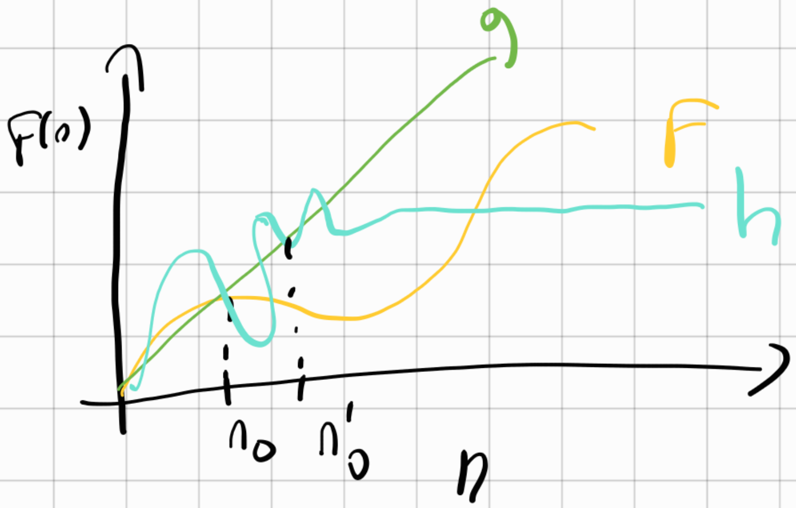
Idea: Queremos formalizar el crecimiento asintótico de $F: \mathbb{N} \to \mathbb{N}$



$g(n) = 3 \cdot n$

$\Rightarrow F \in O(g)$

$h \in O(F)$

$O(3n)$ es un cjto de funciones, definido como: Todas las funciones tal que algún múltiplo de $3n$ las mayora (acota superiormente) siempre después de un momento n_0 dado.

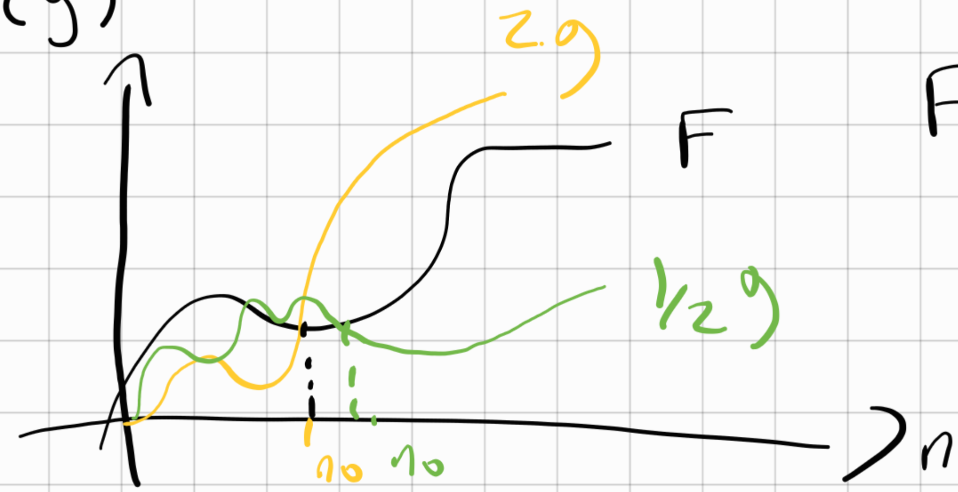
Ejemplo:

$n \in O(3n)$; $100n \in O(3n)$

$2^n \notin O(3n)$

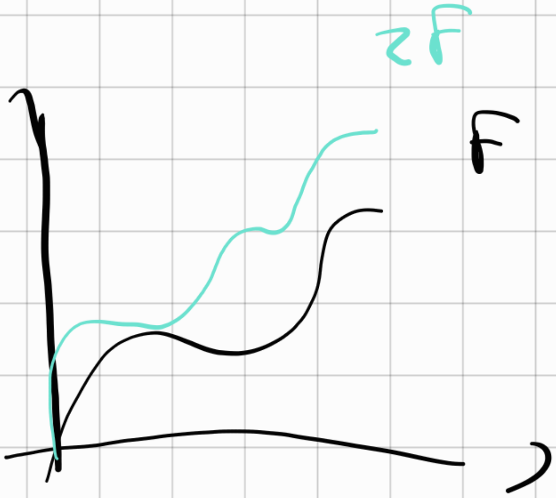
- 2^n no es acotable por ninguna recta

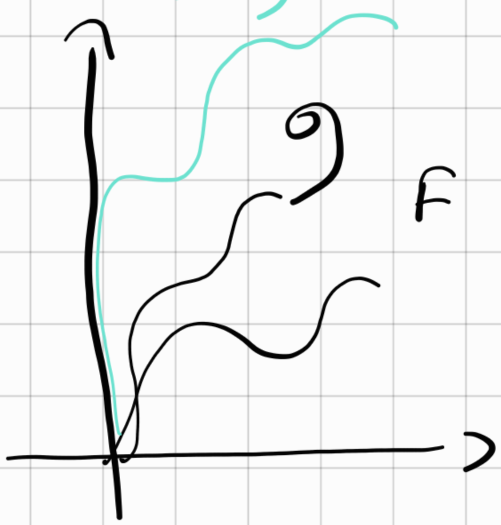
$\Theta(g)$



$F \in \Theta(g)$ sii $O(g) \cap \Omega(g)$

$F+g \in O(\max(F,g))$





▷ Q.V.Q: $n^2+\sqrt{n}-2n \in O(n^2)$

Buscamos momento n_0 y cte $c \in \mathbb{R}_{>0}$ tq

$\forall n \geq n_0$ valga $n^2+\sqrt{n}-2n \leq cn^2$

$n \in \mathbb{N}, \sqrt{n} \leq n^2$

Vale: $n^2+\sqrt{n}-2n \leq n^2+\sqrt{n} \leq n^2+n^2$

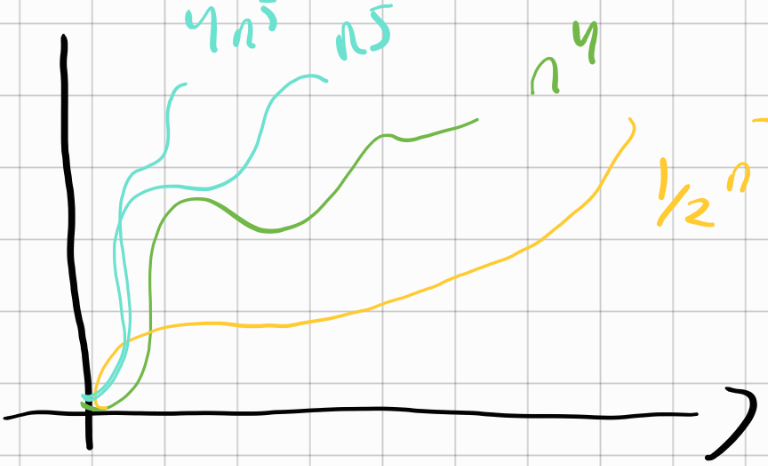
$= 2n^2 \ \forall n \in \mathbb{N}$.

Tomo mi momento $n_0=1$, y mi cte $c=2$

Así por lo previo vale: $n^2+\sqrt{n}-2n \leq 2n^2 \ \forall n \geq 1$

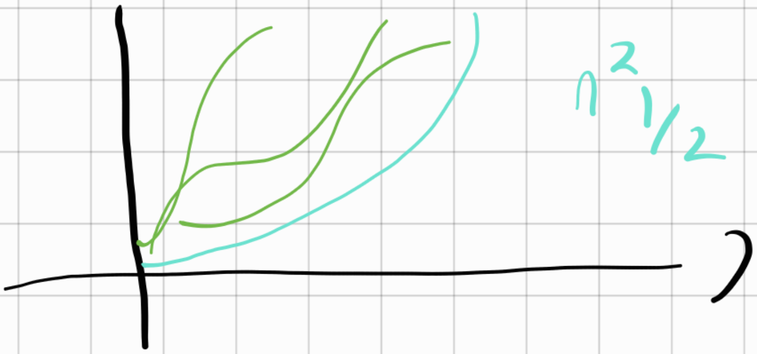
$\therefore n^2+\sqrt{n}-2n \in O(n^2)$

Q.V.Q: $\forall k \in \mathbb{N}.\ \Omega(n^{k+1}) \subseteq \Omega(n^k)$

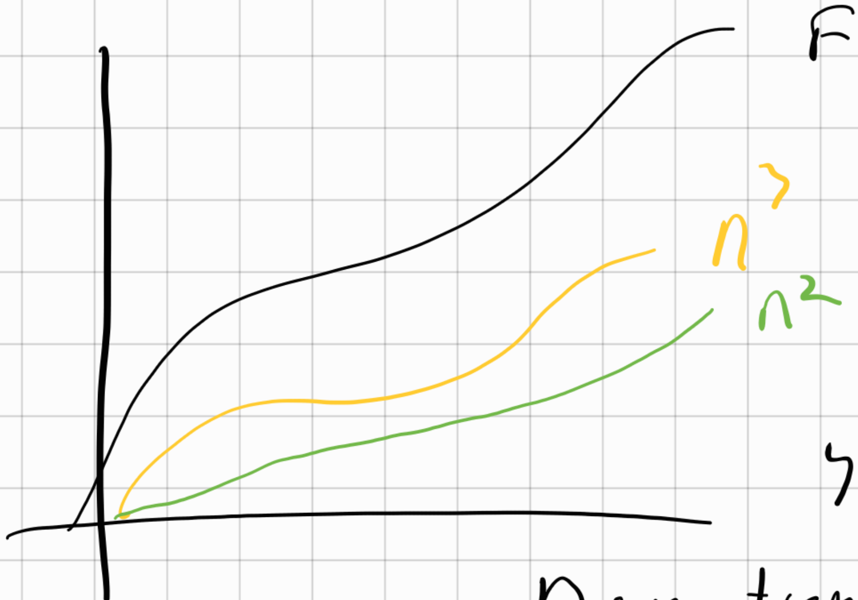


$k=2.\ \Omega(n^3) \subseteq \Omega(n^2)$

$:\ \Omega(n^3)$



$:\ \Omega(n^2)$



, Intuitivamente

si $F(n) \geq n^3 c$

$\Rightarrow F(n) \geq n^2 c$

y así siguiendo

Demostremoslo:

Fijemos $k \in \mathbb{N}$. Q.V.Q: $\Omega(n^{k+1}) \subseteq \Omega(n^k)$

Sea $F \in \Omega(n^{k+1}) \Rightarrow \exists$ momento n_0 y $c \in \mathbb{R}_{>0}$ tal que: $\forall n \geq n_0$: $c n^{k+1} \leq F(n)$ $\forall$

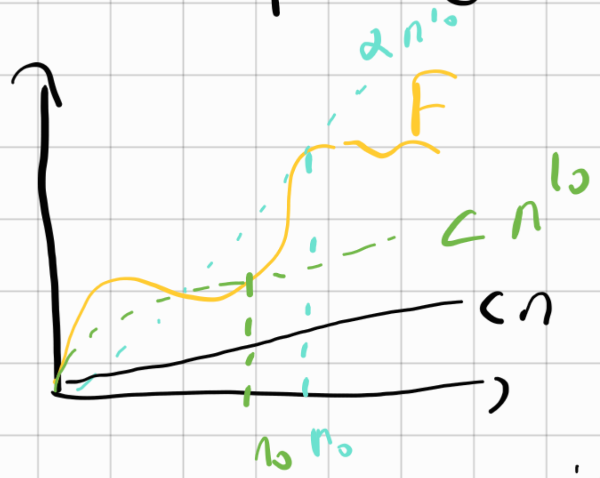
Q.V.Q: $\exists\, m_0$ y $a \in \mathbb{R}_{>0}$ tq: $\forall\, n \geq m_0 : a n^K \leq F(n)$

Si $n \geq n_0$: $F(n) \overset{*}{\geq} c n^{K+1} \overset{!}{\geq} c n^K$

$n^K \leq n^{K+1}$

Si tomamos $a = c$, $m_0 = n_0$ vale lo que queremos $\Rightarrow F(n) \in \Omega(n^K)$

Ej: Veamos $F \in \Theta(n^{10}) \Rightarrow F \in \Omega(n)$



¿Quiere esto decir que F está acotada inferiormente por algún múltiplo de n?

Si!. Probemoslo:

$F \in \Theta(n^{10}) \overset{\text{Def.}}{\Rightarrow} F \in O(n^{10}) \cap \Omega(n^{10})$

$\Rightarrow F \in \Omega(n^{10})$

Por el ej. anterior: $\Omega(n^{100}) \subseteq \Omega(n^{99})$

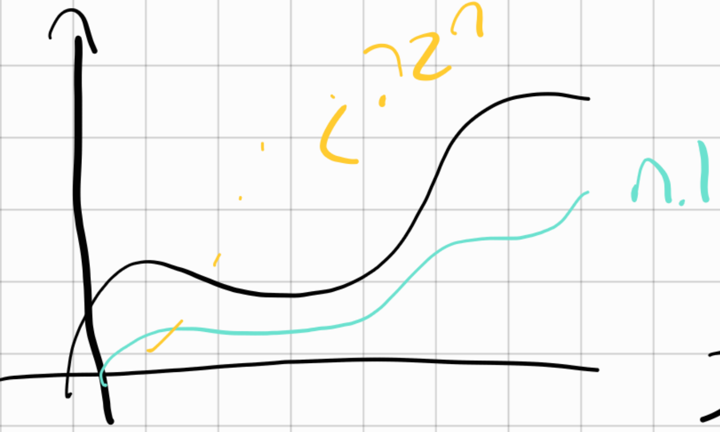
$\subseteq \Omega(n^{98}) \subseteq \dots\dots \subseteq \Omega(n^{12}) \subseteq \Omega(n^{9}) \subseteq \cdot$

$\dots\dots \subseteq \Omega(n)$

$\Rightarrow$ como $f \in \Omega(n^{12}) \Rightarrow f \in \Omega(n)$ ▨

(Formalmente por inducción: $\Omega(n^K) \subseteq \Omega(n^M)$ si $K \leq M$)

Ej: Refutemos: $\Omega(n!) \subseteq O(2^n)$



$\Rightarrow$ Basta ver que

$2^n n! \in \Omega(n!)$

pero $2^n n! \notin O(2^n)$

(Demostración de tarea)

Ej: Veamos $n^3 + n^2 \in O(n^3)$

Vale $\forall n \in \mathbb{N}$: $n^3 + n^2 \leq n^3 + n^3 = 2n^3$

$n^2 \leq n^3$ siempre

Tomamos $c = 2$, $n_0 = 1$ y vale la definición

$\therefore$ $n^3 + n^2 \in O(n^3)$ //

Q.V.Q: $n^3 + n^2 \in \Omega(n^2)$

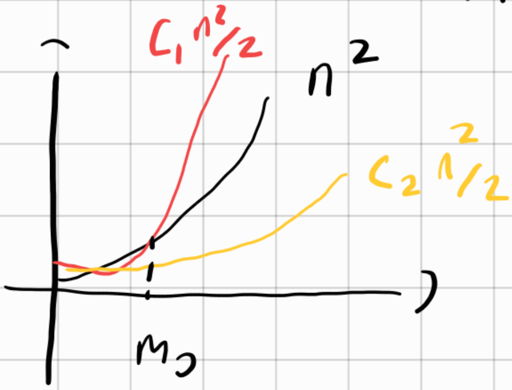
$n^2 + n^3 \geq n^2 + n^2 = 2n^2 \;\; \forall n \geq 1 \Rightarrow$ Tomamos $c = 2$, $n_0 = 1$ y listo.

Ej: Refutemos $n^{1,001} \in O(n \log n)$.

Ver que no vale por def. es difícil. Más adelante, veremos una propiedad por límites que nos ayudará en este tipo de casos

Ej: Probemos que $n^2 \in \Theta(n^2/2)$

Buscamos m_0, c_1 y c_2 t.q.



$c_2 n^2/2 \leq n^2 \leq c_1 n^2/2$ si $n \geq m_0$

Notar que:

- $n^2 \leq 2n^2 = 4 \, n^2/2 \;\; \forall n \geq 1$
- $n^2 \geq \frac{1}{2} n^2 \;\; \forall n \geq 1$

Así, tomando $m_0 = 1$, $c_1 = 4$, $c_2 = 1/2$, se cumple lo pedido.

Prop:

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{F(n)}{g(n)} = 0 \Rightarrow F \in O(g)$$

$$\text{y } F \notin \Omega(g)$$

Ej: $n^2\log(n) + n^2 \in O(n^3)$ y " $\notin \Omega(n^3)$

Usamos prop. de límite. Mi $g(n) = n^3$

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{n^2\log(n)+n^2}{n^3} = \lim_{n\to+\infty} \frac{\overbrace{\log(n)+1}^{\to+\infty}}{\underbrace{n}_{\to+\infty}} \overset{L'H}{=} \lim_{n\to+\infty} \frac{1/n}{1} =$$

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{1}{n} = 0$$ Luego por la def. de límite se sigue

$$\therefore\ n^2\log(n)+n^2 \in O(n^3)$$

$$\text{y } n^2\log(n)+n^2 \notin \Omega(n^3)$$

Ej: Probemos $n^{1,001} \notin O(n\log n)$

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{n^{1,001}}{n\log n} = \lim_{n\to+\infty} \frac{n^{0,001}}{\log n} \overset{L'H}{=} \lim_{n\to+\infty} \frac{0,001\, n^{-0,999}}{\frac{1}{n}}$$

$$= \lim_{n\to+\infty} (0,001) \frac{n}{n^{0,999}} = \lim_{n\to+\infty} (0,001)\, n^{0,001} = +\infty$$

//

Busqueda lineal:

Llamamos $n = |A|$, A arreglo.

Def:

OP. Básicas: $+$, $:=$, $-$, $\times$, $/$, $==$, $\neq$, $\geq$, $\leq$, $>$, $<$, $A[i]$, decimos toman tiempo cte, i.e: $\in \Theta(1)$

(en arreglos)

B. Lineal: (A, e)

$n = |A| \rightarrow \Theta(1)$

for (i in $[0, \ldots, |A|-1]$) *

if ($A[i] == e$): $\rightarrow \Theta(1)$

devolver True

}

$\hookrightarrow \Theta(1)$

Mejor Caso: $A = [\overset{A[0]}{e} \cdots \quad \cdots \quad \cdot]_n$

$T_{mejor}(n) = \Theta(1) + 1. \quad = \Theta(\max(1,1)) = \Theta(1)$ ☐

$\hookrightarrow 1. \; (\Theta(1) + \Theta(1) + \Theta(1))$

$= \Theta(1) + 3\,\Theta(1) = 4\,\Theta(1) = \Theta(4) = \Theta(1)$ ☐

Peor Caso: El elemento e está en el último lugar del arreglo

$A = [a, \cdots \; e]$

$\hookrightarrow A[n-1]$

$T_{peor}(n) = \Theta(1) + n \cdot \Theta(1) = \Theta(1) + \Theta(n)$

$= \Theta(\max(1, n)) = \Theta(n)$

OBS: En gral, vale que $T_{mejor}(n) \leq T_{peor}(n)$ podrían ser iguales.

OBS: El peor y mejor caso no dependen del tamaño de la entrada, sino de otras propiedades de la misma