1

r y s son raíces de x^2+bx+c

$$r-s=\sqrt{b^2-4c} \qquad (1)$$

$$r+s=b \qquad (2)$$

$(r-k)$ y $(s-k)$ son raíces de x^2+px+q

Entonces $\quad (r-k)-(s-k)=\sqrt{p^2-4q} \qquad (3)$

$$(r-k)+(s-k)=p \qquad (4)$$

si $p=0$ se tiene en (3) y (4)

$$r-s=\sqrt{-4q} \qquad (5)$$

$$r+s-2k=0 \qquad (6)$$

Remplazamos k en (6)

$$k=\frac{r+s}{2} \qquad (7)$$

Remplazamos (2) en (7)

$$k=\frac{b}{2} \qquad (8)$$

Igualamos (1) y (5)

$$\sqrt{b^2-4c}=\sqrt{-4q}$$

$$b^2=4c-4q$$

$$b=\sqrt{4c-4q}$$

$$b=2\sqrt{c-q} \qquad (9)$$

Remplazamos (9) en (8)

$$k=\frac{b}{2}=\frac{2\sqrt{c-q}}{2}$$

$$\boxed{k=\sqrt{c-q}}$$

(2) Si $y = ax + b$ es asintota

$$a = \lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \to \infty} \frac{\frac{x^2 - 2x - 8}{x}}{x} = 1$$

$$b = \lim_{x \to \infty} (f(x) - ax) = \lim_{x \to \infty} \left(\frac{x^2 - 2x - 8}{x} - x \right) = -2$$

luego $\boxed{y = x - 2}$ ✓

(3) Ingreso: $R(x) = 80x - 0{,}4x^2$

x Cantidad de dolares

Solución: $y = 80x - 0{,}4x^2$

→ Completamos Cuadrados

$$y - 400 = -\frac{4}{10}(x^2 - 200x + 10.000)$$

$$(y - 400) = -\frac{4}{10}(x - 100)^2$$

Para $x = 100$, el ingreso es maximo

$$R(100) = 80(100) - 0{,}4(100)^2$$

$$\boxed{R(100) = 4.000}$$ ✓

(4) $2x^4+4x^3-4x^2-6x+4$

$$= (x-1)(2x^3-6x^2+2x-4)$$
$$= (x-1)(x+2)(2x^2+2x-2)$$
$$= 2(x-1)(x+2)(x^2+x-1)$$
$$= 2(x-1)(x+2)\underbrace{\left(x-\left(\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right)\right)\left(x-\left(\frac{-1-\sqrt{5}}{2}\right)\right)}$$

→ 2 raíces irracionales

$$\begin{array}{r|rrrrr}
 & 2 & 4 & -4 & -6 & 4 \\
1 & & 2 & 6 & 2 & -4 \\
\hline
 & 2 & 6 & 2 & -4 & 0 \\
-2 & & -4 & -4 & 4 & \\
\hline
 & 2 & 2 & -2 & 0 &
\end{array}$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1-4\times(-1)}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

SOLUCIÓN EXAMEN DE INGRESO GEOMETRIA-TRIGONOMETRÍA II-2016 *** FILA1

1. En la figura 2, se tienen un triángulo rectángulo, se traza la bisectriz de un ángulo, definiendo segmentos de 17 y 8 respectivamente en lado opuesto, entonces el valor de la base x del triángulo es :

(A) 38/3 (B) 40/3 (C) 41/3 (D) 43/3 (E) Ninguno

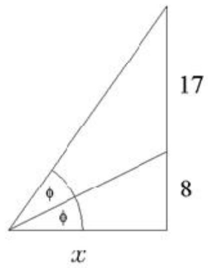
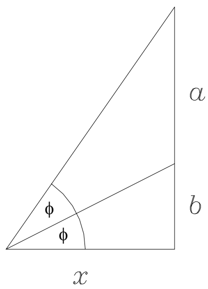


Figura2

Solución: De la figura



se tiene:

$$\tan(\phi) = \frac{b}{x} \text{ y } \tan(2\phi) = \frac{a+b}{x}$$

y como

$$\tan(2\phi) = \frac{2\tan(\phi)}{1-\tan^2(\phi)}$$

tenemos

$$\frac{a+b}{x} = \frac{\frac{2b}{x}}{1-\left(\frac{b}{x}\right)^2}$$

de donde resolvemos x y tenemos

$$x = b\sqrt{\frac{a+b}{a-b}}$$

con $a = 17$, $b = 8$ tenemos $x = \frac{40}{3}$ ♣

2. Desde el punto B situado a 5 metros de un cuadrado de lado 4 metros, se traza una recta que divide al cuadrado en dos partes iguales, ver figura 3, entonces el valor de x es igual a:

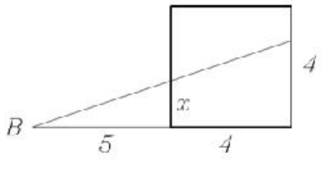
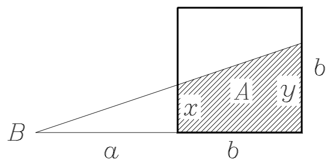


Figura3

(A) 6/7 (B) 8/7 (C) 9/7 (D) 10/7 (E) Ninguno
Solución: De la figura



se tiene las relaciones

$$\frac{x}{a} = \frac{y}{a+b} \text{ de donde } y = \frac{a+b}{a}x$$

por otro lado el área A viene dada por

$$A = \frac{1}{2}(a+b)\,y - \frac{1}{2}ax = \frac{1}{2}b^2$$

de donde resolvemos para x y tenemos

$$x = \frac{ab^2}{2ab+b^2}$$

con $a = 5$, $b = 4$ tenemos $x = \frac{10}{7}$ ♣

3. El número de soluciones de la ecuación $\sin(2x) + \sin(4x) = 0$ en el intervalo $(0^0, 300^0)$ es:
(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) Ninguno
Solución: Usando la fórmula: $\sin(a) + \sin(b) = 2\sin\left(\frac{a+b}{2}\right)\cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$ tenemos la ecuacion:

$$\sin(2x) + \sin(4x) = 2\sin(3x)\cos(-x) = 2\sin(3x)\cos(x) = 0$$

tenemos dos casos:
Caso1: $\sin(3x) = 0$ de donde $3x = 0^0, 180^0, 360^0, 540^0, 720^0, 900^0, ...$, entonces

$$x = 0^0, 60^0, 120^0, 180^0, 240^0, 300^0, ...$$

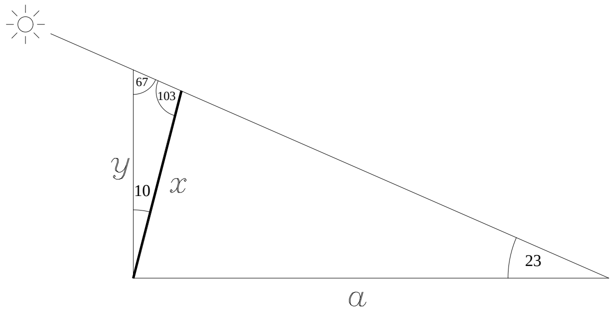
Caso2: $\cos(x) = 0$ de donde $x = 90^0, 270^0, ..$
entonces en $(0^0, 300^0)$ hay 6 soluciones. ♣

4. Un poste está inclinado un ángulo de 10 grados sexagesimales con respecto a la vertical, la sombra que proyecta el poste es igual a 65 metros, cuando el ángulo de elevación del sol es de 23 grados sexagesimales, entonces la longitud del poste es:

(A) $\dfrac{56\sin(67^0)\tan(23^0)}{\sin(103^0)}$ (B) $\dfrac{65\sin(67^0)\tan(23^0)}{\sin(103^0)}$ (C) $\dfrac{65\cos(67^0)\tan(23^0)}{\sin(103^0)}$

(D) $\dfrac{56\cos(67^0)\tan(23^0)}{\sin(103^0)}$ (E) Ninguno

Solución: En el triángulo recto se tiene



$$\tan(23) = \frac{y}{a} \text{ de donde } y = a\tan(23)$$

y aplicando el teorema de los senos tenemos

$$\frac{y}{\sin(103)} = \frac{x}{\sin(67)}$$

de donde

$$x = a\frac{\sin(67^0)\tan(23^0)}{\sin(103^0)}$$

con $a = 65$ entonces $x = 65\frac{\sin\left(67^0\right)\tan\left(23^0\right)}{\sin(103^0)}$ ♣

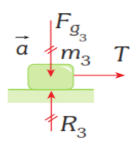
FISICA - SOLUCIONARIO FILA I

9.-

$$\vec{v} = \vec{u}_x + 2\vec{u}_y$$
$$t = 3s$$
$$\vec{a} = 2\vec{u}_y \ m/s^2$$
$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}at^2$$
$$\vec{r} = 3(\vec{u}_x + 2\vec{u}_y) + \frac{1}{2}\left(2\vec{u}_y\right)(3)^2$$
$$\vec{r} = 3\vec{u}_x + 15\vec{u}_y \ m/s$$
$$r = \sqrt{9+225}$$
$$r = 3\sqrt{26} \ m$$

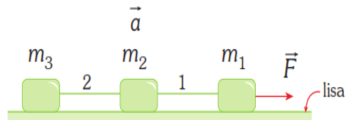
10.-

Siendo $\vec{a}$ la aceleración que experimenta el bloque 3, que es también la aceleración del sistema conformado por m_1, m_2, m_3:



$$\vec{F}_{resul} = m \cdot a$$
$$T_2 = m_3 \cdot a \qquad \text{(I)}$$

Para todo el sistema:



$$F_{resul\,(\text{sitema})} = m_{(sistema)} \cdot a$$
$$F = (m_1 + m_2 + m_3) \cdot a$$
$$a = \frac{F}{(m_1 + m_2 + m_3)} \qquad \text{(II)}$$

(II) en (I):

$$T_2 = m_3 \cdot \frac{F}{(m_1 + m_2 + m_3)}$$
$$T_2 = \frac{m_3}{(m_1 + m_2 + m_3)} \cdot F$$
$$T_2 = \frac{6}{(2+4+6)} \cdot 3$$
$$T_2 = \frac{3}{2} N$$

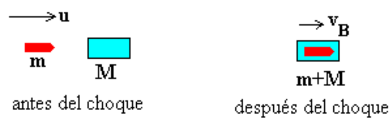
11.-

$$\begin{aligned}
&Para\ el\ bloque\ A:\\
&T-\mu m_A g = m_A a \qquad (I)\\
&Para\ el\ bloque\ C:\\
&m_C g - 2T = m_C a \qquad (II)\\
&Haciendo:\\
&2(I)=(II)\\
&2T-2\mu m_A g + m_C g - 2T = 2m_A a + m_C a\\
&a=\left(\frac{m_C-2\mu m_A}{2m_A+m_C}\right)g\\
&a=\left(\frac{20-2(0.1)(10)}{2(10)+20}\right)10\\
&a=\frac{9}{2}m/s^2
\end{aligned}$$

Entonces:

$$\begin{aligned}
&y=\frac{1}{2}at^2\\
&y=\frac{1}{2}\cdot\frac{9}{2}(2)^2\\
&y=9\ m
\end{aligned}$$

12.-

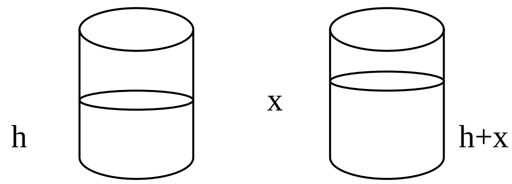


$$\begin{aligned}
&mv=(m+M)v'\\
&v'=\frac{m}{m+M}v\\
&v'=\frac{10}{10+90}(200)\\
&v'=20\ m/s\\
&Entonces:\\
&W=\Delta E_C\\
&m+M=0.1\,kg\\
&f_r d=\frac{1}{2}(\mathrm{m}+\mathrm{M})(v')^2\\
&d=\frac{1}{2\cdot 10}(0.1)(20)^2\\
&d=2\ m
\end{aligned}$$

SOLUCIONARIO EXAMEN QUÍMICA II/2016

Q13.- Un cilindro con tapa móvil contiene un gas ideal, cuando la tapa se encuentra a 20 cm de la base, la presión es de 6 atm. Si la presión disminuye a 5 atm. Calcular la distancia que sube o baja respecto al nivel donde se encontraba inicialmente la tapa. Suponer el proceso a temperatura constante. Vcilindro = $\pi r^2 h$

***Solución*:** A temperatura constante, disminuye la presión aumenta el volumen



$P_1V_1 = P_2 V_2$

$6 \pi r^2 h = 5 \pi r^2 (h+x)$

$6*20 = 5(20+x)$

$120 = 100+5x \Rightarrow x =$ **4 cm que sube**

Q14.- Se cuenta con los siguientes datos de solubilidad de una sustancia:

T ºC	10	20	50	70	90
S(g/100 g H_2O)	4	6	17	40	109

Se tiene una solución de 55 g de la sustancia disueltos en 100 g de agua a 90 ºC y luego se enfría hasta 10 ºC. ¿Cuántos gramos de la sustancia cristalizan?

Solución: Por los datos de solubilidad podemos observar que sólo se disuelven 4 g de la sustancia por cada 100 de agua a 10°C, entonces: 55 – 4 = **51 g** que no se disuelven o cristalizan

Q15.- A partir de la siguiente reacción: $Cu + HNO_3 \rightarrow Cu(NO_3)_2 + NO + H_2O$

Determine el coeficiente estequiométrico del agente reductor.

Solución:

Sust. oxidada, $Cu \rightarrow Cu^{2+} + 2e^-$ agente reductor: Cu
Sust. Reducida, $N^{5+} + 3e^- \rightarrow N^{2+}$ agente oxidante: HNO_3

$3\ Cu + 8\ HNO_3 \rightarrow 3\ Cu(NO_3)_2 + 2\ NO + 4\ H_2O$

Coeficiente estequiométrico del agente reductor, Cu, es **3**

Q16.- El aluminio reacciona con el ácido sulfúrico para formar sulfato de aluminio, $Al_2(SO_4)_3$ y gas hidrógeno. ¿Qué masa de aluminio, en gramos, se necesita para formar 3 moles de gas hidrógeno?. El rendimiento de la reacción es del 54 %.

Solución:

$$2Al + 3H_2SO_4 \rightarrow Al_2(SO_4)_3 + 3\,H_2$$

$$3 \text{ moles } H_2 * \frac{2\, moles\, Al}{3\, moles\, H_2} * \frac{27\, g\, Al}{1\, mol\, Al} * \frac{100\%}{54\%} = \mathbf{100\ g\ Al}$$