A1.- Dos recipientes iguales de 30 litros de capacidad cada uno, contienen en total 30 litros de alcohol. El primer recipiente se llena hasta los bordes con agua y con la mezcla obtenida se rellena adicionalmente el segundo recipiente. Luego del segundo recipiente se echan al primero 12 litros de la nueva mezcla. ¿Cuánto alcohol había al principio en cada recipiente, si al final en el segundo hay 2 litros de alcohol menos que el primero?

Solución.-

Supongamos que en el primer recipiente había x litros de alcohol; entonces en el segundo habrá $30-x$ litros. Después de llenar el primer recipiente con agua, un litro de la mezcla obtenida contenía $\frac{x}{30}$ de alcohol y $1-\frac{x}{30}$ de agua. Después de llenar el segundo recipiente con la mezcla obtenida en el primero, en el segundo recipiente resultaron $30-x+x\frac{x}{30}$ litros de alcohol y $(1-\frac{x}{30})x$ litros de agua. Un litro de esta nueva mezcla contiene $1-\frac{x}{30}+(\frac{x}{30})^2$ litros de alcohol. Después de echar 12 litros de la nueva mezcla al primer recipiente, en este resultaron $12\left[1-\frac{x}{30}+(\frac{x}{30})^2\right]+\frac{x}{30}(30-x)$ litros de alcohol y en el segundo $18\left[1-\frac{x}{30}+(\frac{x}{30})^2\right]$ litros de alcohol.

Según la condición del problema

$$18\left[1-\frac{x}{30}+(\frac{x}{30})^2\right]+2=12\left[1-\frac{x}{30}+(\frac{x}{30})^2\right]+x-\frac{x^2}{30}$$

De donde tenemos la ecuación

$x^2-30x+200=0$

Esta ecuación tiene raíces

$x_1=20$ y $x_2=10$

Así pues en el primer recipiente había o bien 20 litros (entonces en el segundo había 10 litros), o bien 10 litros (entonces en el segundo había 20 litros).

A2.- La siguiente expresión: $a^2\frac{(d-b)(d-c)}{(a-b)(a-c)}+b^2\frac{(d-c)(d-a)}{(b-c)(b-a)}+c^2\frac{(d-a)(d-b)}{(c-a)(c-b)}$ es igual a (simplificar):

Solucion.-

El denominador común de la expresión algebraica es $(a-b)(a-c)(b-c)$ entonces:

$$E=a^2\frac{(d-b)(d-c)}{(a-b)(a-c)}+b^2\frac{(d-c)(d-a)}{(b-c)(b-a)}+c^2\frac{(d-a)(d-b)}{(c-a)(c-b)}$$
$$E=\frac{a^2(d-b)(d-c)(b-c)+b^2(d-c)(d-a)(c-a)+c^2(d-a)(d-b)(a-b)}{(a-b)(a-c)(b-c)}$$

simplificando el numerador de E obtenemos

$$(a^2b-a^2c-ab^2+ac^2+b^2c-bc^2)d^2=$$
$$\left[(a^2b-a^2c)+(-ab^2+abc)+(-abc+ac^2)+(b^2c-bc^2)\right]d^2=$$
$$\left[a^2(b-c)-ab(b-c)-ac(b-c)+bc(b-c)\right]d^2=$$
$$(a^2-ab-ac+bc)(b-c)d^2=(a-b)(a-c)(b-c)d^2$$

finalmente:

$$E=\frac{(a-b)(a-c)(b-c)d^2}{(a-b)(a-c)(b-c)}=d^2$$

A3.- Si $a=\alpha(\log 7-\log 5)$ y $b=\beta(\frac{1}{2}\log 9-\frac{1}{3}\log 8)$ entonces (comparar):

Solución.-

Note que $a=\log(\frac{7}{5})^\alpha$ y $b=\log(\frac{3}{2})^\beta$. Como el logaritmo respeta el orden entonces comparar a y b equivale a comparar $(\frac{7}{5})^\alpha$ y $(\frac{3}{2})^\beta$.

Entonces si $\alpha=2$ y $\beta=3$ entonces $a<b$ pero si $\alpha=3$ y $\beta=2$ entonces $a>b$.

A4.- En la progresión geométrica $a_1,a_2,a_3,\ldots$ se conocen los términos $a_{m+n}\neq 0$ y $a_{m-n}\neq 0$. Hallar el valor de a_m.

Solución.-

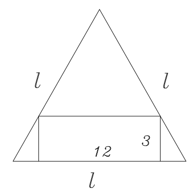
Si la progresión geométrica tiene razón $r\neq 0$ entonces $a_{m+n}=a_1r^{m+n-1}$ y $a_{m-n}=a_1r^{m-n-1}$ entonces $\frac{a_{m+n}}{a_{m-n}}=r^{2n}$ equivale a $r=\left(\frac{a_{m+n}}{a_{m-n}}\right)^{\frac{1}{2n}}$. Por otro lado

$$a_m=a_1r^{m-1}=a_{m-n}r^n=a_{m-n}\left[\left(\frac{a_{m+n}}{a_{m-n}}\right)^{\frac{1}{2n}}\right]^n=a_{m-n}\sqrt{\frac{a_{m+n}}{a_{m-n}}}$$

es decir $a_m=\sqrt{a_{m+n}*a_{m-n}}$ luego si $a_{m+n}=16$ y $a_{m-n}=4$ entonces $a_m=8$, por otro lado si $a_{m+n}=12$ y $a_{m-n}=3$ entonces $a_m=6$.

Soluciones examen de ingreso GEOMETRIA-TRIGONOMETRIA (FILA 1)

1. Sea l la longitud del triángulo, de la figura

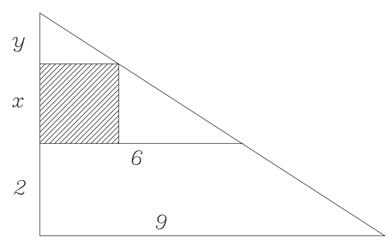


$$\tan(60) = \sqrt{3} = \frac{3}{\frac{l-12}{2}}$$

de donde se obtiene $l = 2\sqrt{3} + 12$, entonces el área buscada es

$$A = \frac{\sqrt{3}}{4} l^2 = \frac{\sqrt{3}}{4}\left(2\sqrt{3} + 12\right)^2 = 39\sqrt{3} + 36$$

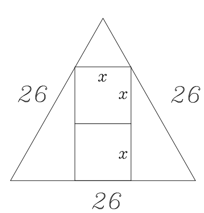
2. Sea x la longitud del lado del cuadrado, entonces se tienen la siguientes proporciones:



$$\begin{cases} \frac{x+y}{6} = \frac{2}{3} \\ \frac{y}{x} = \frac{2}{3} \end{cases}$$

resolviendo obtenemos $x = \frac{12}{5}$

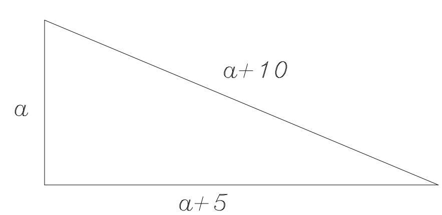
3. Sea x la longitud del lado cuadrado, entonces tenemos:



$$\tan(60) = \sqrt{3} = \frac{2x}{\frac{26-x}{2}}$$

de donde se tiene $x = 8\sqrt{3} - 6$

4. Sea a la longitud del lado más pequeño del triángulo entonces



de donde por el teorema de Pitágoras se tiene

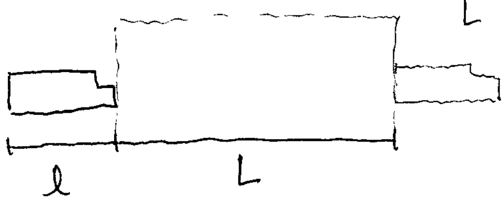
$$(a+10)^2 = a^2 + (a+5)^2$$

resoviendo se tiene $a = 15$ y $a = -5$ esta claro que esta última solución se descarta y entonces el área buscada es igual a

$$A = \frac{1}{2}(15)(20) = 150$$

EXAMEN INGRESO (2ª opción) FILA I

F1



$l = 20m$

$L = 100m$

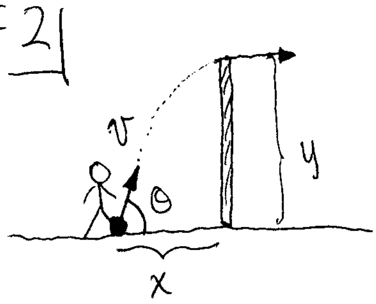
$t = 10s$

$$x = \frac{1}{2}at^2$$

$$a = \frac{2x}{t^2} \qquad \boxed{a = \frac{2(l+L)}{t^2}}$$

$$a = \frac{2(20+100)}{(10)^2} \qquad \boxed{a = 2{,}4\ m/s^2} \qquad \boxed{R(d)}$$

F2



$x = 20m$

$y = 30m$

$$x = v\cos\theta \cdot t$$

$$y = v\,sen\theta \cdot t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$v_y = 0 : \quad v\,sen\theta - gt = 0$$

$$t = \frac{v\,sen\theta}{g}$$

$$x = (v\cos\theta)\left(\frac{v\,sen\theta}{g}\right) = \frac{v^2\,sen\theta\cos\theta}{g}$$

$$y = (v\,sen\theta)\left(\frac{v\,sen\theta}{g}\right) - \frac{1}{2}g\,\frac{v^2 sen^2\theta}{g^2} = \frac{v^2 sen^2\theta}{2g}$$

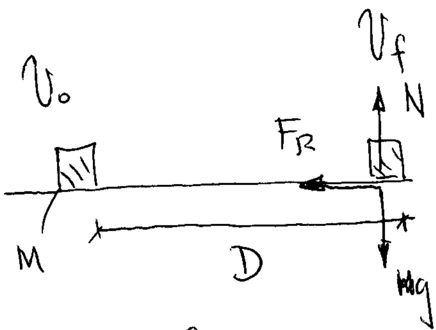
$$\frac{x}{y} = \frac{\frac{v^2\,sen\theta\cos\theta}{g}}{\frac{v^2 sen^2\theta}{2g}} \qquad \frac{x}{y} = \frac{2}{\tan\theta} \qquad \boxed{\tan\theta = \frac{2y}{x}} = 2\left(\frac{30}{20}\right)$$

$$\boxed{\tan\theta = 3}$$

$$\boxed{R.\ (c)}$$

FILA I

F3



$$\Delta E_K = W = -F_R \cdot D \qquad \begin{cases} V_0 = 10 \text{ m/s} \\ \mu_c = 0{,}5 \end{cases}$$

$$E_{K_2} - E_{K_1} = -F_R \cdot D$$

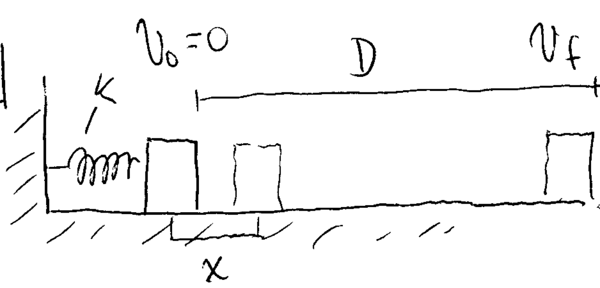
$$\cancel{\tfrac{1}{2} M V_f^2}^{\,0} - \tfrac{1}{2} M V_0^2 = -F_R \cdot D = -\mu_c N D$$

$$\tfrac{1}{2} \cancel{M} V_0^2 = \mu_c \cancel{M} g D \qquad \boxed{D = \frac{V_0^2}{2 \mu_c g}}$$

$$D = \frac{(10)^2}{2(0{,}5)(10)} = \underline{10 \text{ m}}$$

$\boxed{\text{R. (a)}}$

F4



$m = 1 \text{ kg}$
$k = 700 \text{ N/m}$
$\mu_c = 0{,}1$
$x = 10 \text{ cm}$
$D = 10x = 1 \text{ m}$

$$E_2 - E_1 = W_{F_R}$$

$$\tfrac{1}{2} m V_f^2 - \tfrac{1}{2} k x^2 = -F_R \cdot D \quad / \quad \tfrac{1}{2} m V_f^2 = \tfrac{1}{2} k x^2 - F_R \cdot D$$

$$\underline{V_f = \sqrt{k x^2 - 2 \mu_c m g \cdot D}}$$

$$V_f = \sqrt{(700)(0{,}1)^2 - 2(0{,}1)(1)(10)(1)} = \sqrt{7 - 2}$$

$$\underline{V_f = \sqrt{5} \text{ m/s}}$$

$\boxed{\text{R. (b)}}$

SOLUCIONARIO EXAMEN QUÍMICA

Q13.- Hallar el número de protones en un átomo, sabiendo que para su electrón de mayor energía los números cuánticos principal y azimutal son respectivamente 5 y 0; y además es un electrón desapareado.

Solución:
El átomo n = 5 y l = 0 y además sea un electrón desapareado es : $5s^1$

Entonces la configuración electrónica será:

$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 3d^{10} 4p^6 5s^1$; por lo tanto el número los protones que presenta son **37**

Q14.- Ajusta por el método del ion-electrón la siguiente reacción en medio ácido:

$K_2Cr_2O_7 + HI + HClO_4 \rightarrow Cr(ClO_4)_3 + KClO_4 + I_2 + H_2O$

Hallar la relación molar (entre los coeficientes de los reactivos):

$$x = \frac{sustancia\ reducida}{agente\ reductor - agente\ oxidante}$$

Solución:

Sustancia que se oxida: I -1 → 0 *Agente reductor: HI*

Sustancia que se reduce; Cr +6 → +3 *Agente oxidante: $K_2Cr_2O_7$*

$$2\ I^- \rightarrow I_2 + 2\ e^- \quad *3$$
$$Cr_2O_7^{2-} + 14\ H^+ + 6\ e^- \rightarrow 2\ Cr^{3+} + 7\ H_2O \quad *1$$

$$Cr_2O_7^{2-} + 14\ H^+ + 6\ I^- \rightarrow 2\ Cr^{3+} + 7\ H_2O + 3\ I_2$$

$$K_2Cr_2O_7 + 6\ HI + 8\ HClO_4 \rightarrow 2Cr(ClO_4)_3 + 2KClO_4 + 3\ I_2 + 7H_2O$$

$$x = \frac{sustancia\ reducida}{agente\ reductor - agente\ oxidante} = \frac{1}{6-1} = \mathbf{1/5}$$

Q15.- Los vehículos espaciales utilizan normalmente para su propulsión un sistema de combustible/oxidante formado por N,N dimetilhidracina, $(CH_3)_2NNH_2$, y tetraóxido de dinitrógeno, N_2O_4, líquidos. Si se mezclan cantidades estequiométricas de estos componentes, se producen únicamente N_2, CO_2 y H_2O en fase gas. ¿Cuántos litros de CO_2 en c.n. se producen a partir de 1 mol de $(CH_3)_2NNH_2$?

Solución:

La ecuación química ajustada correspondiente a la reacción dada es:

$(CH_3)_2NNH_2\ (l) + 2\ N_2O_4\ (l) \rightarrow 3\ N_2\ (g) + 2\ CO_2\ (g) + 4\ H_2O\ (g)$

De acuerdo con la ley de conservación de la masa, si el reactivo $(CH_3)_2NNH_2$ contiene 2 moles de C, por cada mol de esta sustancia, entonces se obtendrán 2 moles de CO_2. Condiciones normales (c.n) de presión y temperatura 1 mol =22,4litros, entonces para 2 moles de CO_2 corresponden ***44,8 litros***

Q16.-¿Cuántos gramos de dos soluciones de ácido fosfórico al 70% y al 20% se deben tomar para preparar 100 g de una solución al 30%?

Solución:

$$m_1\%_1 + m_2\%_2 = m_3\%_3$$

$$m_1 + m_2 = m_3 = 100 \text{ g}$$

$$m_1{*}70 + m_2{*}20 = 100{*}30$$

$$70\ m_1 + 20{*}(100-m_1) = 3000$$

$$70\ m_1 + 2000 - 20\ m_1 = 3000$$

$$50\ m_2 = 1000 \Rightarrow m_2 = 20 \text{ g} ;\ m_1 = 80 \text{ g} \rightarrow \mathbf{80\ y\ 20}$$