A1.- Hallar la suma $1+11+111+\cdots+111\ldots1$ si el último sumando es un número de n cifras.

Designamos la suma buscada por S_n, transformaremos los sumandos de esta suma empleada la fórmula para la suma de los términos de una progresión geométrica

$$1+10=\frac{10^2-1}{9},$$
$$1+10+100=\frac{10^3-1}{9},$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$1+10+100+\ldots+10^{n-1}=\frac{10^n-1}{9}$$

Puesto que, además, $1=\frac{10-1}{9}$, sumando los segundos miembros de la igualdad, tendremos

$$S_n=\frac{1}{9}\left(10+10^2+\ldots+10^n-n\right)=\frac{1}{9}\left(\frac{10^{n+1}-10}{9}-n\right)$$

A2.- .- Sean (x,y,z) las soluciones del sistema de ecuaciones:

$$\left.\begin{array}{l} x+y+z=a \\ x^2+y^2+z^2=b^2 \\ \frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{1}{c} \end{array}\right\}$$

Hallar la suma $x^3+y^3+z^3$

Examinamos la identidad

$$(x+y+z)^3=x^3+y^3+z^3+3x^2y+3x^2z+3xy^2+6xyz+3xz^2+3y^2z+3yz^2\ldots(1)$$

Transformamos el segundo miembro de esta identidad a la forma

$$x^3+y^3+z^3+3x(xy+xz+yz)+3y(xy+xz+yz)+3z(xy+xz+yz)-3xyz$$

De aquí se desprende que la identidad (1) se puede escribir así:

$$(x+y+z)^3=x^3+y^3+z^3+3(x+y+z)(xy+xz+yz)-3xyz\ldots(2)$$

De la relación (2) se ve que para determinar la suma $x^3+y^3+z^3$ es suficiente expresar el sistema inicial $xy+xz+yz$ y xyz.

Elevando la primera ecuación al cuadrado y restándole la segunda, obtenemos

$$xy+xz+yz=\frac{1}{2}\left(a^2-b^2\right)\ \ldots(3)$$

A continuación, escribamos la tercera ecuación del sistema en la forma

$$xyz=c\left(xy+xz+yz\right)\ldots(4)$$

Teniendo en cuenta (3) y (4), de la identidad (2) hallamos definitivamente:

$$x^3+y^3+z^3=a^3-\frac{3}{2}a\left(a^2-b^2\right)+\frac{3}{2}c\left(a^2-b^2\right)=a^3+\frac{3}{2}\left(a^2-b^2\right)\left(c-a\right)$$

A3.- Hallar el valor de x , y (distinto de uno) en el sistema de ecuaciones:

$$\left.\begin{array}{l} a^x b^y = ab \\ 2\log_a x=\log_{\frac{1}{b}} y\log_{\sqrt{a}} b \end{array}\right\}$$

Realizando la logaritmación de la primera ecuación respecto a la base a, hallaremos:

$$x+y\log_a b=1+\log_a b\ldots(1)$$

Pasemos en la segunda ecuación a los logaritmos en base a. Entonces

$$2\log_a x=-\frac{\log_a y}{\log_a b}\frac{\log_a b}{\log_a\sqrt{a}}=-2\log_a y$$

De aquí $x=\dfrac{1}{y}$, colocando $y=\dfrac{1}{x}$ en (1), obtenemos la ecuación

$$x^2-x\left(1+\log_a b\right)+\log_a b=0$$

Cuyas raíces son:

$$\begin{array}{ll} x_1=\log_a b & y_1=\log_b a \\ x_2=1 & y_2=1 \end{array}$$

A4.- Hallar el coeficiente de x^8 en el desarrollo $\left(1+x^2-x^3\right)^9$

Tenemos:

$$\left(1+x^2-x^3\right)^9=1+\binom{9}{1}\left(x^2-x^3\right)+\binom{9}{2}\left(x^2-x^3\right)^2+\binom{9}{3}\left(x^2-x^3\right)^3+$$
$$\binom{9}{4}\left(x^2-x^3\right)^4+\binom{9}{5}\left(x^2-x^3\right)^5\cdots+\left(x^2-x^3\right)^9$$

Examinandos los sumandos del segundo miembro, es fácil ver que x^8 figura solamente en el cuarto y quinto términos. Utilizando esto hallamos fácilmente el coeficiente de x^8. El es igual a

$$3\binom{9}{3}+\binom{9}{4}$$

G5.- Hallar la suma de las raíces de la ecuación, las cuales estén comprendidas en el intervalo $\left(0, 360^0\right)$ es:

$$\sqrt{2}\text{sen}^2(x) + \cos(x) = 0$$

A) 300^0 B) 330^0 C) 360^0 D) 450^0 E) Ninguno

Solución:

$$\sqrt{2}\sin^2(x) + \cos(x) = 0$$
$$\sqrt{2}\left(1 - \cos^2(x)\right) + \cos(x) = 0$$
$$\sqrt{2}\cos^2(x) - \cos(x) - \sqrt{2} = 0$$

resolviendo tenemos

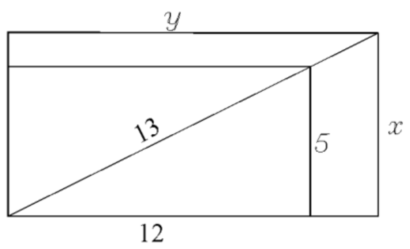
$$\cos(x) = \sqrt{2} \text{ y } \cos(x) = -\frac{1}{2}\sqrt{2}$$

la primera no tiene solución, de la segunda tenemos dos soluciones

$$x_1 = 135^0 \text{ y } x_2 = 225^0$$

así la suma

$$x_1 + x_2 = 135^0 + 225^0 = 360^0$$



G6.- Dos rectángulos son semejantes ver figura, el rectángulo pequeño tiene lados 12 y 5 respectivamente, sabiendo que la diagonal del rectángulo mayor mide 15, entonces el perímetro del rectángulo mayor es igual a :

A) $\frac{510}{13}$ B) $\frac{511}{13}$ C) $\frac{512}{13}$ D) $\frac{513}{13}$

E) Ninguno

Solución: De la semejanza de triángulos, se tiene la proporción

$$\frac{x}{15} = \frac{5}{13} \text{ de donde } x = \frac{75}{13}$$

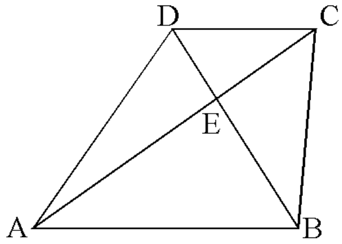
tambien

$$\frac{y}{15} = \frac{12}{13} \text{ de donde } y = \frac{180}{13}$$

entonces el perímetro es:

$$P = 2(x + y) = \frac{510}{13}$$

G7.- En la figura AE=8, EC=3, DB=6 y AB es paralelo a DC, entonces $BE - ED$ es igual a:



A) $\frac{29}{11}$ B) $\frac{30}{11}$ C) $\frac{31}{11}$ D) $\frac{32}{11}$ E) Ninguno

Solución: De la semejanza de triángulos, se tiene la proporción

$$\frac{3}{8} = \frac{DE}{EB} \text{ de donde } \frac{3+8}{8} = \frac{DE+EB}{EB}$$

es decir

$$\frac{11}{8} = \frac{DB}{EB} = \frac{6}{EB} \text{ de donde } EB = \frac{48}{11}$$

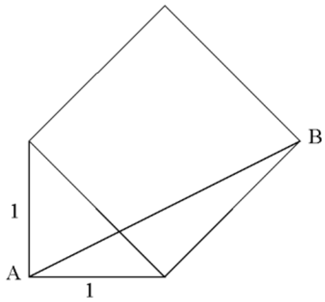
y luego

$$DE = 6 - ED = 6 - \frac{48}{11} = \frac{18}{11}$$

y entonces

$$EB - DE = \frac{30}{11}$$

G8.- Sobre la hipotenusa de un triángulo rectángulo isósceles de lado 1 se construye un cuadrado, ver figura, entonces la distancia AB es igual a:



A) $\sqrt{5}$ B) $\frac{2\sqrt{5}}{3}$ C) $\frac{3\sqrt{5}}{2}$ D) $\sqrt{6}$ E) Ninguno

Solución:

Del teorema de los cosenos tenemos

$$AB^2 = 1^2 + \left(\sqrt{2}\right)^2 - 2\sqrt{2}\cos(135) = 5$$

de donde

$$AB = \sqrt{5}$$

Del teorema de los cosenos tenemos

$$AB^2 = 2^2 + \left(2\sqrt{2}\right)^2 - 2 \cdot 2 \cdot 2\sqrt{2}\cos(135) = 20$$

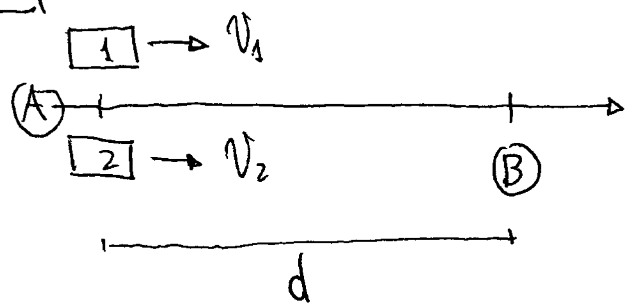
de donde

$$AB = 2\sqrt{5}$$

AREA FÍSICA

FILA 1

F9



$V_1 = 50\ Km/h$

$V_2 = 60\ Km/h$

$\Delta t = 20$ minutos $= \frac{1}{3}\ h$

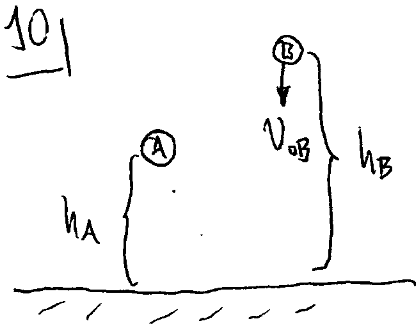
$V_1 = \frac{d}{t_1}$ $\quad V_2 = \frac{d}{t_2}$ / $t_1 = \frac{d}{V_1}$ $\quad t_2 = \frac{d}{V_2}$

$$\Delta t = t_1 - t_2 = \frac{d}{V_1} - \frac{d}{V_2} = d\left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2}\right) = d\left(\frac{V_2 - V_1}{V_1 V_2}\right)$$

$$\boxed{d = \left(\frac{V_1 V_2}{V_2 - V_1}\right)\Delta t}$$

$$d = \frac{(50)(60)}{(60-50)} \cdot \frac{1}{3} = 100\ km \quad \boxed{R.\ (c)}$$

F10



$h_A = 20m$

$h_B = 30m$

$t_A = t_B$

$h_A = \frac{1}{2} g t_A^2$

$t_A = \sqrt{\frac{2h_A}{g}} = \sqrt{\frac{2(20)}{10}}$ $\quad t_A = 2s$

$h_B = V_{0B} t_B + \frac{1}{2} g t_B^2$

$$V_{0B} = \frac{h_B - \frac{1}{2} g t_B^2}{t_B}$$

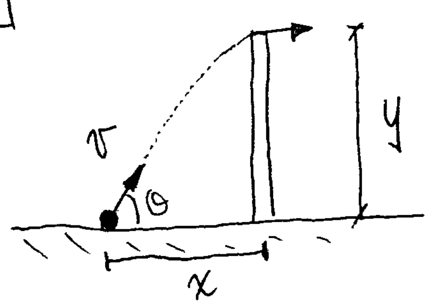
$$V_{0B} = \frac{30 - \frac{1}{2}(10)(2)^2}{2} = 5\ m/s$$

$$V_{0B} = \frac{h_B - \frac{1}{2} g t_A^2}{t_A}$$

$\boxed{R: (d)}$

FILA 1

F11



$x = 20\,m$ $\quad x = V\cos\theta \cdot t$

$y = 30\,m$ $\quad y = V\,sen\,\theta \cdot t - \frac{1}{2} g t^2$

$\tan\theta$ $\quad V_y = 0 \quad V\,sen\theta - gt = 0$

$$t = \frac{V\,sen\theta}{g}$$

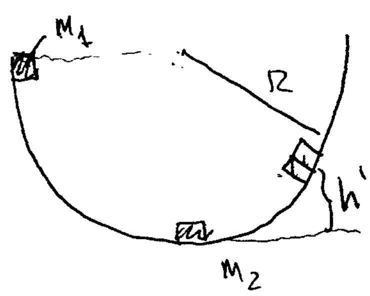
$$x = V\cos\theta \cdot \frac{V\,sen\theta}{g} = \frac{V^2 sen\theta \cos\theta}{g}$$

$$y = V\,sen\,\theta\left(\frac{V\,sen\theta}{g}\right) - \frac{1}{2} g \frac{V^2 sen^2\theta}{g^2} = \frac{V^2 sen^2\theta}{2g}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{\frac{V^2 sen\theta \cos\theta}{g}}{\frac{V^2 sen^2\theta}{2g}} \quad / \quad \frac{x}{y} = \frac{2}{\tan\theta} \quad / \quad \boxed{\tan\theta = 2\frac{y}{x}}$$

$$\tan\theta = 2\left(\frac{3\cancel{0}}{2\cancel{0}}\right) \qquad \tan\theta = 3 \qquad \boxed{R.(c)}$$

F12



$\mu = 0 \qquad m_1 = m_2$

Velocidad de m_1 al llegar al fondo del tazon

$$\frac{1}{2}\cancel{m_1} V_{f_1}^2 = m_1 g h = \cancel{m_1} g \cdot R \qquad V_{f_1} = \sqrt{2gR}$$

Colision m_1 con m_2:

$$m_1 V_{f_1} = (m_1 + m_2) V_f \qquad V_f = \left(\frac{m_1}{m_1+m_2}\right)\sqrt{2gR}$$

Conservación energia:

$$(m_1+m_2) g h' = \frac{1}{2}(m_1+m_2) V_f^2 \qquad \boxed{h' = \left(\frac{m_1}{m_1+m_2}\right)^2 \cdot R}$$

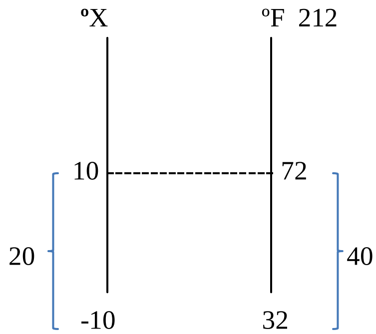
$$h' = \frac{R}{4} \qquad \boxed{R.(a)}$$

Banco de Preguntas de Química

Examen de Ingreso 1ª Opción II/2015

Q13.- Se diseñó una nueva escala de temperatura basada en el punto de congelamiento del agua tomada como -10; si 72 grados Fahrenheit equivalen a 10 grados de la nueva escala. ¿Cuál es la temperatura de ebullición del agua en la nueva escala?

Solución:



$$\frac{ºx+10}{\cancel{20}} = \frac{ºF-32}{\cancel{40}}$$

$$ºx = \frac{ºF-32}{2} - 10 = \frac{212-32}{2} - 10$$

ºX=80

Q14.- En el campus central de la Universidad Mayor de San Simón existe una estación de radio que transmite en frecuencia FM de 100 Mega Hertz (MHz). ¿Cuál es su longitudde onda de esta señal de radio, en metros?

Datos: Velocidad de la luz = 300 km/s ; 1 MHz = $1*10^6$ Hz

Solución:

$$C = \lambda\, v$$

v =100MHz

$C=3*10^8 m/s$

λ=?

$$\lambda = \frac{C}{v} = \frac{3*10^8\, m/s}{100MHz*\left(\frac{1*10^6\, Hz}{1MHz}\right)} = 3\, m$$

Q15.- Si el último electrón de la configuración del elemento tiene los siguientes números cuánticos; 3,1,0,-1/2 respectivamente n, l, m, s. Calcular el número atómico del elemento.

(Considere: s=+1/2↑)

Solución:

Z=?

n =3

l =1

↑↓	↑↓	↑
-1	0	+1

$$\Rightarrow 3p^6 : 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^5 \Rightarrow Cl = 17$$

m =0

s = -1/2↓

Q16.- Paralasiguientereacción:

$$H_3PO_3 + Zn + H_2SO_4 \rightarrow PH_3 + ZnSO_4 + H_2O$$

Hallar el valor de "X" con respecto a los coeficientes de los reactivos de la reacción

$$X = \frac{\text{sustancia oxidada} - \text{sustancia reducida}}{\text{Agente reductor}}$$

Solución:

Sustancia que se oxida: Zn 0 → +2 *Agente reductor: Zn*

Sustancia que se reduce; P +3 → -3 *Agente oxidante:* H_3PO_3

$$Zn^o \rightarrow Zn^{2+} + 2e^- \quad * 3 \quad \text{semireacción de oxidación}$$

$$6e^- + H_3PO_3 \rightarrow PH_3 + 3H_2O \quad * 1 \quad \text{semireacción de reducción}$$

$$3Zn + \cancel{6e^-} + H_3PO_3 \rightarrow 3Zn^{2+} + \cancel{6e^-} + PH_3 + 3H_2O$$

$$H_3PO_3 + 3Zn + 3H_2SO_4 \rightarrow PH_3 + 3ZnSO_4 + 3H_2O$$

$$X = \frac{\text{sustancia oxidada} - \text{sustancia reducida}}{\text{Agente reductor}} = \frac{3-1}{3} = 2/3$$