

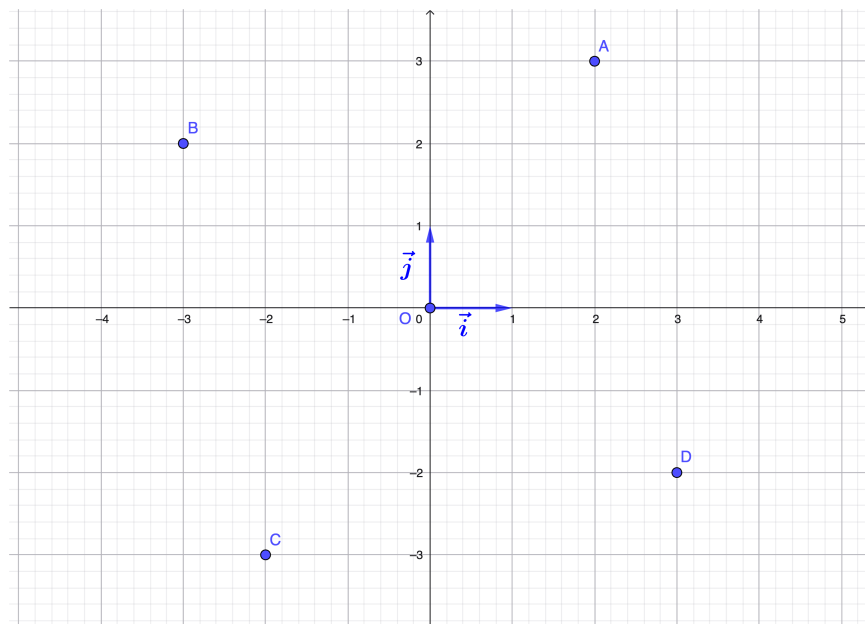
Contents

1	Solution de l'exercice 14	1
2	Solution du QCM d'auto-évaluation	6

1 Solution de l'exercice 14

On reprend la configuration de l'exercice précédent.

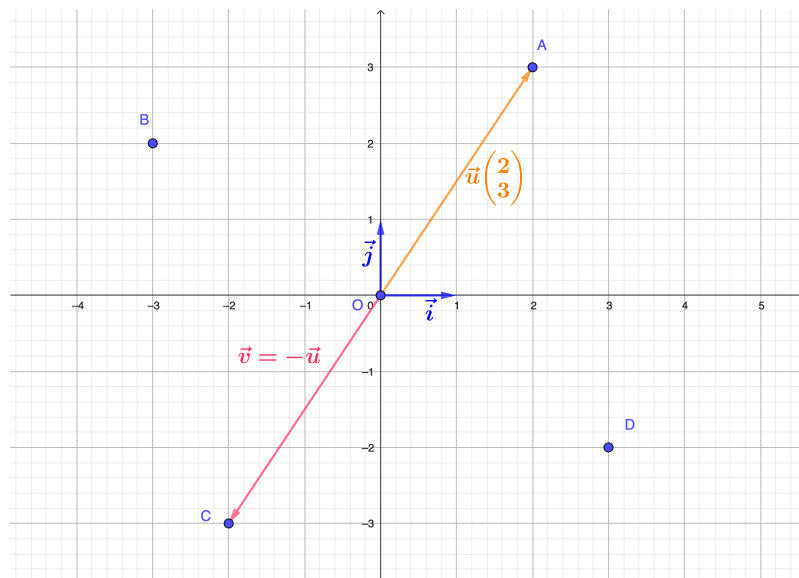
Voir la figure :



1. Le point O étant l'origine du repère on peut facilement déterminer les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{OA} et \overrightarrow{OC} et ainsi déterminer si les points A, O et C sont alignés :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{OA} &= 2\vec{i} + 3\vec{j} \\ \overrightarrow{OC} &= -2\vec{i} - 3\vec{j} \\ \overrightarrow{OC} &= -\overrightarrow{OA}\end{aligned}$$

Voir figure :



2. D'après ce qui précède on a :

$$\begin{aligned} \|\vec{u}\| &= \|\vec{OA}\| = \|\vec{OC}\| \\ \|\vec{u}\| &= \sqrt{13} \end{aligned}$$

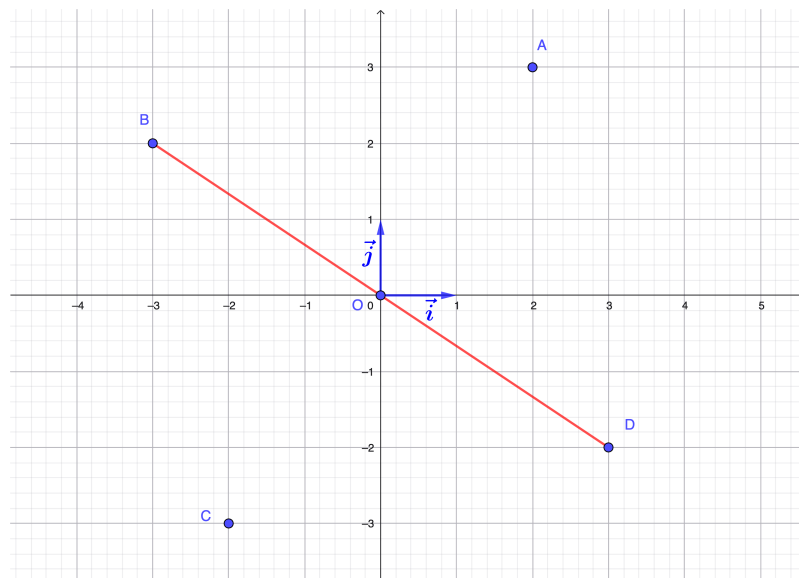
On en déduit que O est le milieu du segment [AC].

3. Calculons le déterminant $\det(\vec{OD}, \vec{OB})$:

$$\det(\vec{OD}, \vec{OB}) = \begin{vmatrix} 3 & -3 \\ -2 & 2 \end{vmatrix} = 3 \times 2 - (-2) \times (-3) = 0$$

Le déterminant est nul donc les vecteurs \vec{OD} et \vec{OB} sont colinéaires. Puisqu'ils ont la même origine on en déduit que les points B, O et D sont alignés.

Voir figure :



4. Comparons OB et OD :

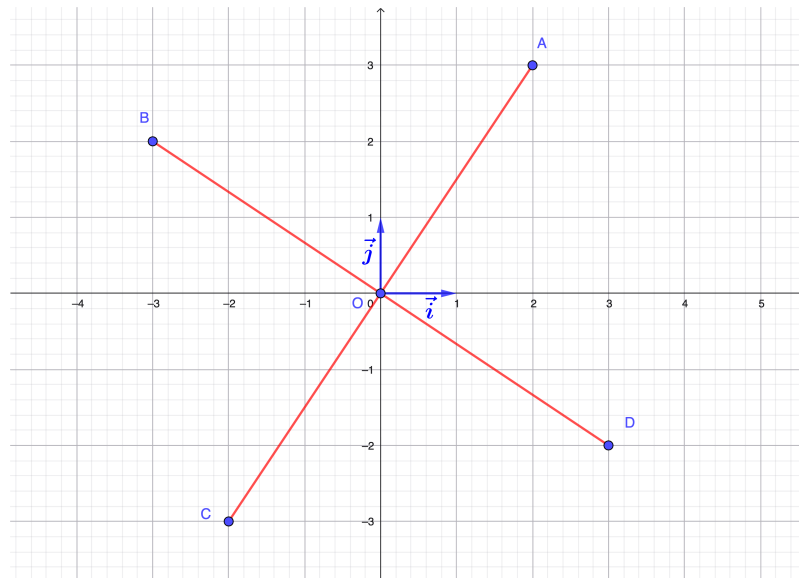
$$OB = \sqrt{(-3)^2 + 2^2} = \sqrt{13}$$

$$OD = \sqrt{3^2 + (-2)^2} = \sqrt{13}$$

$$OB = OD$$

On en déduit que O est le milieu de [BD] et donc que ABCD est un rectangle car ses diagonales sont de même longueur $2\sqrt{13} = \sqrt{52}$.

Voir figure :

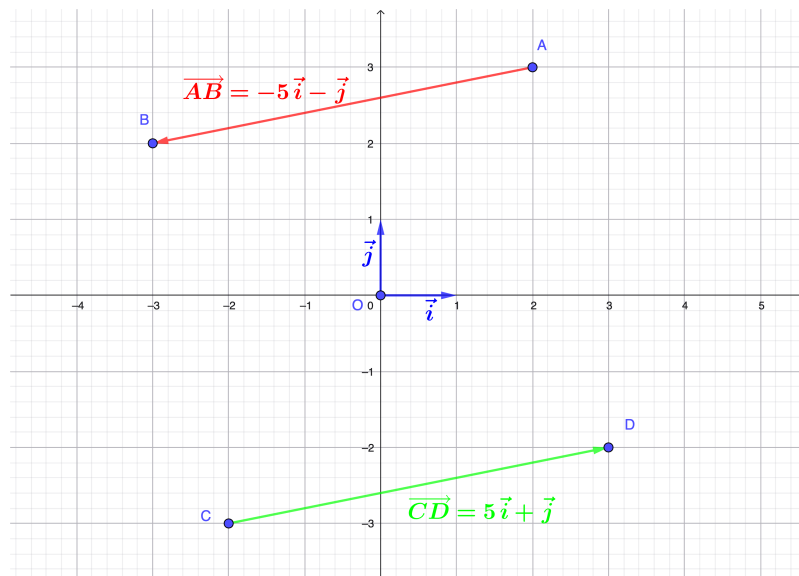


5. Puisque ABCD est un rectangle, c'est donc un parallélogramme donc on a :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB} &= \overrightarrow{DC} \\ \overrightarrow{AB} &= -\overrightarrow{CD}\end{aligned}$$

Ainsi les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} sont colinéaires.

Voir figure :



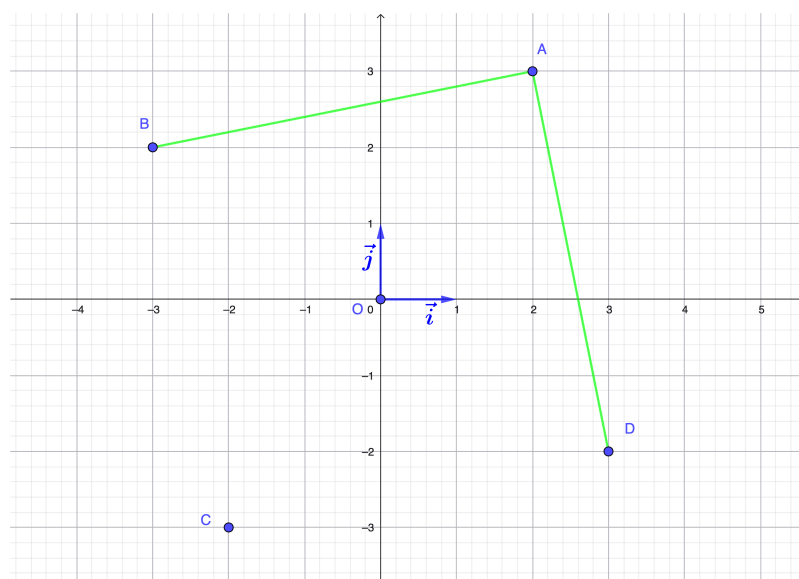
6. Comparons AB et AD :

$$AB = \sqrt{(-3 - 2)^2 + (2 - 3)^2} = \sqrt{26}$$

$$AD = \sqrt{(3 - 2)^2 + (-2 - 3)^2} = \sqrt{26}$$

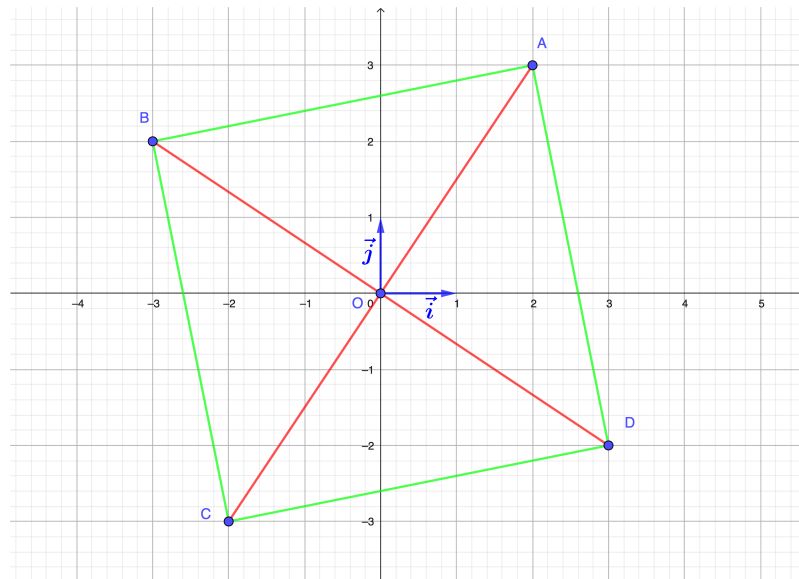
$$AB = AD$$

Voir figure :



7. Le quadrilatère ABCD est un carré car c'est un rectangle avec deux côtés consécutifs de même longueur.

Voir figure :



2 Solution du QCM d'auto-évaluation

1. Pour montrer que A, B et C sont alignés il faut :
[label=.)]
 - (a) que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$
 - (b) **qu'il existe un réel k tel que $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$ (Bonne réponse)**
 - (c) vérifier que $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$
 - (d) **vérifier que $\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = 0$ (Bonne réponse)**
2. Pour montrer que les droites (AB) et (CD) sont parallèles il faut :
[label=.)]
 - (a) **montrer que les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} sont colinéaires (Bonne réponse)**
 - (b) **vérifier que $\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) = 0$ (Bonne réponse)**
 - (c) montrer que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$
 - (d) vérifier que $\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) \neq 0$