

Resolución Examen de Ingreso

FILA 2

AREA MATEMATICA

A1 . Como es una sola ronda,

- El primer equipo jugará 24 partidos (con los 24 equipos restantes),
- El segundo equipo jugará 23 partidos (puesto que ya jugo con el primer equipo),
- El tercer equipo jugará 22 partidos (puesto que ya jugo con el primer equipo y el segundo),
- ... así sucesivamente
-

Tenemos entonces,

$$24 + 23 + 22 + \dots + 2 + 1 = \sum_{k=1}^{24} k = 300$$

Por lo tanto, se jugarán 300 partidos. Si se juegan 10 partidos por semana, tenemos $\frac{300}{10} = 30$ semanas.

Así, la respuesta es 300 partidos, 30 semanas.

A2 . Para hallar el billete de mayor denominación y común (iguales) para los tres rollos, debemos hallar el máximo común divisor de 4600, 5240 y 6800 que es igual a 40. Por lo que el billete de mayor denominación y común para todos los rollos es de denominación igual a 40.

Sumando los montos de cada rollo $4600 + 5240 + 6800 = 16640$ y dividiendo por 40, $\frac{16640}{40} = 416$ billetes.

A3 .

$$\begin{aligned}
\frac{x+1}{x^2+8x+7} &= \frac{2x-5}{x^2-49} - \frac{x-2}{x^2-6x-7} \\
\frac{x+1}{(x+7)(x+1)} &= \frac{2x-5}{(x+7)(x-7)} - \frac{x-2}{(x-7)(x+1)} \\
\frac{x+1}{(x+7)(x+1)} &= \frac{(2x-5)(x+1-(x-2)(x+7))}{(x+7)(x-7)(x+1)} \\
(x+7)(x+1)\left(\frac{x+1}{(x+7)(x+1)}\right) &= (x+7)(x+1)\left(\frac{(2x-5)(x+1-(x-2)(x+7))}{(x+7)(x-7)(x+1)}\right) \\
x+1 &= \frac{2x^2-3x-5-(x^2+5x-14)}{x-7} \\
(x+1)(x-7) &= 2x^2-3x-5-x^2-5x+14 \\
x^2-9x+14 &= x^2-8x+9 \\
x^2-6x-7-(x^2-8x+9) &= 0 \\
x^2-6x-7-x^2+8x-9 &= 0 \\
2x-16 &= 0 \\
x &= 8
\end{aligned}$$

A4 .

$$\begin{aligned}
\frac{Fx^2+Ex+D}{(x-1)(x-2)(x-3)} &= \frac{2}{x-1} - \frac{9}{x-2} + \frac{8}{x-3} \\
\frac{Fx^2+Ex+D}{(x-1)(x-2)(x-3)} &= \frac{2(x-2)(x-3)-9(x-1)(x-3)+8(x-1)(x-2)}{(x-1)(x-2)(x-3)} \\
\frac{Fx^2+Ex+D}{(x-1)(x-2)(x-3)} &= \frac{2(x^2-5x+6)-9(x^2-4x+3)+8(x^2-3x+2)}{(x-1)(x-2)(x-3)} \\
\frac{Fx^2+Ex+D}{(x-1)(x-2)(x-3)} &= \frac{2x^2-10x+12-9x^2+36x-27+8x^2-24x+16}{(x-1)(x-2)(x-3)} \\
\frac{Fx^2+Ex+D}{(x-1)(x-2)(x-3)} &= \frac{x^2+2x+1}{(x-1)(x-2)(x-3)}
\end{aligned}$$

Como los denominadores son iguales, los numeradores deben ser iguales, por lo tanto

$$Fx^2+Ex+D=x^2+2x+1$$

Por igualdad de polinomios,

$$F=1, E=2, D=1$$

A5 . Utilizando la ecuación del coseno de la diferencia de ángulos y el círculo trigonométrico para el cálculo de $\text{sen}(270) = -1$ y $\cos(270) = 0$,

$$\cos(270 - x) = \cos(270)\cos(x) + \text{sen}(270)\text{sen}(x) = 0 + (-1)\text{sen}(x) = -\text{sen}(x)$$

A6 .

$$\text{sen}(x) - \cos(x) = 1$$

despejando $\text{sen}(x)$ y elevando al cuadrado ambos miembros,

$$\text{sen}(x) = 1 + \cos(x)$$

$$\text{sen}^2(x) = (1 + \cos(x))^2$$

reemplazando $\text{sen}^2(x) = 1 - \cos^2(x)$,

$$1 - \cos^2(x) = 1 + 2\cos(x) + \cos^2(x)$$

operando,

$$-2\cos^2(x) = 2\cos(x)$$

$$-2\cos^2(x) - 2\cos(x) = 0$$

$$-2\cos(x)(\cos(x) + 1) = 0$$

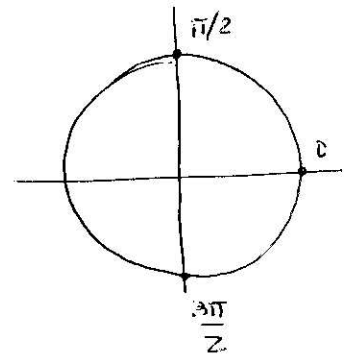
Por lo tanto, $\cos(x) = 0$ o $\cos(x) + 1 = 0$.

Para $\cos(x) = 0$, $x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$

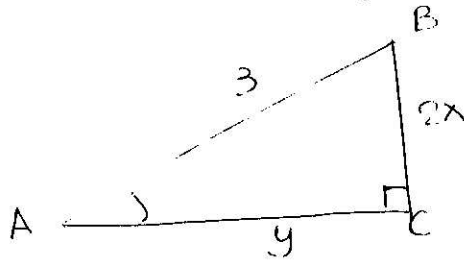
Para $\cos(x) + 1 = 0$, $\cos(x) = -1$, entonces $x = \pi$

Reemplazando estos tres valores en la ecuación original, observamos que los valores que satisfacen la misma son

$$\pi, \frac{\pi}{2}$$



A7 . Como A es un ángulo agudo y $\text{sen}(A) = \frac{2x}{3}$, graficamente



Por lo que debemos hallar el valor de y .

Por el teorema de Pitágoras,

$$3^2 = (2x)^2 + y^2$$

$$9 = 4x^2 + y^2$$

despejando y ,

$$y^2 = 9 - 4x^2$$

tomado el valor positivo de la raíz (la medida de los catetos no puede ser negativa)

$$y = \sqrt{9 - 4x^2}$$

Finalmente,

$$\sec(A) = \frac{1}{\cos(A)} = \frac{3}{\sqrt{9 - 4x^2}}$$

A8 . Utilizando la razón 3:4 de los catetos, sean $a = 3x$ y $b = 4x$ los mismos. Por el teorema de Pitágoras,

$$10^2 = (3x)^2 + (4x)^2$$

$$100 = 9x^2 + 16x^2$$

$$100 = 25x^2$$

$$x^2 = \frac{100}{25} = 4$$

tomando el valor positivo de la raíz (la medida de los catetos no puede ser negativa)

$$x = 2$$

Así, los catetos a y b miden

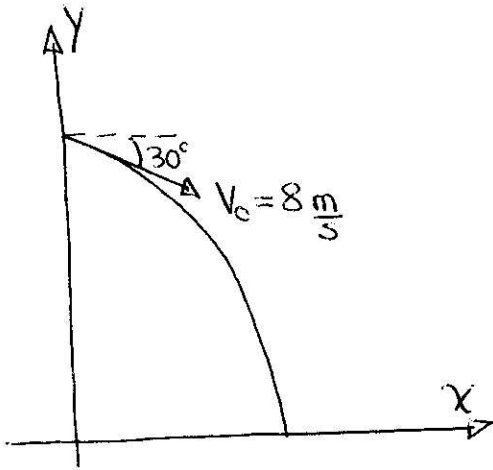
$$a = 3x = 3(2) = 6$$

$$b = 4x = 4(2) = 8$$

Solución

Fila 2

F9



$$V_{0y} = 8 \sin 30^\circ = 8 \left(\frac{1}{2} \right) = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$t = 4 \text{ s}$$

$$y = y_0 + V_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$0 = h - 4t - 5t^2$$

$$h = 4t + 5t^2$$

$$h = 4(4) + 5(16)$$

$$h = 16 + 80$$

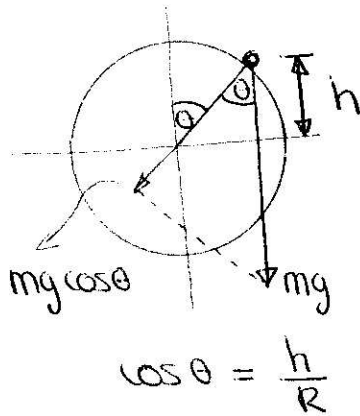
$$h = 96 \text{ m} //$$

Rta. (c)

Solución

Fila 2

F10



$N = 0$ (deja de estar en contacto)

$$mg \cos \theta = m \frac{v^2}{R}$$

$$g \frac{h}{R} = \frac{v^2}{R}$$

$$v = \sqrt{gh}$$

conservación de la energía:

$$mgR = \frac{1}{2} mv^2 + mgh$$

$$gR = \frac{1}{2} gh + gh$$

$$\frac{3}{2} h = R$$

$$h = \frac{2}{3} R$$

$$\rightarrow v = \sqrt{g \frac{2}{3} R} = \sqrt{\frac{20}{3} R}$$

$$R = 6 \text{ m}$$

$$v = \sqrt{\frac{20}{3} (6)} = \sqrt{40}$$

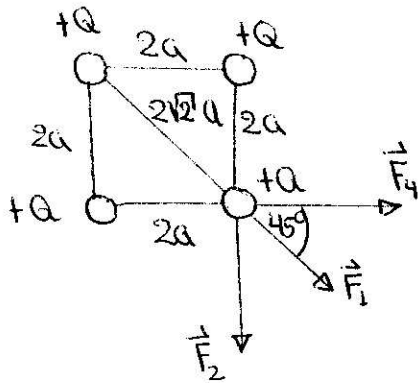
$$v = \sqrt{40} \frac{\text{m}}{\text{s}} //$$

Rta. (b)

Solución

Fila 2

F11



$$\vec{F}_1 = K \frac{Q^2}{8a^2} \frac{\sqrt{2}}{2} \hat{i} - K \frac{Q^2}{8a^2} \frac{\sqrt{2}}{2} \hat{j}$$

$$+ \vec{F}_2 = 0 \hat{i} - K \frac{Q^2}{4a^2} \hat{j}$$

$$\vec{F}_4 = K \frac{Q^2}{4a^2} \hat{i} + 0 \hat{j}$$

$$\vec{F} = \frac{KQ^2}{4a^2} \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{4}\right) \hat{i} - \frac{KQ^2}{4a^2} \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{4}\right) \hat{j}$$

$$F = \sqrt{2 \left[\frac{K^2 Q^4}{16a^4} \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{4}\right)^2 \right]}$$

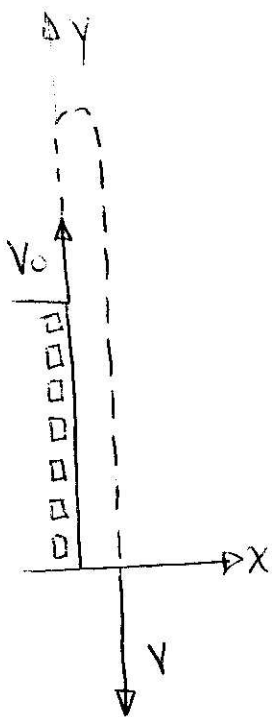
$$F = \left(\sqrt{2} + \frac{1}{2}\right) \frac{KQ^2}{4a^2} //$$

Rta. (b)

Solución

Fila 2

F12



$$v^2 = v_0^2 - 2g(y - y_0)$$

$$v^2 = v_0^2 + 2gh$$

$$h = \frac{v^2 - v_0^2}{20}$$

$$v_0 = 10 \text{ m/s}$$

$$v = 20 \text{ m/s}$$

$$h = \frac{400 - 100}{20} = \frac{30}{2}$$

$$h = 15 \text{ m} //$$

Rta. (b)

FILA 2

A) 22,4 L B) 50 L **C) 25 L** D) 40 L E) Ninguno

$$20 \text{ g } CH_4 * \frac{1 \text{ mol } CH_4}{16 \text{ g } CH_4} * \frac{20 \text{ L } CH_4}{1 \text{ mol } CH_4} = \mathbf{25 \text{ L } CH_4}$$

A) 160 **B) 140** C) 120 D) 110 E) Ninguno

$$n_T = n_{SO_2} + n_{NH_3} + n_{SO_3} = 0,20 + 0,60 + 2,2 = 3 \text{ moles}$$

$$x_{NH_3} = \frac{n_{NH_3}}{n_T} = \frac{0,60}{3} = 0,2$$

$$P_{NH_3} = P_T * x_{NH_3} = 700 \text{ torr} * 0,2 = \mathbf{140 \text{ torr.}}$$

A) 0,224 B) 2240 C) 224 **D) 22,4** E) Ninguno

$$\text{Mg} + 2\text{HCl} \rightarrow \text{MgCl}_2 + \text{H}_2$$

$$20 \text{ mL HCl} * \frac{0,1 \text{ equiv. HCl}}{1000 \text{ mL HCl}} * \frac{1 \text{ mol HCl}}{1 \text{ equiv. HCl}} * \frac{1 \text{ mol H}_2}{2 \text{ mol de HCl}} * \frac{22,4 \text{ L H}_2}{1 \text{ mol H}_2} * \frac{1000 \text{ mL H}_2}{1 \text{ L H}_2} = \mathbf{22,4 \text{ mL H}_2}$$

A) 1 **B) 9** C) 6 D) 3 E) Ninguno

Solución:

$$Densidad = \frac{masa}{volumen}$$

Masa del objeto = 45 g

Volumen del objeto = $V_{\text{final}} - V_{\text{inicial}} = 55 \text{ ml} - 50 \text{ ml} = 5 \text{ ml}$

$$Densidad = \frac{45 \text{ g}}{5 \text{ ml}} = \mathbf{9 \text{ g/ml}}$$