UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN SIMON
FACULTAD DE CIENCIAS Y TECNOLOGIA

EXAMEN DE INGRESO 1 2015
ARITMETICA -ALGEBRA
FINAL - F1
SOLUCIONARIO

1. La cantidad de divisores comunes de los números 690 y 960, mayores que 1 y menores que 100, es:

   A) 6 B) 10 C) 8 D) 7 E) Ninguno

   Solución

   La descomposición factorial de 960 es: $960 = 2^6 \times 3 \times 5$

   La descomposición factorial de 690 es: $690 = 2 \times 3 \times 5 \times 23$

   Los divisores comunes se obtienen a partir de los factores simples comunes: 1 , 2 , 3 , 5 :

   1 , 2 , 3 , 5 , 6 , 10 , 15 , 30

   Hat 7 divisores comunes mayores que 1 y menores que 100

   La respuesta es **D** ■

2. Las ganancias anuales durante 10 años por un interés están en progresión aritmética. Si el primer año se ganó 200 bolivianos y el décimo año se ganó 3800 bolivianos. La ganacia G , correspondiente al quinto año, verifica:

   A) $G < 1650$ B) $1650 < G < 1750$ C) $1750 < G < 1850$ D) $G > 1850$ E) Ninguno

   Solución.

   (1) Si r es la razón de la progresión, entonces las ganancias anuales en los 10 años respectivamente son:

   $200, 200 + r, 200 + 2r, 200 + 3r, \ldots\ldots, 200 + 9r$

   (2) De los datos se tiene que $200 + 9r = 3800$. De donde $r = 400$

   (3) La ganancia correspondiente al quinto año es $200 + 4r = 1800$

   La respuesta es **C** ■

3. Si (x, y, z, u) es solución del sistema

   $2x - 3z - u = 2$

   $3y - 2z - 5u = 3$

   $x - 3y + 3u = 0$

   $4y - 3u = 2$

   entonces el valord de $x + y + z - u$ es

   A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) Ninguno

   Solución.

   El sistema, reordenando y completando los coeficientes de las variables que no figuran, se puede escribir como

   $x - 3y + 0z + 3u = 0$

   $2x + 0y - 3z - u = 2$

   $0x + 3y - 2z - 5u = 3$

   $0x + 4y + 0z - 3u = 2$

   (1) Multiplicando la primera ecuación por (-2) y sumando a la segunda se obtiene:

$6y - 3z - 7u = 2 \quad (*)$

(2) se obtiene un sistema sin la variable x :

$6y - 3z - 7u = 2$

$3y - 2z - 5u = 3$

$4y + 0z - 3u = 2$

(3) Multiplicando la segunda ecuación por (-2) y sumando a la primera se obtiene:

$z + 3u = -4$

(4) Multiplicando la primera ecuación por (-2) y sumando a la tercera multiplicada por (3) se obtiene:

$6z + 5u = 2$. Se obtiene el sistema $\quad z + 3u = -4$

$$6z + 5u = 2$$

(5) Multiplicando la primera ecuación por (-6) y sumando a la segunda, se obtiene:

$-13u = 26$. De donde $u = -2$, $\quad z = 2$, $\quad y = -1$, $\quad x = 3$

De donde $\quad x + y + z - u = 3 + (-1) + 2 - (-2) = 6$

La respuesta es **C.** ■

4. Si α y β son las raíces de la ecuación $x^2 - px + q = 0$, entonces el valor de $\alpha^3 + \beta^3$ es

A) $p(2q - p^2)$ B) $p(3q - p^2)$ C) $p(p^2 - 2q)$ D) $p(p^2 - 3q)$ E) Ninguno

Solución.

(1) Se conoce que $\alpha + \beta = p$, $\alpha\beta = q$

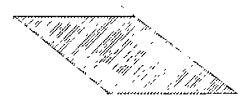
(2) $(\alpha + \beta)^3 = \alpha^3 + \beta^3 + 3\alpha\beta^2 + 3\alpha^2\beta = \alpha^3 + \beta^3 + 3\alpha\beta(\alpha + \beta) = p^3$

(3) Entonces $\alpha^3 + \beta^3 + 3q(p) = p^3$. De donde $\alpha^3 + \beta^3 = p(p^2 - 3q)$

La respuesta es **D.** ■

Solución del examen de ingreso GEOMETRÍA-TRIGONOMETRÍA 2015 **fila 1**

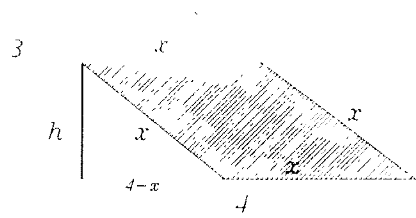
1. En un triángulo rectángulo de lados 3 y 4 se construye un rombo (ver figura). El área (fracción simplificada) del rombo es:



(A) 77/27 (B) 82/27 (C) 79/27 (D) 80/27 (E) Ninguno

Solución:

De la figura



tenemos la razones:

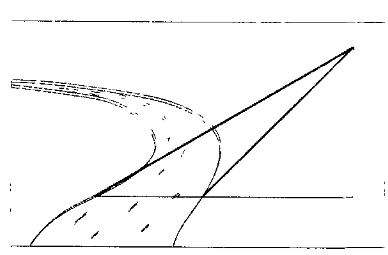
$$\frac{x}{4-x} = \frac{5}{4} \text{ de donde } x = \frac{20}{9}$$

Por otro lado

$$\frac{h}{4-x} = \frac{3}{4} \text{ de donde } h = \frac{4}{3}$$

Asi el área del rombo es $xh = \left(\frac{20}{9}\right)\left(\frac{4}{3}\right) = \frac{80}{27}$. $\boxed{\text{respuesta } \mathbf{(D)}}$

2. Desde la orilla de un rio un observador ve un poste de altura $\sqrt{12}$ con un ángulo de elevación de 30 grados. Cruza el rio de ancho desconocido y logra ver el poste con un ángulo de 60 grados, entonces el ancho del rio es:

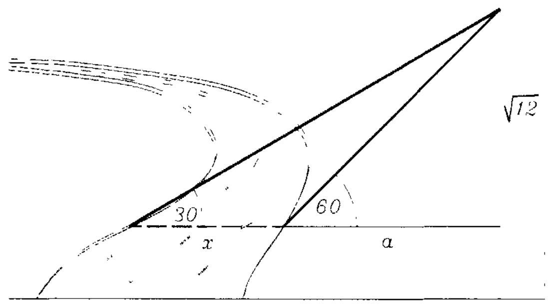


(A) 2 (B) 3 C) 4 (D) 5 (E) Ninguno

Solución:

GT - F-1

De la figura



tenemos las siguientes razones trigonométricas

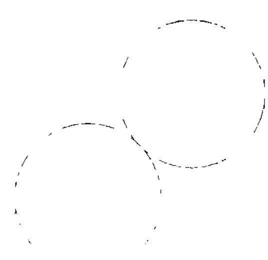
$$\tan(60) = \frac{\sqrt{12}}{a} = \sqrt{3} \text{ de donde se tiene } a = 2$$

tambien

$$\tan(30) = \frac{\sqrt{12}}{x+a} = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ de donde se tiene } x = 4$$

Así el rio tiene un ancho de 4, $\boxed{\text{respuesta } \mathbf{(C)}}$

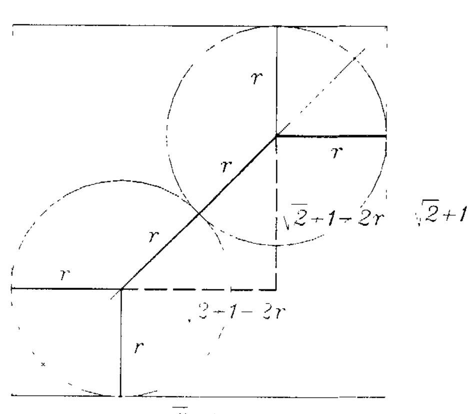
3. En un cuadrado de lado $\sqrt{2} + 1$se dibujan dos circunferencias idénticas tangentes entre si y tangentes interiormente al cuadrado, ver figura, entonces el perímetro de las dos circunferencias es igual a:



(A) π (B) 2π (C) 3π (D) 2.5π (E) Ninguno

Solución:

De la figura



6T- F-1

tenemos

$$(2r)^2 = 2\left(\sqrt{2}+1-2r\right)^2$$

$$(2r)^2 - \left(\sqrt{2}\left(\sqrt{2}+1-2r\right)\right)^2 = 0$$

$$\left[2r - \sqrt{2}\left(\sqrt{2}+1-2r\right)\right]\left[2r + \sqrt{2}\left(\sqrt{2}+1-2r\right)\right] = 0$$

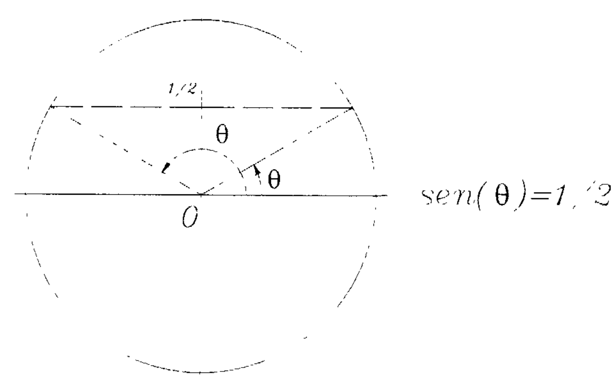
tenemos las soluciones $r_1 = \frac{1}{2}\sqrt{2}$ y $r_2 = \frac{\sqrt{2}-2}{2\sqrt{2}-2} = \frac{3}{2}\sqrt{2}+2$. como esta solución el mayor que el lado se la desprecia. El radio buscado es $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ y el perímetro de las dos circunferencias es $4\pi r = 4\pi\left(\frac{1}{2}\sqrt{2}\right) = 2\pi\sqrt{2}$. $\boxed{\text{respuesta } \textbf{(E)}}$

4. Sumando las soluciones, comprendidas en el intervalo $[0,\pi]$ de la ecuación $2\sin(4x) - 1 = 0$, se obtiene:

(A) $\frac{3}{2}\pi$ (B) $\frac{5}{2}\pi$ (C) $\frac{7}{2}\pi$ (D) $\frac{\pi}{2}$ (E) Ninguno

Solución:

$$4x = \arcsin\left(\frac{1}{2}\right)$$



Caso1:

$$4x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k,\ k = 0,1,2,3,\ldots$$

tenemos

$$x = \frac{\pi}{24} \text{ y } x = \frac{13\pi}{24}$$

Caso2:

$$4x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k,\ k = 0,1,2,3,\ldots$$

tenemos

$$x = \frac{5\pi}{24} \text{ y } x = \frac{17\pi}{24}$$

Así la suma buscada es $\frac{\pi}{24} + \frac{13\pi}{24} + \frac{5\pi}{24} + \frac{17\pi}{24} = \frac{3}{2}\pi$. $\boxed{\text{respuesta } \textbf{(A)}}$

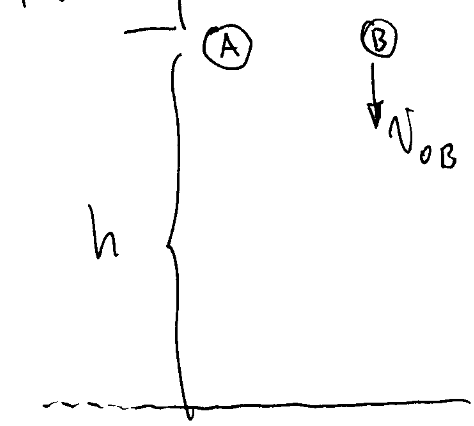
EXAMEN FISICA

F-1

Pregunta F1

Fila 1

$V_{OA} = 0 \qquad h = 20\,m$



Para A: $h = \frac{1}{2} g t_A^2$

$$t_A = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2(20)}{10}} = \sqrt{4} = 2s$$

Para B $\quad t_B = t_A - 1 = 1\,s.$

$$h = V_{OB} t_B + \frac{1}{2} g t_B^2 \qquad V_{OB} = \frac{h}{t_B} - \frac{g t_B}{2}$$

$$V_{OB} = \frac{20}{1} - \frac{(10)(1)}{2} = 20 - 5 = 15\ m/s$$

$$\boxed{V_{OB} = 15\ m/s} \qquad \boxed{R.\ (b)}$$

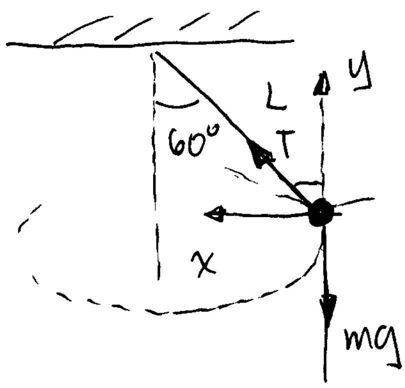
Pregunta F2

Fila 1 Dado el valor de las masas del sistema, éste nunca podría acelerar con $a = 3g$.

R. (e) Ninguno

Pregunta F3

Fila 1



D.C.L $\sum F_y = 0$ $L = 2\,m$

$$T \cos 60° = mg \quad (1)$$

$$T \,\text{sen}\, 60° = F_c = \frac{mV^2}{R} \quad (2)$$

Combinando (1) y (2)

$$\frac{\cancel{m}V^2}{R} = \cancel{m}g \tan 60° \quad \text{ya que } V = \omega \cdot R$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g \tan 60°}{R}} \quad \text{pero } R = L \,\text{sen}\, \theta = L \,\text{sen}\, 60°$$

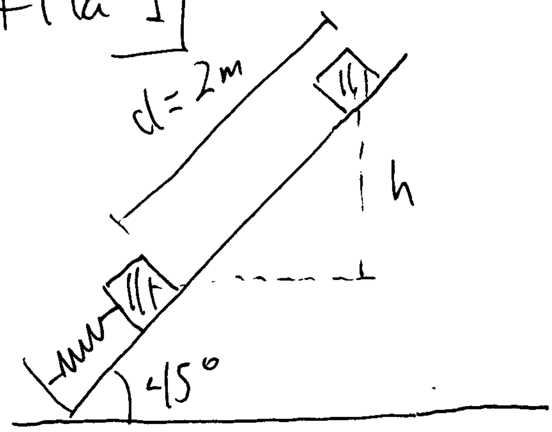
$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L \cos 60°}} \qquad \cos 60° = \frac{1}{2} \qquad \omega = \sqrt{\frac{2g}{L}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2(10)}{2}} \qquad \boxed{\omega = \sqrt{10}\ \text{rad/s}}$$

$\boxed{R.\ (d)}$

Pregunta F4

Fila 1



$W = 10N \quad k = 10 \frac{N}{m}$

Conservación de energía:

$\frac{1}{2} k x^2 = mgh \qquad h = d \operatorname{sen} 45°$

$\frac{1}{2} k x^2 = mg d \operatorname{sen} 45°$

$x = \sqrt{\frac{2 mg d \operatorname{sen} 45°}{k}} \qquad \operatorname{sen} 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$x = \sqrt{\frac{2(10)(2)\sqrt{2}}{2(10}}$

$\boxed{x = \sqrt{2\sqrt{2}}\ m}$

$\boxed{R. (e)}$

EXAMEN QUÍMICA

Fila 1

Q13.- ¿Cuántos átomos de oxígeno hay en 28 g de bicarbonato de sodio, $NaHCO_3$?

A) $6{,}023\times10^{23}$ B) $1{,}205\times10^{23}$ C) $1{,}807\times10^{24}$ D) $2{,}409\times10^{24}$ E) Ninguno

Solución:

$$28\ g\ NaHCO_3 * \frac{1\ mol\ NaHCO_3}{84\ g\ NaHCO_3} * \frac{3\ moles\ de\ O}{1\ mol\ NaHCO_3} * \frac{6{,}023 * 10^{23}\ \acute{a}tm.O}{1\ mol\ O} = 6{,}023 * 10^{23}\ \acute{a}tm.O$$

Q14.- Para la reacción:

$$Al + H_2SO_4 \rightarrow Al_2(SO_4)_3 + H_2$$

Calcular los moles de gas hidrógeno cuando reaccionan 270 g de aluminio puro, si el rendimiento de la reacción del 80%.

A) 12 B) 15 C) 40 D) 8 E) Ninguno

Solución:

$$2Al + 3\ H_2SO_4 \rightarrow Al_2(SO_4)_3 + 3H_2$$

$$270\ g\ Al \times \frac{1\ mol\ Al}{27\ g\ Al} \times \frac{3\ mol\ H_2}{2\ mol\ Al} \times \frac{80\%}{100\%} = 12\ moles\ H_2$$

Q15.- En un recipiente se introducen 20 litros de amoniaco y 30 litros de oxígeno. Estas sustancias reaccionan de la siguiente manera:

$$NH_{3\,(g)} + O_{2\,(g)} \rightarrow NO_{(g)} + H_2O_{(g)}$$

Considerando constantes las condiciones de presión y temperatura, calcular el volumen de las sustancias presentes cuando finaliza la reacción.

A) 20 L NO, 10 L H_2O, 4 L O_2 **B) 20 L NO, 30 L H_2O, 5 L O_2**

C) 20 L NO, 30 L H_2O, 5 L NH_3 D) 24 L NO, 20 L H_2O, 5 L NH_3 E) Ninguno

Solución:

$$4\ NH_3(g) + 5\ O_2(g) \rightarrow 4\ NO(g) + 6\ H_2O(g)$$

20 L NH_3/4 = 5 ➔ Reactivo Limitante

30 L O_2/5 = 6

Fila-1

$$20\,\mathrm{L\,NH_3}\left(\frac{4LNO}{4\,\mathrm{L\,NH_3}}\right) = 20\ \mathrm{L\ NO}$$

$$20\,\mathrm{L\,NH_3}\left(\frac{5LO_2}{4\,\mathrm{L\,NH_3}}\right) = 25\ \mathrm{L}\ O_2$$ Reacciona; Exceso= 30L – 25L= 5 L O_2

$$20\,\mathrm{L\,NH_3}\left(\frac{6LH_2O}{4\,\mathrm{L\,NH_3}}\right) = 30\ \mathrm{L}\ H_2O$$

Q16.-¿Cuántos gramos de solución de ácido fosfórico al 70% y al 20% se deben tomar para preparar 100 g de una solución al 30%?

A) 40 y 60 B) 50 y 50 C) 30 y 70 **D) 80 y 20** E) Ninguno

Solución:

$$m_1\%_1 + m_2\%_2 = m_3\%_3$$

$$m_1 + m_2 = m_3 = 100\ \mathrm{g}$$

$$m_1{*}70 + m_2{*}20 = 100{*}30$$

$$70\ m_1 + 20{*}(100-m_1) = 3000$$

$$70\ m_1 + 2000 - 20\ m_1 = 3000$$

$50\ m_2 = 1000 \Rightarrow m_2 = 20$ g ; $m_1 = 80$ g ➔ **80 y 20**