

Algoritmos y Estructuras de Datos

Repaso de Lógica Proposicional

2025

Bibliografía

- ▶ Michael Huth y Mark Ryan, Logic in computer science. Modelling and Reasoning about Systems, Cambridge University Press, 2004.
- ▶ Dirk Van Dalen, Logic and Structure, Series Universitext, Springer, 4th edition, 2008.
- ▶ Steve Reeves y Michael Clarke, Logic for computer science, Addison-Wesley, 1990.
- ▶ Michael Genesereth y Eric Kao (Synthesis Lectures on Computer Science), Introduction to Logic, Morgan & Claypool Publishers, 2012.

Por qué estudiar lógica

- ▶ Queremos usar lógica en nuestras especificaciones.
- ▶ Usamos lógica en nuestros programas.
- ▶ Queremos lenguajes para modelar situaciones.
- ▶ Queremos poder razonar y argumentar.
- ▶ Queremos poder hacer esto formalmente.
- ▶ Y vamos a entender más sobre la computación y sus raíces

Lógica proposicional (PROP) - Sintaxis

► Símbolos

\neg , \wedge , \vee , \rightarrow , \leftrightarrow , $($, $)$

Lógica proposicional (PROP) - Sintaxis

- ▶ Símbolos

$\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow, (,)$

- ▶ Variables proposicionales (infinitas)

p, q, r, \dots

Lógica proposicional (PROP) - Sintaxis

- ▶ Símbolos

$\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow, (,)$

- ▶ Variables proposicionales (infinitas)

p, q, r, \dots

- ▶ Fórmulas

- ▶ combinaciones **apropiadas** de símbolos y variables proposicionales
- ▶ Ejemplo de combinación inapropiada: $(\wedge p(($

Fórmulas

1. Cualquier variable proposicional es una fórmula

Fórmulas

1. Cualquier variable proposicional es una fórmula
2. si ϕ es una fórmula, $(\neg\phi)$ es una fórmula

Fórmulas

1. Cualquier variable proposicional es una fórmula
2. si ϕ es una fórmula, $(\neg\phi)$ es una fórmula
3. si ϕ y ψ son fórmulas, $(\phi \wedge \psi)$ es una fórmula

Fórmulas

1. Cualquier variable proposicional es una fórmula
2. si ϕ es una fórmula, $(\neg\phi)$ es una fórmula
3. si ϕ y ψ son fórmulas, $(\phi \wedge \psi)$ es una fórmula
4. si ϕ y ψ son fórmulas, $(\phi \vee \psi)$ es una fórmula

Fórmulas

1. Cualquier variable proposicional es una fórmula
2. si ϕ es una fórmula, $(\neg\phi)$ es una fórmula
3. si ϕ y ψ son fórmulas, $(\phi \wedge \psi)$ es una fórmula
4. si ϕ y ψ son fórmulas, $(\phi \vee \psi)$ es una fórmula
5. si ϕ y ψ son fórmulas, $(\phi \rightarrow \psi)$ es una fórmula

Fórmulas

1. Cualquier variable proposicional es una fórmula
2. si ϕ es una fórmula, $(\neg\phi)$ es una fórmula
3. si ϕ y ψ son fórmulas, $(\phi \wedge \psi)$ es una fórmula
4. si ϕ y ψ son fórmulas, $(\phi \vee \psi)$ es una fórmula
5. si ϕ y ψ son fórmulas, $(\phi \rightarrow \psi)$ es una fórmula
6. si ϕ y ψ son fórmulas, $(\phi \leftrightarrow \psi)$ es una fórmula

- ▶ Muy entre paréntesis: Las fórmulas son un ejemplo de un **conjunto inductivo**
- ▶ Vienen provistos de
 - ▶ Esquema de prueba para probar propiedades sobre ellos (**inducción estructural**)
 - ▶ Esquema de recursión para definir funciones sobre el conjunto (**recursión estructural**)
- ▶ No es tema primario del curso, quizás lo veremos de pasada, pero es importante que lo sepan.

Ejemplos

$$((p \wedge q) \rightarrow r) \quad (p \vee p)$$

- ▶ ¿Y estas expresiones son fórmulas?

$$p(\wedge q), \neg p$$

- ▶ Convenciones de notación
 - ▶ Precedencia: \wedge y \vee ligan más fuerte que \rightarrow y \leftrightarrow , \neg liga más fuerte que los demás
 - ▶ Omisión de paréntesis más externos y los de negaciones
 - ▶ Asociatividad de \wedge y \vee

- ▶ Consiste en asignarle **valores de verdad** a las fórmulas
- ▶ El conjunto de valores de verdad es

$$\{\mathbf{T}, \mathbf{F}\}$$

- ▶ Dos enfoques para darle semántica a las fórmulas de PROP
 1. Tablas de verdad
 2. Valuaciones
- ▶ Son equivalentes

Tablas de verdad

Conociendo el valor de las variables proposicionales de una fórmula, conocemos el valor de verdad de la fórmula

Tablas de verdad

Conociendo el valor de las variables proposicionales de una fórmula, conocemos el valor de verdad de la fórmula

ϕ	$(\neg\phi)$
T	
F	

Tablas de verdad

Conociendo el valor de las variables proposicionales de una fórmula, conocemos el valor de verdad de la fórmula

ϕ	$(\neg\phi)$
T	F
F	

Tablas de verdad

Conociendo el valor de las variables proposicionales de una fórmula, conocemos el valor de verdad de la fórmula

ϕ	$(\neg\phi)$
T	F
F	T

Tablas de verdad

Conociendo el valor de las variables proposicionales de una fórmula, conocemos el valor de verdad de la fórmula

ϕ	$(\neg\phi)$
T	F
F	T

ϕ	ψ	$(\phi \wedge \psi)$
T	T	
T	F	
F	T	
F	F	

Tablas de verdad

Conociendo el valor de las variables proposicionales de una fórmula, conocemos el valor de verdad de la fórmula

ϕ	$(\neg\phi)$
T	F
F	T

ϕ	ψ	$(\phi \wedge \psi)$
T	T	T
T	F	
F	T	
F	F	

Tablas de verdad

Conociendo el valor de las variables proposicionales de una fórmula, conocemos el valor de verdad de la fórmula

ϕ	$(\neg\phi)$
T	F
F	T

ϕ	ψ	$(\phi \wedge \psi)$
T	T	T
T	F	F
F	T	
F	F	

Tablas de verdad

Conociendo el valor de las variables proposicionales de una fórmula, conocemos el valor de verdad de la fórmula

ϕ	$(\neg\phi)$
T	F
F	T

ϕ	ψ	$(\phi \wedge \psi)$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	

Tablas de verdad

Conociendo el valor de las variables proposicionales de una fórmula, conocemos el valor de verdad de la fórmula

ϕ	$(\neg\phi)$
T	F
F	T

ϕ	ψ	$(\phi \wedge \psi)$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

Tablas de verdad

Conociendo el valor de las variables proposicionales de una fórmula, conocemos el valor de verdad de la fórmula

ϕ	$(\neg\phi)$
T	F
F	T

ϕ	ψ	$(\phi \wedge \psi)$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

ϕ	ψ	$(\phi \vee \psi)$
T	T	
T	F	
F	T	
F	F	

Tablas de verdad

Conociendo el valor de las variables proposicionales de una fórmula, conocemos el valor de verdad de la fórmula

ϕ	$(\neg\phi)$
T	F
F	T

ϕ	ψ	$(\phi \wedge \psi)$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

ϕ	ψ	$(\phi \vee \psi)$
T	T	T
T	F	
F	T	
F	F	

Tablas de verdad

Conociendo el valor de las variables proposicionales de una fórmula, conocemos el valor de verdad de la fórmula

ϕ	$(\neg\phi)$
T	F
F	T

ϕ	ψ	$(\phi \wedge \psi)$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

ϕ	ψ	$(\phi \vee \psi)$
T	T	T
T	F	T
F	T	
F	F	

Tablas de verdad

Conociendo el valor de las variables proposicionales de una fórmula, conocemos el valor de verdad de la fórmula

ϕ	$(\neg\phi)$
T	F
F	T

ϕ	ψ	$(\phi \wedge \psi)$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

ϕ	ψ	$(\phi \vee \psi)$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	

Tablas de verdad

Conociendo el valor de las variables proposicionales de una fórmula, conocemos el valor de verdad de la fórmula

ϕ	$(\neg\phi)$
T	F
F	T

ϕ	ψ	$(\phi \wedge \psi)$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

ϕ	ψ	$(\phi \vee \psi)$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

Tablas de verdad

Conociendo el valor de las variables proposicionales de una fórmula, conocemos el valor de verdad de la fórmula

ϕ	$(\neg\phi)$
T	F
F	T

ϕ	ψ	$(\phi \wedge \psi)$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

ϕ	ψ	$(\phi \vee \psi)$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

ϕ	ψ	$(\phi \rightarrow \psi)$
T	T	
T	F	
F	T	
F	F	

Tablas de verdad

Conociendo el valor de las variables proposicionales de una fórmula, conocemos el valor de verdad de la fórmula

ϕ	$(\neg\phi)$
T	F
F	T

ϕ	ψ	$(\phi \wedge \psi)$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

ϕ	ψ	$(\phi \vee \psi)$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

ϕ	ψ	$(\phi \rightarrow \psi)$
T	T	T
T	F	
F	T	
F	F	

Tablas de verdad

Conociendo el valor de las variables proposicionales de una fórmula, conocemos el valor de verdad de la fórmula

ϕ	$(\neg\phi)$
T	F
F	T

ϕ	ψ	$(\phi \wedge \psi)$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

ϕ	ψ	$(\phi \vee \psi)$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

ϕ	ψ	$(\phi \rightarrow \psi)$
T	T	T
T	F	F
F	T	
F	F	

Tablas de verdad

Conociendo el valor de las variables proposicionales de una fórmula, conocemos el valor de verdad de la fórmula

ϕ	$(\neg\phi)$
T	F
F	T

ϕ	ψ	$(\phi \wedge \psi)$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

ϕ	ψ	$(\phi \vee \psi)$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

ϕ	ψ	$(\phi \rightarrow \psi)$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	

Tablas de verdad

Conociendo el valor de las variables proposicionales de una fórmula, conocemos el valor de verdad de la fórmula

ϕ	$(\neg\phi)$
T	F
F	T

ϕ	ψ	$(\phi \wedge \psi)$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

ϕ	ψ	$(\phi \vee \psi)$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

ϕ	ψ	$(\phi \rightarrow \psi)$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

Tablas de verdad

Conociendo el valor de las variables proposicionales de una fórmula, conocemos el valor de verdad de la fórmula

ϕ	$(\neg\phi)$
T	F
F	T

ϕ	ψ	$(\phi \wedge \psi)$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

ϕ	ψ	$(\phi \vee \psi)$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

ϕ	ψ	$(\phi \rightarrow \psi)$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

ϕ	ψ	$(\phi \leftrightarrow \psi)$
T	T	
T	F	
F	T	
F	F	

Tablas de verdad

Conociendo el valor de las variables proposicionales de una fórmula, conocemos el valor de verdad de la fórmula

ϕ	$(\neg\phi)$
T	F
F	T

ϕ	ψ	$(\phi \wedge \psi)$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

ϕ	ψ	$(\phi \vee \psi)$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

ϕ	ψ	$(\phi \rightarrow \psi)$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

ϕ	ψ	$(\phi \leftrightarrow \psi)$
T	T	T
T	F	
F	T	
F	F	

Tablas de verdad

Conociendo el valor de las variables proposicionales de una fórmula, conocemos el valor de verdad de la fórmula

ϕ	$(\neg\phi)$
T	F
F	T

ϕ	ψ	$(\phi \wedge \psi)$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

ϕ	ψ	$(\phi \vee \psi)$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

ϕ	ψ	$(\phi \rightarrow \psi)$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

ϕ	ψ	$(\phi \leftrightarrow \psi)$
T	T	T
T	F	F
F	T	
F	F	

Tablas de verdad

Conociendo el valor de las variables proposicionales de una fórmula, conocemos el valor de verdad de la fórmula

ϕ	$(\neg\phi)$
T	F
F	T

ϕ	ψ	$(\phi \wedge \psi)$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

ϕ	ψ	$(\phi \vee \psi)$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

ϕ	ψ	$(\phi \rightarrow \psi)$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

ϕ	ψ	$(\phi \leftrightarrow \psi)$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	

Tablas de verdad

Conociendo el valor de las variables proposicionales de una fórmula, conocemos el valor de verdad de la fórmula

ϕ	$(\neg\phi)$
T	F
F	T

ϕ	ψ	$(\phi \wedge \psi)$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

ϕ	ψ	$(\phi \vee \psi)$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

ϕ	ψ	$(\phi \rightarrow \psi)$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

ϕ	ψ	$(\phi \leftrightarrow \psi)$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T

Ejemplo: tabla de verdad para $((p \wedge q) \rightarrow r)$

p	q	r	$(p \wedge q)$	$((p \wedge q) \rightarrow r)$
T	T	T		
T	T	F		
T	F	T		
T	F	F		
F	T	T		
F	T	F		
F	F	T		
F	F	F		

Ejemplo: tabla de verdad para $((p \wedge q) \rightarrow r)$

p	q	r	$(p \wedge q)$	$((p \wedge q) \rightarrow r)$
T	T	T	T	
T	T	F	T	
T	F	T	F	
T	F	F	F	
F	T	T	F	
F	T	F	F	
F	F	T	F	
F	F	F	F	

Ejemplo: tabla de verdad para $((p \wedge q) \rightarrow r)$

p	q	r	$(p \wedge q)$	$((p \wedge q) \rightarrow r)$
T	T	T	T	T
T	T	F	T	
T	F	T	F	
T	F	F	F	
F	T	T	F	
F	T	F	F	
F	F	T	F	
F	F	F	F	

Ejemplo: tabla de verdad para $((p \wedge q) \rightarrow r)$

p	q	r	$(p \wedge q)$	$((p \wedge q) \rightarrow r)$
T	T	T	T	T
T	T	F	T	F
T	F	T	F	
T	F	F	F	
F	T	T	F	
F	T	F	F	
F	F	T	F	
F	F	F	F	

Ejemplo: tabla de verdad para $((p \wedge q) \rightarrow r)$

p	q	r	$(p \wedge q)$	$((p \wedge q) \rightarrow r)$
T	T	T	T	T
T	T	F	T	F
T	F	T	F	T
T	F	F	F	T
F	T	T	F	T
F	T	F	F	T
F	F	T	F	T
F	F	F	F	T

Ejemplo

Escribir la siguiente frase como una fórmula de lógica proposicional.

“Si Juan está cursando y no conoce a nadie entonces Juan todavía no tiene grupo”

Ejemplo

Escribir la siguiente frase como una fórmula de lógica proposicional.

“Si Juan está cursando y no conoce a nadie entonces Juan todavía no tiene grupo”

Solución 1:

p = Juan está cursando

q = Juan no conoce a nadie

r = Juan no tiene grupo

$$(p \wedge q) \rightarrow r$$

Ejemplo

Escribir la siguiente frase como una fórmula de lógica proposicional.

“Si Juan está cursando y no conoce a nadie entonces Juan todavía no tiene grupo”

Solución 1:

p = Juan está cursando

q = Juan no conoce a nadie

r = Juan no tiene grupo

$$(p \wedge q) \rightarrow r$$

Solución 2:

p = Juan está cursando

q = Juan conoce a alguien

r = Juan tiene grupo

$$(p \wedge \neg q) \rightarrow \neg r$$

Valuaciones

- ▶ Una **valuación** es una función $v : \mathcal{V} \rightarrow \{\mathbf{T}, \mathbf{F}\}$ que asigna valores de verdad a las variables proposicionales
- ▶ Una valuación **satisface** una proposición ϕ si $v \models \phi$ donde:

$$v \models p \quad \text{sii} \quad v(p) = \mathbf{T}$$

$$v \models \neg \phi \quad \text{sii} \quad v \not\models \phi \text{ (i.e. no } v \models \phi \text{)}$$

$$v \models \phi \vee \psi \quad \text{sii} \quad v \models \phi \text{ o } v \models \psi$$

$$v \models \phi \wedge \psi \quad \text{sii} \quad v \models \phi \text{ y } v \models \psi$$

$$v \models \phi \rightarrow \psi \quad \text{sii} \quad v \not\models \phi \text{ o } v \models \psi$$

$$v \models \phi \leftrightarrow \psi \quad \text{sii} \quad (v \models \phi \text{ sii } v \models \psi)$$

Tautologías y satisfactibilidad

Dadas fórmulas ϕ y ψ

- ▶ ϕ es **lógicamente equivalente** a ψ cuando $v \models \phi$ sii $v \models \psi$

Una fórmula ϕ es

- ▶ una **tautología** si $v \models \phi$ para toda valuación v
- ▶ **satisfactible** si existe una valuación v tal que $v \models \phi$
- ▶ **insatisfactible** si no es satisfactible

Un conjunto de fórmulas S es

- ▶ **satisfactible** si existe una valuación v tal que para todo $\phi \in S$, se tiene $v \models \phi$
- ▶ **insatisfactible** si no es satisfactible

Tautologías

- ▶ $p \rightarrow p$
- ▶ $\neg\neg p \rightarrow p$
- ▶ $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$

Fórmulas insatisfactibles

- ▶ $(\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q) \wedge p$
- ▶ $(p \rightarrow q) \wedge p \wedge \neg q$

Tautologías e insatisfactibilidad

Teorema

Una fórmula ϕ es una tautología sii $\neg\phi$ es insatisfactible

Demostración.

- \rightarrow . Si ϕ es tautología, para toda valuación v , $v \models \phi$.
Entonces, $v \not\models \neg\phi$ (i.e. v no satisface $\neg\phi$).
- \leftarrow . Si $\neg\phi$ es insatisfactible, para toda valuación v ,
 $v \not\models \neg\phi$. Luego $v \models \phi$. □

Observación

Este resultado sugiere un método **indirecto** para probar que una fórmula ϕ es una tautología, que es probar que $\neg\phi$ es **insatisfactible**

Relación entre tablas de verdad y valuaciones

- Filas de una tabla se corresponden con las valuaciones

	p	q	r	$(p \wedge q)$	$((p \wedge q) \rightarrow r)$
v_1	T	T	T		
v_2	T	T	F		
v_3	T	F	T		
v_4	T	F	F		
v_5	F	T	T		
v_6	F	T	F		
v_7	F	F	T		
v_8	F	F	F		

- ¿Cuántas valuaciones diferentes existen para una fórmula de n variables?

Relación entre tablas de verdad y valuaciones

- Filas de una tabla se corresponden con las valuaciones

	p	q	r	$(p \wedge q)$	$((p \wedge q) \rightarrow r)$
v_1	T	T	T	T	
v_2	T	T	F	T	
v_3	T	F	T	F	
v_4	T	F	F	F	
v_5	F	T	T	F	
v_6	F	T	F	F	
v_7	F	F	T	F	
v_8	F	F	F	F	

- ¿Cuántas valuaciones diferentes existen para una fórmula de n variables?

Relación entre tablas de verdad y valuaciones

- Filas de una tabla se corresponden con las valuaciones

	p	q	r	$(p \wedge q)$	$((p \wedge q) \rightarrow r)$
v_1	T	T	T	T	T
v_2	T	T	F	T	
v_3	T	F	T	F	
v_4	T	F	F	F	
v_5	F	T	T	F	
v_6	F	T	F	F	
v_7	F	F	T	F	
v_8	F	F	F	F	

- ¿Cuántas valuaciones diferentes existen para una fórmula de n variables?

Relación entre tablas de verdad y valuaciones

- Filas de una tabla se corresponden con las valuaciones

	p	q	r	$(p \wedge q)$	$((p \wedge q) \rightarrow r)$
v_1	T	T	T	T	T
v_2	T	T	F	T	F
v_3	T	F	T	F	
v_4	T	F	F	F	
v_5	F	T	T	F	
v_6	F	T	F	F	
v_7	F	F	T	F	
v_8	F	F	F	F	

- ¿Cuántas valuaciones diferentes existen para una fórmula de n variables?

Relación entre tablas de verdad y valuaciones

- Filas de una tabla se corresponden con las valuaciones

	p	q	r	$(p \wedge q)$	$((p \wedge q) \rightarrow r)$
v_1	T	T	T	T	T
v_2	T	T	F	T	F
v_3	T	F	T	F	T
v_4	T	F	F	F	T
v_5	F	T	T	F	T
v_6	F	T	F	F	T
v_7	F	F	T	F	T
v_8	F	F	F	F	T

- ¿Cuántas valuaciones diferentes existen para una fórmula de n variables?

Equivalencias entre fórmulas

- ▶ **Teorema.** Las siguientes son tautologías.

Equivalencias entre fórmulas

► **Teorema.** Las siguientes son tautologías.

1. Idempotencia

$$(p \wedge p) \leftrightarrow p$$

$$(p \vee p) \leftrightarrow p$$

Equivalencias entre fórmulas

► **Teorema.** Las siguientes son tautologías.

1. Idempotencia

$$(p \wedge p) \leftrightarrow p$$

$$(p \vee p) \leftrightarrow p$$

2. Asociatividad

$$(p \wedge q) \wedge r \leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$$

$$(p \vee q) \vee r \leftrightarrow p \vee (q \vee r)$$

Equivalencias entre fórmulas

► **Teorema.** Las siguientes son tautologías.

1. Idempotencia

$$(p \wedge p) \leftrightarrow p$$

$$(p \vee p) \leftrightarrow p$$

2. Asociatividad

$$(p \wedge q) \wedge r \leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$$

$$(p \vee q) \vee r \leftrightarrow p \vee (q \vee r)$$

3. Conmutatividad

$$(p \wedge q) \leftrightarrow (q \wedge p)$$

$$(p \vee q) \leftrightarrow (q \vee p)$$

Equivalencias entre fórmulas

► **Teorema.** Las siguientes son tautologías.

1. Idempotencia

$$(p \wedge p) \leftrightarrow p$$

$$(p \vee p) \leftrightarrow p$$

2. Asociatividad

$$(p \wedge q) \wedge r \leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$$

$$(p \vee q) \vee r \leftrightarrow p \vee (q \vee r)$$

3. Conmutatividad

$$(p \wedge q) \leftrightarrow (q \wedge p)$$

$$(p \vee q) \leftrightarrow (q \vee p)$$

4. Distributividad

$$p \wedge (q \vee r) \leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

$$p \vee (q \wedge r) \leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

Equivalencias entre fórmulas

► **Teorema.** Las siguientes son tautologías.

1. Idempotencia

$$(p \wedge p) \leftrightarrow p$$

$$(p \vee p) \leftrightarrow p$$

2. Asociatividad

$$(p \wedge q) \wedge r \leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$$

$$(p \vee q) \vee r \leftrightarrow p \vee (q \vee r)$$

3. Conmutatividad

$$(p \wedge q) \leftrightarrow (q \wedge p)$$

$$(p \vee q) \leftrightarrow (q \vee p)$$

4. Distributividad

$$p \wedge (q \vee r) \leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

$$p \vee (q \wedge r) \leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

5. Reglas de De Morgan

$$\neg(p \wedge q) \leftrightarrow \neg p \vee \neg q$$

$$\neg(p \vee q) \leftrightarrow \neg p \wedge \neg q$$