

Cours de 1^{ère} STMG : Proportion

Laurent Garnier

Outline

- 1 Rappels du programme officiel [1/3]
- 2 Rappels du programme officiel [2/3]
- 3 Rappels du programme officiel [3/3]
- 4 Exercices et compléments

Rappels du programme [1/3]

Contenus Proportion d'une sous-population dans une population.

Capacités attendues

- Connaître et exploiter la relation entre effectifs et proportion.
- Associer proportion et pourcentage.

Commentaires

- Exemples : taux d'activité, taux de chômage, part de marché, cote de popularité.
- L'importance de la population de référence est soulignée.

Institutionnalisation [1/3]

Dans toute cette partie, A et B désignent deux sous-populations d'une population E.

Definition

La **proportion de A dans E** est le nombre réel $\frac{n_A}{n_E}$ où n_A l'effectif de A et n_E l'effectif de E.

Exemple

Dans le monde 1,8 milliards de personnes se rendent sur YouTube chaque mois (statistique publiée en avril 2018). En France 37,5 millions de personnes s'y connectent chaque mois. La proportion des visiteurs français de YouTube est : $p = \frac{37,5 \times 10^6}{1,8 \times 10^9} \simeq 2,1 \%$

Défi

Sachant que la population française est d'environ 65 millions d'habitants, quelle est la proportion de visiteurs de YouTube en France ?

Rappels du programme [2/3]

Contenus Union et intersection de sous-populations.

Capacités attendues Pour deux sous-populations A et B d'une population E, relier les proportions de A, de B, de $A \cup B$ et de $A \cap B$.

Commentaires On peut étendre l'étude à plusieurs sous-populations disjointes deux à deux; observer que pour une partition la somme des fréquences vaut 1.

Institutionnalisation [2/3]

Definition

L'**intersection** $A \cap B$ est la sous-population de E constituée des individus appartenant à la fois à A et à B . L'**union** $A \cup B$ est la sous-population constituée des individus appartenant à A ou à B , c'est-à-dire ceux qui sont soit dans A , soit dans B , soit dans les deux.

Propriété

p_A , p_B , $p_{A \cap B}$, $p_{A \cup B}$ désignent les proportions associées.

$$p_{A \cup B} = p_A + p_B - p_{A \cap B}$$

Exemple

Soit E l'ensemble des 10 chiffres, A ceux inférieurs ou égaux à 5 et B ceux impairs. $A \cap B = \{1, 3, 5\}$, $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 7, 9\}$ et $p_{A \cup B} = 0,6 + 0,5 - 0,3 = 0,8$

Défi

On reprend la situation précédente avec B qui désigne les pairs.
Refaire tous les calculs.

Rappels du programme [3/3]

Contenus Inclusion

Capacités attendues

- Connaître et exploiter la relation entre proportion de A dans B, de B dans E et de A dans E, lorsque $A \subset B$ et $B \subset E$.
- Représenter des situations par des tableaux ou des arbres pondérés.

Commentaires La notion de fréquence marginale est rencontrée mais ce vocabulaire n'est pas exigible.

Institutionnalisation [3/3]

Definition

Lorsque tous les éléments d'un ensemble A appartiennent à un ensemble B , on dit que **A est inclus dans B** et on note $A \subset B$.

Propriété

Si $A \subset B$ et $B \subset E$, et si p_1 est la proportion de A dans B et p_2 celle de B dans E alors celle de A dans E est $p = p_1 p_2$.

Exemple

Dans une classe de 1^{ère} STMG il y a 12 filles pour 18 garçons. Parmi les 12 filles 7 aiment faire du shopping. La proportion des filles qui aiment faire du shopping dans cette classe est :

$$p = p_1 p_2 = \frac{7}{12} \times \frac{12}{30} = \frac{7}{30} \simeq 23\%$$

Défi

Dans cette même classe, parmi les 18 garçons, 12 aiment jouer au foot. Quelle est la proportion des garçons de la classe qui aiment jouer au foot ?

Déterminer une proportion

Exercice

Dans un groupe de geeks, 55% jouent aux jeux vidéos, 27% sont des cryptos-traders, 15% pratiquent les deux activités. Déterminer la part de ce qui pratiquent l'une ou l'autre.

Solution

Soit E l'ensemble du groupe de geeks. A est la sous-population composée de ceux qui jouent aux jeux vidéos et B celle de ceux qui sont cryptos-traders. Alors $p_A = 0,55$ et $p_B = 0,27$.

$A \cap B$ représente ceux qui font les deux : $p_{A \cap B} = 0,15$.

Comme $p_{A \cup B} = p_A + p_B - p_{A \cap B}$ alors $p_{A \cup B} = 0,55 + 0,27 - 0,15 = 0,67$

On peut conclure que 67% des membres de ce groupe de geeks joue aux jeux vidéos ou fait du crypto-trading.

Déterminer une proportion lors de deux inclusions successives

Exercice

En France en 2013, sur 66 millions d'habitants, 66% sont en âge de travailler (ce sont les 15-64 ans). La population active représente 70% de la population en âge de travailler. Calculer la proportion de la population active par rapport à la population totale.

Solution

*La population E de référence est la population française,
 $n_E = 66 \times 10^6$.*

La sous-population B est la population en âge de travailler,

$p_1 = \frac{66}{100}$. La sous-population A est la population active,

$p_2 = \frac{70}{100}$. On a $A \subset B \subset E$. La proportion de la population active

est : $p = \frac{70}{100} \frac{66}{100} = 0,462 = 46,2\%$