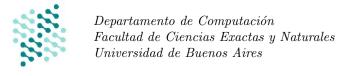
## Algoritmos y Estructuras de Datos

Guía Práctica 6

# Invariante de Representación y Función de Abstracción Segundo Cuatrimestre 2025



**Ejercicio 1.** Tenemos un TAD que modela las ventas minoristas de un comercio. Cada venta es individual (una unidad de un producto) y se quieren registrar todas las ventas. El TAD tiene un único observador:

```
Producto ES string
Monto ES \mathbb{Z}
Fecha ES \mathbb{Z} - segundos desde 1/1/1970

TAD Comercio {

obs ventasPorProducto : dicc\langle Producto, seq \langle tupla \langle Fecha, Monto \rangle \rangle \rangle
}
```

ventas Por<br/>Producto contiene, para cada producto, una secuencia con todas las ventas que se hicieron de ese producto.<br/>
Para cada venta, se registra la fecha y el precio. Se puede considerar que todas las fechas son diferentes. Este TAD lo vamos a implementar con la siguiente estructura:

```
Módulo ComercioImpl implementa Comercio <

var ventas: Vector<tupla<Producto, Fecha, Monto>>
var totalPorProducto: Diccionario<Producto, Monto>
var ultimoPrecio: Diccionario<Producto, Monto>
>
```

- ventas es una implementación de secuencia con todas las ventas realizadas, indicando producto, fecha y monto.
- totalPorProducto asocia cada producto con el dinero total obtenido por todas sus ventas.
- ultimoPrecio asocia cada producto con el monto de su última venta registrada.
- a) Escribir en castellano, con precisión y detalle el invariante de representación y la función de abstracción.
- b) Escribir ambos en el lenguaje de especificación.

Ejercicio 2. Considere la siguiente especificación de una relación uno/muchos entre alarmas y sensores de una planta industrial: un sensor puede estar asociado a muchas alarmas, y una alarma puede tener muchos sensores asociados.

```
TAD Planta { obs alarmas : conj\langle Alarma \rangle obs sensores : conj\langle tupla \langle Sensor \rangle Alarma \rangle proc nuevaPlanta() : Planta { asegura { res.alarmas = \langle \rangle \land res.sensores = \langle \rangle } } proc agregarAlarma(inout p: Planta, in a: Alarma) { requiere { p = P_0 \land a \notin p.alarmas } asegura { p.alarmas = P_0.alarmas \cup \langle a \rangle \land p.sensores = P_0.sensores } } } proc agregarSensor(inout p: Planta, in a: Alarma, in s: Sensor) { requiere { p = P_0 \land a \in p.alarmas \land \langle s, a \rangle \notin p.sensores } asegura { p.alarmas = P_0.alarmas \land p.sensores = P_0.sensores + \langle \langle s, a \rangle \rangle } } }
```

Se decidió utilizar la siguiente estructura como representación, que permite consultar fácilmente tanto en una dirección (sensores de una alarma) como en la contraria (alarmas de un sensor).

```
Módulo PlantaImpl implementa Planta <
var alarmas: Diccionario < Alarma, Conjunto < Sensor >>
var sensores: Diccionario < Sensor, Conjunto < Alarma >>
>
```

- a) Escribir en castellano, con precisión y detalle el invariante de representación y la función de abstracción.
- b) Escribir ambos en el lenguaje de especificación.

#### **Ejercicio 3.** Dado el siguiente TAD:

```
Estudiante ES \mathbb{Z}
TAD Secundario {
    obs estudiantes : conj\langle Estudiante \rangle
    obs faltas : \operatorname{dicc}\langle Estudiante, \mathbb{Z}\rangle
    obs notas : \operatorname{dicc}\langle Estudiante, \operatorname{seq}\langle \mathbb{Z}\rangle\rangle
    proc NuevoSecundario(in es:conj\langle Estudiante \rangle):Secundario \{
         requiere \{ |es| > 0 \}
         asegura {
               res.estudiantes = es \land
               (\forall e : Estudiante) \ (e \in es \leftrightarrow e \in res.faltas) \land_L
               (\forall e : Estudiante) \ (res.faltas[e] = 0) \land
               (\forall e : Estudiante) \ (e \in es \leftrightarrow e \in res.notas) \land_L
               (\forall e : Estudiante) \ (res.notas[e] = \langle \rangle)
         }
    }
    proc RegistrarNota(inout s: Secundario, in e: Estudiante, in nota: \mathbb{Z}) {
         requiere \{ s = S_0 \land e \in s.estudiantes \land 0 \leq nota \leq 10 \}
         asegura {
               s.estudiantes = S_0.estudiantes \land
               s.faltas = S_0.faltas \wedge
               s.notas = setKey(S_0.notas, e, S_0.notas[e] + \langle nota \rangle)
         }
    }
    \verb"proc RegistrarFalta" (inout $s: Secundario, in $e: Estudiante) \ \{ \}
         requiere \{ s = S_0 \land e \in s.estudiantes \}
         asegura {
               s.faltas = setKey(S_0.faltas, e, S_0.faltas[e] + 1) \land \\
               s.alumnos = S_0.alumnos \land
               s.notas = S_0.notas
         }
    }
}
```

Se propone la siguiente estructura de representación:

```
Módulo SecundarioImpl implementa Secundario <
var estudiantes: Conjunto < Estudiante >
var faltas: Diccionario < Estudiante , int >
var notas: Array < Conj < Estudiante >>
var notas Por Estudiante : Diccionario < Estudiante , Array < int >>
>
```

#### Donde:

- En estudiantes están todos los estudiantes del colegio secundario
- En faltas tenemos para cada estudiante la cantidad de faltas que tiene hasta el momento
- ullet En notas tenemos en la posición i-ésima a los estudiantes que tienen nota i
- En notasPorEstudiante tenemos para cada estudiante la cantidad de notas que tienen con valor i-ésimo
- a) Escribir en castellano, con precisión y detalle el invariante de representación y la función de abstracción.
- b) Escribir ambos en el lenguaje de especificación.

### Ejercicio 4. Dados el siguiente TAD y su implementación

```
Ingrediente, Receta ES Z

TAD Cocina {

obs recetario : dicc⟨Receta, conj⟨Ingrediente⟩⟩

obs stock : dicc⟨Ingrediente, int⟩

proc iniciarActividad() : Cocina {

asegura { Ambos diccionarios comienzan vacíos }
}

proc nuevaReceta(inout c : Cocina, in r : Receta, in is : conj⟨Ingrediente⟩) {

requiere { La receta no está registrada previamente y el conjunto no es vacío }

asegura { Se registra la receta con los ingredientes requeridos }
}

proc comprarIngrediente(inout c : Cocina, in i : Ingrediente) {

asegura { Se le agrega una existencia al ingrediente comprado }
}
```

```
Módulo CocinaImpl implementa Cocina <

/* Todas las recetas con los ingredientes que son necesarios.

* Cada ingrediente consume una sola existencia */
var ingredientesPorReceta: Diccionario <Receta, Conjunto <Ingrediente>>>

/* Todos los ingredientes que se poseen.

* Cada ingrediente aparece tantas veces como existencias se tengan */
var existencias: Array <Ingrediente>>

/* Cola de prioridad ordenada de acuerdo

* a la cantidad que se tiene de cada ingrediente */
var ingMasAbundante: ColaDePrioridadMax <Tupla <Ingrediente, int>>

/* Todas las cantidades con el conjunto

* de los ingredientes que tienen esas existencias */
var abundancias: Diccionario <int, Conjunto <Ingrediente>>>

>>
```

- a) Indique si cada una de las sentencias propuestas pertenecen al invariante de representación para la estructura propuesta
  - i) Dadas dos recetas distintas en ingredientesPorReceta sus conjuntos de ingredientes son disjuntos
  - ii) Todo ingrediente asociado a una receta en ingredientesPorReceta debe estar presente en existencias
  - iii) Todas las claves registradas en abundancias son mayores que cero
  - iv) Dados dos cantidades registradas en abundancias sus conjuntos de ingredientes son disjuntos
  - v) Todo ingrediente presente en **existencias** debe ser ingrediente de alguna receta registrada en **ingredientesPorReceta**

- b) Proponga todas las sentencias en castellano que falten para incluir todas las restricciones correspondientes a **ingMasAbundante** en el módulo
- c) Escribir la función de abstracción en lógica de primer orden

Ejercicio 5. Considere el siguiente TAD y una implementación

```
Persona, Mesa ES \mathbb{Z}
TAD Electiones {
   obs padron : dicc\langle Persona, Mesa \rangle
   obs votaron : conj\langle Persona \rangle
   obs votos
Por<br/>Candidato : \mathsf{dicc}\langle Persona, \mathbb{Z}\rangle
   proc iniciar(in cs: conj\langle Persona \rangle, in vs: dicc\langle Persona, Mesa \rangle): Elecciones
        // Comienzan las elecciones con los candidatos de cs con 0 votos y el conjunto de votaron de vs vacío.
        // Los candidatos pueden ser votantes
   proc votar(inout e : Elecciones, in v : Persona, in m : Mesa, in c : Persona)
        // El votante v está registrado en la mesa y todavía no había votado y el candidato c compite.
        // Se registra el voto a favor del candidato en e.votaron y e.votosPorCandidato
   proc participación(in e : Elecciones) : \mathbb{R}
        // Se devuelve el porcentaje de votantes que ya sufragaron
   proc primerLugar(in e : Elecciones) : Persona
        // Se devuelve el candidato que va ganando. En caso de empate se devuelve cualquiera
        // de los que vayan primeros
}
```

```
/* Todos los candidatos que compiten en la elección */
var candidatos: Conjunto<Persona>

/* Tiene cada mesa asociadas con los votantes registrados en ella */
var votantesPorMesa: Diccionario<Mesa, Conjunto<Persona>>

/* Cola de prioridad que tiene
    * — en la primera componente el candidato
    * — en la segunda la cantidad de votos que tiene hasta el momento, todos > 0.
    * Se ordenan según la cantidad de votos */
var ranking: ColaDePrioridadMax<Tupla<Persona, int>>

/* Todos los votantes que ya emitieron su voto */
var sufragaron: Conjunto<Persona>

/* Todos los votantes registrados en el padrón */
var empadronados: Conjunto<Persona>

>>
```

- a) Indique si cada una de las sentencias propuestas pertenecen al invariante de representación para la estructura propuesta
  - i) Todo votante de sufragaron pertenece al conjunto asociado a alguna mesa de votantesPorMesa
  - ii) Todo votante que pertenece al conjunto asociado a alguna mesa de **votantesPorMesa** también pertenece a **sufragaron**
  - iii) Los conjuntos asociados a todas las mesas registradas en votantesPorMesa son disjuntos entre sí
  - iv) Para cada tupla de ranking su primer elemento pertenece a candidatos
  - v) Para cada tupla de **ranking** su segundo elemento no es negativo
  - vi) Los conjuntos de votantes empadronados y candidatos son disjuntos
  - vii) Todo votante de empadronados está presente en sufragaron
  - viii) La unión de todos los conjuntos de votantes asociados a cada mesa de votantesPorMesa es igual a empadronados
- b) Escribir la función de abstracción en lógica de primer orden

```
Personaje, Clase, Arma ES \mathbb{Z}

TAD Legion {

obs escuadrones : \operatorname{dicc}\langle Personaje, \operatorname{conj}\langle Personaje\rangle\rangle

obs clases : \operatorname{dicc}\langle Personaje, Clase\rangle

obs equipo : \operatorname{dicc}\langle Personaje, Arma\rangle

proc crearLegion(in ps : \operatorname{dicc}\langle Personaje, Clase\rangle) : Legion

// Se crea la legión con los personajes recibidos. Los personajes se reciben sin armas

// e inicialmente no tenemos escuadrones.

proc formarEscuadron(inout l : Legion, in p : Personaje, in ps : \operatorname{conj}\langle Personaje\rangle)

// El personaje l se convierte en líder del escuadrón creado con los personajes ps a su cargo.

// Puede haber como máximo 10 escuadrones por restricción de sistema.

// Cada personaje puede pertenecer como máximo a un sólo escuadrón.

proc comprarArma(inout l : Legion, in p : Personaje, in a : Arma)

// Se equipa el arma a al personaje p. Si ya tenía un arma, se descarta la previa
```

```
/* Todos los personajes que lideran un escuadrón */
var lideres: Conjunto<Personaje>

/* Tiene asociada a cada arma con los personajes que la tienen equipada */
var personajesPorArmas: Diccionario<Arma, Conjunto<Personaje>>

/* Relaciona a cada personaje con su clase */
var clasePorPersonaje: Diccionario<Personaje, Clase>

/* Todos los personajes que no pertenecen a ningún escuadrón */
var sinEscuadron: Conjunto<Personaje>

/* Todos los escuadrones formados con todos sus integrantes
 * incluyendo a los líderes */
var escuadrones: Array<Conjunto<Personaje>>(10)
>
```

- a) Indique si cada una de las sentencias propuestas pertenecen al invariante de representación para la estructura propuesta
  - i) Los conjuntos de personajes asociados a cada arma en personajesPorArma son disjuntos entre sí
  - ii) Para cada arma de **personajesPorArma**, los personajes asociados no pertenecen a **sinEscuadron**
  - iii) En clasePorPersonaje no pueden existir dos personajes con la misma clase
  - iv) Los conjuntos lideres y sinEscuadron son disjuntos
  - v) Todas las posiciones de escuadrones tiene conjuntos no vacíos
  - vi) Para toda posición de escuadrones, los conjuntos son disjuntos entre sí
  - vii) No hay repetidos en lideres
  - viii) Todos los personajes de sinEscuadron son claves de clasePorPersonaje
  - ix) Todas las armas de **personajePorArmas** tienen asociado un conjunto con un solo elemento
  - x) Para cada posición de escuadrones, todos los personajes de cada conjunto no pertenecen a sinEscuadron
- b) Escribir la función de abstracción en lógica de primer orden