SOLUCION EXAMEN INGRESO 1RA OPCION I-2025

ARITMETICA-ALGEBRA

A1) Hallar el valor de $E = \frac{x^{-1}+11}{x}$, sabiendo que x es solución de la ecuación:

$$\frac{3}{4x^2-1} - \frac{1}{2x+1} = \frac{3}{2x-1}$$

a) 64/89 b) 152 c) 89/64 d) 154 e) Ninguno

SOLUCIÓN:

Multiplicando por $(4x^2-1)$

$$3-(2x-1) = 3(2x+1)$$

$$3-2x+1 = 6x+3$$

$$x = 1/8$$

Finalmente, reemplazando en: $E = \frac{x^{-1}+11}{x} = \frac{8+11}{\frac{1}{8}} = 152$

A2) Halle la solución x tal que $x \geq 5$ de la ecuación: $\log_2(x+1) + \log_2(3x-5) = \log_2(5x-3) + 2$

a) 2 b) 7 c) 6 d) 8 e) Ninguno

SOLUCION:

$$\log_2(x+1) + \log_2(3x-5) = \log_2(5x-3) + 2\log_2 2$$

$$\log_2(x+1)(3x-5) = \log_2 4(5x-3)$$

$$(x+1)(3x-5) = 4(5x-3)$$

$$3x^2 - 5x + 3x - 5 = 20x - 12$$

$$3x^2 - 22x + 7 = 0$$

$$(x-7)(3x-1) = 0$$

$$x-7=0 \quad v \quad 3x-1=0$$

$x = 7, \quad x = 1/3$ $\therefore$ **Respuesta (b)**

A3) Halle el producto de las soluciones de la ecuación:

$$\sqrt{2-3x}+\sqrt{11+3x}=5$$

a) 14/9 b) 15/7 c) 4/3 d) 20/9 e) NINGUNO

SOLUCIÓN:

$$\sqrt{11+3x}=5-\sqrt{2-3x}$$

Elevando al cuadrado:

$$3x+11=25-10\,\sqrt{2-3x}+2-3x$$

$$10\sqrt{2-3x}=27-3x-3x-11$$

$$10\sqrt{2-3x}=16-6x$$

$$5\sqrt{2-3x}=8-3x$$

Elevando al cuadrado:

$$50-75x=9x^2-48x+64$$

$$9x^2+27x+14=0$$

$$(3x+7)(3x+2)=0$$

$$x=-7/3 \quad x=-2/3$$

Solución a)

A4) Resolver la siguiente ecuación exponencial:

$$\frac{e^y-1}{2-3e^y}=\frac{2}{7}$$

a) $\ln(\frac{12}{11})$ b) $-ln(\frac{12}{11})$ c) $ln(\frac{13}{11})$ d) - $ln(\frac{13}{11})$ e) NINGUNO

SOLUCIÓN:

$$\frac{e^y-1}{2-3e^y}=\frac{2}{7}$$

$$7e^y-7=4-6e^y$$

$$13e^y=11$$

$$e^y=\frac{11}{13}$$

$$y=\ln(\frac{11}{13})$$

Solución: d)

PRIMERA OPCION -EXAMEN DE INGRESO I-2025

GEOMETRIA-TRIGONOMETRIA

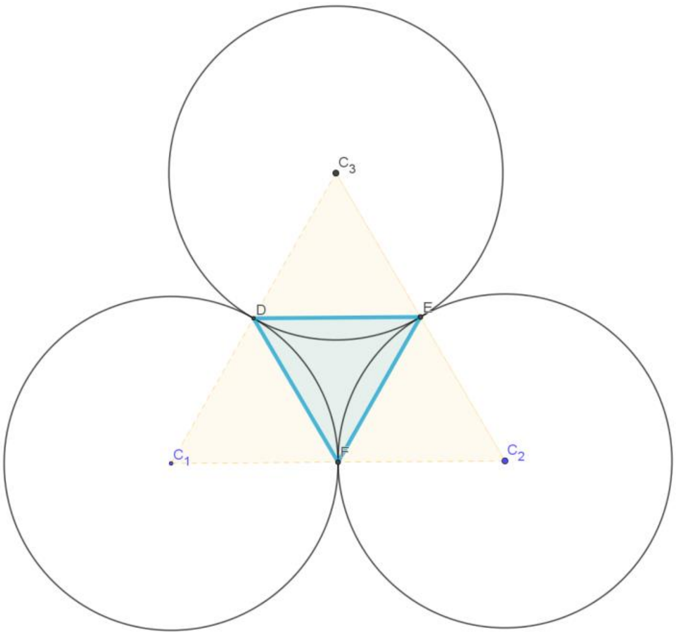
G1) Se tienen 3 circunferencias tangentes entre sí de radio 2, determinar el área del triángulo formado por los puntos de tangencia de las circunferencias.

$$a)\ 2\sqrt{3} \qquad b)\ \frac{\sqrt{3}}{2} \qquad c)\ \frac{\sqrt{3}}{4} \qquad d)\ \sqrt{3} \qquad e)\ \text{ninguno}$$

SOLUCIÓN:

Se quiere hallar el área del triángulo DEF.

El triángulo $C_1C_2C_3$ es equilátero cuyos lados miden 2 veces el radio de las circunferencias, es decir 4.



- Los puntos D y E son puntos medios de los lados $\overline{C_1C_3}$ y $\overline{C_3C_2}$, por tanto $\overline{DE} = \frac{C_1C_2}{2} = 2$.
- Los puntos D y F son puntos medios de los lados $\overline{C_1C_3}$ y $\overline{C_1C_2}$, por tanto $\overline{DF} = \frac{C_3C_2}{2} = 2$.
- Los puntos E y F son puntos medios de los lados $\overline{C_1C_2}$ y $\overline{C_2C_3}$, por tanto $\overline{EF} = \frac{C_1C_3}{2} = 2$.

Entonces el triángulo DEF es equilátero y sus lados son iguales a 2.

Finalmente, el área del triángulo DEF es:

$$Área = \frac{2^2\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}$$

Respuesta correcta: $d)$

G2) Hallar la ecuación de la recta que pasa por (1,2) y además es paralela a la recta: x–2y=7.

a) –x–2y–3=0 b) –x+2y–3=0 c) 4x-y+15=0 d) 4x–y+15=0 e) ninguno

Sol.-

La ecuación tendrá la forma: x–2y=k, donde k es desconocido, como la recta pasa por (1,2); reemplazando tendremos:

1–2(2)=k; de donde k= –3

Es decir, la recta buscada es: x–2y= –3 o bien x–2y+3=0 el cual es equivalente al inciso b)

R.- Inciso b)

G3) El centro de una circunferencia esta en el eje x y pasa por (1,0) y (5,4). Encuentra la ecuación de la circunferencia.

$a)\ x^2+y^2+9x-10=0$ $b)\ x^2+y^2-10x+9=0$ $c)\ x^2+y^2+3x-5=0$

$d)\ x^2+y^2-3x+5=0$ $e)\ Ninguno$

SOLUCIÓN. –

Si el centro tiene coordenadas (h,k) y sabemos que pasa por el eje X, podemos concluir que k=0.

Por otro lado, tenemos la ecuación ordinaria de la circunferencia: $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$

Reemplazaremos los dos puntos que pasa por la circunferencia para armar dos ecuaciones:

Para $P_1(1{,}0)$ tenemos:

$(1-h)^2+(0-0)^2=r^2 \quad \ldots(1)$

Para $P_2(5{,}4)$ tenemos:

$(5-h)^2+(4-0)^2=r^2 \quad \ldots(2)$

Igualando ecuaciones (1) y (2):

$$(1-h)^2+(0-0)^2=(5-h)^2+(4-0)^2$$

Desarrollando:

$$8h=40$$

$$h=5$$

Por lo tanto el centro es: C(5,0).

Ahora hallemos el radio, de ecuación (1)

$$(1-h)^2+(0-0)^2=r^2$$

$$(1-5)^2+(0-0)^2=r^2$$

$$16=r^2$$

$$r=4$$

Por último, hallemos la ecuación de la circunferencia con $r=4\ y\ C(5{,}0)$

$$(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$$

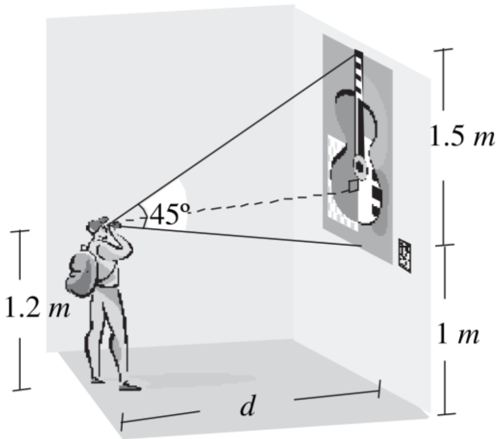
$$(x-5)^2+(y-0)^2=4^2$$

$$x^2-10x+25+y^2=16$$

$$x^2+y^2-10x+9=0$$

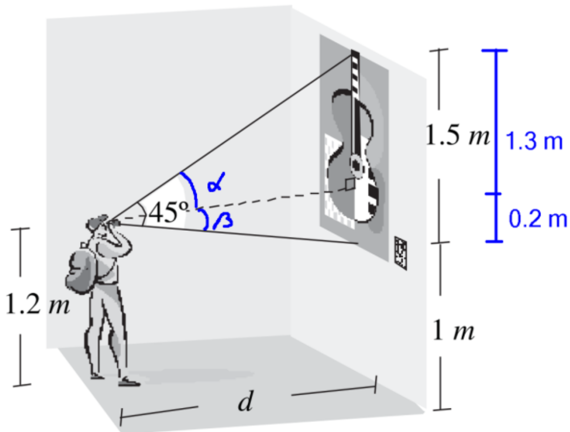
Por lo tanto, la respuesta es el inciso b)

G4) Una persona cuyos ojos están a 1.2 metros del suelo, observa una pintura que se encuentra a un metro del suelo y mide 1.5 metros. ¿A qué distancia d en metros se debe parar la persona para que el ángulo de visión sea de $45°$?



a) 1.73 b) 1.70 c) 1.66 d) 2.00 e) Ninguno

Solución.



$$\tan\alpha=\frac{1.3}{d}\rightarrow\alpha=\tan^{-1}\left(\frac{1.3}{d}\right)\ldots(1)$$

$$\tan\beta=\frac{0.2}{d}\rightarrow\beta=\tan^{-1}\left(\frac{0.2}{d}\right)\ldots(2)$$

$$\theta=\alpha+\beta=45°$$

$$\tan^{-1}\left(\frac{1.3}{d}\right)+\tan^{-1}\left(\frac{0.2}{d}\right)=45°$$

$$\tan\left(\underbrace{\tan^{-1}\left(\frac{1.3}{d}\right)}_{\alpha}+\underbrace{\tan^{-1}\left(\frac{0.2}{d}\right)}_{\beta}\right)=\tan 45°$$

$$\tan(\alpha+\beta)=\tan 45°$$

$$\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}=1$$

$$\frac{\tan\left(\tan^{-1}\left(\frac{1.3}{d}\right)\right)+\tan\left(\tan^{-1}\left(\frac{0.2}{d}\right)\right)}{1-\tan\left(\tan^{-1}\left(\frac{1.3}{d}\right)\right)\tan\left(\tan^{-1}\left(\frac{0.2}{d}\right)\right)}=1$$

$$\frac{\frac{1.3}{d}+\frac{0.2}{d}}{1-\frac{1.3}{d}*\frac{0.2}{d}}=1$$

$$\frac{\frac{1.3+0.2}{d}}{1-\frac{0.26}{d^2}}=1$$

$$\frac{\frac{1.5}{d}}{\frac{d^2-0.26}{d^2}}=1$$

$$\frac{1.5d^2}{d(d^2-0.26)}=1$$

$$\frac{1.5d}{d^2-0.26}=1$$

$$1.5d=d^2-0.26$$

$$0=d^2-1.5d-0.26$$

$$d_1=\frac{15+\sqrt{329}}{20}=1.66\text{ m}\ \checkmark;\ d_2=\frac{15-\sqrt{329}}{20}<0$$

Se lanza un balón de básquet con una velocidad de 20m/s, a un ángulo de 30º con la horizontal. ¿cuánto tiempo después de ser lanzada será recibida por un jugador de la misma altura?

a) 1s b) $2s$ c) $3s$ d) 4s e) Ninguno

$\boxed{F9}$

$v_x = 20 \cos 30°$

$v_{oy} = 20 \operatorname{sen} 30°$

$\cancel{y}^{0} = \cancel{y_0}^{0} + v_{oy} t - \frac{1}{2} g t^2$

$0 = 20 \operatorname{sen} 30 t - \frac{1}{2} g t^2$

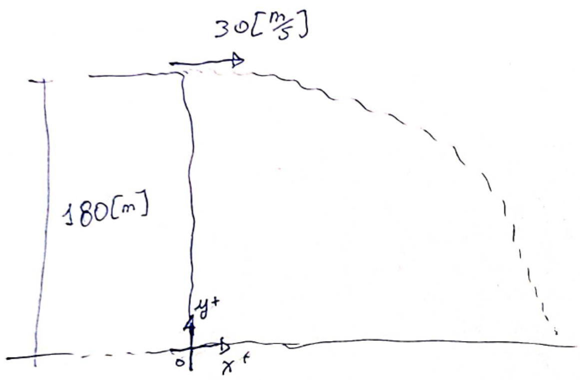
$\frac{1}{2} g t^{\cancel{2}} = 20 \operatorname{sen} 30° \cancel{t}$

$t = \frac{(20 \operatorname{sen} 30°) 2}{g} = 2 [s]$

10. Una piedra es lanzada desde lo alto de un acantilado con una velocidad de 30 m/s dirigida horizontalmente. Si la altura del acantilado es h= 180m, ¿cuánto tiempo tardara en caer? (g = 10 m/s^2)

a) 7s b) 5s c) 6s d) 4s e) Ninguno

$\boxed{F10}$



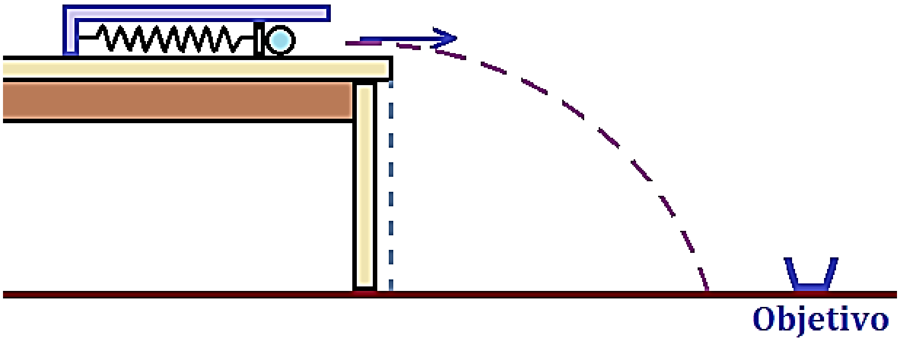
$\cancel{y}^{0} = \cancel{y_0}^{180} + \cancel{v_{oy}}^{0} t - \frac{1}{2} g t^2$

$0 = 180 - \frac{1}{2} g t^2$

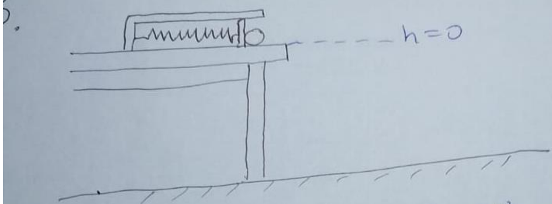
$t = \sqrt{\frac{2(180)}{g}}$

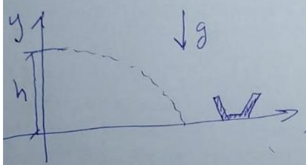
$t = 6 [s]$

16. Dos niños juegan con canicas dentro de una caja en el suelo. Utilizan un juguete que lanza las canicas descomprimiendo un resorte colocado horizontalmente sobre una mesa donde la fricción es despreciable. El primer niño comprime el resorte 2 cm y la canica cae 1.5 m antes de llegar al objetivo, el cual se encuentra a 4.0 m horizontalmente desde el borde de la mesa ¿Cuánto debe comprimir el resorte el segundo niño para que la canica llegue justo al objetivo?



a) 3.0 cm b) 3.2 cm c) 3.4 cm d) 3.6 cm e) Ninguno





$y = y_0 + V_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$

$0 = h - \frac{1}{2}g t_v^2$

$t_v = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

Con el 1er niño:

$x_1 = 0{,}02\ m$

$E_{0_1} = E_f$

$\cancel{\frac{1}{2}} k x_1^2 = \cancel{\frac{1}{2}} m V_1^2$

$x_1 = \sqrt{\frac{m}{k}}\, V_1$

$\Delta x_1 = V_1 t_v$

$2{,}5 = V_1 t_v$

$V_1 = \frac{2{,}5\sqrt{g}}{\sqrt{2h}}$

Con el 2do niño:

$\Delta x_2 = V_2 t_v$

$4 = V_2 t_v$

$V_2 = \frac{4\sqrt{g}}{\sqrt{2h}}$

$\therefore \frac{V_2}{V_1} = \frac{\frac{4\cancel{\sqrt{g}}}{\cancel{\sqrt{2h}}}}{\frac{2{,}5\cancel{\sqrt{g}}}{\cancel{\sqrt{2h}}}} = \frac{4}{2{,}5} = \frac{8}{5}$

$\therefore E_{0_2} = E_{f_2}$

$\cancel{\frac{1}{2}} k x_2^2 = \cancel{\frac{1}{2}} m V_2^2$

$x_2 = \sqrt{\frac{m}{k}}\, V_2$

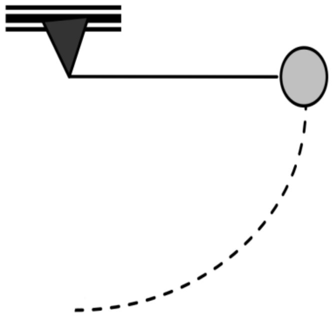
$\therefore \frac{x_2}{x_1} = \frac{\cancel{\sqrt{\frac{m}{k}}}\, V_2}{\cancel{\sqrt{\frac{m}{k}}}\, V_1} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{8}{5}$

$\Rightarrow x_2 = \frac{8}{5}(0{,}02\,m)$

$x_2 = 0{,}032\ m$

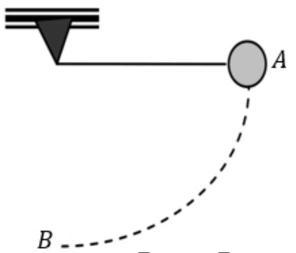
$x_2 = 3{,}2\ cm$

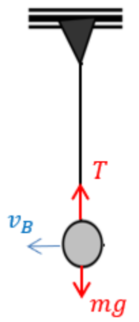
18. Si la esfera de 10 N de peso se deja en libertad en la posición mostrada determine la tensión en la cuerda cuando la esfera pase por la posición más baja de la trayectoria semicircular.



a) 120 N b) 90 N c) 60 N d) 30 N e) Ninguno

SOLUCION:





$$E_{M_A} = E_{M_B}$$

$$\cancelto{0}{E_{C_A}} + E_{pg_A} + \cancelto{0}{E_{E_A}} = E_{C_D} + \cancelto{0}{E_{pg_D}} + \cancelto{0}{E_{E_D}}$$

$$mgh_A = \frac{1}{2} m{v_B}^2$$

$$10L = \frac{1}{2} {v_B}^2$$

$$20L = {v_B}^2$$

$$\sum F_r = ma_c$$

$$T - mg = \frac{{v_B}^2}{L}$$

$$Remplazamos\, {v_B}^2 = 20L \; en: T - mg = \frac{{v_B}^2}{L} \rightarrow T = \frac{20L}{L} + 10 \rightarrow T = 30\ [N]$$

EXAMEN DE QUÍMICA

Q13.- Ajusta por el método del ion-electrón la siguiente reacción en medio ácido:

$K_2Cr_2O_7 + HI + HClO_4 \rightarrow Cr(ClO_4)_3 + KClO_4 + I_2 + H_2O$

Hallar la relación molar (entre los coeficientes de los reactivos):

$$x = \frac{sustancia\ oxidada}{agente\ reductor - agente\ oxidante}$$

A) 6 B) 6/5 C) 1/5 D) 5 E) Ninguno

Solución:

Sustancia que se oxida: I -1 → 0 *Agente reductor: HI*

Sustancia que se reduce; Cr +6 → +3 *Agente oxidante: $K_2Cr_2O_7$*

$$2\ I^- \rightarrow I_2 + 2\ e^- \quad *3$$
$$Cr_2O_7^{2-} + 14\ H^+ + 6\ e^- \rightarrow 2\ Cr^{3+} + 7\ H_2O \quad *1$$

$$Cr_2O_7^{2-} + 14\ H^+ + 6\ I^- \rightarrow 2\ Cr^{3+} + 7\ H_2O + 3\ I_2$$

$$K_2Cr_2O_7 + 6\ HI + 8\ HClO_4 \rightarrow 2Cr(ClO_4)_3 + 2KClO_4 + 3\ I_2 + 7H_2O$$

$$x = \frac{sustancia\ oxidada}{agente\ reductor - agente\ oxidante} = \frac{6}{6-1} = \mathbf{6/5}$$

Q14.- Una mezcla de 0,20 moles de SO_2, 0,60 moles de NH_3 y 1,2 moles de SO_3 está a una presión total de 700 torr. ¿Cuál es la presión parcial, en torr, de SO_2?

A) 400 B) 70 C) 300 D) 210 E) Ninguno

Solución:

n=0,2 moles SO_2

n=0,6 moles NH_3

n=1,2 moles SO_3

P_T= 700 torr

$$n_T = n_{SO_2} + n_{NH_3} + n_{SO_3}$$
$$n_T = 0,2 + 0,6 + 1,2 = 2\,moles$$
$$X_{SO_2} = \frac{n_{SO_2}}{n_T} \qquad X_{SO_2} = \frac{0,2}{2} = 0,1$$
$$P_{SO_2} = X_{SO_2} P_T$$
$$P_{SO_2} = 0,1(700\,torr) = 70\,torr$$

Q15.- Calcular el volumen (ml) de una solución de ácido clorhídrico 3N que se necesita para reaccionar con 30 gramos de carbonato de calcio, del 75% de pureza, según la siguiente reacción,

$$CaCO_3 + HCl \rightarrow CaCl_2 + CO_2 + H_2O$$

A) 50 B) 100 C) 150 D) 200 E) Ninguno

Solución:

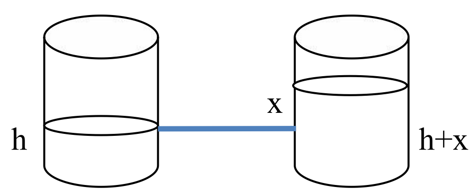
$$CaCO_3 + 2HCl \rightarrow CaCl_2 + CO_2 + H_2O$$

$$30\,g\ muestra\left(\frac{75\,g\ CaCO_3}{100\,g\ muestra}\right)\left(\frac{1mol\ CaCO_3}{100\ g\ CaCO_3}\right)\left(\frac{2\,mol\ HCl}{1mol\ CaCO_3}\right)\left(\frac{1\,eq\ HCl}{1\ mol\ HCl}\right)\left(\frac{1L\ HCl}{3\,eq\ HCl}\right)\left(\frac{1000\,ml\ HCl}{1L\ HCl}\right) = 150\ ml\ HCl$$

Q16.- Un cilindro con tapa móvil contiene un gas ideal, cuando la tapa se encuentra a 20 cm de la base, la presión es de 5 atm. Si la presión disminuye a 4 atm. Calcular la distancia que sube o baja respecto al nivel donde se encontraba inicialmente la tapa. Suponer el proceso a temperatura constante.
Dato: Vcilindro = $\pi r^2 h$

A) sube 4 cm B) baja 4 cm C) sube 5 cm D) baja 5 cm E) Ninguno

***Solución*:** A temperatura constante, disminuye la presión aumenta el volumen



$P_1V_1 = P_2\,V_2$

$5\,\pi r^2\,h = 4\,\pi r^2\,(h+x)$

$5*20 = 4(20+x)$

$100 = 80+4x$ ➔ $x = 5$ **cm que sube**