Chapitre 3 : Fractions n°1.

I - Fraction et quotient.

Définition : on considère a et b deux nombres pas forcément entiers avec $b \neq 0$. Le quotient de a par b est le nombre qui, multiplié par b, est égal à a. Ce nombre est noté $a : b$ ou $\frac{a}{b}$.

Conséquence : on a alors $b \times \frac{a}{b} = a$.

Exemple : le quotient de 4 par 5 est $\frac{5}{4}$. C'est le nombre qui, multiplié par 4, est égal à 5 : $4 \times \frac{5}{4} = 5$.

Définition : une fraction est le quotient de deux nombres entiers.

Exemple : le nombre $\frac{5}{4}$ est une fraction car 5 et 4 sont des nombres entiers. Le nombre $\frac{7,2}{4}$ n'est pas une fraction car 7, 2 n'est pas un nombre entier.

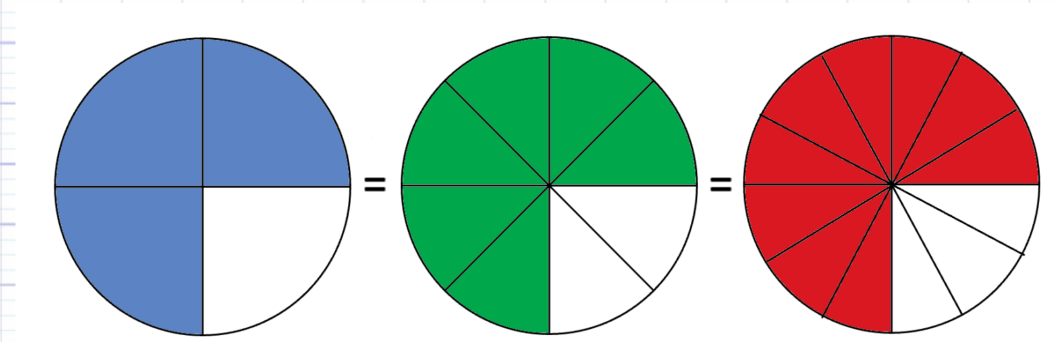
Vocabulaire : une fraction = $\frac{\textbf{numérateur}}{\textbf{dénominateur}}$.

Définition : une fraction décimale est une fraction ayant pour dénominateur 10,100,1000...

Exemple : $\frac{5}{10}$ est une fraction décimale. $\frac{1}{3}$ n'est pas une fraction décimale.

II - Fractions égales.

Les trois parts bleue, verte et rouge représente la même surface :



En fraction : $\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12}$

Propriété : Si on multiplie ou divise le numérateur et le dénominateur par un même nombre non nul, alors on obtient un quotient égal au quotient de départ. Autrement dit, si $k \neq 0$ et $b \neq 0$:

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k} \qquad \frac{a}{b} = \frac{a \div k}{b \div k}$$

Exemples : • $\frac{1}{2} = \frac{1 \times 5}{2 \times 5} = \frac{5}{10}$. • $\frac{20}{35} = \frac{4 \times 5}{7 \times 5} = \frac{4}{7}$. • $\frac{12}{8} = \frac{12 \div 4}{8 \div 4} = \frac{3}{2}$.

Méthode : simplifier une fraction.

Simplifier une fraction, c'est trouver une fraction égale dont le numérateur et le dénominateur sont plus petits.

Simplifions $\dfrac{49}{63}$: On cherche une table de multiplication dans laquelle apparaissent 49 et 63 : la table de 7 (puisque $49 = 7 \times 7$ et $63 = 7 \times 9$). On applique la propriété précédente :

$$\frac{49}{63} = \frac{7 \times 7}{9 \times 7} = \frac{9}{7}$$

III - Comparaison et droite graduée.

1. Comparaison de fractions.

Propriété : on considère le quotient $\dfrac{a}{b}$ avec b différent de zéro :

1. Si $a < b$, alors $\dfrac{a}{b} < 1$. 2. Si $a > b$, alors $\dfrac{a}{b} > 1$. 3. Si $a = b$, alors $\dfrac{a}{b} = 1$

Exemples : • $\dfrac{131}{132} < 1$ car $131 < 132$. • $\dfrac{25}{12} > 1$ car $25 > 12$. • $\dfrac{43}{43} = 1$.

Propriété : deux quotients ayant le même dénominateur sont rangés dans l'ordre des numérateurs.

1. Si $a > b$, alors $\dfrac{a}{c} > \dfrac{b}{c}$. 2. Si $a < b$, alors $\dfrac{a}{c} < \dfrac{b}{c}$.

Exemple : $\frac{287}{96} < \frac{288}{96}$ car $287 < 288$.

Méthode : comparer deux fractions. On souhaite comparer $\frac{7}{5}$ et $\frac{22}{15}$.

1. On réduit au même dénominateur : $\frac{7}{5} = \frac{7 \times 3}{5 \times 3} = \frac{21}{15}$.
2. On compare les numérateurs et on conclut. Puisque $21 < 22$, alors $\frac{21}{15} < \frac{22}{15}$. Donc $\frac{7}{5} < \frac{22}{15}$.

2. Droite graduée.

Exemple : on peut représenter la fraction $\frac{5}{4}$ sur une droite graduée. Pour cela, on divise l'unité en quatre parts égales.

Propriété : pour comparer des fractions, on peut les placer sur une droite graduée.

IV - Encadrement.

Méthode : encadrer une fraction entre deux entiers consécutifs. Exemple : $\dfrac{106}{7}$.

$$\begin{array}{r|l} 106 & 7 \\ \cline{2-2} -\ \ 7 & 15 \\ \cline{1-1} 36 & \\ -\ 35 & \\ \cline{1-1} 1 & \end{array}$$

Puisque le reste est non nul, $15 < \dfrac{106}{7} < 16$.