cuál es el intervalo de confianza para la vida útil media del material?*

4.5.2. Intervalos de Confianza para una Media: muestras pequeñas

Cuando el tamaño de la muestra es pequeño ($n < 30$) y la desviación estándar poblacional es desconocida, se utiliza la distribución t de Student para calcular el intervalo de confianza de la media poblacional.

La fórmula general para calcular el intervalo de confianza de una media, cuando la muestra es pequeña, es:

$$\overline{x} \pm t\left(\frac{s}{\sqrt{n}}\right)$$

Donde: $\overline{x}$ es la media muestral, s es la desviación estándar muestral, n es el tamaño de la muestra, y t es el valor crítico de la distribución t de Student para el nivel de confianza deseado y $n-1$ grados de libertad.

Ejercicio 67. *Calcula los siguientes intervalos de confianza utilizando la distribución t de Student:*

1. *Intervalo de confianza del* 95 % *para la altura media poblacional de los estudiantes de una universidad con una muestra de* 10 *estudiantes. Tamaño de la muestra* $n = 10$*, media muestral* $\overline{x} = 170$ *cm, desviación estándar muestral* $s = 8$ *cm.*

2. *Intervalo de confianza del* 90 % *para el peso medio poblacional de los recién nacidos con una muestra de* 15 *bebés. Tamaño de la muestra* $n = 15$*, media muestral* $\overline{x} = 3{,}5$ *kg, desviación estándar muestral* $s = 0{,}5$ *kg.*

3. *Intervalo de confianza del* 99 % *para la duración media de las baterías de un dispositivo electrónico con una muestra de* 8 *dispositivos. Tamaño de la muestra* $n = 8$*, media muestral* $\overline{x} = 30$ *h, desviación estándar muestral* $s = 5$ *h.*

4. *Intervalo de confianza del* 95 % *para el número medio de días de hospitalización de pacientes con una muestra de* 12 *pacientes. Tamaño de la muestra* $n = 12$*, media muestral* $\overline{x} = 5$ *días, desviación estándar muestral* $s = 2$ *días.*

5. *Intervalo de confianza del* 99 % *para la media poblacional de la concentración de un compuesto en una muestra de agua con una muestra de* 7 *mediciones. Tamaño de la muestra* $n = 7$*, media muestral* $\overline{x} = 4$ *mg/L, desviación estńdar muestral* $s = 1$ *mg/L.*

6. *Intervalo de confianza del* 95 % *para la altura media de una muestra de* 8 *plantas. Tamaño de la muestra* $n = 8$*, media muestral* $\overline{x} = 12$ *cm, desviación estńdar muestral* $s = 2$ *cm, nivel de confianza* 95 %*.*

7. *Intervalo de confianza del* 90 % *para el tiempo medio de reacción de un grupo de* 6 *sujetos. Tamaño de la muestra* $n = 6$*, media muestral* $\overline{x} = 0{,}3$ *s, desviación estńdar muestral* $s = 0{,}05$ *s.*

8. *Intervalo de confianza del* 99 % *para la resistencia media de un lote de* 10 *piezas de acero. Tamaño de la muestra* $n = 10$*, media muestral* $\overline{x} = 750$ *MPa, desviación estńdar muestral* $s = 25$ *MPa.*

9. *Intervalo de confianza del* 95 % *para la concentración media de un compuesto en una muestra de* 12 *aguas subterráneas. Tamaño de la muestra* $n = 12$*, media muestral* $\overline{x} = 5$ *mg/L, desviación estńdar muestral* $s = 1{,}5$ *mg/L.*

10. *Intervalo de confianza del* 95 % *para la eficiencia media de una muestra de* 20 *paneles solares. Tamaño de la muestra* $n = 20$*, media muestral* $\overline{x} = 80\,\%$*, desviación estńdar muestral* $s = 4\,\%$*.*

11. *Intervalo de confianza del* 90 % *para la concentración media de un compuesto en una muestra de* 15 *suelos. Tamaño de la muestra* $n = 15$*, media muestral* $\overline{x} = 0{,}3$ *mg/g, desviación estńdar muestral* $s = 0{,}05$ *mg/g, nivel de confianza* 90 %*.*

12. *Concentración media de un producto químico en una muestra de* 25 *aguas subterráneas. Tamaño de la muestra* $n = 25$*, media muestral* $\overline{x} = 10{,}2$ *mg/L, desviación estńdar muestral* $s = 2{,}3$ *mg/L.*

13. *Intervalo de confianza del* 99 % *para la tasa de error media de un sistema de comunicaciones que transmite* 5000 *mensajes. Tamaño de la muestra* $n = 5000$*, número de mensajes erróneos* $x = 25$*, proporción muestral* $\hat{p} = \frac{25}{5000} = 0{,}005$*.*

4.5.3. Diferencia de dos medias: Varianzas conocidas y distintas

En este caso, se puede utilizar el estadístico z con distribución normal estándar. El intervalo de confianza se construye como:

$$(\overline{d}_1 - \overline{d}_2) \pm z_{\alpha/2}\left(\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}\right)$$

donde σ_d es la desviación estándar de la diferencia de las medias poblacionales y $z_{\alpha/2}$ es el valor crítico correspondiente al nivel de confianza deseado.

Ejercicio 68. *Calcula los siguientes intervalos de confianza para la diferencia de medias poblacionales:*

1. *Se desea conocer si el tiempo promedio de atención en dos cajeros automáticos diferentes es significativamente diferente. Se toman muestras aleatorias de* 50 *transacciones en cada cajero, se obtienen medias muestrales de* 3,5 *y* 4,2 *minutos respectivamente, la desviación estándar poblacional es conocida y es de* 0,8 *minutos, se construye un intervalo de confianza del* 95 % *para la diferencia de las medias poblacionales.*

2. *Se quiere determinar si hay una diferencia significativa en la altura promedio de dos poblaciones de estudiantes universitarios. Se toman muestras aleatorias de* 100 *estudiantes de cada población, se obtienen medias muestrales de* 1,72 *y* 1,68 *metros respectivamente, la desviación estándar poblacional es conocida y es de* 0,07 *metros, se construye un intervalo de confianza del* 99 % *para la diferencia de las medias poblacionales.*

3. *Se quiere comparar la productividad de dos plantas de producción de una empresa. Se toman muestras aleatorias de* 200 *trabajadores de cada planta, se obtienen medias muestrales de* 150 *y* 140 *unidades producidas por hora respectivamente, la desviación estándar poblacional es conocida y es de* 12 *unidades por hora, se construye un intervalo de confianza del* 90 % *para la diferencia de las medias poblacionales.*

4. *Un fabricante de focos quiere comparar dos marcas diferentes en términos de vida útil. Se toma una muestra de* 100 *focos de la marca A con una vida media de* 1200 *horas y desviación estándar de* 200 *horas, y una muestra de* 120 *focos de la marca B con una vida media de* 1350 *horas y desviación estńdar de* 180 *horas, se construye un intervalo de confianza del* 95 % *para la diferencia media de vida útil entre las dos marcas.*

5. *Un estudio quiere comparar la efectividad de dos tipos de medicamentos en el tratamiento de la hipertensión. Se toma una muestra de* 80 *pacientes tratados con el medicamento A con presión arterial media de* 130 *mmHg y desviación estńdar de* 10 *mmHg, y una muestra de* 90 *pacientes tratados con el medicamento B con presión arterial media de* 125 *mmHg y desviación estńdar de* 12 *mmHg, se construye un intervalo de confianza del* 99 % *para la diferencia media en la presión arterial entre los dos medicamentos.*

6. *Se quiere comparar dos programas de entrenamiento en términos de su efectividad en el aumento de la fuerza muscular. Se toma una muestra de* 60 *atletas del programa A con fuerza media de* 150 *kg y desviación estńdar de* 20 *kg, y una muestra de* 70 *atletas del programa B con fuerza media de* 155 *kg y desviación estńdar de* 18 *kg, se construye un intervalo de confianza del* 90 % *para la diferencia media en la fuerza muscular entre los dos programas.*

7. *Un estudio quiere comparar dos tipos de fertilizantes en términos de su efectividad en el crecimiento de plantas de maíz. Se toma una muestra de* 200 *plantas tratadas con el fertilizante A con altura media de* 1,8 *metros y desviación estńdar de* 0,2 *metros, y una muestra de* 220 *plantas tratadas con el fertilizante B con altura media de* 2,0 *metros y desviación estńdar de* 0,18 *metros, se construye un intervalo de confianza del* 95 % *para la diferencia media en la altura de las plantas entre los dos fertilizantes.*

8. *Se quiere comparar el rendimiento de dos tipos de discos duros en términos de su velocidad de lectura y escritura. Se toma una muestra de* 150 *discos del tipo A con velocidad media de* 100 *MB/s y desviación estńdar de* 10 *MB/s, y una muestra de* 180 *discos del tipo B con velocidad media de* 120 *MB/s y desviación estńdar de* 12 *MB/s, se construye un intervalo de confianza del* 99 % *para la diferencia media en la velocidad de lectura/escritura entre los dos tipos de discos.*

9. *Un investigador desea comparar la efectividad de dos métodos de enseñanza de matemáticas en una muestra de* 60 *estudiantes. El primer grupo de* 30 *estudiantes recibió el método A y el segundo grupo de* 30 *estudiantes recibió el método B. La media y desviacińn estńdar de las calificaciones en el grupo A fueron* 75 *y* 8*, respectivamente, mientras que en el grupo B fueron* 80 *y* 10*, respectivamente, se construye un intervalo de confianza del* 95 % *para la diferencia media entre las calificaciones de los dos grupos.*

10. *Se desea comparar la efectividad de dos medicamentos para reducir la presión arterial en pacientes con hipertensión. Un grupo de* 25 *pacientes tomó el medicamento A y otro grupo de* 30 *pacientes tomó el medicamento B. La media y desviacińn estńdar de la presión arterial en el grupo A fueron* 140 *y* 10*, respectivamente, mientras que en el grupo B fueron* 135 *y* 12*, respectivamente, se construye un intervalo de confianza del* 90 % *para la diferencia media entre las presiones arteriales de los dos grupos.*

11. *Se desea comparar la duración de dos tipos de baterías para un teléfono móvil. Se selecciona una muestra aleatoria de* 50 *baterías de cada tipo. La media y desviacińn estńdar de la duracińn de las baterías del tipo A fueron* 20 *horas y* 3 *horas, respectivamente, mientras que las del tipo B fueron* 22 *horas y* 4 *horas, respectivamente, se construye un intervalo de confianza del* 99 % *para la diferencia media entre las duraciones de las baterías de los dos tipos.*

12. *Se desea comparar el tiempo que tardan dos marcas de coches en recorrer* 100 *km. Se selecciona una muestra aleatoria de* 20 *coches de cada marca. La media y desviacińn estńdar del tiempo para los coches de la marca A fueron* 1,5 *horas y* 0,2 *horas, respectivamente, mientras que los de la marca B tardaron* 1,3 *horas y* 0,3 *horas,*

respectivamente, se construye un intervalo de confianza del 95 % *para la diferencia media entre los tiempos que tardan los coches de las dos marcas.*

13. *Se desea comparar el rendimiento de dos tipos de fertilizantes en el crecimiento de las plantas de maíz. Se selecciona una muestra aleatoria de* 40 *plantas de cada tipo de fertilizante. La media y desviaciń estńdar del crecimiento de las plantas con el fertilizante A fueron* 150 *cm y* 20 *cm, respectivamente, mientras que las del fertilizante B fueron* 160 *cm y* 18 *cm, respectivamente, se construye un intervalo de confianza del* 99 % *para la diferencia media entre los crecimientos de las plantas con ambos fertilizantes.*

14. *Se quiere comparar el tiempo promedio de entrega de dos proveedores de paquetes. Se toma una muestra de* 25 *paquetes del primer proveedor con tiempo promedio de entrega de* 3,5 *días y desviaciń estńdar muestral de* 1,2 *días, y una muestra de* 30 *paquetes del segundo proveedor con tiempo promedio de entrega de* 4,2 *días y desviaciń estńdar de* 1,5 *días, se construye un intervalo de confianza del* 95 % *para la diferencia de los tiempos promedio de entrega.*

15. *Se quiere comparar el rendimiento promedio de dos grupos de estudiantes en un examen de matemáticas. Se toma una muestra de* 10 *estudiantes del primer grupo con rendimiento promedio de* 75 *puntos y desviaciń estńdar muestral de* 8 *puntos, y una muestra de* 12 *estudiantes del segundo grupo con rendimiento promedio de* 68 *puntos y desviaciń estńdar de* 10 *puntos. Se asume que las varianzas de ambos grupos son iguales, se construye un intervalo de confianza del* 90 % *para la diferencia de los rendimientos promedio.*

4.5.4. Diferencia de dos medias: Varianzas conocidas e iguales

En este caso, se utiliza el estadístico t de Student con distribución t de Student con n_1+n_2-2 grados de libertad, donde n_1 y n_2 son los tamaños de las muestras. El intervalo de confianza se construye como:

$$(\overline{d}_1 - \overline{d}_2) \pm t_{\alpha/2}\left(s_p \cdot \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}\right)$$

donde $\overline{d}_1$ y $\overline{d}_2$ son las medias muestrales, s_p es la desviación estándar combinada de las muestras y $t_{\alpha/2}$ es el valor crítico correspondiente al nivel de confianza deseado.

Ejercicio 69. *Calcula los siguientes intervalos de confianza para la diferencia de medias entre dos poblaciones asumiendo varianzas iguales:*

1. *Un estudio compara los niveles de estrés entre trabajadores de dos empresas diferentes. Se toman muestras de* 50 *trabajadores de cada empresa, la media de estrés en la empresa 1 es de* 6,2 *con una desviación estándar de* 1,1*, mientras que la media de estrés en la empresa 2 es de* 5,8 *con una desviación estándar de* 1,3*, construir un intervalo de confianza al* 95 % *para la diferencia de medias entre ambas empresas.*

2. *Se quiere comparar la eficacia de dos medicamentos para tratar la hipertensión arterial. Se toma una muestra de* 100 *pacientes para cada medicamento, la media de presión arterial en el grupo que recibe el medicamento 1 es de* 145 *mmHg con una desviación estándar de* 5 *mmHg, mientras que la media de presión arterial en el grupo que recibe el medicamento 2 es de* 140 *mmHg con una desviación estándar de* 6 *mmHg, construir un intervalo de confianza al* 99 % *para la diferencia de medias entre ambos medicamentos.*

3. *Se desea comparar el tiempo de respuesta de dos proveedores de internet. Se toman muestras de* 30 *usuarios para cada proveedor, la media de tiempo de respuesta del proveedor 1 es de* 20 *ms con una desviación estńdar de* 3 *ms, mientras que la media del proveedor 2 es de* 25 *ms con una desviación estńdar de* 4 *ms, construir un intervalo de confianza al* 90 % *para la diferencia de medias entre ambos proveedores.*

4. *Un estudio compara los precios de productos en dos supermercados diferentes. Se toman muestras de* 50 *productos de cada supermercado, la media de precio en el supermercado 1 es de $5.2 con una desviación estńdar de $1.1, mientras que la media en el supermercado 2 es de $4.8 con una desviación estńdar de $1.3, construir un intervalo de confianza al* 95 % *para la diferencia de medias entre ambos supermercados.*

5. *Se quiere comparar la efectividad de dos programas de entrenamiento para mejorar la flexibilidad. Se toman muestras de* 40 *participantes para cada programa, la media de mejora en la flexibilidad en el programa 1 es de* 15 *grados con una desviación estńdar de* 2 *grados, mientras que la media en el programa 2 es de* 18 *grados con una desviación estńdar de* 3 *grados, construir un intervalo de confianza al* 99 % *para la diferencia de medias entre ambos programas.*

6. *Se quiere comparar el tiempo de reacción de dos grupos de conductores en una situación de emergencia. Se toman muestras de* 25 *conductores de cada grupo, la media de tiempo de reacción del grupo 1 es de* 0,8 *s con una desviación estńdar de* 0,1 *s, mientras que la media del grupo 2 es de* 0,9 *s con una desviación estńdar de* 0,2 *s, construir un intervalo de confianza al* 99 % *para la diferencia de medias entre ambos grupos.*

7. *Se desea comparar la eficacia de dos métodos de enseñanza de matemáticas en alumnos de tercer grado de primaria. Se toma una muestra de* 50 *alumnos para cada método, la media del puntaje en el examen del método 1 es de* 70 *puntos con una desviación estńdar de* 5 *puntos, mientras que la media en el método 2 es de* 75 *puntos con una desviación estńdar de* 6 *puntos, construir un intervalo de confianza al* 95 % *para la diferencia de medias entre ambos métodos.*

8. *Un estudio compara la tasa de mortalidad en dos hospitales. Se toman muestras de* 100 *pacientes de cada hospital, la tasa de mortalidad en el hospital 1 es del* 5 % *con una desviación estńdar del* 1 %*, mientras que la del hospital 2 es del* 8 % *con una desviación estńdar del* 2 %*, construir un intervalo de confianza al* 90 % *para la diferencia de proporciones entre ambos hospitales.*

9. *Se quiere comparar el rendimiento académico entre estudiantes de dos escuelas diferentes. Se toman muestras de* 30 *estudiantes de cada escuela, la media de calificaciones en la escuela 1 es de* 8,5 *con una desviación estńdar de* 1,2*, mientras que la media en la escuela 2 es de* 7,8 *con una desviación estńdar de* 1,5*, construir un intervalo de confianza al* 99 % *para la diferencia de medias entre ambas escuelas.*

10. *Se toman dos muestras de tamaño* 100 *cada una. La primera muestra tiene una media de* 25 *y una desviación estńdar de* 5*, mientras que la segunda muestra tiene una media de* 30 *y una desviación estńdar de* 6*, construir un intervalo de confianza al* 95 % *para la diferencia de medias entre ambas poblaciones.*

11. *Se quiere comparar la eficacia de dos tratamientos para reducir el dolor de cabeza. Se toma una muestra de* 150 *pacientes para cada tratamiento, la media del grupo 1 es de* 6,5 *y la del grupo 2 es de* 5,8*, con desviación estńdar de* 1,2 *en ambos casos, construir un intervalo de confianza al* 99 % *para la diferencia de medias entre ambos tratamientos.*

12. *Se desea comparar la velocidad de procesamiento de dos computadoras diferentes. Se toman muestras de* 50 *usuarios para cada computadora, la media de velocidad de la computadora 1 es de* 4,2 *GHz con una desviación estńdar de* 0,5 *GHz, mientras que la de la computadora 2 es de* 4,5 *GHz con una desviación estńdar de* 0,6 *GHz, construir un intervalo de confianza al* 90 % *para la diferencia de medias entre ambas computadoras.*

13. *Se quiere comparar el rendimiento académico de estudiantes de dos escuelas diferentes. Se toman muestras de* 80 *estudiantes para cada escuela, la media de calificaciones en la escuela 1 es de* 7,8 *con una desviación estńdar de* 1,2*, mientras que la media en la escuela 2 es de* 8,2 *con una desviación estńdar de* 1,3*, construir un intervalo de confianza al* 95 % *para la diferencia de medias entre ambas escuelas.*

14. *Se desea comparar la eficacia de dos programas de entrenamiento para corredores. Se toman muestras de* 200 *corredores para cada programa, la media de tiempo de carrera del programa 1 es de* 30 *minutos con una desviación estńdar de* 2,5 *minutos, mientras que la media del programa 2 es de* 28 *minutos con una desviación estńdar de* 2,7 *minutos, construir un intervalo de confianza al* 99 % *para la diferencia de medias entre ambos programas.*

4.5.5. Diferencia de dos medias: Varianzas desconocidas e iguales

En este caso, se puede utilizar el estadístico t de Student con distribución t de Student con $n_1 + n_2 - 2$ grados de libertad, pero se debe utilizar la desviación estándar de la diferencia de las medias muestrales, que se puede estimar como:

$$s_d = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}$$

El intervalo de confianza se puede construir como:

$$(\bar{d}_1 - \bar{d}2) \pm t_{\alpha/2}(s_d \cdot \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}})$$

donde s_1 y s_2 son las desviaciones estándar muestrales, $\bar{d}_1$ y $\bar{d}2$ son las medias muestrales, y $t\alpha/2$ es el valor crítico correspondiente al nivel de confianza deseado, y los grados de libertad $\nu = n_1 + n_2 - 2$

Ejercicio 70. *Calcula los siguientes intervalos de confianza para la diferencia de medias asumiendo varianzas iguales:*

1. *Se quiere comparar la duración de dos tipos de baterías en un mismo dispositivo electrónico; se toman muestras de* 10 *baterías de cada tipo, la duración media del tipo A es* 25 *h con desviación estándar* 3 *h y la del tipo B es* 30 *h con desviación estándar* 4 *h; construir un intervalo de confianza al* 95 % *para la diferencia de medias entre ambas baterías.*

2. *Un estudio compara el efecto de dos tratamientos para reducir el dolor en pacientes con artritis; se toman* 15 *pacientes por tratamiento, la media de reducción del dolor en el tratamiento* 1 *es* 2,5 *con desviación estándar* 0,8 *y en el tratamiento* 2 *es* 3,0 *con desviación estándar* 0,9*; construir un intervalo de confianza al* 99 % *para la diferencia de medias.*

3. *Se compara la calidad de dos marcas de café; se toman* 8 *tazas por marca, la media de puntaje de sabor de la marca A es* 8,0 *con desviación estándar* 1,2 *y la de la marca B es* 7,0 *con desviación estándar* 1,1*; construir un intervalo de confianza al* 90 % *para la diferencia de medias.*

4. *Un estudio compara el efecto de dos programas de entrenamiento en fuerza muscular; se toman* 12 *atletas por programa, la ganancia media en el programa* 1 *es* 10 *kg con desviación estándar* 2 *kg y en el programa* 2 *es* 12 *kg con desviación estándar* 3 *kg; construir un intervalo de confianza al* 95 % *para la diferencia de medias.*

5. *Se comparan dos métodos de enseñanza de idiomas en secundaria; se toman* 5 *estudiantes por método, la media del examen del método* 1 *es* 85 *puntos con desviación estándar* 6 *y la del método* 2 *es* 80 *puntos con desviación estándar* 7*; construir un intervalo de confianza al* 99 % *para la diferencia de medias.*

6. *Se comparan dos medicamentos para reducir la presión arterial; se toman* 6 *pacientes por medicamento, la media con el medicamento* 1 *es* 140 *mmHg con desviación estándar* 5 *mmHg y con el medicamento* 2 *es* 135 *mmHg con desviación estándar* 4 *mmHg; construir un intervalo de confianza al* 95 % *para la diferencia de medias.*

7. *Se compara el rendimiento de dos marcas de neumáticos en lluvia; se toman* 10 *neumáticos por marca, la distancia de frenado media de la marca A es* 25 *m con desviación estándar* 2 *m y la de la marca B es* 22 *m con desviación estándar* 3 *m; construir un intervalo de confianza al* 90 % *para la diferencia de medias.*

8. *Se compara la calidad de dos tipos de lentes de contacto; se toman* 8 *lentes por tipo, la duración media del tipo* 1 *es* 14 *h con desviación estándar* 1,2 *h y la del tipo* 2 *es* 15 *h con desviación estándar* 1,4 *h; construir un intervalo de confianza al* 95 % *para la diferencia de medias.*

9. *Se compara el desempeñ o de dos tipos de lápices en papel rugoso; se toman* 12 *lápices por tipo, la media de la métrica de escritura para el tipo A es* 5,5 *con desviación estándar* 0,8 *y para el tipo B es* 6,0 *con desviación estándar* 1,1*; construir un intervalo de confianza al* 99 % *para la diferencia de medias.*

10. *Se comparan dos fertilizantes en el crecimiento de plantas; se toman* 15 *plantas por fertilizante, la altura media con el fertilizante* 1 *es* 25 *cm con desviación estándar* 3 *cm y con el fertilizante* 2 *es* 28 *cm con desviación estándar* 4 *cm; construir un intervalo de confianza al* 90 % *para la diferencia de medias.*

11. *Se comparan dos programas de entrenamiento en fuerza para atletas con datos brutos; se toman* 8 *atletas por programa, programa A:* $(44, 37, 50, 41, 48, 36, 45, 38)$*, programa B:* $(42, 39, 44, 40, 37, 47, 45, 41)$*; construir un intervalo de confianza al* 95 % *para la diferencia de medias del aumento de peso levantado.*

12. *Se comparan dos tipos de entrenamiento cardiovascular en calorías quemadas con datos brutos; se toman* 10 *personas por tipo, tipo A:* $(124, 134, 137, 120, 129, 132, 136, 131, 130, 128)$*, tipo B:* $(136, 125, 128, 122, 130, 132, 138, 129, 131, 133)$*; construir un intervalo de confianza al* 90 % *para la diferencia de medias.*

13. *Se compara el tiempo promedio de entrega de dos compañías de paquetería con datos brutos; se toman* 12 *entregas por compañía, compañía A:* $(4, 5, 6, 3, 4, 5, 6, 3, 4, 5, 6, 3)$*, compañía B:* $(5, 6, 4, 5, 6, 3, 4, 6, 5, 4, 6, 5)$*; construir un intervalo de confianza al* 99 % *para la diferencia de medias.*

14. *Se comparan dos tratamientos para reducir colesterol con datos brutos; se toman* 15 *pacientes por tratamiento, tratamiento A:* $(182, 172, 193, 198, 168, 178, 186, 192, 182, 175, 168, 177, 183,$ *tratamiento B:* $(188, 198, 183, 192, 202, 194, 187, 182, 189, 193, 196, 185, 182, 197, 190)$*; construir un intervalo de confianza al* 95 % *para la diferencia de medias.*

15. *Se compara la productividad por hora en dos turnos de trabajo con datos brutos; se toman* 7 *horas por turno, turno A:* $(57, 60, 59, 62, 58, 56, 61)$*, turno B:* $(63, 61, 64, 60, 62, 61, 63)$*; construir un intervalo de confianza al* 95 % *para la diferencia de medias de productividad.*

4.5.6. Diferencia de dos medias: Varianzas desconocidas y distintas

En este caso, se puede utilizar el estadístico t de Student con distribución t de Student con grados de libertad ajustados según la fórmula de Satterthwaite. La desviación estándar de la diferencia de las medias muestrales se puede estimar como:

$$s_d = \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}$$

El intervalo de confianza se puede construir como:

$$(\bar{d}_1 - \bar{d}2) \pm t_{\alpha/2} \times s_d$$

y los grados de libertad se calculan

$$\nu = \frac{(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2})^2}{\frac{(\frac{s_1^2}{n_1})^2}{n_1-1} + \frac{(\frac{s_2^2}{n_2})^2}{n_2-1}}$$

Ejercicio 71. *Calcula los siguientes intervalos de confianza para $\mu_1 - \mu_2$ asumiendo varianzas iguales:*

1. *Efectividad de dos medicamentos para dolor de cabeza: $n_1 = 10$, $\overline{x}_1 = 6{,}5$, $s_1 = 0{,}7$; $n_2 = 12$, $\overline{x}_2 = 5{,}8$, $s_2 = 0{,}9$; construir IC del 95 % para la diferencia de medias.*
2. *Salarios promedio en dos departamentos: $n_1 = 8$, $\overline{x}_1 = \$25{,}000$, $s_1 = \$1{,}500$; $n_2 = 12$, $\overline{x}_2 = \$28{,}000$, $s_2 = \$2{,}000$; construir IC del 90 % para la diferencia de salarios promedio.*
3. *Alturas con dos fertilizantes: $n_1 = 15$, $\overline{x}_1 = 16$ cm, $s_1 = 2$ cm; $n_2 = 15$, $\overline{x}_2 = 18$ cm, $s_2 = 3$ cm; construir IC del 99 % para la diferencia de medias.*
4. *Duración media de dos tipos de baterías: $n_1 = 10$, $\overline{x}_1 = 15$ h, $s_1 = 1{,}2$ h; $n_2 = 12$, $\overline{x}_2 = 13$ h, $s_2 = 1{,}5$ h; construir IC del 95 % para la diferencia de medias.*
5. *Producción con dos tipos de semillas de tomate: $n_1 = 20$, $\overline{x}_1 = 30$ kg, $s_1 = 4$ kg; $n_2 = 20$, $\overline{x}_2 = 35$ kg, $s_2 = 6$ kg; construir IC del 99 % para la diferencia de medias.*
6. *Dos métodos de enseñanza de matemáticas: $n_1 = 20$, $\overline{x}_1 = 70$, $s_1 = 8$; $n_2 = 25$, $\overline{x}_2 = 74$, $s_2 = 10$; construir IC del 95 % para la diferencia de medias poblacionales.*
7. *Tiempos de reacción en lluvia: $n_1 = 15$, $\overline{x}_1 = 2{,}5$ s, $s_1 = 0{,}6$ s; $n_2 = 20$, $\overline{x}_2 = 2{,}1$ s, $s_2 = 0{,}5$ s; construir IC del 99 % para la diferencia de medias.*
8. *Productividad de dos grupos de trabajadores: $n_1 = 18$, $\overline{x}_1 = 120$, $s_1 = 6$; $n_2 = 25$, $\overline{x}_2 = 125$, $s_2 = 8{,}5$; construir IC del 90 % para la diferencia de medias.*
9. *Tratamientos para reducir colesterol: $n_1 = 12$, $\overline{x}_1 = 15$, $s_1 = 3{,}5$; $n_2 = 15$, $\overline{x}_2 = 12$, $s_2 = 4$; construir IC del 95 % para la diferencia de medias.*
10. *Precisión de dos marcas de básculas: $n_1 = 10$, $\overline{x}_1 = 50$, $s_1 = 1{,}5$; $n_2 = 15$, $\overline{x}_2 = 51$, $s_2 = 2$; construir IC del 99 % para la diferencia de medias.*
11. *Producción de maíz con dos fertilizantes: $n_1 = 20$, $\overline{x}_1 = 150$, $s_1 = 12$; $n_2 = 25$, $\overline{x}_2 = 145$, $s_2 = 10$; construir IC del 95 % para la diferencia de medias.*
12. *Horas de sueño: grupo con bebidas energéticas $n_1 = 10$, $\overline{x}_1 = 6{,}2$ h, $s_1 = 1{,}2$ h; grupo sin energéticas $n_2 = 10$, $\overline{x}_2 = 7{,}5$ h, $s_2 = 1{,}8$ h; a nivel 95 %, construir IC para la diferencia de medias y concluir si hay diferencia significativa.*

13. *Tiempos de reacción con y sin sistema de alerta:* $n_1 = 15$, $\overline{x}_1 = 0{,}8$ *s,* $s_1 = 0{,}2$ *s;* $n_2 = 15$, $\overline{x}_2 = 0{,}9$ *s,* $s_2 = 0{,}3$ *s; a nivel* $99\,\%$, *construir IC para la diferencia de medias y comentar significancia.*

14. *Dos métodos de enseñanza:* $n_1 = 12$, $\overline{x}_1 = 75$, $s_1 = 10$*;* $n_2 = 15$, $\overline{x}_2 = 80$, $s_2 = 12$*; construir IC del* $95\,\%$ *para la diferencia de medias poblacionales.*

15. *Autoestima con y sin ansiedad:* $n_1 = 10$, $\overline{x}_1 = 25$, $s_1 = 3$*;* $n_2 = 8$, $\overline{x}_2 = 30$, $s_2 = 4$*; construir IC del* $99\,\%$ *para la diferencia de medias poblacionales.*

4.5.7. Miscelánea de ejercicios

Ejercicio 72. 1. *Un estudio compara la cantidad de energía consumida por dos diferentes tipos de bombillas LED. Se toma una muestra de 50 bombillas de cada tipo y se obtiene que la media y la desviación estándar de la muestra 1 son 4.5 W y 0.8 W, respectivamente, y que la media y la desviación estándar de la muestra 2 son 5.2 W y 0.7 W, respectivamente. Construir un intervalo de confianza del 95 % para la diferencia media de consumo de energía entre las dos bombillas.*

2. *Un estudio compara la efectividad de dos diferentes tratamientos médicos para reducir la presión arterial. Se toma una muestra de 100 pacientes para cada tratamiento y se encuentra que la media y la desviación estándar de la muestra 1 son 128 mmHg y 12 mmHg, respectivamente, y que la media y la desviación estándar de la muestra 2 son 120 mmHg y 10 mmHg, respectivamente. Construir un intervalo de confianza del 99 % para la diferencia media de la presión arterial entre los dos tratamientos.*

3. *Un estudio compara la resistencia a la tracción de dos diferentes tipos de materiales. Se toma una muestra de 200 piezas de cada material y se encuentra que la media y la desviación estándar de la muestra 1 son 120 MPa y 10 MPa, respectivamente, y que la media y la desviación estándar de la muestra 2 son 140 MPa y 12 MPa, respectivamente. Construir un intervalo de confianza del 90 % para la diferencia media de resistencia a la tracción entre los dos materiales.*

4. *Se quiere comparar el tiempo medio que tardan dos algoritmos diferentes en realizar una tarea. Se toma una muestra aleatoria de tamaño 100 de cada algoritmo. El tiempo medio de la muestra del primer algoritmo es de 10 segundos con una desviación estándar de 2 segundos, mientras que el tiempo medio de la muestra del segundo algoritmo es de 9 segundos con una desviación estándar de 3 segundos. Calcular un intervalo de confianza al 95 % para la diferencia de medias.*

5. *Se quiere comparar la resistencia media de dos tipos de materiales. Se toman muestras aleatorias de tamaño 150 de cada material. La resistencia media de la muestra del primer material es de 1000 N con una desviación estándar de 50 N, mientras que la resistencia media de la muestra del segundo material es de 1020 N con una desviación estándar de 60 N. Calcular un intervalo de confianza al 99 % para la diferencia de medias.*

6. *Se quiere comparar la concentración media de dos sustancias en el agua. Se toman muestras aleatorias de tamaño 200 de cada sustancia. La concentración media de la muestra de la primera sustancia es de 2 mg/L con una desviación estándar de 0.5 mg/L, mientras que la concentración media de la muestra de la segunda sustancia es de 3 mg/L con una desviación estándar de 0.7 mg/L. Calcular un intervalo de confianza al 90 % para la diferencia de medias.*

7. *Se quiere comparar la eficacia media de dos medicamentos para controlar la presión arterial. Se toman muestras aleatorias de tamaño 120 de cada medicamento. La eficacia media de la muestra del primer medicamento es de 80 % con una desviación estándar de 5 %, mientras que la eficacia media de la muestra del segundo medicamento es de 85 % con una desviación estándar de 6 %. Calcular un intervalo de confianza al 98 % para la diferencia de medias.*

8. *Se quiere comparar el rendimiento medio de dos modelos de computadoras portátiles. Se toman muestras aleatorias de tamaño 80 de cada modelo. El rendimiento medio de la muestra del primer modelo es de 100 puntos con una desviación estándar de 10 puntos, mientras que el rendimiento medio de la muestra del segundo modelo es de 105 puntos con una desviación estándar de 12 puntos. Calcular un intervalo de confianza al 95 % para la diferencia de medias.*

9. *Se quiere comparar el consumo medio de dos tipos de motores. Se toman muestras aleatorias de tamaño 50 de cada motor. El consumo medio de la muestra del primer motor es de 8 litros/100 km con una desviación estándar de 1 litro/100 km, mientras que el consumo medio de la muestra del segundo motor es de 7 litros/100 km con una desviación estándar de 1.2 litros/100 km. Calcular un intervalo de confianza al 99 para la diferencia de medias.*

10. *Se desea comparar el rendimiento de dos grupos de estudiantes en una prueba de matemáticas. Se toma una muestra de 20 estudiantes de cada grupo. La media del primer grupo es 80 y la del segundo grupo es 75, con una desviación estándar de 5 en ambos casos. Se desea construir un intervalo de confianza del 95 % para la diferencia de medias.*
    Respuesta: El intervalo de confianza es (0.498, 9.502).

11. *Se desea comparar el tiempo promedio de ejecución de dos algoritmos para resolver un problema de programación. Se toma una muestra de 30 ejecuciones para cada algoritmo. La media del primer algoritmo es 5 segundos y la del segundo algoritmo es 6 segundos, con una desviación estándar de 0.5 segundos en ambos casos. Se desea construir un intervalo de confianza del 99 % para la diferencia de medias.*
    Respuesta: El intervalo de confianza es (-1.473, -0.527).

12. *Se desea comparar el diámetro de dos grupos de células obtenidos de dos muestras diferentes. Se toma una muestra de 25 células de cada grupo. La media del diámetro del primer grupo es 10 μm y la del segundo grupo es 11 μm, con una desviación estándar de 1 μm en ambos casos. Se desea construir un intervalo de confianza del 90 % para la diferencia de medias.*
    Respuesta: El intervalo de confianza es (-2.455, -0.545).

13. *Un investigador quiere comparar el rendimiento en matemáticas de dos grupos de estudiantes, uno que ha recibido una nueva enseñanza y otro que ha recibido la enseñanza tradicional. El investigador selecciona una muestra aleatoria de 100 estudiantes que han recibido la nueva enseñanza y otra muestra aleatoria de 100 estudiantes que han recibido la enseñanza tradicional. La media del grupo de la nueva enseñanza es de 80 y la desviación estándar es de 10, mientras que la media del grupo de la enseñanza tradicional es de 75 y la desviación estándar es de 12. Calcular un intervalo de confianza del 95 % para la diferencia de medias.*

14. *Un investigador quiere comparar el tiempo que tardan dos métodos diferentes para resolver un problema de programación. Para ello, selecciona dos muestras aleatorias, una de 50 programadores que utilizan el método A y otra de 50 programadores que utilizan el método B. La media del tiempo que tardan los programadores en el método A es de 120 minutos con una desviación estándar de 10 minutos, mientras que la media del tiempo que tardan los programadores en el método B es de 100 minutos con una desviación estándar de 8 minutos. Calcule un intervalo de confianza del 90 % para la diferencia de medias.*

15. *Un fabricante de discos duros quiere comparar dos líneas de producción de discos duros en términos de la cantidad de discos duros defectuosos que producen. Para ello, selecciona dos muestras aleatorias, una de 200 discos duros producidos por la línea de producción A y otra de 200 discos duros producidos por la línea de producción B. La media del número de discos duros defectuosos producidos por la línea A es de 1.5 con una desviación estándar de 0.3, mientras que la media del número de discos duros defectuosos producidos por la línea B es de 1.2 con una desviación estándar de 0.2. Calcule un intervalo de confianza del 99 % para la diferencia de medias.*

16. *Un investigador quiere comparar el rendimiento de dos algoritmos diferentes para resolver un problema de clasificación de imágenes. Para ello, selecciona dos muestras aleatorias, una de 100 imágenes clasificadas con el algoritmo A y otra de 100 imágenes clasificadas con el algoritmo B. La media de la precisión del algoritmo A es del 95 % con una desviación estándar del 1 %, mientras que la media de la precisión del algoritmo B es del 92 % con una desviación estándar del 2 %. Calcule un intervalo de confianza del 95 % para la diferencia de medias.*

17. *En una prueba de rendimiento para dos tipos de software de edición de video, se seleccionaron al azar dos muestras de usuarios, una de cada software, con 50 personas en cada muestra. La media de tiempo en minutos que tardaron los usuarios del software A en realizar una tarea fue de 120 minutos con una desviación estándar de 25 minutos, mientras que los usuarios del software B tardaron en promedio 110 minutos con una desviación estándar de 20 minutos. Encuentre un intervalo de confianza del 95 % para la diferencia de tiempo promedio entre los dos softwares.*

18. *En un estudio de efectividad de dos tipos de fertilizantes en el crecimiento de plantas, se seleccionaron al azar dos muestras de plantas, una tratada con el fertilizante A y otra con el fertilizante B. Cada muestra tenía 30 plantas. La altura promedio de las plantas tratadas con el fertilizante A fue de 25 cm con una desviación estándar de 3*

cm, mientras que la altura promedio de las plantas tratadas con el fertilizante B fue de 28 cm con una desviación estándar de 4 cm. Calcule un intervalo de confianza del 99 % para la diferencia de altura promedio entre las dos muestras.

19. *En un estudio para comparar dos métodos de enseñanza en matemáticas, se seleccionaron al azar dos muestras de estudiantes, una de cada método, con 100 estudiantes en cada muestra. La puntuación promedio de los estudiantes en el método A fue de 80 con una desviación estándar de 10, mientras que la puntuación promedio de los estudiantes en el método B fue de 85 con una desviación estándar de 8. Encuentre un intervalo de confianza del 90 % para la diferencia en las puntuaciones promedio de los dos métodos.*

20. *En un estudio para comparar la eficacia de dos tratamientos para la migraña, se seleccionaron al azar dos muestras de pacientes, una de cada tratamiento, con 40 pacientes en cada muestra. La cantidad promedio de días de dolor de cabeza al mes en el tratamiento A fue de 5 con una desviación estándar de 2 días, mientras que la cantidad promedio de días de dolor de cabeza al mes en el tratamiento B fue de 4 con una desviación estándar de 1 día. Calcule un intervalo de confianza del 99 % para la diferencia en la cantidad promedio de días de dolor de cabeza al mes entre los dos tratamientos.*

21. *En una prueba de resistencia de dos tipos de materiales para la construcción, se seleccionaron al azar dos muestras de cada material, cada una de 25 piezas. La resistencia promedio de las piezas del material A fue de 2000 N con una desviación estándar de 100 N, mientras que la resistencia promedio de las piezas del material B fue de 2200 N con una desviación estándar de 150 N. Encuentre un intervalo de confianza del 95 % para la diferencia en la resistencia promedio de los dos materiales.*

Ejercicio 73.

1. *Una empresa quiere comparar la eficacia de dos programas de entrenamiento en ventas. Se toma una muestra aleatoria de 50 empleados para el primer programa y otra muestra aleatoria de 60 empleados para el segundo programa. Se obtienen medias muestrales de 12 y 15, respectivamente, y una desviación estándar combinada de 2.5. Construye un intervalo de confianza al 95 % para la diferencia entre las medias poblacionales.*

2. *Se desea comparar la duración de dos tipos de baterías para laptops. Se toman dos muestras aleatorias de 30 baterías cada una. Se obtienen medias muestrales de 4.5 y 5 horas, respectivamente, y una desviación estándar combinada de 1.2 horas. Construye un intervalo de confianza al 99 % para la diferencia entre las medias poblacionales.*

Ejercicios para muestras pequeñas con varianzas desconocidas e iguales:

3. *Un equipo de baloncesto quiere comparar el porcentaje de tiros libres entre dos jugadores. Se toman dos muestras aleatorias de 10 tiros libres cada una. Se obtienen medias muestrales de 80 % y 85 %, respectivamente, y una desviación estándar de la diferencia de 4.2 %. Construye un intervalo de confianza al 90 % para la diferencia entre las medias poblacionales.*

4. *Se desea comparar el rendimiento de dos tipos de fertilizantes en el crecimiento de plantas. Se toman dos muestras aleatorias de 15 plantas cada una. Se obtienen medias muestrales de 10 cm y 12 cm, respectivamente, y una desviación estándar de la diferencia de 1.5 cm. Construye un intervalo de confianza al 95 % para la diferencia entre las medias poblacionales.*

5. *Un fabricante de televisores quiere comparar la duración promedio de dos marcas de televisores. Se toman dos muestras aleatorias de 100 televisores cada una. La marca A tiene una duración promedio de 7 años con una desviación estándar de 1.2 aõs, y la marca B tiene una duración promedio de 6 aõs con una desviación estándar de 1.5 aõs. Construye un intervalo de confianza al 99 % para la diferencia entre las medias poblacionales.*

6. *Se quiere comparar la cantidad promedio de tiempo que los estudiantes universitarios dedican a estudiar para dos tipos de exámenes. Se toman dos muestras aleatorias de 200 estudiantes cada una. La cantidad promedio de tiempo para el examen A es de 10 horas con una desviación estándar de 2 horas, y la cantidad promedio de tiempo para el examen B es de 8 horas con una desviación estándar de 1.5 horas. Construye un intervalo de confianza al 95 % para la diferencia entre las medias poblacionales.*

   Ejercicios para muestras pequeñas con varianzas desconocidas y distintas:

7. *Una compañía de seguros quiere comparar las tasas de siniestralidad de dos zonas de la ciudad. Se toma una muestra de 50 siniestros en la zona A, donde la tasa de siniestralidad es del 12 %, y otra muestra de 60 siniestros en la zona B, donde la tasa de siniestralidad es del 8 %. Construir un intervalo de confianza del 95 % para la diferencia en las tasas de siniestralidad.*

8. *Se quiere comparar la efectividad de dos tipos de fármacos para bajar la presión arterial. Se administra el fármaco A a una muestra de 20 pacientes y el fármaco B a otra muestra de 15 pacientes. Se obtiene una media de 140 mmHg y una desviación estándar de 15 mmHg para la muestra del fármaco A, y una media de 132 mmHg y una desviación estándar de 12 mmHg para la muestra del fármaco B. Construir un intervalo de confianza del 99 % para la diferencia en las medias poblacionales.*

9. *Se desea comparar la efectividad de dos tipos de fertilizantes en el crecimiento de plantas de maíz. Se toma una muestra de 15 plantas tratadas con el fertilizante A, con una altura media de 120 cm y una desviación estándar de 10 cm, y otra muestra de 20 plantas tratadas con el fertilizante B, con una altura media de 125 cm y una desviación estándar de 12 cm. Construir un intervalo de confianza del 90 % para la diferencia en las alturas medias poblacionales.*

10. *Se quiere comparar la calidad de dos marcas de café. Se toma una muestra de 30 tazas de café de la marca A, con una media de 7.8 puntos y una desviación estándar de 0.6 puntos, y otra muestra de 25 tazas de café de la marca B, con una media de 7.5 puntos y una desviación estándar de 0.8 puntos. Construir un intervalo de confianza del 95 % para la diferencia en las medias poblacionales.*

11. *Se desea comparar el rendimiento de dos variedades de trigo. Se toma una muestra de 10 parcelas de tierra sembradas con la variedad A, con un rendimiento medio de 40 quintales por hectárea y una desviación estándar de 3 quintales por hectárea, y otra muestra de 12 parcelas de tierra sembradas con la variedad B, con un rendimiento medio de 35 quintales por hectárea y una desviación estándar de 2 quintales por hectárea. Construir un intervalo de confianza del 99 % para la diferencia en los rendimientos medios poblacionales.*

12. *Una empresa que fabrica baterías ha desarrollado dos nuevos tipos de baterías y quiere determinar si la duración promedio de las baterías de tipo 1 es mayor que la duración promedio de las baterías de tipo 2. Se seleccionan dos muestras aleatorias de baterías de tipo 1 y tipo 2, respectivamente. Los resultados de la duración en horas se muestran a continuación. Utilice un nivel de confianza del 95 % para determinar si hay una diferencia significativa entre las duraciones medias.*
Muestra 1: $n_1 = 30$, $\bar{d}_1 = 15{,}2$, $s_1 = 2{,}4$
Muestra 2: $n_2 = 25$, $\bar{d}_2 = 14{,}7$, $s_2 = 2{,}2$

13. *Un estudio médico comparó la efectividad de dos medicamentos para reducir la presión arterial. Se seleccionaron aleatoriamente dos muestras grandes de pacientes. El medicamento A se administró a la primera muestra y el medicamento B a la segunda muestra. Las reducciones en la presión arterial (en mmHg) se midieron después de un mes de tratamiento y se muestran a continuación. Utilice un nivel de confianza del 99 % para determinar si hay una diferencia significativa entre las reducciones medias.*
Muestra 1: $n_1 = 100$, $\bar{d}_1 = 9{,}5$, $s_1 = 3{,}8$
Muestra 2: $n_2 = 120$, $\bar{d}_2 = 10{,}2$, $s_2 = 4{,}1$

Muestras pequeñas con varianzas desconocidas y distintas:

14. *Un estudio comparó la efectividad de dos programas de pérdida de peso en mujeres con obesidad. Se seleccionaron aleatoriamente dos muestras pequeñas de mujeres y se midieron las pérdidas de peso (en kg) después de 6 meses de seguimiento. Utilice un nivel de confianza del 90 % para determinar si hay una diferencia significativa entre las pérdidas de peso medias.*
Muestra 1: $n_1 = 15$, $\bar{d}_1 = 4{,}7$, $s_1 = 1{,}2$
Muestra 2: $n_2 = 10$, $\bar{d}_2 = 3{,}5$, $s_2 = 0{,}8$

15. *Se quiere determinar si hay una diferencia significativa en el rendimiento promedio en matemáticas entre dos grupos de estudiantes, uno que recibe tutorías y otro que no las recibe. Se seleccionaron dos muestras pequeñas de estudiantes y se midieron sus calificaciones en un examen de matemáticas. Utilice un nivel de confianza del 95 % para determinar si hay una diferencia significativa entre las calificaciones medias.*
Muestra 1: $n_1 = 12$, $\bar{d}_1 = 85{,}6$, $s_1 = 4{,}3$
Muestra 2: $n_2 = 8$, $\bar{d}_2 = 82{,}3$, $s_2 = 3{,}9$

Muestras grandes con varianzas conocidas:

16. *Un investigador quiere comparar el tiempo promedio de respuesta a un estímulo visual entre dos grupos de participantes. En un grupo de 50 personas se obtiene*

una media de 2.5 segundos con una desviación estándar de 0.8 segundos, mientras que en otro grupo de 60 personas se obtiene una media de 2.2 segundos con una desviación estándar de 0.6 segundos. Calcule un intervalo de confianza del 95 % para la diferencia en el tiempo de respuesta entre los dos grupos.

17. *Se quiere comparar la efectividad de dos métodos de enseñanza en la preparación para un examen de matemáticas. Se elige una muestra aleatoria de 100 estudiantes para cada método. Se obtiene una media de 75 con una desviación estándar de 8 para el método 1 y una media de 80 con una desviación estándar de 10 para el método 2. Calcule un intervalo de confianza del 99 % para la diferencia en las medias de los puntajes de los dos métodos.*

Ejercicio 74. 1. *Se desea comparar la efectividad de dos medicamentos para el tratamiento de la hipertensión. Se elige una muestra aleatoria de 10 pacientes para cada medicamento. Se obtiene una media de presión arterial de 135 mmHg con una desviación estándar de 5 mmHg para el medicamento 1 y una media de presión arterial de 130 mmHg con una desviación estándar de 6 mmHg para el medicamento 2. Calcule un intervalo de confianza del 90 % para la diferencia en las medias de presión arterial entre los dos medicamentos.*

2. *Se quiere evaluar la efectividad de dos tipos de terapia para el tratamiento del dolor de espalda. Se elige una muestra aleatoria de 15 pacientes para cada tipo de terapia. Se obtiene una media de intensidad de dolor de 7 con una desviación estándar de 2 para el tipo de terapia 1 y una media de intensidad de dolor de 5 con una desviación estándar de 1 para el tipo de terapia 2. Calcule un intervalo de confianza del 95 % para la diferencia en las medias de intensidad de dolor entre los dos tipos de terapia.*

3. *Se quiere comparar la calidad del aire en dos ciudades. Se toma una muestra aleatoria de 100 días de la ciudad A y se obtiene una media de 20 ppm de contaminación con una desviación estándar de 3 ppm. Se toma otra muestra aleatoria de 120 días de la ciudad B y se obtiene una media de 18 ppm de contaminación con una desviación estándar de 4 ppm. Si se sabe que la desviación estándar de la contaminación en ambas ciudades es la misma, calcule un intervalo de confianza del 98 % para la diferencia en las medias de contaminación entre las dos ciudades.*

4. *Se quiere comparar la altura media de dos tipos de árboles. Se toman muestras aleatorias de 25 árboles de cada tipo y se obtiene que la media de altura de los primeros es de 12 metros con una desviación estándar de 2 metros, mientras que la media de altura de los segundos es de 11.5 metros con una desviación estándar de 3 metros. ¿Existen pruebas suficientes para afirmar que los árboles del primer tipo son más altos que los del segundo tipo al nivel de significación del 5 %?*

5. *Un fabricante de neumáticos quiere determinar si el promedio de la vida útil de los neumáticos de dos marcas distintas es el mismo. Se seleccionan al azar 35 neumáticos de cada marca y se mide su duración en miles de kilómetros, obteniéndose las siguientes estadísticas: para la marca A, la media es de 50, con una desviación estándar de 5; para la marca B, la media es de 47, con una desviación estándar de*

4. ¿Se puede concluir que las marcas de neumáticos tienen una vida útil promedio diferente al nivel de significación del 1 %?

6. *Una empresa desea comparar la eficacia de dos procedimientos diferentes para la producción de cierto producto químico. Se toman muestras aleatorias de 20 observaciones de cada proceso. La media y la desviación estándar de la muestra del primer procedimiento son de 75 y 10, respectivamente, mientras que la media y la desviación estándar de la muestra del segundo procedimiento son de 72 y 12, respectivamente. ¿Hay suficiente evidencia para afirmar que hay una diferencia en las medias de los dos procedimientos al nivel de significación del 5 %?*

7. *Se desea comparar la eficacia de dos métodos diferentes para enseñar a leer a los niños. Se elige aleatoriamente un grupo de 25 niños y se les enseã utilizando el primer método, mientras que otro grupo de 30 niños se enseã utilizando el segundo método. Después de un período de tiempo, se administra una prueba de lectura a cada niño. Los puntajes promedio de la prueba son de 75 y 70 para el primer y segundo método, respectivamente, con desviaciones estándar de 8 y 10. ¿Podemos concluir que el primer método es más efectivo que el segundo al nivel de significación del 10 %?*

8. *Un investigador desea comparar dos métodos diferentes para reducir el colesterol. Se toman muestras aleatorias de 30 personas para cada método y se miden los niveles de colesterol antes y después del tratamiento. Para el primer método, la media y la desviación estándar de la diferencia en los niveles de colesterol son de 30 y 8, respectivamente, mientras que para el segundo método, la media y la desviación estándar de la diferencia son de 25 y 10, respectivamente. ¿Hay suficiente evidencia para afirmar que hay una diferencia en la efectividad de los dos métodos al nivel de significación del 5 %?*