Solución del examen de ingreso Matemáticas II-2017, fila 2

A1. Mario compró cierto número de libros idénticos por 600 bs. Si hubiera comprado $\frac{1}{4}$ menos del número de libros que compró por el mismo dinero, cada libro le habría costado 2 bs. más, entonces con el costo original de cada libro, cinco libros le costaría

(A) 40 (B) 35 $\boxed{\text{(C) 30}}$ (D) 25 (E) Ninguno

Solución:

Sea x el número de libros

$$\frac{600}{x} + 2 = \frac{600}{x - \frac{x}{4}}$$

resolviendo $x = 100$, entonces el costo por libro es 6 y así cinco libros cuestan 30.

A2. Andrés le dice a María: "yo tengo el doble de la edad que tú tenías cuando yo tenía la edad que tú tienes. Si la suma de nuestras edades actuales es 42 años. ¿Cuál la suma de nuestras edades cuando tengas la edad que yo tengo?"

(A) 52 $\boxed{\text{(B) 54}}$ (C) 64 (D) 60 (E) Ninguno

Solución:

Sean x e y nuestras edades actuales, entonces

$$\begin{cases} x = 2\left(y - (x - y)\right) \\ x + y = 42 \end{cases}$$

resolviendo tenemos $x = 24, y = 18$, luego la suma de nuestras edades cuando tengas la edad que yo tengo será: $24 + 30 = 54$

A3. Sean a y b las raíces de la ecuación

$$\frac{5^{x^2+4x}}{25 \cdot 5^{3x}} = \frac{5^4}{5^{-2(x+3)}}$$

entonces $a^2 + b^2$ es igual a:

(A) 17 (B) 18 (C) 16 (D) 15 $\boxed{\text{(E) Ninguno}}$

Solución:

Simplificando tenemos

$$x^2 + 4x - (2 + 3x) = 4 + 2(x + 3)$$

resolviendo $a = 4$, y $b = -3$, entonces $a^2 + b^2 = 25$

A4. Sea x la solución de la siguiente ecuación:

$$\log_x\left(\frac{12 - \log_6(x)}{\log_6(x)}\right) = \frac{1}{\log_3(x)}$$

entonces la suma de todos los dígitos de x es igual a:

(A) 14 (B) 12 (C) 13 (D) 10 $\boxed{\text{(E) Ninguno}}$

Solución:

$$\log_x\left(\frac{12 - \log_6(x)}{\log_6(x)}\right) = \frac{1}{\log_3(x)} = \log_x(3)$$

$$\frac{12 - \log_6(x)}{\log_6(x)} = 3, \qquad \log_6(x) = 3, \qquad x = 6^3 = 216$$

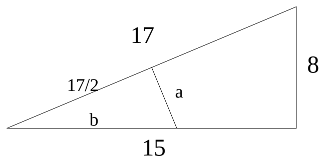
luego la suma de todos los dígitos de x es igual a $2 + 1 + 6 = 9$

G5. En un triángulo rectángulo de lados: 8, 15 y 17, se traza una perpendicular a la hipotenusa por su punto medio, entonces el perímetro (simplifique su respuesta) del triángulo pequeño es igual a:

$\boxed{\text{(A) 68/3}}$ (B) 67/3 (C) 65/3 (D) 62/3 (E) Ninguno

Solución:

Del gráfico se tienen las siguientes proporciones

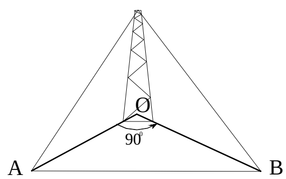


$$\frac{a}{\frac{17}{2}} = \frac{8}{15}, \qquad a = \frac{68}{15}$$

$$\frac{\frac{17}{2}}{b} = \frac{15}{17}, \qquad b = \frac{289}{30}$$

entonces el perímetro buscado es: $\frac{68}{15} + \frac{289}{30} + \frac{17}{2} = \frac{68}{3}$

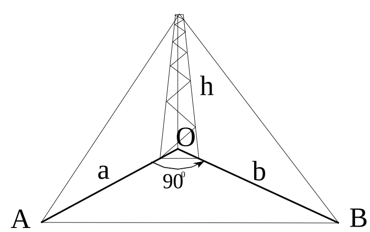
G6. Pedro (en el punto A) observa el punto más alto de una torre vertical con un ángulo de elevación de 45 grados sexagesimales y Alfredo (en el punto B) observa el punto más alto de una torre con un ángulo de elevación de 60 grados sexagesimales, estos amigos distan 20 metros y el ángulo AOB es recto, entonces la altura de la torre es igual a:



$\boxed{\text{(A) } 10\sqrt{3}}$ (B) $11\sqrt{3}$ (C) $9\sqrt{3}$ (D) $8\sqrt{3}$ (E) Ninguno

Solución:

De la figura se tienen



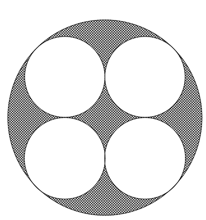
$$\tan(45) = \frac{h}{a} = 1, \qquad a = h$$

$$\tan(60) = \frac{h}{b} = \sqrt{3}, \qquad b = \frac{h}{\sqrt{3}}$$

del teorema de Pitágoras

$$20^2 = a^2 + b^2, \qquad 400 = h^2 + \frac{h^2}{3}, \qquad h = 10\sqrt{3}$$

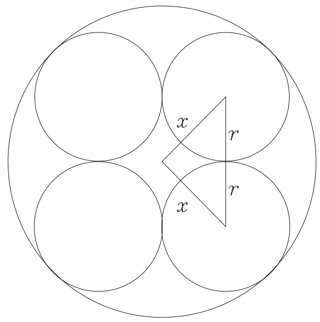
G7. En la figura se tiene cuatro círculos blancos idénticos tangentes entre si e inscritos en un círculo mayor de color negro, entonces el cociente entre el radio del círculo negro y uno de los radios de los círculos blancos es igual a:



(A) $2\sqrt{2}+1$ (B) $\sqrt{2}+2$ $\boxed{\text{(C) } \sqrt{2}+1}$ (D) $2\sqrt{2}+2$ E) Ninguno

Solución:

De la figura se tiene



$$(2r)^2 = x^2 + x^2, \qquad x = r\sqrt{2}$$

si R es el radio del círculo mayor entonces $R = x + r = r\left(1+\sqrt{2}\right)$, y así

$$\frac{R}{r} = \sqrt{2}+1$$

G8. Sea x un ángulo del tercer cuadrante tal que $\tan(x) = 2/3$ entonces simplificando la expresión

$$Z = \frac{\sin\left(x+\frac{3\pi}{2}\right)\tan\left(18\pi + x\right)}{\cot\left(3\pi + x\right)\cos\left(x - 2\pi\right)}$$

se obtiene:

(A) $Z = -2/5$ (B) $Z = 2/5$ (C) $Z = -3/5$ (D) $Z = -4/5$ $\boxed{\text{(E) Ninguno}}$

Solución:

Simplificando

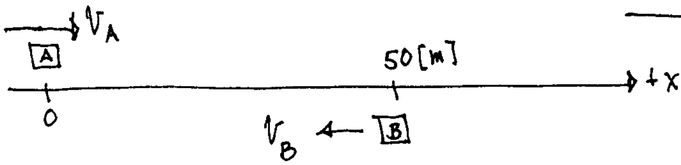
$$\begin{aligned}
\sin\left(x+\frac{3\pi}{2}\right) &= \sin(x)\cos\left(\frac{3\pi}{2}\right) + \sin\left(\frac{3\pi}{2}\right)\cos(x) = -\cos(x) \\
\tan\left(18\pi + x\right) &= \frac{\tan(18\pi) + \tan(x)}{1 - \tan(18\pi)\tan(x)} = \tan(x) \\
\cot\left(3\pi + x\right) &= \frac{1 - \tan(3\pi)\tan(x)}{\tan(3\pi) + \tan(x)} = \frac{1}{\tan(x)} \\
\cos\left(x - 2\pi\right) &= \cos(x)\cos(2\pi) + \sin(x)\sin(2\pi) = \cos(x)
\end{aligned}$$

reemplazando

$$Z = \frac{\sin\left(x+\frac{3\pi}{2}\right)\tan\left(18\pi + x\right)}{\cot\left(3\pi + x\right)\cos\left(x - 2\pi\right)} = \frac{-\cos(x)\tan(x)}{\frac{1}{\tan(x)}\cos(x)} = -\tan^2(x) = -\left(\frac{2}{3}\right) = -\frac{4}{9}$$

Fila 2

#9



$x_A = 15t$

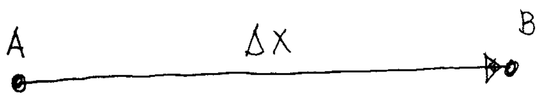
$x_B = 50 - 5t$

Cuando $\Delta x = x_A - x_B = d$

$15t - (50 - 5t) = d$

$\hookrightarrow t = \dfrac{d+50}{20} = \dfrac{200}{20} = \underline{10[s]}$ (d)

#10



Bus $\rightarrow \Delta x = 100\,\Delta t_B$ (1)

tren $\rightarrow \Delta x = 300\,\Delta t_T = 300(\Delta t_B - 6)$ (2)

Avión $\rightarrow \Delta x = 900\,\Delta t_A$ (3)

(1) = (2)

$100\,\Delta t_B = 300\,\Delta t_B - 300(6)$

$\hookrightarrow \Delta t_B = 9[h] = t_B - t_i \rightarrow t_i = t_B - 9$

$t_i = 12[h]$

(1) = (3)

$100(9) = 900\,\Delta t_A$

$\hookrightarrow \Delta t_A = 1[h] = t_A - t_i \rightarrow t_A = 1 + t_i$

$\underline{t_A = 13[h]}$

(d)

#11

$x = v_1 \cos 60° t \Rightarrow 1 = v_1 \frac{1}{2}(2) \Rightarrow v_1 = \frac{2}{2} = \underline{1[m/s]}$ (a)

#12

$\vec{P}_{antes} = \vec{P}_{después} \Rightarrow 0 = m v_b - MV$

$\hookrightarrow V = \dfrac{m v_b}{M} = \dfrac{40\times10^{-3}(2\times10^{3})}{80} = \underline{1[m/s]}$ (b)

Quimica (2)

Q13.-

°R	°C
?	100
30	40
-10	0

$$\frac{T(°R) - 30}{100 - 40} = \frac{30 + 10}{40 - 0}$$

$$T(°R) = 1(60) + 30$$

$$\boxed{T(°R) = 90°R} \Rightarrow \text{(A)}$$

Q14.- a) $\overset{\delta+}{H} - \overset{\delta-}{F}$ Polar

b) $H - \overset{\delta-}{\bar{N}} - H$, $\overset{|}{H}\ \delta+$ Polar

c) $O = C = O$ No Polar

d) $H - \underline{\bar{O}}^{\ \delta-} - H\ \delta+$ Polar $\Rightarrow$ (C)

$$Q15.-\ C_N = 1\,\frac{g\,\cancel{sol}}{\cancel{ml}} \cdot \frac{15\,g\,H_2A}{100\,g\,\cancel{sol}} \cdot \frac{1\,mol\,H_2A}{50\,g\,H_2A} \cdot \frac{1000\,\cancel{ml}}{1\,l} \cdot \frac{2\,Eq \cdot H_2A}{1\,mol\,\cancel{H_2A}} = 6\,N \Rightarrow \text{(A)}$$

Q16.- $2Al + H_2SO_4 \longrightarrow Al_2(SO_4)_3 + 3H_2$

$$27\,g\,\cancel{Al} \cdot \frac{6\,g\,H_2}{54\,g\,\cancel{Al}} \cdot \frac{50\%\cdot R}{100\%\cdot R} = 1{,}5\,g\,H_2 \Rightarrow \text{(A)}$$