

Solucionario Algebra aritmetica

1. En la ecuación logaritmica $\log_3 x - 2 \log_{x^2} 9 = 1$. ¿Cual es el valor de x ?

Solución. Cambio de base

$$\begin{aligned}\log_3 x - 2 \log_{x^2} 9 &= 1 \\ \log_3 x - 2 \log_{\sqrt{x^2}} \sqrt{9} &= 1 \\ \log_3 x - 2 \log_x 3 &= 1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\log_3 x - 2 \frac{\log_3 3}{\log_3 x} &= 1 \\ \log_3 x - 2 \frac{1}{\log_3 x} &= 1 \\ \log_3 x - \frac{2}{\log_3 x} &= 1\end{aligned}$$

comun denominador

$$\begin{aligned}\log_3^2 x - 2 &= \log_3 x \\ \log_3^2 x - \log_3 x - 2 &= 0 \\ (\log_3 x - 2)(\log_3 x + 1) &= 0 \\ \log_3 x - 2 = 0 \quad , \quad \log_3 x + 1 = 0\end{aligned}$$

i) $\log_3 x = 2 \Leftrightarrow 3^2 = x \Rightarrow x = 9$

ii) $\log_3 x = -1 \Leftrightarrow 3^{-1} = x \Rightarrow x = \frac{1}{3}$

Rpta. 9

2. La suma de los 11 términos de una progresión aritmética creciente es 176, la diferencia de los extremos es 30. ¿Cuál es el ultimo término?.

Solución.

En la progresión aritmética se tiene

$$n = 11$$

$$S = 176$$

$$a_{11} - a_1 = 30$$

$$a_{11} = ?$$

La suma de los 11 términos: $S = \frac{a_1 + a_n}{2} n$

$$176 = \frac{a_1 + a_{11}}{2} 11$$

de donde desarrollando

$$a_1 + a_{11} = 32 \quad (1)$$

Por dato

$$a_{11} - a_1 = 30 \quad (2)$$

sumando (1)+(2);

$$\begin{aligned} 2a_{11} &= 62 \\ a_{11} &= 31 \end{aligned}$$

Rpta. 31

3. En la ecuación logarítmica calcular x

$$\log_x 2 * \log_{\sqrt{2}} x^3 * \log_2 8 = x$$

Solución.

$$\begin{aligned} \log_x 2 * \log_{\sqrt{2}} (x^3)^2 * \log_2 2^3 &= x \\ \log_x 2 * \log_2 x^6 * 3 \log_2 2 &= x \\ \log_x 2 * 6 \log_2 x * 3 &= x \\ 18 \log_x 2 * \log_2 x &= x \\ 18 \frac{\log_2 2}{\log_2 x} * \log_2 x &= x \\ 18 \frac{1}{\log_2 x} * \log_2 x &= x \\ x &= 18 \end{aligned}$$

Rpta. 18

4. Calcular x en la ecuación $2^{3x-5} = 8^{9x+4}$

Solución. Expresando en base 2

$$2^{3^{x-5}} = (2^3)^{9^{x+4}} \quad \text{base 2}$$

$$2^{3^{x-5}} = 2^{3 \cdot 9^{x+4}} \quad \text{Potencia de potencia}$$

$$3^{x-5} = 3 \cdot 9^{x+4} \quad \text{bases iguales}$$

$$3^{x-5} = 3 \cdot (3^2)^{x+4} \quad \text{base 3}$$

$$3^{x-5} = 3 \cdot 3^{2x+8} \quad \text{Potencia de potencia}$$

$$3^{x-5} = 3^{2x+9} \quad \text{multiplicacion de potencias}$$

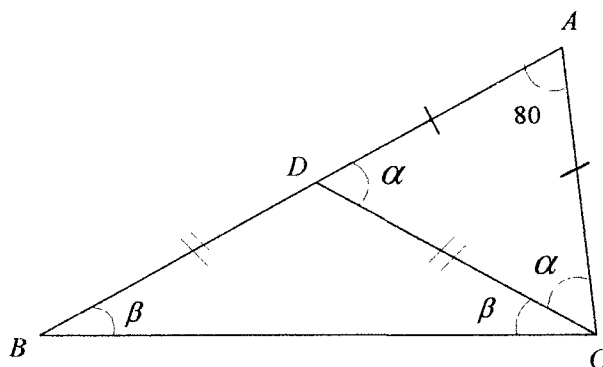
$$\begin{aligned} x - 5 &= 2x + 9 & \text{bases iguales} \\ x &= -14 \end{aligned}$$

Rpta. -14

Solucionario Geometria Trigonometria

Exercise 0.0.1 Se da un triángulo $\triangle ABC$ donde $\widehat{A} = 80^\circ$. Sobre el lado AB se ubica un punto D de tal modo que $\overline{BD} = \overline{DC}$, y $\overline{DA} = \overline{AC}$. Hallar el ángulo \widehat{DCB} .

Solución. Se construye la figura de acuerdo a los datos y se resuelve utilizando la misma figura.



Nº	Proposiciones	Fundamentos
1	$2\alpha + 80^\circ = 180^\circ$	Suma de \angle interiores $\triangle ADC$
2	de donde $\alpha = 50^\circ$	
3	$\widehat{ADC} = \alpha$	
4	$\alpha = \angle DBC + \angle DCB = \beta + \beta$	α es \angle exterior $\triangle DBC$
5	$\alpha = 2\beta$	
6	$50^\circ = 2\beta \Rightarrow \beta = 25^\circ$	(2) en 5)
7	$\widehat{DCB} = 25^\circ$	

Rpta. 25°

Exercise 0.0.2 La suma de los ángulos interiores de un polígono regular vale 56 ángulos rectos. ¿Cuál es el valor del ángulo central de ese polígono?

Solución. ϕ : Angulo central.

$$S_\alpha = 180(n - 2)$$

$$S_\alpha = 56(90)$$

$$\phi = \frac{360}{n}$$

$$180(n - 2) = 56(90)$$

$$2n - 4 = 56$$

$$n = 30 \text{ lados}$$

$$\phi = \frac{360}{30} = 12^\circ$$

Rpta. 12

Exercise 0.0.3 Simplificar la relación. $\frac{1 + \cos x}{\sin x} + \frac{\sin x}{1 + \cos x}$

Solución. Comun denominador:

$$\begin{aligned} \frac{1 + \cos x}{\sin x} + \frac{\sin x}{1 + \cos x} &= \frac{(1 + \cos x)(1 + \cos x) + \sin^2 x}{\sin x(1 + \cos x)} \\ &= \frac{1 + 2 \cos x + \cos^2 x + \sin^2 x}{\sin x(1 + \cos x)} \\ &= \frac{1 + 2 \cos x + 1}{\sin x(1 + \cos x)} = \frac{2 + 2 \cos x}{\sin x(1 + \cos x)} \\ &= \frac{2(1 + \cos x)}{\sin x(1 + \cos x)} = \frac{2}{\sin x} \\ &= 2 \csc x \end{aligned}$$

Rpta. $2 \csc x$

Exercise 0.0.4 Hallar la mayor solución de la ecuación: $4 \sin^2 x \cos^2 x = \frac{1}{4}$

a) 105 b) 115 c) 165 d) 180 e) ninguno

Solución.

propiedad de potencias

$$\begin{aligned} 4 \sin^2 x \cos^2 x &= \frac{1}{4} \\ (2 \sin x \cos x)^2 &= \frac{1}{4} \\ \sin^2 2x &= \frac{1}{4} \\ \sin 2x &= \pm \frac{1}{2} \end{aligned}$$

de donde;

$$\sin 2x = \frac{1}{2} \Rightarrow 2x = 30 \Rightarrow x = 15^\circ$$

$$\sin 2x = \frac{1}{2} \Rightarrow 2x = 150 \Rightarrow x = 75^\circ$$

$$\sin 2x = -\frac{1}{2} \Rightarrow 2x = 210 \Rightarrow x = 105^\circ$$

$$\sin 2x = -\frac{1}{2} \Rightarrow 2x = 330 \Rightarrow x = 165^\circ$$

Luego el mayor angulo es 165

Rpta. 165

Fila - 2

≠ 9 Tramo: A-D (Pto. más alto de rizo)

$$Mgh = \frac{1}{2} Mv^2 + Mg2R + \cancel{\mu_c MgR} \rightarrow gh = \frac{1}{2} v^2 + 2Rg + \cancel{\mu_c gR}$$

En D: $N=0$

$$Mg = M \frac{v^2}{R} \rightarrow v^2 = Rg \Rightarrow gh = \frac{1}{2} Rg + 2Rg + \frac{1}{5} Rg \Rightarrow \boxed{R = 10 [m]} \quad (c)$$

≠ 10 $v_1 + v_2 = 0$

$$d_1 + d_2 = \sqrt{5}$$

$$\frac{k_e Q_1}{d_1} + \frac{k_e Q_2}{d_2} = 0$$

$$d_1 + \frac{1}{2} d_2 = \sqrt{5}$$

$$\frac{2q}{d_1} + \frac{-q}{d_2} = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{d_1 = \frac{2\sqrt{5}}{3} [m]} \quad (c)$$

$$\Rightarrow d_2 = \frac{1}{2} d_1$$

≠ 11 $\Delta x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$
 $v = v_0 + a t$

$$100 = v_0 (10) + \frac{1}{2} a (10)^2 \rightarrow$$

$$30 = v_0 + a (10)$$

$$10 = v_0 + 5a \quad (-1)$$

$$30 = v_0 + 10a$$

$$\frac{20 = 5a \rightarrow a = 4 [m/s^2]}{(a)}$$

≠ 12 $T \sin \theta = MR\omega^2$
 $T \cos \theta = Mg$

$$\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{L \sin \theta \omega^2}{g}$$

$$\cos \theta = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \boxed{\theta = 45^\circ} \quad (b)$$

⑬

QUIMICA

$$1 \times 10^{-9} \text{ m} \times \frac{100 \text{ cm}}{1 \text{ m}} = 1 \times 10^{-7} \text{ cm}$$

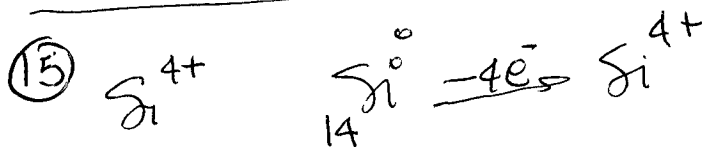
$$V^{\circ} \text{ aluzo} \quad \frac{1 \times 10^{-7} \text{ cm}}{0.5 \times 10^{-8} \text{ cm}} = \boxed{20 \text{ aluzos.}}$$

⑭ $c = v \lambda \quad \lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \times 10^8 \text{ m/s}}{1.5 \times 10^6 \text{ 1/s}} = 200 \text{ m}$

$$c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

$$\text{Hz} = 1/\text{s}$$

$$200 \text{ m} \times 500 = 100.000 \text{ m} \times \frac{1 \text{ km}}{1.000 \text{ m}} = \boxed{100 \text{ km}}$$



$$14 - 4 = 10e^-$$

$$10e^- \times \frac{1.6 \times 10^{-19} \text{ C}}{1e^-} = \boxed{1.6 \times 10^{-18} \text{ C}}$$

⑯ $V_{\text{sol}} \text{ HNO}_3 = ? \quad N_1 V_1 = N_2 V_2$

$$N_{\text{HNO}_3} = 0.5 \text{ N}$$

$$N_{\text{NaOH}} = 1 \text{ N}$$

$$V_{\text{sol}} \text{ NaOH} = 20 \text{ ml}$$

$$C_{\text{sol}} \text{ HNO}_3 = 0.5 \text{ M}$$

$$V_{\text{sol}} \text{ NaOH} = 20 \text{ ml}$$

$$C_{\text{sol}} \text{ NaOH} = 1 \text{ N}$$

$$V_{\text{HNO}_3} = \frac{N_{\text{NaOH}} \times V_{\text{NaOH}}}{N_{\text{HNO}_3}} =$$

$$V_{\text{HNO}_3} = \frac{1 \text{ N} \times 20 \text{ ml}}{0.5 \text{ N}} =$$

$$\boxed{40 \text{ ml HNO}_3}$$