

ARITMÉTICA – ÁLGEBRA

A1. Resolver la ecuación logarítmica: $(x - 1)^{\log(x-1)} = (100)(x - 1)$. Luego la suma de las soluciones es:

$(x - 1)^{\log(x-1)} = 100(x - 1) \rightarrow \log[(x - 1)^{\log(x-1)}] = \log[100(x - 1)] \rightarrow \log(x - 1) \cdot \log(x - 1) = \log 100 + \log(x - 1)$

si $u = \log(x - 1) \rightarrow u^2 = 2 + u \rightarrow u^2 - u - 2 = 0 \rightarrow u = 2; u = -1 \rightarrow$

$\log(x - 1) = 2 \rightarrow x - 1 = 100 \rightarrow x_1 = 101$
$\log(x - 1) = -1 \rightarrow x - 1 = 10^{-1} \rightarrow x_2 = \frac{11}{10}$

$x_1 + x_2 = 101 + \frac{11}{10} = \frac{1021}{10}$

(D) $\frac{1021}{10}$

A2. Calcular el término 21 de la sucesión geométrica: 2, 2+2i, 4i, -4+4i, -8. (Aquí $i = \sqrt{-1}$)

El primer término de la progresión geométrica es $a = 2$ y la razón $r = \frac{2+2i}{2} = 1+i$

$a_n = ar^{n-1} \rightarrow a_{21} = 2(1+i)^{20} = 2[(1+i)^2]^{10} = 2[(1+2i+i^2)]^{10} = 2[(1+2i-1)]^{10} = 2[2i]^{10} = 2[1024i^{10}] = 2[-1024] = -2048$

(B) -2048

A3. Mario, Carla y Lena entregan folletos de propaganda en la ciudad. Si cada uno de ellos trabaja solo, Mario tarda 4 h en entregar todos los folletos, y Lena se tarda una hora más que Carla. Si trabajan juntos, pueden entregar toda la propaganda en 40% del tiempo que tarda Carla cuando trabaja sola. ¿Cuánto tarda Carla en entregar toda la propaganda ella sola?

Tiempo de Mario	4 horas	→	Mario en una hora entrega:	$\frac{1}{4}$ de folletos	→	$\frac{1}{4} + \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} = \frac{5}{2x}$
Tiempo de carla	x horas		Carla en una hora entrega:	$\frac{1}{x}$ de folletos		$x^2 + x + 4x + 4 + 4x = 10x + 10$
Tiempo de Lena	x+1 horas		Lena en una hora entrega:	$\frac{1}{x+1}$ de folletos		$x^2 - x - 6 = 0$
Tiempo de Todos	$\frac{40x}{100}$ horas		todos en una hora entregan:	$\frac{5}{2x}$ de folletos		$x=3$ o $x=-2$

(D) 3h

A4. Racionalizar el numerador de la fracción: $\frac{\sqrt{x^2+4}-2}{x^2}$ y hallar el valor numérico de la fracción simplificada obtenida, cuando $x = 0$.

$\frac{\sqrt{x^2+4}-2}{x^2} \cdot \frac{\sqrt{x^2+4}+2}{\sqrt{x^2+4}+2} = \frac{x^2+4-4}{x^2(\sqrt{x^2+4}+2)} = \frac{x^2}{x^2(\sqrt{x^2+4}+2)} = \frac{1}{\sqrt{x^2+4}+2} \stackrel{x=0}{=} \frac{1}{4}$

(B) 1/4

RESOLUCIÓN

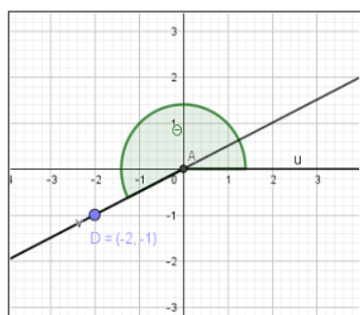
GEOMETRIA – TRIGONOMETRIA

G5. Al simplificar la fórmula $\frac{\sin 2\theta + \sin 4\theta}{\sin 2\theta - \sin 4\theta} + \frac{\tan 3\theta}{\tan \theta}$, se obtiene:

$$\begin{aligned} \frac{\sin 2\theta + \sin 4\theta}{\sin 2\theta - \sin 4\theta} + \frac{\tan 3\theta}{\tan \theta} &= \frac{-2 \sin\left(\frac{2\theta + 4\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{2\theta - 4\theta}{2}\right)}{-2 \sin\left(\frac{2\theta - 4\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{2\theta + 4\theta}{2}\right)} + \frac{\tan 3\theta}{\tan \theta} = \frac{\sin(3\theta) \cos(-\theta)}{\sin(-\theta) \cos(3\theta)} + \frac{\tan 3\theta}{\tan \theta} \\ &= \frac{\sin(3\theta) \cos(\theta)}{-\sin(\theta) \cos(3\theta)} + \frac{\tan 3\theta}{\tan \theta} = -\frac{\sin(3\theta)}{\sin(\theta)} \cdot \frac{\cos(\theta)}{\cos(3\theta)} + \frac{\tan 3\theta}{\tan \theta} = -\frac{\tan 3\theta}{\tan \theta} + \frac{\tan 3\theta}{\tan \theta} = 0 \end{aligned}$$

(D) 0

G6. Calcular el $\cos \theta$, si θ es un ángulo del III cuadrante y su lado terminal está sobre la recta $4y - 2x = 0$



Como $y = \frac{1}{2}x \rightarrow (-2, -1)$ es un punto en lado terminal del ángulo

$$r^2 = (-2)^2 + (-1)^2 \rightarrow r = \sqrt{5} \rightarrow \cos \theta = \frac{-2}{\sqrt{5}}$$

(D) $-2/\sqrt{5}$

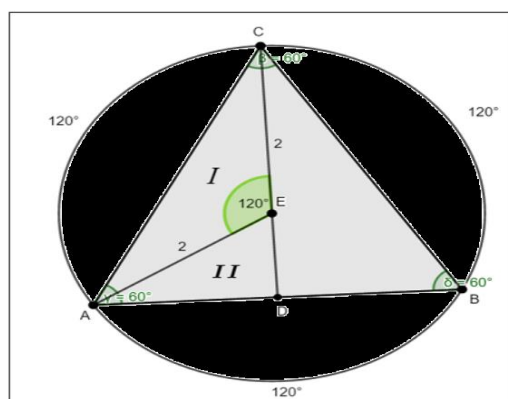
G7. Resolver la siguiente ecuación en el intervalo $0 \leq x < 2\pi$, luego hallar la suma de las soluciones obtenidas.

$$\sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right) - \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\begin{aligned} \sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right) - \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right) &= \frac{1}{2}\sqrt{2} \rightarrow \frac{1}{2}\sqrt{2} \cos x + \frac{1}{2}\sqrt{2} \sin x - \frac{1}{2}\sqrt{2} \cos x + \frac{1}{2}\sqrt{2} \sin x = \frac{1}{2}\sqrt{2} \\ \sqrt{2} \sin x &= \frac{1}{2}\sqrt{2} \rightarrow \sin x = \frac{1}{2} \rightarrow x_1 = \frac{\pi}{6}; x_2 = \frac{5\pi}{6} \rightarrow x_1 + x_2 = \pi \end{aligned}$$

(C) π

G8. Un triángulo equilátero está inscrito a una circunferencia de radio 2 cm. Hallar el área sombreada.



\overline{CD} es altura y mediana en $\triangle ACB$

En $\triangle I$: $\overline{AC}^2 = 2^2 + 2^2 - 2(2)(2) \cos 120^\circ$

$$\overline{AC}^2 = 4 + 4 - 8\left(-\frac{1}{2}\right) = 12 \rightarrow \overline{AC} = 2\sqrt{3} = \overline{AB} = \overline{CB}$$

El $\triangle I$ es especial $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$

$$\overline{ED} = \frac{\text{hipotenusa}}{2} = 1 \rightarrow \overline{CD} = 2 + 1 = 3$$

$$A_s = A_o - A_{\triangle} = \pi(2)^2 - \frac{(2\sqrt{3})(3)}{2} = 4\pi - 3\sqrt{3}$$

(D) $4\pi - 3\sqrt{3}$

Física - Fila 2

#9

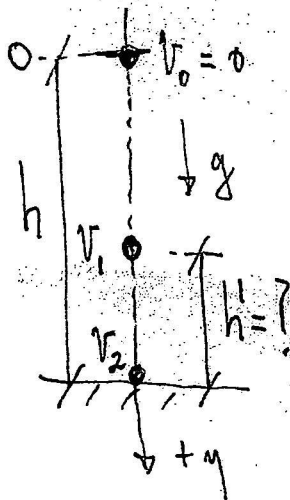
$$\theta_1 = \omega_1 t$$

$$\theta_2 = \omega_2 t + \frac{\alpha_2}{2} t^2 \Rightarrow \theta_2 = \theta_1 + 2\pi$$

$$\cancel{\omega_2 t} + \frac{\alpha_2}{2} t^2 = \cancel{\omega_1 t} + 2\pi \Rightarrow t = 2\sqrt{\pi} \text{ [s]}$$

(b)

#10



$$v_2^2 = v_0^2 + 2g\Delta y$$

$$v_2 = \sqrt{2gh}$$

$$v_1 = \frac{v_2}{2} = \frac{\sqrt{2gh}}{2}$$

$$v_1^2 = v_0^2 + 2g\Delta y$$

$$\left(\frac{\sqrt{2gh}}{2}\right)^2 = 2g(h-h')$$

$$\frac{2gh}{4} = 2g(h-h')$$

$$h' = \frac{3}{4}h \text{ [m]}$$

(d)

#11

$$F - \mu_c(m_1 + m_2)g = (m_1 + m_2)a \Rightarrow F = (m_1 + m_2)(a + \mu_c g)$$

$$F = 35 \text{ [N]}$$

(c)

#12

A → C

$$\cancel{m}gh = \cancel{\mu_c m}g d_{BC} \rightarrow d_{BC} = \frac{h}{\mu_c} = \frac{3}{0,1} = 30 \text{ [m]}$$

$$d_{AB} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ [m]}$$

$$d_{AC} = d_{AB} + d_{BC} = 35 \text{ [m]}$$

(a)

FILA 2

Q13.- ¿Cuál de las siguientes moléculas posee, entre sus diferentes enlaces, dos enlaces covalentes doble?

- a) HNO_3 b) KCl c) CO_2 d) H_3PO_3 e) Ninguno

Solución: La estructura de Lewis del HNO_3 es:



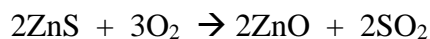
R: c

Q14.- Se hacen reaccionar 200 litros de aire (79% nitrógeno y 21% de oxígeno en volumen) con un mineral que contiene sulfuro de cinc de alta pureza, ¿Cuántos litros de dióxido de azufre en las mismas condiciones de presión y temperatura se formarán si el rendimiento de la reacción es del 50%?



- a) 14 b) 5 c) 10 d) 7 e) Ninguno

Solución:



$$200 \text{ L Aire} * \frac{21 \text{ L O}_2}{100 \text{ L Aire}} * \frac{2 \text{ L SO}_2}{3 \text{ L O}_2} * \frac{50\%}{100\%} = \mathbf{14 \text{ L SO}_2}$$

R: a

Q15.- ¿Cuántos moles de átomos de oxígeno están contenidos en 73,5 g de H_2SO_4 ?

- a) 4 b) 5 c) 3 d) 6 e) Ninguno

H_2SO_4 :

H: $2 * 1,0 = 2$

S: $1 * 32,0 = 32$

O: $4 * 16,0 = 64$

Total: $2+32+64= 98 \text{ g/mol}$

$$73,5 \text{ g H}_2\text{SO}_4 * \frac{1 \text{ mol H}_2\text{SO}_4}{98 \text{ g H}_2\text{SO}_4} * \frac{3 \text{ mol O}}{1 \text{ mol H}_2\text{SO}_4} = \mathbf{3 \text{ mol de átomos de O}}$$

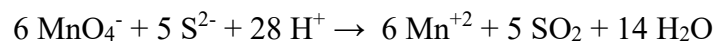
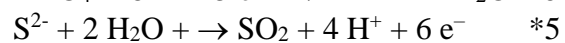
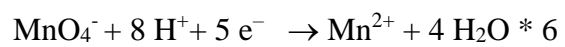
R: c

Q16.- Luego de igualar por el método del ion electrón la siguiente reacción en medio básico, el valor del coeficiente estequiométrico del KMnO_4 es:



- a) 1 b) 6 c) 5 d) 3 e) Ninguno

Solución:



R: b