

Algoritmos y Estructuras de Datos

Primer Recuperatorio – Viernes 4 de julio de 2025

Libreta	Apellido y Nombre	E1	E2	E3	E4	Nota Final	Corrigió

- Es posible tener una hoja (2 carillas), escrita a mano, con los anotaciones que se deseen, más los dos apuntes del campus
- Incluir en cada hoja el número de libreta, número de hoja, apellido y nombre
- El parcial se aprueba con 60 puntos y al menos 2 preguntas teóricas correctas

E1. TADs y especificación de problemas [40 pts]

Nos piden especificar un sistema para modelar una red de telefonía celular. La red está compuesta de antenas a las que se conectan los teléfonos para recibir el servicio. Para cada antena sabemos qué antenas son vecinas a ella, y no hay antenas aisladas, es decir, sin antenas vecinas.

A medida que el teléfono se mueve por la red se va conectando a distintas antenas, sólo una por vez. En su recorrido, un teléfono que está conectado a alguna antena sólo puede pasar de las vecinas de esta. También puede pasar que se desconecte de la red, en cuyo caso más adelante podrá volver a conectarse en cualquier antena.

Se quiere poder obtener en cualquier momento el recorrido de un teléfono por las antenas de la red y qué teléfonos están conectados a una antena en particular.

En esta primer versión del sistema sabemos de antemano qué antenas componen la red y qué teléfonos la usan, aunque estos no están conectados a ninguna al iniciar el sistema.

El TAD que especifica este problema tiene las siguientes operaciones

- **crearRed** que inicializa el sistema.
- **conectarTeléfono** que registra cuando un teléfono se conecta a una antena.
- **desconectarTeléfono** que registra cuando un teléfono se desconecta de la red.
- **recorridoTeléfono** que devuelve el recorrido de un teléfono por la red.
- **conexionesAntena** que devuelve los telefonos conectados a una antena.

1. Para completar el TAD
 - a) Complete las operaciones con todos sus parámetros, definiendo los renombres de tipos que considere necesarios.
 - b) Defina los observadores del TAD.
 - c) Especifique completamente las operaciones **crearRed** y **conectarTelefono**.
 - d) Describa brevemente cómo resuelve las demás operaciones con sus observadores.
2. ¿Qué habría que modificar en este TAD para permitir que se agreguen antenas después de iniciado el sistema? Describa brevemente (sin especificar), si es necesario
 - Qué procs hay que agregar
 - Qué observadores hay que agregar
 - Qué observadores hay que modificar
 - Qué cambios hay que hacer en la especificación de los procs ya definidos

E2. Preguntas teóricas [10 pts]

Responder Verdadero o Falso, **sin justificar** su respuesta.

- 1) Dado un ciclo en un programa, una precondition y una postcondición para ese ciclo entonces existe un único I que satisface el teorema del invariante.
- 2) Es posible el caso en el que para un ciclo junto con su P_c y Q_c , un predicado I satisfaga el teorema del invariante y, sin embargo, $I \rightarrow \neg Q_c$
- 3) Si $\{P\} \mathbf{S} \{Q\}$ y $P \rightarrow P'$ entonces $\{P'\} \mathbf{S} \{Q\}$
- 4) Si $\{P\} \mathbf{S} \{Q\}$ y $Q \rightarrow Q'$ entonces $\{P\} \mathbf{S} \{Q'\}$
- 5) ¿Puede haber una función variante f_v , que cumpla con la condición de ser estrictamente decreciente y aún así el ciclo no terminar en algún caso?

E3. Precondición más débil [20 pts]

Para los siguientes algoritmos **S** con sus post condiciones **Q**.

1. Escriba la WP que corresponde a cada caso
2. Derive formalmente la WP de **uno** de ellos

Nota: Puede asumir que la división es entera y que las secuencias son de largo par.

a) **S** \equiv

```
j := 2 * i
res := s[i] + s[j]
```

$Q \equiv \{res > 0\}$

b) **S** \equiv

```
j := 2 * i
s[i] := j
```

$Q \equiv \{(\forall k : \mathbb{Z})$
 $(0 \leq k < |s| \rightarrow_L s[k] = k \times 2)\}$

c) **S** \equiv

```
if (a mod 5 = 0)
  a := a / 5
else
  a := a * 5
end if
```

$Q \equiv \{a \bmod 5 = 0\}$

E4. Correctitud del ciclo [30 pts]

1. Dados la siguiente precondición, postcondición e invariante de un ciclo

$P_c \equiv \{n > 0 \wedge i = 0 \wedge j = 2 \times n \wedge res = 0\}$

$I \equiv \{0 \leq i \leq n \wedge n \leq j \leq 2 \times n \wedge res = \sum_{s=0}^{i-1} s + \sum_{t=j+1}^{2n} t\}$

$Q_c \equiv \{res = \sum_{s=0}^{n-1} s + \sum_{t=n+1}^{2n} t\}$

Y el siguiente programa incompleto

```
proc DobleNCuadrado(int n)
  res := 0
  i := 0
  j := 2*n

  while [COMPLETAR]
    [COMPLETAR]
  end while

  return res
end proc
```

Se pide

- a) Completar el programa para que corresponde al invariante dado
 - b) Escribir la precondición del programa
 - c) Explicar sin hacer las demostraciones formales, por qué este invariante cumple con los tres puntos del teorema del invariante
2. Dadas las siguientes funciones variantes con un n positivo fijo, escriba un ciclo lo más sencillo posible tal que estas funciones resulten correctas para demostrar la terminación del ciclo y explique por qué. De ser necesario defina también el valor inicial de todas las variables. Si la función no se puede usar para ningún ciclo explique por qué.
 - a. $f_v = n - 2 \times i$
 - b. $f_v = i - n$
 - c. $f_v = n - i - j$