

SOLUCIONES ALGEBRA-ARITMETICA

31/03/2016

A1.- Oscar y Ana son vecinos y utilizan mangueras de las dos casas para llenar la piscina de Oscar. Ya saben que se requieren $18h$ si se usan ambas mangueras. También saben que si se usa la manguera de Oscar, se tarda 20% menos de tiempo que cuando se utiliza la manguera de Ana sola. ¿Cuánto tiempo requiere Oscar para llenar la piscina utilizando solamente su manguera?

Solución:

Sea x e y las "velocidades" de las mangueras de Oscar y Ana respectivamente, para llenar la piscina de Oscar, entonces

$$\begin{cases} \frac{1}{x+y} = 18 \\ \frac{1}{x} = 0.8 \frac{1}{y} \end{cases}$$

resolviendo se obtiene los tiempos $\frac{1}{x} = 32.4$; $\frac{1}{y} = 40.5$ en horas, en el que se tarda en llenar la piscina de Oscar, utilizando las mangueras de Oscar y Ana respectivamente.

A2.- Se tiene previsto que una caja abierta con una base cuadrada tenga volumen de $12cm^3$. Encuentre la altura que tiene que tener la caja para reducir al mínimo la cantidad de material empleado.

Solución:

Si x es el lado de la base cuadrada e y es la altura de la caja, entonces el volumen y el área de la caja es:

$$\begin{cases} V = x^2 y = 12 \\ A = 4xy + x^2 \end{cases}$$

de donde se obtiene la relación

$$A = \frac{48}{x} + x^2$$

cuyo máximo se da en $x = 2\sqrt[3]{3}$; $y = \sqrt[3]{3}$.

A3.- Encuentre el número de ceros reales (distintos) del polinomio $P(x) = 2x^5 - 3x^4 - 16x^3 + 24x^2 + 32x - 48$

Solución:

Factorizamos el polinomio y obtenemos

$$P(x) = (2x - 3)(x - 2)^2(x + 2)^2$$

luego los ceros son $x = -2$; $x = \frac{3}{2}$ y $x = 2$.

A4.- Encuentre el número de ceros reales (distintos) de la expresión exponencial: $2e^{2x} + 4e^x - 6$

Solución:

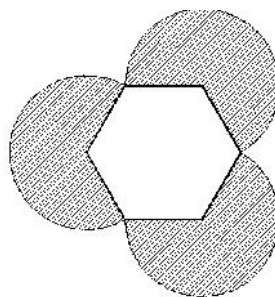
Hacemos $y = e^x$ entonces

$$2e^{2x} + 4e^x - 6 = 2y^2 + 4y - 6 = 2(y + 3)(y - 1)$$

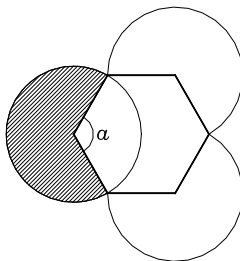
descartamos $y = e^x = -3$ quedando $y = e^x = 1$ de donde $x = 0$.

Soluciones examen de Geometria y Trigonometria FILA 2

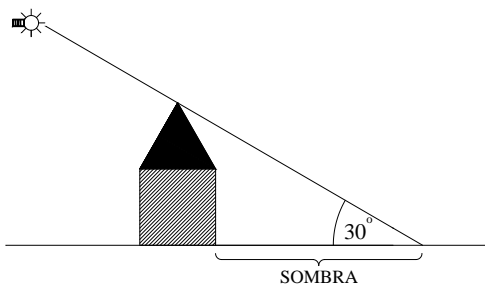
1. Trazamos tres arcos circulares desde tres vértices de un hexágono de 4 cm de lado, ver figura 1, entonces el área y el perímetro de la figura sombreada es:



Solución 1. Observemos que el ángulo $\alpha = \frac{2\pi}{3}$, el área es $3 \left(\frac{2}{3} (\pi 4^2) \right) = 32\pi$ y el perímetro es $3 \left(\frac{2}{3} (2\pi 4) \right) = 16\pi$

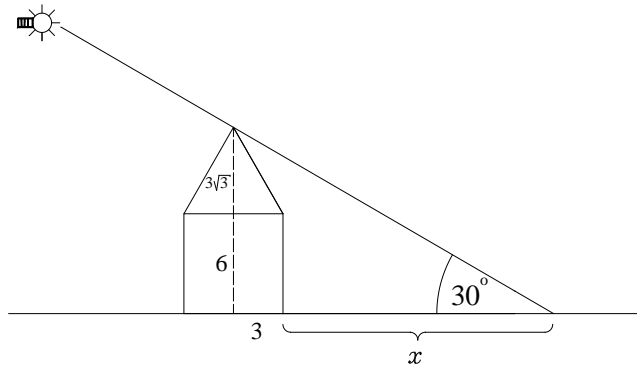


2. Sobre un cuadrado de lado 6 se pone un triángulo equilátero, ver figura adjunta, un rayo de luz sale de un foco formando un ángulo de 30° con la horizontal, entonces la longitud de la sombra del cuadrado y el triángulo es:



Solución 2.

De la figura se tiene



$$\tan(30) = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3} + 6}{3 + x}$$

resolviendo $x = 6\sqrt{3} + 6$

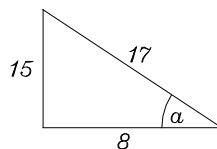
3. Sea $\cot(\alpha) = \frac{8}{15}$ donde α , es un ángulo agudo de un triángulo rectángulo, entonces el valor de la siguiente expresión,

$$\frac{\frac{1}{3} \sin(\alpha) - \frac{1}{2} \cos(\alpha)}{\frac{1}{17} (\sec(\alpha) + \tan(\alpha))}, \text{ es igual a:}$$

Solución 3.

Como $\cot(\alpha) = \frac{8}{15}$ se obtiene:

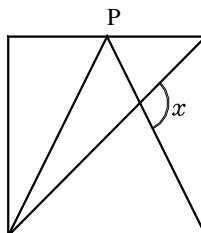
$$\tan(\alpha) = \frac{15}{8}, \quad \sin(\alpha) = \frac{15}{17}, \quad \cos(\alpha) = \frac{8}{17}, \quad \sec(\alpha) = \frac{17}{8}$$



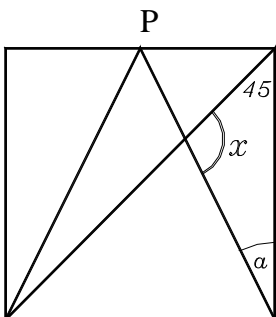
entonces

$$\frac{\frac{1}{3} \sin(\alpha) - \frac{1}{2} \cos(\alpha)}{\frac{1}{17} (\sec(\alpha) + \tan(\alpha))} = \frac{\frac{1}{3} \left(\frac{15}{17}\right) - \frac{1}{2} \left(\frac{8}{17}\right)}{\frac{1}{17} \left(\frac{17}{8} + \frac{15}{8}\right)} = \frac{1}{4}$$

4. En la figura P es el punto medio del lado del cuadrado, entonces el ángulo x es igual a:



Solución 4.



del gráfico se sigue $x + \alpha + 45 = 180$, resolviendo $x = 135 - \alpha$, donde $\alpha = \arctan(0.5) = 26.56505118\dots$

F.9

$$x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$v = v_0 + a t \quad v_0 = v - a t$$

$$x = (v - a t) t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$x = v t - \frac{1}{2} a t^2$$

$$x = 6 \times 2 - \frac{1}{2} \times 2 \times 2^2$$

$$x = 8 m$$

F.10

$$N + F \sin \theta = W$$

$$N = m g - F \sin \theta$$

$$F \cos \theta - m g + F \sin \theta = m a$$

$$F = \frac{m a + m g}{\cos \theta + \sin \theta}$$

$$F = \frac{1 \times 3 + \frac{1}{2} \times 1 \times 10}{\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} \frac{\sqrt{2}}{2}}$$

$$F = \frac{32}{3\sqrt{2}} N$$

F.11

$$k \frac{q^2}{d^2} = m g$$

$$d = \sqrt{\frac{k q^2}{m g}}$$

$$d = \sqrt{\frac{9 \times 10^9 10^{-12}}{0.0001 \times 10}}$$

$$d = 3 m$$

F.12

$$\{ = k \frac{2q_1}{d} + k \frac{2q_2}{d}$$

$$\{ = k \frac{2}{d} (q_1 + q_2)$$

$$\{ = 9 \times 10^9 \frac{2}{2} (10^{-8} - 4 \times 10^{-8})$$

$$\{ = -270 \text{ } \nu$$

SOLUCIONARIO EXAMEN DE QUÍMICA

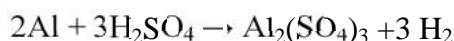
Q13.- Calcular los moles de azufre que existen en 98 mL de una solución al 60 % de pureza de H_2SO_4 en masa y densidad $1,5 \text{ g/cm}^3$.

Solución:

$$98 \text{ mL soln} * \frac{1,5 \text{ g soln}}{1 \text{ mL soln}} * \frac{60 \text{ g } H_2SO_4}{100 \text{ g soln}} * \frac{1 \text{ mol } H_2SO_4}{98 \text{ g } H_2SO_4} * \frac{1 \text{ mol S}}{1 \text{ mol } H_2SO_4} = \mathbf{0,9 \text{ moles S}}$$

Q14.- El aluminio reacciona con el ácido sulfúrico para formar sulfato de aluminio, $Al_2(SO_4)_3$ y gas hidrógeno. ¿Qué masa de aluminio, en gramos, se necesita para formar 3 moles de gas hidrógeno?. El rendimiento de la reacción es del 54 %.

Solución:



$$3 \text{ moles } H_2 * \frac{2 \text{ moles Al}}{3 \text{ moles } H_2} * \frac{27 \text{ g Al}}{1 \text{ mol Al}} * \frac{100}{54\%} = \mathbf{100 \text{ g Al}}$$

Q15.- Calcular la masa de hidróxido de sodio que se necesita para preparar 100 mL de una solución al 20% de pureza en peso de hidróxido de sodio y densidad 2 kg/L .

Solución:

$$2 \text{ Kg/L} * \frac{1000 \text{ g}}{1 \text{ Kg}} * \frac{1 \text{ L}}{1000 \text{ mL}} = 2 \text{ g/mL}$$

$$100 \text{ mL soln.} * \frac{2 \text{ g soln.}}{1 \text{ mL soln.}} * \frac{20 \text{ g NaOH}}{100 \text{ g soln.}} = \mathbf{40 \text{ g NaOH}}$$

Q16.- Calcular la temperatura de congelación de una solución que resulta de la mezcla de 58,5 g de cloruro de sodio, con 100 g de agua. La constante de congelación o crioscópica para el agua K_c , es de $1,86 \text{ °C/molal}$.

Solución:

$$\Delta T_c = K_c * \text{molalidad}$$

$$58,5 \text{ g NaCl} * \frac{1 \text{ mol NaCl}}{58,5 \text{ g NaCl}} = 1 \text{ mol NaCl} ; 100 \text{ g } H_2O = 0,1 \text{ Kg } H_2O \Rightarrow \text{molalidad} = \frac{\text{moles NaCl}}{\text{Kg } H_2O}$$

$$T_c = 1,86 * \frac{1 \text{ mol}}{0,1 \text{ Kg}} = 18,6 \text{ °C} \rightarrow T_c \text{ soln.} = T_c \text{ solv.} - T_c = 0 - 18,6 = \mathbf{-18,6 \text{ °C}}$$