

1. La poblacion para cierta ciudad fue 112000 en 1998 y la tasa de crecimiento relativa observada es 4 % por año ¿En que año la poblacion llega a 200000?.

Solución.-

Tenemos que:

$$P(t) = 112000(1,04)^t$$

Ahora tenemos:

$$\begin{aligned} 2000000 &= 112000(1,04)^t \\ \frac{25}{14} &= (1,04)^t \\ \frac{25}{14} &= \left(\frac{26}{25}\right)^t \\ \ln\left(\frac{25}{14}\right) &= t \ln\left(\frac{26}{25}\right) \\ t &= \frac{\ln(25) - \ln(14)}{\ln(26) - \ln(25)} \approx 14,78 \end{aligned}$$

Por tanto tenemos:

$$\boxed{1998 + 14,78 \approx 2012 \text{ ó } 2013}$$

2. Cuantos ceros irracionales tiene la ecuacion $x^5 - 3x^4 - 9x^3 + 27x^2 + 20x - 60 = 0$

Solución.-

Usando el Metodo de Ruffini:

	1	-3	-9	27	20	-60
2		2	-2	-22	10	60
	1	-1	-11	5	30	0
-2		-2	6	10	-30	
	1	-3	-5	15	0	
3		3	0	-15		
	1	0	-5	0		

Por lo tanto:

$$(x - 2)(x + 2)(x - 3)(x^2 - 5) = 0$$

De donde:

$$x = 2, x = -2, x = 3, x = \sqrt{5}, x = -\sqrt{5}$$

De donde tenemos: 2 soluciones irracionales

3. Encuentre la inversa de la funcion. $f(x) = \frac{2^x}{1 + 2^x}$

Solución.-

Tenemos:

$$\begin{aligned}
 y &= \frac{2^x}{1+2^x} \\
 y(1+2^x) &= 2^x \\
 2^x(y-1) + y &= 0 \\
 2^x &= \frac{y}{1-y} \\
 \log_2 2^x &= \log_2 \frac{y}{1-y} \\
 x &= \log_2 \frac{y}{1-y}
 \end{aligned}$$

4. Restringir el dominio de la función $f(x) = 4 - x^2$ para que sea uno a uno y halle la inversa de la función.

Solución.-

Tenemos que la función es inyectiva:

$$\begin{aligned}
 f(x_1) &= f(x_2) \\
 4 - x_1^2 &= 4 - x_2^2 \\
 x_1^2 &= x_2^2 \\
 (x_1 - x_2)(x_1 + x_2) &= 0 \\
 x_1 = x_2 \quad \vee \quad x_1 &= -x_2
 \end{aligned}$$

Por tanto f será inyectiva si: $x \geq 0$

Ahora para hallar la inversa

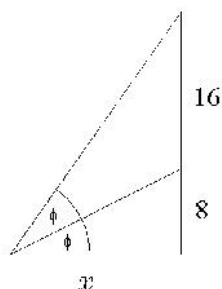
$$\begin{aligned}
 y &= 4 - x^2 \\
 x^2 &= 4 - y \\
 x &= \pm \sqrt{4 - y}
 \end{aligned}$$

Por tanto si: $\boxed{x \geq 0 \text{ entonces } x = \sqrt{4 - y}}$

SOLUCIÓN EXAMEN DE INGRESO GEOMETRIA-TRIGONOMETRÍA

II-2016 **fila 1

1. De la figura



se tiene:

$$\tan(\phi) = \frac{8}{x} \text{ y } \tan(2\phi) = \frac{16+8}{x}$$

y como

$$\tan(2\phi) = \frac{2 \tan(\phi)}{1 - \tan^2(\phi)}$$

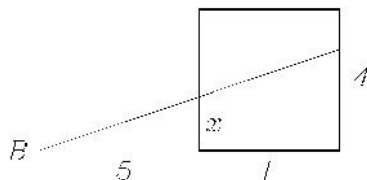
tenemos

$$\frac{24}{x} = \frac{\frac{16}{x}}{1 - \left(\frac{8}{x}\right)^2}$$

de donde resolvemos x y tenemos

$$x = 8\sqrt{3} \quad \clubsuit$$

2. De la figura



se tiene las relaciones

$$\frac{x}{5} = \frac{y}{5+4} \text{ de donde } y = \frac{9}{5}x$$

por otro lado el área A viene dada por

$$A = \frac{1}{2}(9)y - \frac{1}{2}(5)x = \frac{1}{2}(4)^2$$

$$\frac{1}{2}(9)\frac{9}{5}x - \frac{1}{2}(5)x = \frac{1}{2}(4)^2$$

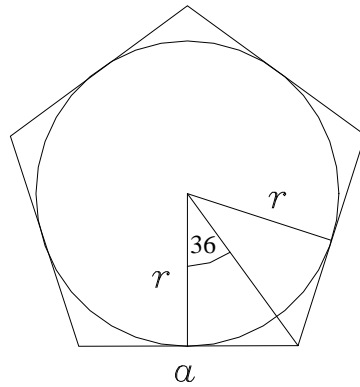
de donde resolvemos para x y tenemos

$$x = \frac{10}{7} \quad \clubsuit$$

3. Como $\sin(A) = -\frac{1}{4}$ entonces $\cos(A) = -\frac{\sqrt{15}}{4}$. Tambien $\cos(B) = -\frac{2}{3}$ entonces $\sin(B) = -\frac{\sqrt{5}}{3}$

$$\begin{aligned}
\sin(A - 2B) &= \sin(A) \cos(2B) - \sin(2B) \cos(A) \\
&= \sin(A) [\cos^2(B) - \sin^2(B)] - 2 \sin(B) \cos(B) \cos(A) \\
&= \left(-\frac{1}{4}\right) \left(\frac{4}{9} - \frac{5}{9}\right) - 2 \left(-\frac{\sqrt{5}}{3}\right) \left(-\frac{2}{3}\right) \left(-\frac{\sqrt{15}}{4}\right) = \frac{1}{36} + \frac{5}{9}\sqrt{3} \quad \clubsuit
\end{aligned}$$

4. De la figura



tenemos

$$\tan(36^\circ) = \frac{2}{r} \text{ de donde } r = \frac{2}{\tan(36^\circ)}$$

y el perímetro buscado es

$$P = 2\pi r = \frac{4\pi}{\tan(36^\circ)} \quad \clubsuit$$

EXAMEN DE INGRESO (2ª OPCION)
FILA 1

F9

$$\vec{a} = (2\vec{u}_x - 3\vec{u}_y + 6\vec{u}_z) \text{ y } \vec{b} = (-\vec{u}_x + 2\vec{u}_y - 2\vec{u}_z)$$

$$\vec{a} + \vec{b} = (\vec{u}_x - \vec{u}_y + 4\vec{u}_z)$$

$$|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{1^2 + (-1)^2 + (4)^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

F10

$$y = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$0 = h + 12(4) - \frac{1}{2}(10)(4)^2$$

$$0 = h + 48 - 80$$

$$h = 32m$$

F11

PARA A:

$$T - \mu m_A g = m_A a \quad (1)$$

PARA C:

$$m_C g - 2T = m_C a \quad (2)$$

2(1) + (2):

$$a = \frac{m_C g - 2\mu m_A g}{2m_A + m_C}$$

$$a = \frac{20 - 2(0.1 \cdot 10)}{2 \cdot 10 + 20} \cdot 10$$

$$a = \frac{9}{2} m/s^2$$

F12

Conservación de la cantidad de movimiento:

$$m_1 v_{1i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}$$

Conservación de energía cinética:

$$\frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones:

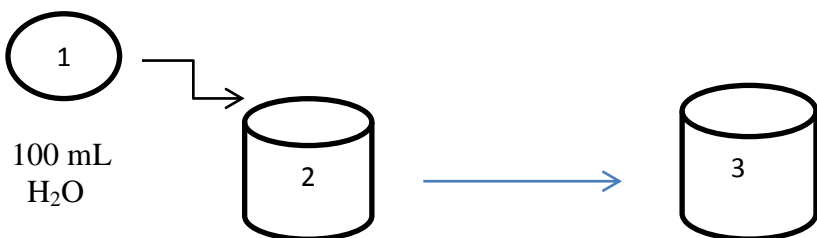
$$v_{1f} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right) v_{1i}$$

$$v_{1f} = \left(\frac{2 - 4}{2 + 4} \right) \cdot 2 = -\frac{2}{3} m/s$$

$$|v_{1f}| = \frac{2}{3} m/s$$

Q13.- A 100 mL de una solución de ácido sulfúrico al 50 % en masa de H_2SO_4 y densidad 1,5 g/mL, se añadieron 100 mL de agua (densidad del agua 1,0 g/mL). Determinar el porcentaje en masa de H_2SO_4 de la solución resultante.

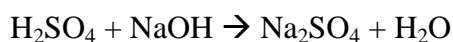
Solución:



$$m_1 = 100 \text{ g H}_2\text{O} \quad m_2 = 100 \text{ g} \cdot 1,5 \text{ g/mL} = 150 \text{ g} \quad m_3 = m_1 + m_2$$

$$m_1\%_1 + m_2\%_2 = m_3\%_3 \rightarrow 100 \cdot 0 + 150 \cdot 50 = 250 \cdot \%_3 \rightarrow \%_3 = \mathbf{30\%}$$

Q14.- Calcular la concentración molar de 20 mL de una solución de ácido sulfúrico que se tituló con 10 mL de una solución 2 N de NaOH.



- A) 0,5 B) 2,5 C) 1,5 D) 1 E) Ninguno

Solución: $\text{H}_2\text{SO}_4 + 2\text{NaOH} \rightarrow \text{Na}_2\text{SO}_4 + 2\text{H}_2\text{O}$

$$10 \text{ mL soln. NaOH} \cdot \frac{2 \text{ equiv. NaOH}}{1000 \text{ mL soln NaOH}} \cdot \frac{1 \text{ mol NaOH}}{1 \text{ equiv. NaOH}} \cdot \frac{1 \text{ mol H}_2\text{SO}_4}{2 \text{ moles de NaOH}} = 0,01 \text{ moles H}_2\text{SO}_4$$

$$M = \frac{n}{V} = \frac{0,01 \text{ moles}}{0,02 \text{ L}} = \mathbf{0,5 \text{ M}} \text{ de solución de H}_2\text{SO}_4$$

Q15.- Un isótopo de un elemento metálico tiene un número de masa de 65 y tiene 35 neutrones en su núcleo. El catión derivado de dicho isótopo tiene 28 electrones. Escriba el símbolo de este catión.

Solución: $p^+ = Z$; $Z + n^o = A \rightarrow Z = A - n^o = 65 - 35 = 30$,el elemento es Zn ya que tiene el número atómico 30.

Si los electrones son 28, se debe a la pérdida de 2 e⁻ de los 30 que tiene el elemento Zn

Por lo tanto: **Zn²⁺**

Q16.- Calcular la Molaridad y Normalidad de una solución de un ácido diprótico H_2Ac que tiene una pureza del 30% en peso de ácido y una densidad de 1 g/mL. El peso molecular del ácido es de 100 g/mol.

Solución:

$$\frac{30 \text{ g } H_2Ac}{100 \text{ g soln.}} * \frac{1 \text{ g soln.}}{1 \text{ mL soln.}} * \frac{1 \text{ mol } H_2Ac}{100 \text{ g } H_2Ac} * \frac{1000 \text{ mL soln.}}{1 \text{ L soln.}} = 3 \text{ mol/L} \equiv \mathbf{3 \text{ M}}$$

$$\frac{30 \text{ g } H_2Ac}{100 \text{ g soln.}} * \frac{1 \text{ g soln.}}{1 \text{ mL soln.}} * \frac{1 \text{ mol } H_2Ac}{100 \text{ g } H_2Ac} * \frac{2 \text{ equiv. } H_2Ac}{1 \text{ mol } H_2Ac} * \frac{1000 \text{ mL soln.}}{1 \text{ L soln.}} = 6 \text{ equiv./L} \equiv \mathbf{6 \text{ N}}$$