Solución del examen de ingreso 2da. opción MATEMATICAS - Fila 1- 21/02/2017

1. Un tren emplea cierto tiempo en recorrer 24 Km. Si la velocidad hubiera sido 2 km/h más lenta que la que llevaba hubiera tardado 2 horas más en recorrer dicha distancia. ¿En qué tiempo recorrió los 24 km?

$\boxed{\text{(A) 4h}}$ (B) 5h (C) 6h (D) 3h (E) Ninguno

Solución:

Sea t y v el tiempo y la velocidad a la que viaja el tren entonces,

$$\frac{24}{v-2} - \frac{24}{v} = 2$$

resolviendo tenemos $v = -4$(se desecha) y $v = 6$, entonces el tiempo será $t = \frac{24}{6} = 4$. ♣

2. El producto de las tres soluciones o raíces de la ecuación: $6x^3 - 29x^2 + 44x - 21 = 0$, es igual a:

(A) 7/3 $\boxed{\text{(B) 7/2}}$ (C) -7/3 (D) -7/2 (E) Ninguno

Solución:

Factorizando, (por ejemplo por la regla de Ruffini): $6x^3-29x^2+44x-21 = (x-1)(6x^2 - 23x + 21) = (x-1)(2x-3)(3x-7)$ de donde las raices son: $x_1 = 1, x_2 = \frac{3}{2}$ y $x_3 = \frac{7}{3}$ y su producto es $\frac{7}{2}$. ♣

3. Dada la progresión aritmética 2,9,16,... , la suma de todos los dígitos del término de esta progresión el cual este más cerca de 2017 es igual a:

(A) 9 (B) 10 $\boxed{\text{(C) 11}}$ (D) 12 (E) Ninguno

Solución:

El termino n-esimo es $a_n = 2 + (n-1)7 = 7n - 5 \simeq 2017$ para algún n. Resolviendo tenemos $n \simeq \frac{2022}{7} \simeq 288$, ensayemos algunos términos alrededor de $n = 288$

$$a_{287} = 2004, a_{288} = 2011, a_{289} = 2018, ...$$

es claro que el término de la P.A.más cercano a 2017 es 2018 y la suma de las cifras de este término es 11. ♣

4. La siguiente ecuación $\mathbf{6}^{4x+1} - 5 \cdot 6^{2x} + 1 = 0$, tiene dos soluciones, la suma de estas soluciones es igual a:

$\boxed{\text{(A) -1/2}}$ (B) -1/3 (C) -2 (D) -3 (E) Ninguno

Solución:

$$\mathbf{6}^{4x+1} - 5 \cdot 6^{2x} + 1 = 6\left(6^{2x}\right)^2 - 5 \cdot 6^{2x} + 1 = 0$$

si $6^{2x} = u$, entonces tenemos: $6u^2 - 5u + 1$, resolviendo tenemos: $u_1 = \frac{1}{2}$ y $u_2 = \frac{1}{3}$, volviendo a la variable x, tenemos:

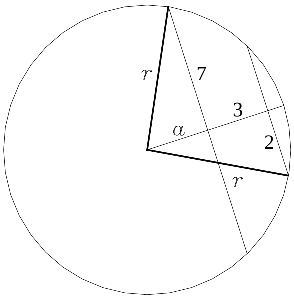
Si $u_1 = \frac{1}{2} = 6^{2x}$ tomando logaritmos $x_1 = -\dfrac{\log(2)}{2\log(6)}$, análogamente si $u_2 = \frac{1}{3} = 6^{2x}$, tenemos $x_2 = -\dfrac{\log(3)}{2\log(6)}$. Sumando estas soluciones tenemos:

$$x_1 + x_2 = -\frac{\log(2)}{2\log(6)} - \frac{\log(3)}{2\log(6)} = -\frac{\log(2)+\log(3)}{2\log(6)} = -\frac{\log(6)}{2\log(6)} = -\frac{1}{2}. \clubsuit$$

5. En una circunferencia se tienen dos cuerdas (paralelas) de longitud 14 y 4 respectivamente, estas cuerdas distan 3, entonces el radio de la circunferencia es igual a:

(A) $\sqrt{95}$ $\boxed{\text{(B) } \sqrt{85}}$ (C) $\sqrt{78}$ (D) $\sqrt{57}$ (E) Ninguno

Solución:



tenemos

$$r^2 = 7^2 + a^2 = (a+3)^2 + 2^2$$

resolviendo $7^2 + a^2 = (a+3)^2 + 2^2$, tenemos $a = 6$, de donde $r^2 = 7^2 + 6^2 = 85$, por tanto $r = \sqrt{85}$. ♣

6. En la figura 1, se tiene dos cuadrados idénticos, cada uno de lado 1cm, entonces el área del triángulo sombreado es igual a:

$\boxed{\text{(A) } 1/13}$ (B) 2/13 (C) 3/13 (D) 4/13 (E) Ninguno

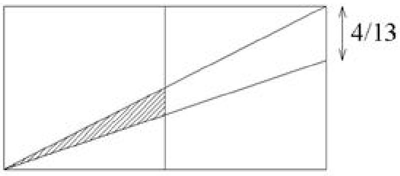


FIGURA 1

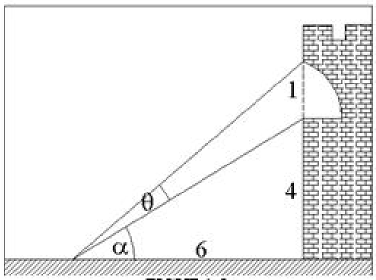
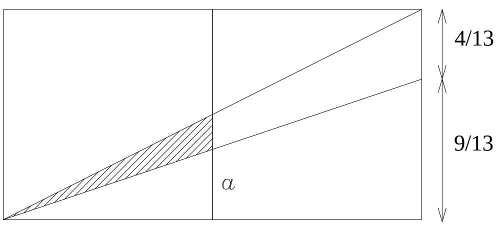


FIGURA 2

Solución:

En la figura se tienen triángulos semejantes, entonces:

$$\frac{\frac{9}{13}}{2} = \frac{a}{1}, \text{ de donde } a = \frac{9}{26}$$



así el área buscada es igual:

$$A = \frac{1}{2}(1)\left(\frac{1}{2}\right) - \frac{1}{2}(1)\left(\frac{9}{26}\right) = \frac{1}{13}. ♣$$

7. En valor de la $\tan(\theta)$ en la figura 2, es igual a:

(A) 1/28 (B) 5/28 $\boxed{\text{(C) } 3/28}$ (D) 1/14 (E) Ninguno

Solución:

De la figura se tiene:

$$\tan(\alpha) = \frac{2}{3} \text{ y } \tan(\alpha+\theta) = \frac{5}{6}$$

de esta última relación:

$$\tan(\alpha+\theta) = \frac{\tan(\alpha)+\tan(\theta)}{1-\tan(\alpha)\tan(\theta)} = \frac{\frac{2}{3}+\tan(\theta)}{1-\frac{2}{3}\tan(\theta)} = \frac{5}{6}$$

resolviendo $\tan(\theta)$ encontramos $\tan(\theta) = \frac{3}{28}$. ♣

8. La suma de las soluciones (en grados sexagesimales) de la ecuación $\tan(x) + 2\sin(x) = 0$, comprendidas en el intervalo $(180^o, 360^o]$ es igual :

(A) 900^o (B) 780^o (C) 540^o $\boxed{\text{(D) } 600^o}$ (E) Ninguno

Solución:

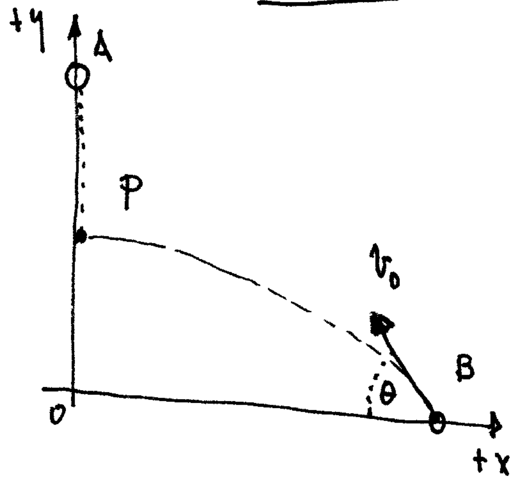
$$\tan(x) + 2\sin(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)} + 2\sin(x) = \frac{\sin(x)(1+2\cos(x))}{\cos(x)} = 0$$

Caso1: si $\sin(x) = 0$, entonces $x = 0^o, 180^o$ y 360^o

Caso2: si $1 + 2\cos(x) = 0$, $\cos(x) = -\frac{1}{2}$, entonces $x = 120^o$ y 240^o. Las soluciones en el intervalo $(180^o, 360^o]$ son: 240^o y 360^o cuya suma es igual a: 600^o. ♣

F9

Fila 1



$$y_A = 40 - \frac{g}{2}t^2$$

$$x_B = 40 - 40\cos\theta\, t$$

$$y_B = 40\sin\theta\, t - \frac{g}{2}t^2$$

En P: $y_A = y_B \wedge x_B = 0$

$$40 - \cancel{\frac{g}{2}t^2} = 40\sin\theta\, t - \cancel{\frac{g}{2}t^2}$$

$$0 = 40 - 4\cos\theta\, t$$

$$\sin\theta\, t = 1$$

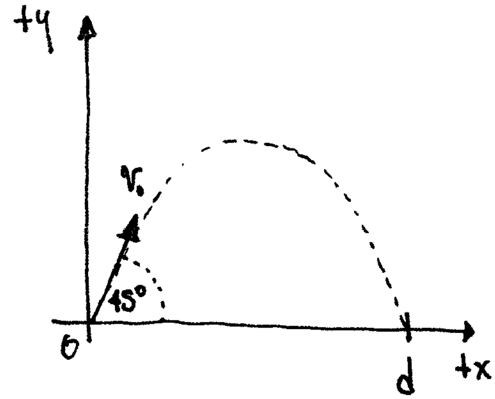
$$\cos\theta\, t = 1$$

$\div \Rightarrow \tan\theta =$

$\therefore \boxed{\theta = 45°}$

d

F10



$$x = v_0\cos 45°\, t$$

$$y = v_0\sin 45°\, t - \frac{g}{2}t^2$$

En P: $y = 0 \wedge x = d$

$$0 = v_0\frac{\sqrt{2}}{2}\cancel{t} - \frac{g}{2}t^{\cancel{2}} \quad (1)$$

$$d = v_0\frac{\sqrt{2}}{2}t \quad (2)$$

(2) $t = \dfrac{2d}{\sqrt{2}v_0} = \dfrac{\sqrt{2}d}{v_0}$

(1) $v_0\dfrac{\cancel{\sqrt{2}}}{\cancel{2}} = \dfrac{g}{\cancel{2}}\dfrac{\cancel{\sqrt{2}}d}{v_0}$

$v_0 = \sqrt{gd} \Rightarrow \boxed{v_0 = 2[m/s]}$

b

F11

$$M_1(30) = M_1v_1' + 2M_1v_2'$$

$$e(0-30) = v_1' - v_2'$$

$\rightarrow$

$$30 = v_1' + 2v_2'$$

$$-30e = v_1' - v_2'$$

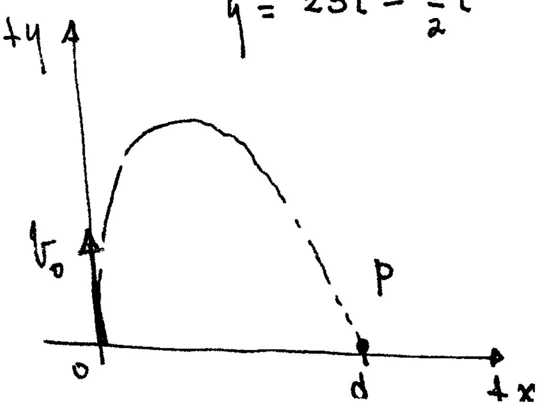
$\Rightarrow \boxed{v_1' = -10[m/s]}$, $\boxed{v_2' = 20[m/s]}$

c

F12

$$x = \frac{2}{2}t^2$$

$$y = 25t - \frac{g}{2}t^2$$



En P: $x = d \wedge y = 0$

$$d = t^2$$

$$0 = 25\cancel{t} - \frac{g}{2}t^{\cancel{2}} \rightarrow t = 5[s]$$

$\Rightarrow \boxed{d = 25[m]}$

d

Q13 $\rho_{CH_4} = 2{,}138 \cdot \frac{16}{32} = 1{,}069 \text{ g/l} \Rightarrow$ C

Q14: A) $\cancel{10}\text{g } CaCO_3 \frac{3 N_A \cdot \text{át} \cdot O}{\underset{10}{\cancel{100}}\text{g } CaCO_3} = 0{,}3 N_A$

B) $\cancel{4{,}48}\text{ l } CO_2 \frac{2 \cdot N_A}{\underset{5}{\cancel{22{,}4}}\text{l } CO_2} = 0{,}4 N_A$

C) $\cancel{1{,}6}\text{g } O_3 \cdot \frac{3 \cdot N_A}{\underset{30}{\cancel{48}}\text{g } O_3} = 0{,}1 N_A$

D) $300 \text{ mmol } O_2 \cdot \frac{2 \cdot N_A}{1000 \text{mmol} O_2} = 0{,}6 N_A$

D

$\lfloor N_A = 6{,}023 \cdot 10^{23} = \text{Cte} \rfloor$

Q15 $2KMnO_4 + 16HCl \longrightarrow 2KCl + 2MnCl_2 + 5Cl_2 + 8H_2O$

$\Downarrow$

B

Q16: $m_1 = 100 \cdot 0{,}08 = 8\ g$

$$15\% = \frac{8+X}{100+X} \cdot 100 \Rightarrow 15 + 0{,}15X = 8 + X$$

$$7 = 0{,}85X$$

$$\boxed{X = 8{,}235\ g} \Rightarrow C$$