

b)  $f(x, y) = 4x + y + 12$

$$\left. \begin{array}{l} f(0, 0) = 12 \\ f(2, 8) = 28 \\ f(10, 3) = 55 \end{array} \right\}$$

~~La función alcanza el máximo en el punto  $(10, 3)$ .~~

## PARA RESOLVER

- 10** Un estudiante reparte propaganda publicitaria en su tiempo libre. La empresa *A* le paga 0,05 € por impreso repartido y la empresa *B*, con folletos más grandes, le paga 0,07 € por impreso. El estudiante lleva dos bolsas: una para los impresos de tipo *A*, en la que le caben 120, y otra para los de tipo *B*, en la que caben 100. Ha calculado que cada día puede repartir 150 impresos como máximo.

**¿Cuántos impresos habrá de repartir de cada clase para que su beneficio diario sea máximo?**

- Llamamos  $x$  al nº de impresos de tipo *A* e  $y$  al nº de impresos de tipo *B*.

- Las restricciones son:

$$\left. \begin{array}{l} 0 \leq x \leq 120 \\ 0 \leq y \leq 100 \\ x + y \leq 150 \end{array} \right\}$$

- La función que nos da el beneficio es  $f(x, y) = 0,05x + 0,07y$ . Tenemos que maximizar  $f(x, y)$ , sujeta a las restricciones anteriores.

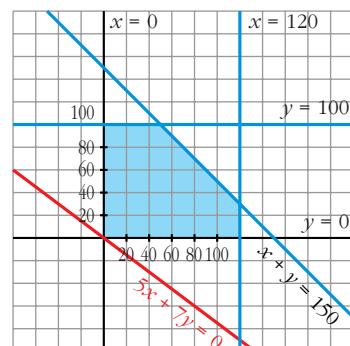
- Representamos el recinto de restricciones y la recta  $0,05x + 0,07y = 0 \rightarrow 5x + 7y = 0$ , que nos da la dirección de las rectas  $z = 0,05x + 0,07y$ .

- El máximo se alcanza en el punto de intersección de las rectas:

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 150 \\ y = 100 \end{array} \right\} \begin{array}{l} x = 50 \\ y = 100 \end{array}$$

Por tanto, habrá de repartir 50 impresos de tipo *A* y 100 de tipo *B*. El beneficio será de:

$$f(50, 100) = 0,05 \cdot 50 + 0,07 \cdot 100 = 9,5 \text{ €}$$



- 11** Una industria vinícola produce vino y vinagre. El doble de la producción de vino es siempre menor o igual que la producción de vinagre más cuatro unidades. Además, el triple de la producción de vinagre más cuatro veces la producción de vino es siempre menor o igual que 18 unidades.

Halla el número de unidades de cada producto que se deben producir para alcanzar un beneficio máximo, sabiendo que cada unidad de vino deja un beneficio de 8 € y cada unidad de vinagre 2 €.

- Llamamos  $x$  a las unidades de vino e  $y$  a las de vinagre. Las restricciones son:

$$\left. \begin{array}{l} x \geq 0; y \geq 0 \\ 2x \leq y + 4 \\ 3y + 4x \leq 18 \end{array} \right\}$$

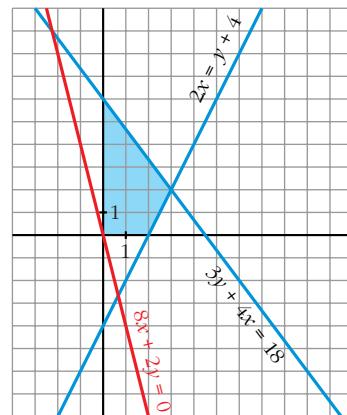
- La función que nos da el beneficio es  $f(x, y) = 8x + 2y$ . Tenemos que maximizar  $f(x, y)$ , sujeta a las restricciones anteriores.

- Representamos el recinto de restricciones y la recta  $8x + 2y = 0 \rightarrow 4x + y = 0$ , que nos da la dirección de las rectas  $z = 8x + 2y$ .

- El máximo se alcanza en el punto de intersección de las rectas:

$$\left. \begin{array}{l} 2x = y + 4 \\ 3y + 4x = 18 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} x = 3 \\ y = 2 \end{array} \right\}$$

Por tanto, hay que producir 3 unidades de vino y 2 de vinagre.



## Página 119

- 12 Un autobús Madrid-París ofrece plazas para fumadores al precio de 100 € y a no fumadores al precio de 60 €.**

**Al no fumador se le deja llevar 50 kg de peso y al fumador 20 kg.**

**Si el autobús tiene 90 plazas y admite un equipaje de hasta 3 000 kg, ¿cuál debería ser la oferta de la compañía si se quiere obtener el máximo beneficio?**

- Llamamos  $x$  al nº de plazas para fumadores e  $y$  al nº de plazas para no fumadores.

- Las restricciones del problema son:

$$\left. \begin{array}{l} x \geq 0; y \geq 0 \\ x + y \leq 90 \\ 20x + 50y \leq 3000 \rightarrow 2x + 5y \leq 300 \end{array} \right\}$$

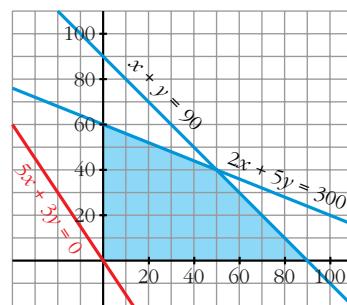
- Tenemos que maximizar la función:

$f(x, y) = 100x + 60y$ , sujeta a las restricciones anteriores.

- Representamos el recinto de restricciones y la recta  $100x + 60y = 0 \rightarrow 5x + 3y = 0$ , que nos da la dirección de las rectas  $z = 100x + 60y$ .

- El máximo se alcanza en el punto  $(90, 0)$ .

Por tanto, deben ofrecer 90 plazas para fumadores y ninguna para no fumadores, para obtener el máximo beneficio.



- 13** Una persona quiere invertir 100 000 € en dos tipos de acciones, A y B. Las de tipo A tienen más riesgo, pero producen un beneficio del 10%. Las de tipo B son más seguras, pero producen solo el 7% nominal.

Decide invertir como máximo 60 000 € en la compra de acciones A y, por lo menos, 20 000 € en la compra de acciones B. Además, quiere que lo invertido en A sea, por lo menos, igual a lo invertido en B.

¿Cómo debe invertir los 100 000 € para que el beneficio anual sea máximo?

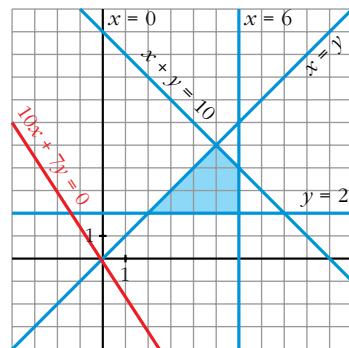
- Llamamos  $x$  al dinero invertido en acciones de tipo A (en decenas de miles de euros) e  $y$  al dinero invertido en acciones de tipo B (en decenas de miles de euros).
- Las restricciones del problema son:

$$\begin{cases} x + y \leq 10 \\ 0 \leq x \leq 6 \\ y \geq 2 \\ x \geq y \end{cases}$$

- La función que nos da el beneficio anual es:  $f(x, y) = 0,1x + 0,07y$ . Tenemos que maximizar esta función, sujeta a las restricciones anteriores.
- Representamos el recinto de restricciones, y la recta  $0,1x + 0,07y = 0 \rightarrow 10x + 7y = 0$ , que nos da la dirección de las rectas  $z = 0,1x + 0,07y$ .
- El máximo se alcanza en el punto de intersección de las rectas:

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ x = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 6 \\ y = 4 \end{cases}$$

Por tanto, debe invertir 60 000 € en acciones de tipo A y 40 000 € en acciones de tipo B.



- 14** Un comerciante acude a cierto mercado a comprar naranjas con 500 €. Le ofrecen dos tipos de naranjas: las de tipo A a 0,5 € el kg y las de tipo B a 0,8 € el kg.

Sabemos que solo dispone en su furgoneta de espacio para transportar 700 kg de naranjas como máximo y que piensa vender el kilo de naranjas de tipo A a 0,58 € y el de tipo B a 0,9 €.

¿Cuántos kilogramos de naranjas de cada tipo deberá comprar para obtener beneficio máximo?

- Llamamos  $x$  a los kg de naranjas del tipo A e  $y$  a los kg de naranjas del tipo B.
- Las restricciones del problema son:

$$\begin{cases} x \geq 0; y \geq 0 \\ x + y \leq 700 \\ 0,5x + 0,8y \leq 500 \rightarrow 5x + 8y \leq 5000 \end{cases}$$

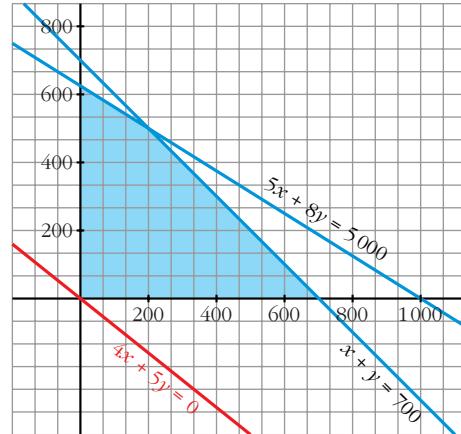
- La función que nos da el beneficio es  $f(x, y) = 0,08x + 0,1y$ . Tenemos que maximizar esta función, sujeta a las restricciones anteriores.

- Representamos el recinto de restricciones, y la recta  $0,08x + 0,1y = 0 \rightarrow 8x + 10y = 0 \rightarrow 4x + 5y = 0$ , que nos da la dirección de las rectas  $z = 0,08x + 0,1y$ .

- El máximo se alcanza en el punto de intersección de las rectas:

$$\begin{cases} x + y = 700 \\ 5x + 8y = 5000 \end{cases} \begin{cases} x = 200 \\ y = 500 \end{cases}$$

Por tanto, deberá comprar 200 kg de naranjas del tipo A y 500 kg del tipo B.



### 15 Un sastre tiene $80 \text{ m}^2$ de tela de algodón y $120 \text{ m}^2$ de tela de lana.

**Un traje de caballero requiere  $1 \text{ m}^2$  de algodón y  $3 \text{ m}^2$  de lana y un vestido de señora necesita  $2 \text{ m}^2$  de cada una de las telas.**

**Calcula el número de trajes y vestidos que debe confeccionar el sastre para maximizar los beneficios si un traje y un vestido se venden por el mismo precio.**

- Llamamos  $x$  al número de trajes e  $y$  al número de vestidos. Resumamos en una tabla la información:

Nº	ALGODÓN	LANA
TRAJE	$x$	$3x$
VESTIDO	$y$	$2y$
TOTAL	$x + 2y$	$3x + 2y$

- Las restricciones del problema son:

$$\begin{cases} x \geq 0; y \geq 0 \\ x + 2y \leq 80 \\ 3x + 2y \leq 120 \end{cases}$$

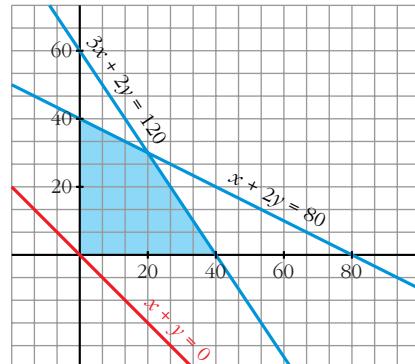
- Si llamamos  $k$  al beneficio obtenido por la venta de un traje o de un vestido, la función que nos da el beneficio total es  $f(x, y) = k(x + y)$ . Tenemos que maximizar esta función, sujeta a las restricciones anteriores.

- Representamos el recinto de restricciones y la recta  $k(x + y) = 0 \rightarrow x + y = 0$ , que nos da la dirección de las rectas  $z = k(x + y)$ .

- El máximo se alcanza en el punto de intersección de las rectas:

$$\begin{cases} x + 2y = 80 \\ x + 2y = 120 \end{cases} \begin{cases} x = 20 \\ y = 30 \end{cases}$$

Por tanto, debe confeccionar 20 trajes y 30 vestidos.



- 16** Se quiere promocionar una marca desconocida, D, de aceites, utilizando una marca conocida, C. Para ello, se hace la siguiente oferta:

“Pague a solo 2,5 € el litro de aceite C y a 1,25 € el litro de aceite D siempre y cuando compre en total 6 litros o más y la cantidad de aceite C esté comprendida entre la mitad y el doble de la cantidad comprada de aceite D.”

Disponemos de un máximo de 31,25 €.

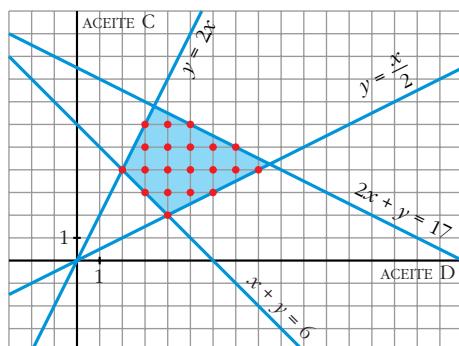
- a) Representa gráficamente los modos existentes de acogernos a la oferta.  
b) Acogiéndonos a la oferta, ¿cuál es la mínima cantidad de aceite D que podemos comprar? ¿Cuál es la máxima de C?

• Llamamos  $x$  al nº de litros de aceite D, e  $y$  al nº de litros de aceite C.

• Las restricciones del problema son:

$$\begin{cases} x \geq 0; \quad y \geq 0 \\ x + y \geq 6 \\ \frac{x}{2} \leq y \leq 2x \\ 2,5y + 1,25x \leq 31,25 \rightarrow 2y + x \leq 17 \\ x, \quad y \text{ enteros} \end{cases}$$

- a) Representamos gráficamente el recinto:



Hay 20 puntos en el recinto (20 modos de acogernos a la oferta).

- b) La mínima cantidad de D son 2 litros y la máxima de C son 8 litros.

- 17** Se quiere elaborar una dieta para ganado que satisfaga unas condiciones mínimas de contenidos vitamínicos al día: 2 mg de vitamina A, 3 mg de vitamina B, 30 mg de la C y 2 mg de la D.

Para ello, se van a mezclar piensos de dos tipos, P y Q, cuyo precio por kilo es, para ambos, de 0,3 € y cuyo contenido vitamínico en miligramos por kilo es el siguiente:

	A	B	C	D
P	1	1	20	2
Q	1	3	7,5	0

¿Cómo deben mezclarse los piensos para que el gasto sea mínimo?

- Llamamos  $x$  al pienso de tipo  $P$  (en kg) e  $y$  al de tipo  $Q$  (en kg). Las restricciones son las siguientes:

$$\begin{cases} x + y \geq 2 \\ x + 3y \geq 3 \\ 20x + 7,5y \geq 30 \rightarrow 8x + 3y \geq 12 \\ 2x \geq 2 \rightarrow x \geq 1 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

- La función que nos da el gasto es:  $f(x, y) = 0,3x + 0,3y = 0,3(x + y)$ . Tenemos que minimizar esta función, sujeta a las restricciones anteriores.

- Representamos el recinto de restricciones, y la recta

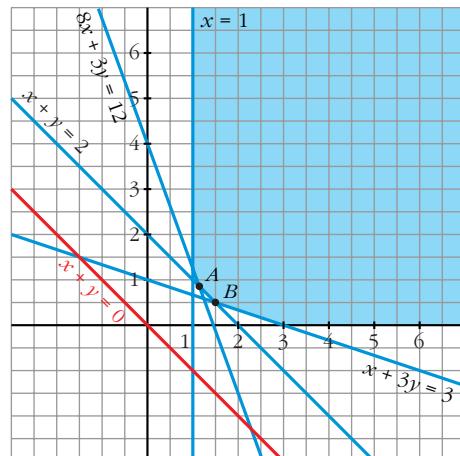
$$0,3(x, y) = 0 \rightarrow x + y = 0,$$

que nos da la dirección de las rectas  $z = 0,3(x + y)$ .

- Como la recta  $x + y = 0$  es paralela a  $x + y = 2$ , el mínimo se alcanza en cualquier punto de la recta  $x + y = 2$  comprendido entre  $A$  y  $B$ . Hallamos las coordenadas de  $A$  y de  $B$ :

$A$ : Punto de corte de las rectas:

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ 8x + 3y = 12 \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{6}{5} \\ y = \frac{4}{5} \end{cases} \quad A\left(\frac{6}{5}, \frac{4}{5}\right)$$



$B$ : Punto de corte de las rectas:

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ x + 3y = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = \frac{1}{2} \end{cases} \quad B\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

- 18** Un pastelero fabrica dos tipos de tartas  $T_1$  y  $T_2$ , para lo que usa tres ingredientes, A, B y C. Dispone de 150 kg de A, 90 kg de B y 150 kg de C. Para fabricar una tarta  $T_1$  debe mezclar 1 kg de A, 1 kg de B y 2 kg de C, mientras que para hacer una tarta  $T_2$  necesita 5 kg de A, 2 kg de B y 1 kg de C.

- a) Si se venden las tartas  $T_1$  a 10 €, y las tartas  $T_2$  a 23 €, ¿qué cantidad debe fabricar de cada clase para maximizar sus ingresos?
- b) Si se fija el precio de una tarta del tipo  $T_1$  en 15 €, ¿cuál será el precio de una tarta del tipo  $T_2$  si una solución óptima es fabricar 60 tartas del tipo  $T_1$  y 15 del tipo  $T_2$ ?

- Llamamos  $x$  al nº de tartas de tipo  $T_1$  e  $y$  al nº de tartas de tipo  $T_2$ .

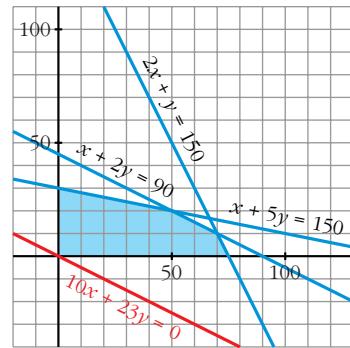
- Las restricciones del problema son:

$$\begin{cases} x \geq 0; \quad y \geq 0 \\ x + 5y \leq 150 \\ x + 2y \leq 90 \\ 2x + y \leq 150 \end{cases}$$

- a) • La función que nos da los ingresos es  $f(x, y) = 10x + 23y$ . Tenemos que maximizar esta función, sujeta a las restricciones anteriores.
- Representamos el recinto de restricciones, y la recta  $10x + 23y = 0$ , que nos da la dirección de las rectas  $z = 10x + 23y$ :
  - El máximo se alcanza en el punto de intersección de las rectas:

$$\begin{cases} x + 5y = 150 \\ x + 2y = 90 \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} x = 50 \\ y = 20 \end{array} \right.$$

Por tanto, deben fabricarse 50 tartas de tipo  $T_1$  y 20 tartas de tipo  $T_2$ .



- b) • Si llamamos  $k$  al precio de la tarta de tipo  $T_2$ , los ingresos vendrían dados por la función  $g(x, y) = 15x + ky$ .
- Si la función  $g(x, y)$  alcanza el máximo en el punto  $(60, 15)$ , que no es un vértice, será porque hay infinitas soluciones y la recta  $15x + ky = 0$  será paralela a  $x + 2y = 90$ . Por tanto:

$$\begin{array}{l} 15x + ky = 0 \rightarrow \text{pendiente} = -\frac{15}{k} \\ x + 2y = 90 \rightarrow \text{pendiente} = -\frac{1}{2} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} -\frac{15}{k} = -\frac{1}{2} \\ k = 30 \end{array} \right. \rightarrow k = 30$$

Por tanto, el precio de una tarta del tipo  $T_2$  será de 30 €.

## Página 120

- 19** Una fábrica produce chaquetas y pantalones. Tres máquinas —de cortar, coser y teñir— se emplean en la producción.

Fabricar una chaqueta representa usar la máquina de cortar una hora, la de coser, tres horas y la de teñir, una hora. Fabricar unos pantalones representa usar la máquina de cortar una hora, la de coser, una hora y la de teñir, ninguna hora. La máquina de teñir se puede usar durante tres horas, la de coser, doce y la de cortar, siete.

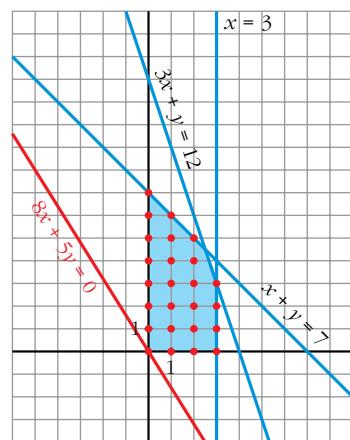
Todo lo que se fabrica es vendido y se obtiene un beneficio de ocho euros por cada chaqueta y cinco por cada pantalón.

¿Cómo emplearemos las máquinas para conseguir el beneficio máximo?

- Llamamos  $x$  al nº de chaquetas e  $y$  al nº de pantalones.
- Las restricciones del problema son:

$$\begin{cases} x \geq 0, \quad y \geq 0 \\ x \leq 3 \\ x + y \leq 7 \\ 3x + y \leq 12 \end{cases} \quad x, y \text{ enteros}$$

- La función que nos da el beneficio es  $f(x, y) = 8x + 5y$ . Tenemos que maximizar esta función sujeta a las restricciones anteriores.
- Representamos el conjunto de restricciones y la recta  $8x + 5y = 0$ , que nos da la dirección de las rectas  $z = 8x + 5y$ :
- El máximo se alcanza en el punto  $(2, 5)$ . Por tanto, han de fabricarse 2 chaquetas y 5 pantalones.



- 20** **S** Un ganadero debe suministrar un mínimo diario de 4 mg de vitamina A y 6 mg de vitamina B en el pienso que da a sus reses. Dispone para ello de dos tipos de pienso  $P_1$  y  $P_2$ , cuyos contenidos vitamínicos por kg son los que aparecen en la tabla:

	A	B
$P_1$	2	6
$P_2$	4	3

Si el kilogramo de pienso  $P_1$  vale 0,4 € y el del  $P_2$  0,6 €, ¿cómo deben mezclarse los piensos para suministrar las vitaminas requeridas con un coste mínimo?

- Llamamos  $x$  a los kg de pienso  $P_1$  e  $y$  a los kg de pienso  $P_2$ .
- Las restricciones del problema son:

$$\begin{cases} x \geq 0, \quad y \geq 0 \\ 2x + 4y \geq 4 \rightarrow x + 2y \geq 2 \\ 6x + 3y \geq 6 \rightarrow 2x + y \geq 2 \end{cases}$$

- La función que nos da el coste es  $f(x, y) = 0,4x + 0,6y$ . Tenemos que minimizar esta función, sujeta a las restricciones anteriores.

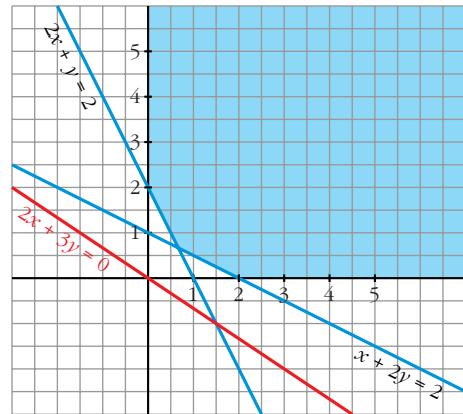
- Representamos el conjunto de restricciones y la recta

$$0,4x + 0,6y = 0 \rightarrow 2x + 3y = 0,$$

que nos da la dirección de las rectas  
 $z = 0,4x + 0,6y$ .

- El mínimo se alcanza en el punto de intersección de las rectas:

$$\begin{cases} 2x + y = 2 \\ x + 2y = 2 \end{cases} \quad \begin{aligned} x &= \frac{2}{3} \\ y &= \frac{2}{3} \end{aligned}$$



Por tanto, se deben mezclar  $\frac{2}{3}$  kg de pienso  $P_1$  con  $\frac{2}{3}$  kg de pienso  $P_2$ .

## 21 Se va a organizar una planta de un taller de automóviles donde van a trabajar electricistas y mecánicos.

Por necesidades de mercado, es necesario que haya mayor o igual número de mecánicos que de electricistas y del número de mecánicos no supere al doble que el de electricistas. En total hay disponibles 30 electricistas y 20 mecánicos.

El beneficio de la empresa por jornada es de 150 € por electricista y 120 € por mecánico.

¿Cuántos trabajadores de cada clase deben elegirse para obtener el máximo beneficio?

- Llamamos  $x$  al nº de electricistas e  $y$  al de mecánicos.
- Las restricciones del problema son:

$$\begin{cases} x \geq 0, \quad y \geq 0; \quad x \leq 30; \quad y \leq 20 \\ y \geq x \\ y \leq 2x \\ x, y \text{ enteros} \end{cases}$$

- La función que nos da el beneficio es:

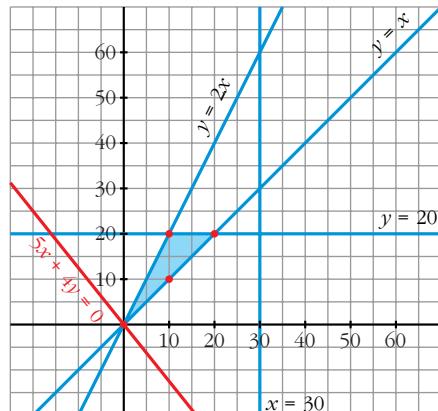
$$f(x, y) = 150x + 120y$$

Tenemos que maximizar esta función, sujeta a las restricciones anteriores.

- Representamos el conjunto de restricciones y la recta

$$150x + 120y = 0 \rightarrow 5x + 4y = 0,$$

que nos da la dirección de las rectas  
 $z = 150x + 120y$ .



- Solo hay 4 puntos en el conjunto de restricciones: (0, 0), (10, 10), (10, 20) y (20, 20). El máximo se alcanza en el punto (20, 20). Por tanto, deben elegirse 20 electricistas y 20 mecánicos.

**22 Una confitería es famosa por sus dos especialidades en tartas: la tarta Imperial y la tarta de Lima.**

**La tarta Imperial requiere para su elaboración medio kilo de azúcar y 8 huevos y tiene un precio de venta de 8 €.**

**La tarta de Lima necesita 1 kilo de azúcar y 8 huevos, y tiene un precio de venta de 10 €.**

**En el almacén les quedan 10 kilos de azúcar y 120 huevos.**

**a) ¿Qué combinaciones de especialidades pueden hacer?**

**Plantea el problema y representa gráficamente el conjunto de soluciones.**

**b) ¿Cuántas unidades de cada especialidad han de producirse para obtener el mayor ingreso por ventas?**

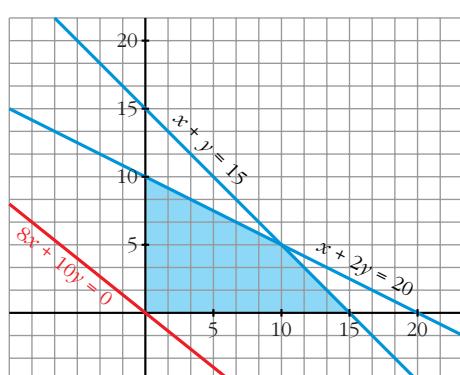
- a) • Llamamos  $x$  al nº de tartas de tipo Imperial e  $y$  al nº de tartas de Lima.

- Las restricciones del problema son:

$$\begin{cases} x \geq 0, y \geq 0; x, y \text{ enteros} \\ 0,5x + y \leq 10 \rightarrow x + 2y \leq 20 \\ 8x + 8y \leq 120 \rightarrow x + y \leq 15 \end{cases}$$

- La función que nos da los ingresos por ventas es  $f(x, y) = 8x + 10y$ . Tendremos que maximizar esta función sujeta a las restricciones anteriores.

- Representamos el conjunto de restricciones y la recta  $8x + 10y = 0 \rightarrow 4x + 5y = 0$ , que nos da la dirección de las rectas  $z = 8x + 10y$ :



(Puntos de coordenadas enteras dentro de este recinto)

- b) El máximo se alcanza en el punto de intersección de las rectas:

$$\begin{cases} x + y = 15 \\ x + 2y = 20 \end{cases} \quad \begin{array}{l} x = 10 \\ y = 5 \end{array}$$

Por tanto, han de fabricar 10 tartas Imperiales y 5 de Lima.

**23** Un orfebre fabrica dos tipos de joyas.

S La unidad de tipo A se hace con 1 g de oro y 1,5 g de plata y se vende a 25 €.

La de tipo B se vende a 30 € y lleva 1,5 g de oro y 1 g de plata.

Si solo se dispone de 750 g de cada metal, ¿cuántas joyas ha de fabricar de cada tipo para obtener el máximo beneficio?

- Llamamos  $x$  al nº de unidades de tipo A e  $y$  al nº de unidades de tipo B.

- Las restricciones del problema son:

$$\begin{cases} x \geq 0; y \geq 0 \\ x + 1,5y \leq 750 \\ 1,5x + y \leq 750 \end{cases}$$

- La función que tenemos que maximizar, sujeta a las restricciones anteriores, es:  $f(x, y) = 25x + 30y$

- Representamos el conjunto de restricciones y la recta

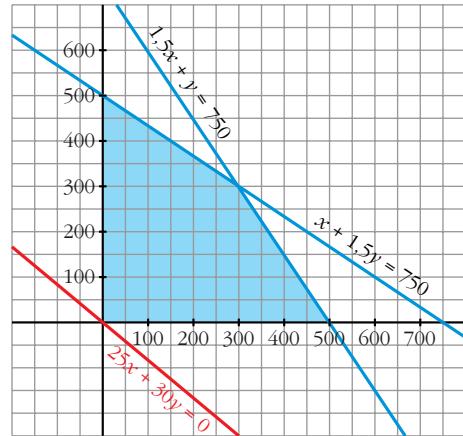
$$25x + 30y = 0 \rightarrow 5x + 6y = 0,$$

que nos da la dirección de las rectas  $z = 25x + 30y$ .

- El máximo se alcanza en el punto de corte de las rectas:

$$\begin{cases} 1,5x + y = 750 \\ x + 1,5y = 750 \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} x = 300 \\ y = 300 \end{array} \right.$$

Por tanto, ha de fabricar 300 joyas de cada uno de los dos tipos.



**24** Se desea realizar una mezcla con dos sustancias, A y B, que ha de contener S como mínimo 10 unidades de cada una de ellas.

Estas sustancias nos las venden dos proveedores en forma de lotes.

El lote del primer proveedor es tal que los contenidos de B y de A están en relación de 4 a 1 y hay una unidad de A.

El lote del segundo proveedor es tal que los contenidos de A y de B están en relación de 4 a 1 y hay una unidad de B.

El primer proveedor vende cada lote a 10 € y el segundo al doble. Ambos proveedores nos venden lotes enteros o fracciones de ellos.

¿Qué número de lotes hemos de comprar para que el coste sea mínimo?

- Llamamos  $x$  a los lotes del primer proveedor e  $y$  a los lotes del segundo proveedor.

- Las restricciones del problema son:

$$\begin{cases} x \geq 0; y \geq 0 \\ x + 4y \geq 10 \\ 4x + y \geq 10 \end{cases}$$

- La función que nos da el coste es  $f(x, y) = 10x + 20y$ . Tenemos que minimizar esta función sujeta a las restricciones anteriores.

- Representamos el conjunto de restricciones y la recta

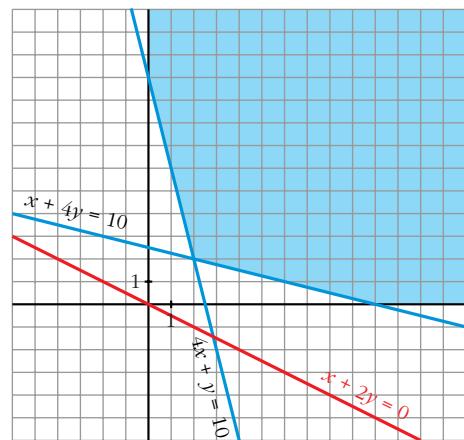
$$10x + 20y = 0 \rightarrow x + 2y = 0,$$

que nos da la dirección de las rectas  $z = 10x + 20y$ :

- El mínimo se alcanza en el punto de corte de las rectas:

$$\begin{cases} x + 4y = 10 \\ 4x + y = 10 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$$

Por tanto, hemos de comprar 2 lotes de cada uno de los dos tipos.



## Página 121

- 25** Un veterinario aconseja a un granjero dedicado a la cría de aves una dieta mínima que consiste en 3 unidades de hierro y 4 unidades de vitaminas diarias. El granjero sabe que cada kilo de maíz proporciona 2,5 unidades de hierro y 1 de vitaminas y que cada kilo de pienso compuesto proporciona 1 de hierro y 2 de vitaminas. Sabiendo que el kilo de maíz vale 0,3 € y el de pienso compuesto 0,52 €, se pide:

- ¿Cuál es la composición de la dieta diaria que minimiza los costes del granjero? Explica los pasos seguidos para obtener la respuesta.
- ¿Cambiaría la solución del problema si por escasez en el mercado el granjero no pudiera disponer de más de 1 kilo diario de pienso compuesto? Razona la respuesta.

- a) • Llamamos  $x$  al nº de kg de maíz e  $y$  al nº de kg de pienso.

- Las restricciones del problema son:

$$\begin{cases} x \geq 0; y \geq 0 \\ 2,5x + y \geq 3 \\ x + 2y \geq 4 \end{cases}$$

- La función que nos da el coste es  $f(x, y) = 0,3x + 0,52y$ . Tenemos que minimizar esta función sujeta a las restricciones anteriores.

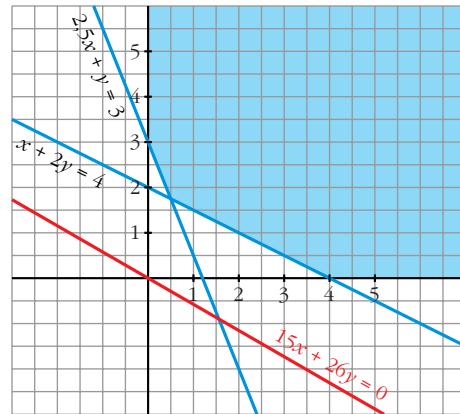
- Representamos el conjunto de restricciones y la recta

$$0,3x + 0,52y = 0 \rightarrow 15x + 26y = 0,$$

que nos da la dirección de las rectas  
 $z = 0,3x + 0,52y$ .

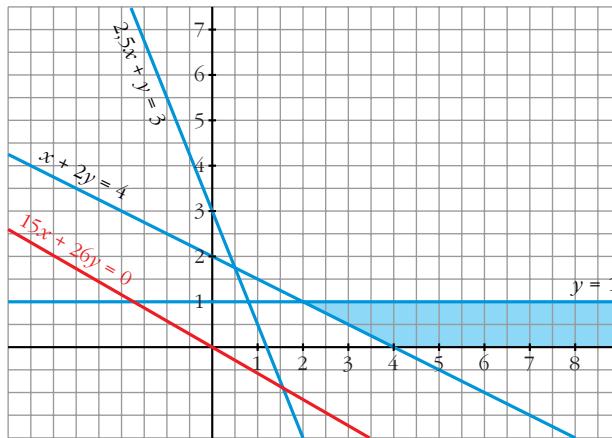
- El mínimo se alcanza en el punto de corte de las rectas:

$$\begin{aligned} x + 2y = 4 \\ 2,5x + y = 3 \end{aligned} \quad \begin{aligned} x &= \frac{1}{2} \\ y &= \frac{7}{4} \end{aligned}$$



Por tanto, debe utilizar  $\frac{1}{2}$  kg de maíz y  $\frac{7}{4}$  kg de pienso compuesto.

- b) • Si añadimos la restricción  $y \leq 1$  a las anteriores, el recinto sería:



- El mínimo en este caso se alcanzaría en el punto de corte de:

$$\begin{aligned} x + 2y = 4 \\ y = 1 \end{aligned} \quad \begin{aligned} x &= 2 \\ y &= 1 \end{aligned}$$

En este caso, debería utilizar 2 kg de maíz y 1 kg de pienso compuesto.

## CUESTIONES TEÓRICAS

**26** ~~¿Puede una función objetivo alcanzar su valor óptimo en un punto interior de la región factible? (Es decir, no situado en el borde)?~~

~~¿Puede ocurrir si se admiten valores decimales en  $x$  e  $y$ ?~~

~~Sí puede alcanzar su valor óptimo en el interior cuando tratamos con valores enteros.~~

~~No puede ocurrir si los valores son decimales.~~