Carpeta de Trabajo del Curso

Probabilidad y Estadística

Septiembre 2025

Índice

1. Definiciones Necesarias

Definición 1 (Principio Fundamental de Conteo)**.**

Definición 2 (Permutaciones)**.**

Teorema 1.

$$nPr = P\left(n, r\right) = n\left(n-1\right)\left(n-2\right)\cdots\left(n-r+1\right) = \frac{n!}{\left(n-r\right)!} \tag{1}$$

Teorema 2 (Permutaciones con repetición)**.** *el número de permutaciones de n objetos de los cuales n_1 son iguales, n_2 son iguales y n_k son de la misma clase, es*

$$nPn_1n_2 \cdot n_k = \frac{n!}{n_1!n_2!\cdots n_k!} \tag{2}$$

Definición 3 (Ordenaciones con Repetición)**.**

Definición 4 (Ordenaciones sin Repetición)**.**

Definición 5 (Combinaciones)**.**

Lema 1.

$$\left(\begin{array}{c} n \\ n-r \end{array}\right) = \left(\begin{array}{c} n \\ r \end{array}\right) \tag{3}$$

Teorema 3.

$$\left(\begin{array}{c} n+1 \\ r \end{array}\right) = \left(\begin{array}{c} n \\ r-1 \end{array}\right) + \left(\begin{array}{c} n \\ r \end{array}\right) \tag{4}$$

Lema 2.

$$\left(\begin{array}{c} n \\ n_1, n_2, \ldots, n_k \end{array}\right) = \frac{n!}{n_1!n_2!\cdots n_k!} \tag{5}$$

Definición 6 (Combinaciones)**.**

Teorema 4.

$$C\left(n, r\right) = \left(\begin{array}{c} n \\ r \end{array}\right) = \frac{nPr}{r!} = \frac{n!}{r!\left(n-r\right)!} \tag{6}$$

1. Resolver los siguientes conjuntos de Teoría de Conjuntos:

    a) Para $A = \{1, 2, 3\}$, $A = \{2, 4\}$ y $C = \{3, 4, 5\}$, hallar $A \times B \times C$, $A \times (B \cap C)$, $A \times (B \cup C)$.

b) Para $A = \{a, b\}$, $B = \{2, 3\}$ y $C = \{3, 4\}$, determinar $A \times (B \cup C)$, $(A \times B) \cup (A \times C)$, $(A \times B) \cap (A \times C)$ y $A \times (B) \cap C)$.

c) Determinar el conjunto potencia del conjunto $S = \{1, 2, 3\}$ así como el número de elementos que tiene. Hacer lo mismo para $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, y así sucesivamente para $S = \{1, 2, 3, \ldots, N\}$.

d) Construir un diagrama de árbol para $A \times B \times C$, donde $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{a, b, c\}$ y $C = \{a, c, e\}$.

2. Resolver los siguientes ejercicios de Técnicas de Conteo:

a) Si no se permiten repeticiones, dado el conjunto $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

- cuántos números de 4 dígitos se pueden formar?
- cuántos de estos son menores que 400.?
- cuántos son pares?.
- cuántos son múltiplos de 5?

b) De cuantas maneras se pueden acomodar 7 personas, si se quiere que

- 3 de ellas siempre estén juntas?
- 3 de ellas nunca estén juntas?

c) De cuántas maneras se pueden acomodar 4 niñas y 2 niños si se quiere que

- se sienten todos los ninños juntos y todas las niñas juntas?
- se sienten de manera alternada niños y niñas?

d) Cuántas permutaciones distintas pueden formarse con todas las letras de las siguientes palabras:

- estadística,
- carrera,
- murcielago.

e) Desarrollar y simplificar:

- $\left(2x + y^2\right)^5$,
- $\left(x^2 - 2y\right)^6$,
- $(a + b + c)^4$,
- $(a + b + c + d)^5$,

1. Investigar las leyes de D'Morgan para conjuntos.

2. Se desea realizar una rifa para recaudar fondos para asistir a un evento, la cantidad mínima por recolectar es de 15000 y se desea que el valor máximo por boleto sea de 100 pesos. Se requiere utilizar solamente 4 dígitos. Cuántos (posibles combinaciones) números es posible generar.

3. En un torneo del deporte más popular se requieren 21 untos para acceder a la siguiente ronda, son 17 equipos. ¿Cuáles son los resultados posibles que aseguran la calificación si dan 3 pros por victoria, 1 por empate y 0 por derrota?

4. En un auditorio con capacidad para 450 personas se desea hacer un evento con 20 filas y dos cabeceras. Para acceder al evento se requiere que satisfagan 6 de las 10 condiciones solicitadas.

   a) ¿Cuántas posibles formas hay de seleccion?

   b) Si hay 3 condiciones indispensables, cuántas maneras distintas hay de elegir a los solicitantes

   c) Se piensa aceptar exactamente la misma cantidad de hombres que mujeres. Cuántas maneras distintas posibles hay de sentarlas si se quiere que haya:

      - En cada fila la misma cantidad de hombres que mujeres.
      - de manera alternada una fila de hombres y una de mujeres.
      - siempre en cada fila un hombre seguido de una mujer.
      - el arreglo (H=Hombre, M=Mujer): HHMMHHMMHH.
      - el arreglo HMMMHMMMH.

5. En el próximo proceso electoral se inscriben 3 parejas: HM; HH y MM. Hay 500 votantes de los cuales 350 son mujeres y 150 hombres. Suponiendo que pueden votar por 2 duplas:

   a) Cuántos votos puede obtener cada pareja?

   b) Cuántos votos mínimos requiere una dupla para ganar, si son electas 2 de las 3 parejas?

6. Una emisora universitaria cuenta con música de 2 generos, de los cuales hay 9 discos de genero 1 y 27 de genero 2. En promedio cada disco tiene 13 canciones

   a) De cuántas maneras posibles puede programar la música?

   b) Si en promedio las canciones duran 3.5 minutos cuantos programas de 1 hora aproximandamente puede organizar?.

   c) Si desea hacer una vez a la semana un programa especial de cada genero con duración de 1.5 horas. ¿Cuántas maneras distintas hay de realizar los programas y cuantos son?

7. El encargado de sistemas del plantel Casa Libertad piensa generar codigos hexadecimales considerando las áreas existentes: verde, blanca, amarilla, azul, morada, cafe y naranja. Si hay 10 cubículos en cada una de ellas con dos nodos cada uno. ¿Cuántos códigos posibles se pueden generar si el primer elemento debe distingir la zona y el segundo debe incluir el numero de cubículo, y así sucesivamente deben estar considerados todos los elementos descritos.

   a) El area verde tiene más personas laborando, lo mismo que la blanca.

   b) En el área azul hay 5 laboratorios con 20 máquinas cada uno.

8. Elaborar códigos con 3 numeros y 3 letras, el código no puede comenzar con 0 o la letra *o*.

2. Teoría de conjuntos

1. Para $A = \{1, 2, 3\}$, $A = \{2, 4\}$ y $C = \{3, 4, 5\}$, hallar $A \times B \times C$, $A \times (B \cap C)$, $A \times (B \cup C)$.

2. Para $A = \{a, b\}$, $B = \{2, 3\}$ y $C = \{3, 4\}$, determinar $A \times (B \cup C)$, $(A \times B) \cup (A \times C)$, $(A \times B) \cap (A \times C)$ y $A \times (B) \cap C)$.

3. Determinar el conjunto potencia del conjunto $S = \{1, 2, 3\}$ así como el número de elementos que tiene. Hacer lo mismo para $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, y así sucesivamente para $S = \{1, 2, 3, \ldots, N\}$.

4. Construir un diagrama de árbol para $A \times B \times C$, donde $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{a, b, c\}$ y $C = \{a, c, e\}$.

5. Si $U = [0, 1]$, $A = \left\{x : |x - \frac{1}{2}| < \frac{1}{4}\right\}$ y $B = \left\{x : |x - \frac{5}{6}| < \frac{1}{3}\right\}$, encuentre $A \cup B$, $A \cap B$, $A \cap B^c$, $B \cap A^c$, $(A \cap B)^c$ y $(A \cup B)^c$. Además encuentre el área de cada uno de los conjuntos anteriores.

6. Sea $A = \{(x, y) : 0 \leq x \leq y \leq 4\}$, $B = \{(x, y) : 0 \leq y, 4 - x \leq 4\}$, encuentre el área de los siguientes conjuntos: $A \cap B$, $A \cup B$, $B \cap A^c$, $A \cap B^c$, $(A \cap B)^c$ y $(A \cup B)^c$.

7. Sea $A = \left\{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 4\right\}$, $B = \left\{(x, y) : x^2 + y^2 \geq 1\right\}$, encuentre el área del conjunto $A \cap B$, $A \cup B$, $B \cap A^c$, $A \cap B^c$, $(A \cap B)^c$ y $(A \cup B)^c$.

8. Sea $A = \left\{(x, y) : x^2 - y^2 \leq 0\right\}$, $B = \left\{(x, y) : x^2 + y^2 \geq 2\right\}$, $C = \{(x, y) : x \in R, |y| \leq 1\}$, encuentre el área de $A \cap B \cap C$.

9. Sea $A = \left\{x : x^4 - 16 \leq 0\right\}$, $B = \left\{x : x^3 - x \leq 0\right\}$. Encuentre $A \cap B$, $A \cup B$, $A - B$, $B - A$, $(A \cup B) - A$, $(A \cup B) - B$ y $(A \cup B) - (A \cap B)$, además de sus áreas.

10. Sea $A = \left\{x : x \in R, y \in R, 1 < x^2 + y^2 \leq 2\right\}$, $B = \{(x, y) : x \in R, y \in R, x \in [-3, 0], y \in [-3, 0]\}$, encuentre el área del conjunto $A \cap B$, $A \cup B$, $B \cap A^c$, $A \cap B^c$, $(A \cap B)^c$ y $(A \cup B)^c$

11. Si no se permiten repeticiones, dado el conjunto $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.
    - cuántos números de 4 dígitos se pueden formar?
    - cuántos de estos son menores que 400.?
    - cuántos son pares?.
    - cuántos son múltiplos de 5?

12. De cuantas maneras se pueden acomodar 7 personas, si se quiere que
    - 3 de ellas siempre estén juntas?
    - 3 de ellas nunca estén juntas?

13. De cuántas maneras se pueden acomodar 4 niñas y 2 niños si se quiere que
    - se sienten todos los ninños juntos y todas las niñas juntas?
    - se sienten de manera alternada niños y niñas?

14. Cuántas permutaciones distintas pueden formarse con todas las letras de las siguientes palabras:

- estadística,
- carrera,
- murcielago,
- Probabilidad.

15. Desarrollar y simplificar:

- $\left(2x+y^2\right)^5$,
- $\left(x^2-2y\right)^6$,
- $(a+b+c)^4$,
- $(a+b+c+d)^5$,

16. De cúantas maneras puede elegirse un comité de 3 hombres y 5 mujeres, de un grupo de 7 hombres y 10 mujeres?

17. Un estudiante tiene que responder 8 de 10 preguntas en un examen.

- cuántas maneras de responder tiene?
- si 3 son obligatorias?
- si debe de responde 4 de las 5 primeras preguntas?

18. Un estudiante debe de responder un examen de 10 preguntas de opción múltiple: $\{a, b, c\}$. Cuántas maneras tiene de responder si lo hace al azar?.

19. De cuantas maneras pueden repartirse 20 estudiantes en 3 grupos, A_1, A_2 y A_3,

- si todos deben de tener el mismo número de estudiantes?
- si la única condición es que haya más de dos estudiantes?

20. Simplifique las siguyientes expresiones:

- $\frac{(n+1)!}{n!}$,
- $\frac{n!}{(n-2)!}$,
- $\frac{(n-1)!}{(n+2)!}$,
- $\frac{(n-r+1)!}{(n-r-1)!}$.

3. Introducción a la Probabilidad

Ejercicio 1. *Resolver los siguientes ejercicios:*

1. *Para* $\mathbb{P}[A - B] = \mathbb{P}[B - A]$, $\mathbb{P}[A \cup B] = 1/2$ *y* $\mathbb{P}[A \cap B] = 1/4$, *encontrar* $\mathbb{P}[B]$ *y* $\mathbb{P}[A^c \cap B]$.
2. *Para* $\mathbb{P}[A^c \cap B^c] = 1/2$, $\mathbb{P}[A^c] = 2/3$ *y* $\mathbb{P}[A \cap B] = 1/4$, *hallar* $\mathbb{P}[B]$ *y* $\mathbb{P}[A^c \cap B]$.
3. *Para* $\mathbb{P}[A] = 1/4$, $\mathbb{P}[B] = 3/4$ *y* $A \cap B = \emptyset$, *calcular* $\mathbb{P}[A \cup B]$, $\mathbb{P}[A^c \cup B]$ *y* $\mathbb{P}[A \cup B^c]$.
4. *Para* $\mathbb{P}[A \cup B] = \mathbb{P}[B] = 1/2$, $\mathbb{P}[A \cap B] = 1/4$. *Calcular* $\mathbb{P}[A]$, $\mathbb{P}[A^c]$ *y* $\mathbb{P}[B]$.
5. *Si se lanzan dos dados, ¿cuál es la probabilidad de que las caras que muestren:*
   a) *sumen seis?*
   b) *su producto sea seis?*
   c) *el valor de la diferencia sea uno?*
6. *De una urna, con tres bolas blancas, dos negras y cuatro verdes, se sacan tres sin reposición. Explique la probabilidad de obtener:*
   a) *bolas de tres colores;*
   b) *bolas de un color;*
   c) *dos bolas blancas;*
   d) *por lo menos una bola blanca.*
7. *En una competencia de natación intervienen tres jóvenes que llamaremos* A, B *y* C. *Por su trayectoria en este tipo de competencias, se sabe que la probabilidad de que* A *gane es el doble de la de* B, *y la probabilidad de que* B *gane es el triple de la de* C. *Calcular:*
   a) *Las probabilidades* $\mathbb{P}[A]$, $\mathbb{P}[B]$ *y* $\mathbb{P}[C]$ *que tiene cada joven de ganar.*
   b) *La probabilidad de que* A *no gane.*
   Sugerencia: $\mathbb{P}[A \cup B \cup C] = \mathbb{P}[A] + \mathbb{P}[B] + \mathbb{P}[C] - \mathbb{P}[A \cap B] - \mathbb{P}[A \cap C] - \mathbb{P}[B \cap C] + \mathbb{P}[A \cap B \cap C]$
8. *Si una persona acude con su dentista, supongamos que la probabilidad de que le limpie la dentadura es de* 0,44, *la probabilidad de que le tape una caries es de* 0,24, *la probabilidad de que se le extraiga un diente es* 0,21, *la probabilidad de que se le limpie la dentatura y le tape una caries es de* 0,08, *la probabilidad de que le limpie la dentadura y le extraiga un diente es* 0,11, *la probabilidad de que le tape una caries y le saque un diente es de* 0,07, *y la probabilidad de que le limpie la dentadura, le tape una caries y le saque un diente es* 0,03. *¿Cuál es la probabilidad de que una persona que acudea su dentista se le haga por lo menos una de estas cosas?*
9. *Un equipo de baloncesto consta de 6 jugadores negros y 6 jugadores blancos. Para acomodarlos en sus habitaciones se van a elegir pares de jugadores. Si estos pares se forman al azar, ¿cuál es la probabilidad de que ninguno de los jugadores negros tengan un compañero de cuarto blanco? Sugerencia: contar primero*

cuantas maneras posibles hay de encontrar pares solamente con jugadores negros, luego cuantas maneras distintas hay de encontrar pares de jugadores blancos y aplicar la regla fundamental del conteo, finalmente determinar cuantos posibles pares hay considerando elecciones sin reemplazo y aplicar nuevamente la regla fundamental del conteo.

10. *En la urna I hay tres bolas blancas y 5 negras. En la II hay cinco blancas y tres negras. De cada urna se separa una bola. Determine la probabilidad de obtener:*

    a) *dos bolas blancas;*

    b) *bolas de diferentes colores,*

    c) *por lo menos una bola blanca.*

11. *Hay tres urnas: en la I se han puesto tres bolas blancas y dos negras; en la II hay cuatro bolas blancas y una negra; y en la III dos blancas y dos negras. De cada urna se escoge una bola. Determine la probabilidad de obtener:*

    a) *tres bolas blancas;*

    b) *una bola blanca,*

    c) *por lo menos una bola blanca.*

12. *En méxico la probabilidad, que un directivo sea egresado de una universidad privada o que tenga maestría, es de 60 %. De qye sea egresado de una universidad privada es 20 % y la de que tenga una maestría es de 40 % , ¿cuál es la probabilidad de que uno escogido al azar sea egresado de una universidad privada y tenga maestría?*

13. *Los ahorradores de una pequeña población cuentan con tres bancos: A, B y C. Suponga que 60 % de las familias de la ciudad han depositado sus ahorros en el banco A, 40 % en el B y 30 % en el C. También, que 20 % de los habitantes abrió cuentas en A y B, 10 % en A y C; 20 % en B y C y 5 % en A, B y C. ¿Qué porcentaje de las familias de la ciudad manejan sus cuentas en al menos uno de los tres bancos?*

14. *Después de realizar un estudio en una universidad particular, en el área de posgrado, se estimó que 30 % de los estudiantes estaban seriamente preocupados por sus posibilidades de encontrar trabajo, 25 % por sus notas y 20 % por ambas cosas. ¿cuál es la probabilidad de que un estudiante del último curso, elegido al azar, esté preocupado por al menos una de las dos cosas?*

15. *Si se tiran tres dados, ¿cuál es la probabilidad de que en dos aparezca el mismo número?*

16. *Si se lanzan tres dados y dos monedas, ¿cuántas probabilidades hay de obtener dos 6 y dos soles?*

17. *En un examen, un estudiante obtendría una de las siguientes calificaciones: A, B, C y D. Con A, B y C, aprobará. La probabilidad de que saque A o B es de 0.6. Indique la probabilidad de que obtenga C si se sabe que la probabilidad de que apruebe el examen es de 0.9.*

18. *Se lanzan tres dados. Calcule la probabilidad de que la suma de los números obtenidos sea mayor que 10, si la suma en los dos primeros dados es cinco.*

4. Probabilidad Condicional

Definición 7. *Sean A y B dos eventos. La* Probabilidad Condicional *del evento A dado que ocurre el evento B, denotado por $\mathbb{P}[A|B]$,está definida por*

$$\mathbb{P}[A|B] = \frac{\mathbb{P}[AB]}{\mathbb{P}[B]} \tag{7}$$

Lo anterior si $\mathbb{P}[B] > 0$

De lo anterios se desprende que:

$\mathbb{P}[AB] = \mathbb{P}[A|B]\,\mathbb{P}[B] = \mathbb{P}[B|A]\,\mathbb{P}[A]$

Propiedades 1. *Dado el evento B con $\mathbb{P}[B] > 0$, se cumplen las siguientes propiedades*

1.
$$\mathbb{P}[\emptyset|B] = 0 \tag{8}$$

2. *Sean $A_1, A_2, \ldots, A_n$ eventos mutuamente excluyentes, entonces*
$$\mathbb{P}[A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n|B] = \sum_{i=1}^{n} \mathbb{P}[A_i|B] \tag{9}$$

3. *Si A es un evento, entonces*
$$\mathbb{P}[A^c|B] = 1 - \mathbb{P}[A|B] \tag{10}$$

4. *Sean A_1 y A_2 eventos, entonces*
$$\mathbb{P}[A_1|B] = \mathbb{P}[A_1 \cap A_2|B] + \mathbb{P}[A_1 \cap A_2^c|B] \tag{11}$$

5. *Sean A_1 y A_2 eventos, entonces*
$$\mathbb{P}[A_1 \cup A_2|B] = \mathbb{P}[A_1|B] + \mathbb{P}[A_2|B] - \mathbb{P}[A_1 \cap A_2^c|B] \tag{12}$$

6. *Sean $A_1, A_2, \ldots, A_n$ son eventos, entonces*
$$\mathbb{P}[A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n|B] \leq \sum_{i=1}^{n} \mathbb{P}[A_i|B] \tag{13}$$

Definición 8. *Dados dos eventos A y B, se dice que son independientes si*

$$\mathbb{P}[A|B] = \mathbb{P}[A] \tag{14}$$

Ejercicio 2. *Resolver la siguiente lista de ejercicios relacionados con Probabilidad Condicional e Independencia de Eventos*

1. *Un recipiente contiene 5 transistores defectuosos (fallan inmediatamente al ponerse en uso), 10 parcialmente defectuosos (fallan después de unas horas en uso) y 25 transistores aceptables. Del recipiente se toma de manera aleatoria un transistor y se pone en funcionamiento. Si no falla inmediatamente, ¿cuál es la probabilidad de que sea aceptable?*

2. *La organización en la ue trabaja Luis va a ofrecer, a los empleados que tienen por lo menos un hijo varón, una comida para padre e hijo. Se invita a cada uno de estos empleados a que asista con su hijo menor. Si se sabe Luis tiene sólo dos hijos, ¿cuál es la probabilidad condicional de que ambos sean niños puesto que está invitado a la comida? Suponga que el espacio muestral está dado por* $S = \{(b,b), (b,g), (g,b), (g,g)\}$ *y que todos estos resultados sean igualmente posibles. Sugerencia: Sea* B *el evento de que los dos son varones y* A *el evento que por lo menos uno de ellos es varón.*

3. *La señora Pérez piensa que hay un* $30\,\%$ *de posibilidad de que la empresa donde labora abra una sucursal en San Luis. Si lo hace, ella tiene un* $60\,\%$ *de seguridad de que será nombrada directora de esta nueva oficina. ¿Con que probabilidad la señora Pérez será la directora de una sucursal en San Luis?*

4. *Si* $\mathbb{P}[A^c] = 1/3$, $\mathbb{P}[A \cap B] = 1/4$ *y* $\mathbb{P}[A \cup B] = 2/3$, *calcule* $\mathbb{P}[B]$, $\mathbb{P}[A \cap B^c]$ *y* $\mathbb{P}[B - A]$.

5. *Si* $\mathbb{P}[A^c] = 1/3$, $\mathbb{P}[A \cup B] = 5/6$ *y* $\mathbb{P}[B^c] = 1/2$, *calcule* $\mathbb{P}[A \cap B]$, $\mathbb{P}[A \cap B^c]$ *y* $\mathbb{P}[B - A]$.

6. *La sangre se clasifica por factores en Rh positivo y Rh negativo y también de acuerdo al tipo. Si la sangre contiene un antígeno A, es de tipo A; si tiene un antígeno B, es de tipo B; si tiene ambos antígenos A y B, es de tipo AB, si carece de ambos antígenos es de tipo O. En una encuesta a 75 individuos, se encontró que 65 de ellos tenían factor* Rh^{+}, *de los cuales 25 con antígeno A, 30 con antígeno B y 10 con ambos antígenos. De los 10 con factor* Rh^{-} *3 tenían antígeno A, 4 con antígeno B y 1 con ambos antígenos. Si se selecciona al azar a una de las 75 personas, calcule la probabilidad de que tenga sangre con:*

   a) *Factor* Rh^{+} *y tipo A,*
   b) *Factor* Rh^{+} *y tipo AB,*
   c) *Factor* Rh^{+} *y tipo O,*
   d) *Factor* Rh^{-} *y tipo B,*
   e) *Factor* Rh^{-} *y tipo O,*

7. *SE sabe que un grupo grande de personas* $10\,\%$ *toman desayuno caliente,* $20\,\%$ *toman almuerzo caliente y* $25\,\%$ *toma desayuno cliente o almuerzo caliente. Encuentra la probabilidad de que una persona elegida al azar del grupo*

   a) *tome desayuno caliente y un almuerzo caliente*
   b) *Tome un desayuno caliente, dado que la persona elegida tomó un desayuno caliente*

8. *Si los eventos* A *y* B *son independientes y* $\mathbb{P}[A] = 0{,}3$, $\mathbb{P}[B] = 0{,}5$, *encuentra* $\mathbb{P}[A \cap B]$ *y* $\mathbb{P}[A \cup B]$.

9. *Los eventos* A *y* B *son tales que* $\mathbb{P}[A] = 2/3$, $\mathbb{P}[A|B] = 2/3$, $\mathbb{P}[B] = 1/4$. *Encuentra* $\mathbb{P}[A|B]$, $\mathbb{P}[B|A]$ *y* $\mathbb{P}[A \cap B]$.

10. *En un grupo de 100 personas, 40 tienen un gato, 25 tienen un perro y 15 tienen un perro y un gato. Encuentra la probabilidad de que una persona elegida al azar*

    a) *tenga un perro o un gato,*

    b) *tenga un perro o un gato, pero no ambos.*

    c) *tenga un perro dado que tiene un gato,*

    d) *no tenga gato dado que tenga un perro.*

11. *Sean* A *y* B *eventos exhaustivos y se sabe que* $\mathbb{P}[A|B] = 1/4$ *y* $\mathbb{P}[B] = 1/3$*. Encuentra* $\mathbb{P}[A]$*.*

12. *Una bolsa contiene 4 canicas rojas y 6 negras. Se saca una canica al azar y no se regresa. Entonces se saca otra canica. Encontrar la probabilidad de que*

    a) *la segunda canica sea roja, dado que la primera fue roja*

    b) *las dos canicas sean rojas,*

    c) *las canicas sean de diferente color.*

13. *Sean* A *y* B *dos eventos independientes tales que* $\mathbb{P}[A] = 0{,}2$, $\mathbb{P}[B] = 0{,}15$*, Evalue las siguientes probabilidades*

    a) $\mathbb{P}[A|B]$

    b) $\mathbb{P}[A \cap B] = 1/4$

    c) $\mathbb{P}[A \cup B] = 1/4$.

14. *Sean* A *y* B *dos eventos tales que* $\mathbb{P}[A] = 0{,}4$, $\mathbb{P}[B] = 0{,}25$*. Si* A *y* B *son independientes evalue las siguientes probabilidades*

    a) $\mathbb{P}[A \cap B]$

    b) $\mathbb{P}[A \cap B^c]$

    c) $\mathbb{P}[A^c \cap B^c]$.

Ejercicio 3. *Resolver la siguiente lista de ejercicios relacionados con Probabilidad Condicional e Independencia de Eventos*

1. *Si* $\mathbb{P}[A^c] = 1/3$, $\mathbb{P}[B|A] = 1/2$*, calcule* $\mathbb{P}[B \cap A]$*.*

2. *Si* $\mathbb{P}[A] = 1/4$, $\mathbb{P}[B|A] = 1/4$*, calcule* $\mathbb{P}[B^c \cap A]$*.*

3. *Si* $\mathbb{P}[A] = 1/3$, $\mathbb{P}[A|B] = 1/5$*, y* $\mathbb{P}[B|A] = 1/2$*, calcule* $\mathbb{P}[B]$*.*

4. *Si* $\mathbb{P}[B] = \mathbb{P}[B^c]$, $\mathbb{P}[A|B^c] + \mathbb{P}[A|B] = 4/5$*, determine* $\mathbb{P}[A]$*.*

5. *Si* A *y* B *son independientes y* $\mathbb{P}[A^c] = 1/2$*.* $\mathbb{P}[A \cap B] = 1/5$*, determine* $\mathbb{P}[B]$*.*

6. *Si* A *y* B *son independientes y* $\mathbb{P}[A] > 0$, $\mathbb{P}[A] = 3\mathbb{P}[A \cap B]$*, determine* $\mathbb{P}[B]$*.*

7. *Si* A*,* B *y* C *son independientes y* $\mathbb{P}[A \cap B] = 1/2$, $\mathbb{P}[C^c] = 1/3$*, determine* $\mathbb{P}[A \cap B \cap C]$*.*

8. *Si A, B y C son independientes y $\mathbb{P}[A \cap B \cap C] = 1/8$, $\mathbb{P}[A] = 2\mathbb{P}[B] = 4\mathbb{P}[C]$, determine $\mathbb{P}[C^c]$.*

9. *Si A y B son independientes y $\mathbb{P}[A] > 0$, $2\mathbb{P}[A] = 5\mathbb{P}[A \cap B]$, determine $\mathbb{P}[B^c]$.*

10. *Si A, B, C y D son independientes y $\mathbb{P}[A \cap B \cap C] = 1/24$, $\mathbb{P}[A] = 2\mathbb{P}[B] = 3\mathbb{P}[C] = 4\mathbb{P}[D]$, determine $\mathbb{P}[D]$.*

11. *¿Pueden ser mutuamente excluyentes los eventos A y B, si $\mathbb{P}[A] = 0{,}54781$ y $\mathbb{P}[B] = 0{,}49719$*

12. *Si los eventos A y B son independientes y $\mathbb{P}[A] = 0{,}3$ y $\mathbb{P}[B] = 0{,}5$, encuentra $\mathbb{P}[A \cap B]$ y $\mathbb{P}[A \cup B]$.*

13. *A y B son eventos exhaustivos y se sabe que $\mathbb{P}[A|B] = 1/4$ y $\mathbb{P}[B] = 2/3$. Encuentra $\mathbb{P}[A]$.*

14. *Sean A y B dos eventos independientes tales que $\mathbb{P}[A] = 0{,}2$ y $\mathbb{P}[B] = 0{,}15$. Evalúa las siguientes probabilidades: $\mathbb{P}[A|B]$, $\mathbb{P}[A \cap B]$ y $\mathbb{P}[A \cup B]$.*

15. *La probabilidad de que un evento A ocurra es $\mathbb{P}[A] = 0{,}4$. B es un evento independiente de A y la probabilidad de la unión de A y B es $\mathbb{P}[A \cup B] = 0{,}7$. Encuentra $\mathbb{P}[B]$.*

16. *Los eventos A y B son independientes tales que $\mathbb{P}[A] = 0{,}4$ y $\mathbb{P}[B] = 0{,}25$. Determina: $\mathbb{P}[A \cap B]$, $\mathbb{P}[A \cap B^c]$ y $\mathbb{P}[A^c \cap B^c]$.*

5. Teorema de Probabilidad Total y Teorema de Bayes

Propiedades 2. *Sean $A_1, A_2, \ldots, A_n$ eventos mutuamente excluyentes. Sea B un evento cualquiera, entonces*

$$\mathbb{P}[B] = \sum_{i=1}^{n} \mathbb{P}[B|A_i]\,\mathbb{P}[A_i] \tag{15}$$

Propiedades 3. *Sean $A_1, A_2, \ldots, A_n$ eventos mutuamente excluyentes. Sea B un evento cualquiera, con $\mathbb{P}[B] > 0$, entonces para cualquier $j = 1, \ldots, n$ se cumple que*

$$\mathbb{P}[A_j|B] = \frac{\mathbb{P}[B|A_j]\,\mathbb{P}[A_j]}{\sum_{i=1}^{n} \mathbb{P}[B|A_i]\,\mathbb{P}[A_i]} \tag{16}$$

Ejercicio 4. *Una Compañía de Seguros divide a las personas en dos clases, quienes son propensos a accidentes y quienes no lo son. Sus estadísticas muestran que una persona propensa a accidentes, tendrá, en no más de un año, un accidente con probabilidad d 0,4; mientras que esta probabilidad decrece a 0,2 en personas no propensas a accidentes. Si pensamos que 30 por ciento de las personas es propenso a accidentes ¿ cuál es la probabilidad de que una persona que compra una nueva póliza tenga un accidente en no más de un año?*

Sea A_1 el evento de que la persona que compró la póliza tendrá un accidente en no más de un año; y A el evento de que la persona que compró la póliza sea propenso a accidentes. Entonces, la probabilidad deseada $\mathbb{P}[A_1]$ está dada por:

$$\mathbb{P}[A_1] = \mathbb{P}[A_1|A]\,\mathbb{P}[A] + \mathbb{P}[A_1|A^c]\,\mathbb{P}[A^c]$$

Ahora suponga que el el nuevo asegurado ha tenido un accidente a no más de un año de haber comprado la póliza. ¿cuál es la probabilidad de que sea propenso a accidentes?

Inicialmente, al comprar el cliente su seguro, se pensó que había una posiblidad de 30 por ciento de que la persona fuera propensa a accidentes. Esto es, $\mathbb{P}[A_1] = 0{,}3$. Sin embargo, con base en el hecho de qye tuvo un accidente en no más de un año, volvamos a evaluar su probabilidad de ser propenso a accidentes:

$$\mathbb{P}[A|A_1] = \frac{\mathbb{P}[A \cap A_1]}{\mathbb{P}[A_1]} = \frac{\mathbb{P}[A|A_1]\,\mathbb{P}[A_1|A]}{\mathbb{P}[A_1]}$$

Ejercicio 5. *Resolver los siguientes ejercicios*

1. *Se tienen dos tarjetas, una de ellas es negra por ambas caras y la otra muestra una negra y otra blanca. Se meten en una bolsa y se extrae una de las dos al azar, la cual se coloca sobre la mesa. Si la cara hacia arriba es negra, ¿cuál es la probabilidad de que también la de abajo sea negra?*

2. *Un ratón de laboratorio se introduce en un laberinto en forma de T. Del lado izquierdo, hay un pedazo de comida protegido para que el animal no lo huela de lejos, en tanto que del lado derecho hay una pequeña descarga eléctrica, que sería desagradable para éste, más no mortal. Suponga que la primera vez que se mete el ratón hay una probabilidad de 0.5 de que vira a cualquiera de los dos lados. Si en el primer intento fue a la izquierda, entonces hay una probabildad de 0.6 de que vuelva a hacerlo en el segundo; sin embargo, si en el primero dio vuelta a la derecha, y recibió la pequeña descarga eléctrica, entonces hay una probabilidad de 0.75 de que se irá a la izquierda en el segundo. Si se observa que el animal efectivamente caminó a la izquierda en el segundo intento, ¿cuál es la probabilidad de que haya virado también hacia el mismo lado en el primer intento?*

3. *En cierto país (no es México) aquejado por la inflación, los economistas proponen tres teorías: I: la inflación desaparecerá antes del cambio de gobierno; II: ocurrirá una depresión y III: llegará una recesión. Estiman que las probabilidades de que se materealicen las tres teorías son, respectivamente: 0.4, 0.35 y 0.25. Así mismo, considerean que las probabilidades de que este país salga del subdesarrollo, si ocurren los eventos son de, 0.90, 0.60 y 0.20 en ese orden. Supongamos que el país de todos modos no sale del subdesarrollo ¿cuál es la probabilidad de que la inflación haya desaparecido antes del cambio de gobierno?*

4. *La probabilidad de que una mujer que da a luz por primera vez tenga un bebé con algún síndrome o defecto congénito depende de muchos factores; entre otros la edad. La revista* Medical Newsletter *julio de 1999 publicó el siguiente cuadro con estadísticas de quienes daban a luz por primera vez*

	Edad de la Mujer	Porcentaje de Mujeres	Probabilidad de algún defecto congénito
A_1	15 o menos	3	0.05
A_2	16 a 22	23	0.007
A_3	23 a 29	55	0.001
A_4	30 a 36	12	0.04
A_5	37 a 43	6	0.17
A_6	44 o más	1	0.23

De acuerdo con tales datos, si el primer bebé nació con algún defecto congénito, ¿cuál es la probabilidad de que la edad de la señora oscile entre los 37 y los 43 años.

5. *Un ingeniero fabrica piezas de ajedréz de plástico. Las acabadas se van metiendo en tres grandes cajas antes de pegarles fieltro en la base. En la caja 1 hay* $100\,\%$ *de piezas de color blanco, en la 2 hay* $50\,\%$ *de cada color, y en la 3 hay* $100\,\%$ *de negras. el ingeniero encarga a un empleado que baje la caja de las piezas blancas para pegarles el fieltro, pero como las tres están muy altas, quién hará el trabajo no alacanza a ver su contenido, así que saca una pieza de una caja al azar, que resulta ser de color blanco. ¿Cuál es la probabilidad de que sea la caja que busca?*

6. *Un niño usa calcetines sólo de dos colores: azul y negro. Pero no los tiene ordenados por parejas, sino sueltos en dos cajones de su ropero. En el de arriba hay 6 calcetines negors y 2 azules; en el de abajo, 3 negros y 5 azules. No puede encender la luz para ver, porque despertaría a su hermano menor, así que en la oscuridad toma un calcetín de cada cajón, se los pone, se viste y se va a la escuela. ¿Cuál es la probabilidad de que se haya puesto calcetines del mismo color?*

7. *La compañía Lear usa 4 empresas para transporte: A, B, C y D. Se sabe que* $20\,\%$ *de los embarques se asignan a la empresa A,* $250\,\%$ *a la empresa B,* $40\,\%$ *a C y* $15\,\%$ *a la D. Los embarques llegan retrasados a sus clientes en* $7\,\%$ *si los entrega A,* $8\,\%$ *si es B,* $5\,\%$ *si es C y* $9\,\%$ *si es D. Si sabemos que el embarque de hoy fue entregado con retraso, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido entregado por la empresa A?*

8. *Don gato tiene tres candidatos: Demóstenes, Cucho y Benito Bodoque, para una misión que consiste en vender boletos de una rifa inexistente a unos turistas ingenuos. Sólo uno de los tres debe hacerlo. Estima que Demóstenes cuenta con* $35\,\%$ *de ser elegido, Cucho* $45\,\%$ *y Benito* $20\,\%$*. Hay una probabilidad de* $0{,}09$ *de que los atrape el Sargento Matute si va Demóstenes; de* $0{,}11$ *si es Cucho, y* $0{,}07$ *si Benito es el escogido. Si Matute lo atrapó, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido elegido Benito como el encargado de vender los boletos?*

9. *La bella y joven Paola es asediada por dos pretendientes: Fernando y Ricardo. Ella está decidida a ser novia de alguno de los dos. Fernando tiene una probabilidad de 0.7 de ser el elegido y Ricardo de 0.3. Si el primero resulta afortunado, hay una probabilidad de 0.40 de que terminen en matrimonio; si fuera el segundo, de 0.30. Si Paola se casó con uno de ellos, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido Ricardo?*

10. *Un profesor de estadística de una universidad imparte clases a un grupo, que consiste de 10 estudiantes de contabilidad, 14 de administración, 9 de tecnología de alimentos y 3 de mercadotecnia. Por experiencia, sabe que la probailidad de que un estudiante de conta, 14 de contabilidad, 14 de adminsitración, 9 de tecnología de alimentos y 3 de mercadotecnia. Por experiencia sabe que la probabilidad de que un estudiante de contabilidad le copie la tarea a un compañero, en lugar de resolverla, es de 0.9, para la administración, tecnología de alimentos y mercadotecnia, las cifras correspondientes son de 0.7, 0.4 y 0.8, respectivamente. si al calificar una tarea descubre que las soluciones han sido copiadas, ¿cuál es la probabilidad de que se trate de la de un alumno de contabilidad?*

11. *El departamento de ventaas de una compañía farmacéutica publicó los siguientes datos relativos a las ventas de cierto analgésico fabricado por ellos Si un cliente adquirió la dosis fuerte de este medicamento, ¿cuál es la probabilidad de que lo comprara en forma de cápsulas?*

12. *Un adulto mayor de 50 años se selecciona al azar en una comunidad, en la cual* $9\,\%$ *de quienes rebasan esa edad sufren de diabetes, por lo que se les somete a una prueba simple de nivel de glucosa para detectar o desechar la presencia del padecimiento. Sin embargo, el examen no es totalmente confiable, pues a* $3\,\%$

Analgésico	% de Ventas	% del grupo vendido en dosis fuerte
Cápsulas	57	38
Tabletas	43	31

de las personas que no sufren el mal les señala como positivos, mientras que en 15 % de aquellos que sí están enfermos, la prueba resulta negativa.

a) *¿Cuál es la probabilidad de que ese individuo tenga realmente diabetes, dado que el resultado marca positivo?*

b) *¿Cuál es la probabilidad de que no padezca ese mal si marca negativo?*

13. *En cierto lugar, 30 % de las personas son fumadoras y 70 % no fumadoras. Además se estima que 60 % de los fumadores y sólo 20 % de los no fumadores desarrollan hipertensión. De los fumadores hipertensos, 90 % llegan a sufrir problemas cardiacos; de los no hipertensos, sólo 15 % los manifiestan. En cambio, de los no fumadores hipertensos, 65 % llega a padecer malestares cardiacos, y de los no hipertensos, sólo 5 %. Si a un individuo se le diagnostica un malestar cardiaco, ¿cuál es la probabilidad de que sea no fumador hipertenso?*

14. *En una fábrica hay máquinas de helado que producen 50 % y 50 % del total. La A elabora 5 % del helado de baja calidad y la B, 6 %. Encuentre la probabilidad de que un helado de baja calidad provenga de la máquina A.*

15. *En un programa familiar de televisión, el anfitrión le da al concursante la opción de escoger entre las cajas C_1 y C_2, con idéntica apariencia que supuestamente contiene dinero en billetes. El aspirante tiene que seleccionar una, meter la mano y extraer un billete al azar. Sólo el anfitrión sabe que en la caja C_1 hay seis billetes de 200 pesos y dos de 500, mientras que en la C_2 hay cinco de 200 y tres de 500. Cuando el concursante saca el billete de una de las cajas, el maestro de ceremonias estba ditraído saludando a alguien del público; en ese momento, el primero le muestra el billete que es de 500 pesos. ¿Cuál es la probabilidad de que lo haya sacado de la caja C_2*

6. Reposición del curso

Resolver los siguientes ejercicios indicando claramente las operaciones que realizaste para llegar al resultado final. Se permite el uso de calculadora y un libro. No se permiten formularios ni apuntes.

1. De cuantas maneras se pueden acomodar 7 personas, si se quiere que

   a) 3 de ellas siempre estén juntas?

b) 3 de ellas nunca estén juntas?

2. De cúantas maneras puede elegirse un comité de 3 hombres y 5 mujeres, de un grupo de 7 hombres y 10 mujeres?

3. Los eventos A y B son tales que $\mathbb{P}[A] = 2/3$, $\mathbb{P}[A|B] = 2/3$, $\mathbb{P}[B] = 1/4$. Encuentra $\mathbb{P}[A|B]$, $\mathbb{P}[B|A]$ y $\mathbb{P}[A \cap B]$.

4. Don gato tiene tres candidatos: Demóstenes, Cucho y Benito Bodoque, para una misión que consiste en vender boletos de una rifa inexistente a unos turistas ingenuos. Sólo uno de los tres debe hacerlo. Estima que Demóstenes cuenta con 35 % de ser elegido, Cucho 45 % y Benito 20 %. Hay una probabilidad de 0,09 de que los atrape el Sargento Matute si va Demóstenes; de 0,11 si es Cucho, y 0,07 si Benito es el escogido. Si Matute lo atrapó, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido elegido Benito como el encargado de vender los boletos?

5. El peso de 50 trabajadores de una empresa se representan en la siguiente tabla de distribución de frecuencias. Determinar Media, mediana, varianza, además de realizar un gráfico.

Intervalo de clase Kg.	Frecuencia absoluta	Frecuencia acumulada
53-57	2	2
58-62	7	9
63-67	10	19
68-72	12	31
73-77	9	40
78-82	6	46
83-87	4	50

6. Durante los últimos 32 días el valor de las compras en periódicos fue: 5.2, 10.2, 7.0, 7.1, 10.2, 8.3, 9.4, 9.2, 6.5, 7.1, 6.6, 7.8, 6.8, 7.1, 8.4, 9.6, 8.5, 5.7, 6.4, 10.1, 8.2, 9.0, 7.8, 8.2, 5.3, 6.2, 9.1, 8.6, 7.0, 7.7, 8.3, 7.5. Determinar, media, mediana, moda, varianza y realizar un gráfico.