

ARITMÉTICA – ÁLGEBRA

A1. Mario, Carla y Lena entregan folletos de propaganda en la ciudad. Si cada uno de ellos trabaja solo, Mario tarda 4 h en entregar todos los folletos, y Lena se tarda una hora más que Carla. Si trabajan juntos, pueden entregar toda la propaganda en 40% del tiempo que tarda Carla cuando trabaja sola. ¿Cuánto tarda Carla en entregar toda la propaganda ella sola?

Tiempo de Mario	4 horas	Mario en una hora entrega:	$\frac{1}{4}$ de folletos	$\frac{1}{4} + \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} = \frac{5}{2x}$ $x^2 + x + 4x + 4 + 4x = 10x + 10$ $x^2 - x - 6 = 0$ $x=3$ o $x=-2$
Tiempo de carla	x horas	Carla en una hora entrega:	$\frac{1}{x}$ de folletos	
Tiempo de Lena	x + 1 horas	Lena en una hora entrega:	$\frac{1}{x+1}$ de folletos	
Tiempo de Todos	$\frac{40x}{100}$ horas	todos en una hora entregan:	$\frac{5}{2x}$ de folletos	

(B) 3h

A2. Racionalizar el numerador de la fracción:  $\frac{\sqrt{x^2+4}-2}{x^2}$  y hallar el valor numérico de la fracción simplificada obtenida, cuando  $x = 0$ .

$$\frac{\sqrt{x^2+4}-2}{x^2} \cdot \frac{\sqrt{x^2+4}+2}{\sqrt{x^2+4}+2} = \frac{x^2+4-4}{x^2(\sqrt{x^2+4}+2)} = \frac{x^2}{x^2(\sqrt{x^2+4}+2)} = \frac{1}{\sqrt{x^2+4}+2} \stackrel{x=0}{=} \frac{1}{4}$$

(D) 1/4

A3. Calcular el término 21 de la sucesión geométrica: 2, 2+2i, 4i, -4+4i, -8. (Aquí  $i = \sqrt{-1}$ )

El primer término de la progresión geométrica es  $a = 2$  y la razón  $r = \frac{2+2i}{2} = 1+i$

$$a_n = ar^{n-1} \rightarrow a_{21} = 2(1+i)^{20} = 2[(1+i)^2]^{10} = 2[(1+2i+i^2)]^{10} = 2[(1+2i-1)]^{10} = 2[2i]^{10} = 2[1024i^{10}] = 2[-1024] = -2048$$

(C) -2048

A4. Resolver la ecuación logarítmica:  $(x-1)^{\log(x-1)} = (100)(x-1)$ . Luego la suma de las soluciones es:

$$(x-1)^{\log(x-1)} = 100(x-1) \rightarrow \log[(x-1)^{\log(x-1)}] = \log[100(x-1)] \rightarrow \log(x-1) \cdot \log(x-1) = \log 100 + \log(x-1)$$

si  $u = \log(x-1) \rightarrow u^2 = 2 + u \rightarrow u^2 - u - 2 = 0 \rightarrow u = 2; u = -1 \rightarrow$

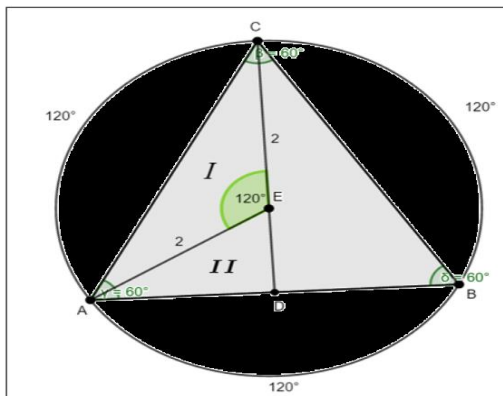
$\log(x-1) = 2 \rightarrow x-1 = 100 \rightarrow x_1 = 101$
$\log(x-1) = -1 \rightarrow x-1 = 10^{-1} \rightarrow x_2 = \frac{11}{10}$

$$x_1 + x_2 = 101 + \frac{11}{10} = \frac{1021}{10}$$

(B)  $\frac{1021}{10}$

## RESOLUCIÓN GEOMETRÍA – TRIGONOMETRÍA

**G5.** Un triángulo equilátero está inscrito a una circunferencia de radio 2 cm. Hallar el área sombreada.



$\overline{CD}$ es altura y mediana en $\triangle ACB$
En $\triangle I$ : $\overline{AC}^2 = 2^2 + 2^2 - 2(2)(2) \cos 120^\circ$
$\overline{AC}^2 = 4 + 4 - 8(-\frac{1}{2}) = 12 \rightarrow \overline{AC} = 2\sqrt{3} = \overline{AB} = \overline{CB}$
El $\triangle I$ es especial $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$
$\overline{ED} = \frac{\text{hipotenusa}}{2} = 1 \rightarrow \overline{CD} = 2 + 1 = 3$
$A_S = A_O - A_{\triangle} = \pi(2)^2 - \frac{(2\sqrt{3})(3)}{2} = 4\pi - 3\sqrt{3}$

**(B)  $4\pi - 3\sqrt{3}$**

**G6.** Resolver la siguiente ecuación en el intervalo  $0 \leq x < 2\pi$ , luego hallar la suma de las soluciones obtenidas.

$$\sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right) - \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right) - \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \frac{1}{2}\sqrt{2} \rightarrow \frac{1}{2}\sqrt{2} \cos x + \frac{1}{2}\sqrt{2} \sin x - \frac{1}{2}\sqrt{2} \cos x + \frac{1}{2}\sqrt{2} \sin x = \frac{1}{2}\sqrt{2}$$

$$\sqrt{2} \sin x = \frac{1}{2}\sqrt{2} \rightarrow \sin x = \frac{1}{2} \rightarrow x_1 = \frac{\pi}{6}; x_2 = \frac{5\pi}{6} \rightarrow x_1 + x_2 = \pi$$

**(A)  $\pi$**

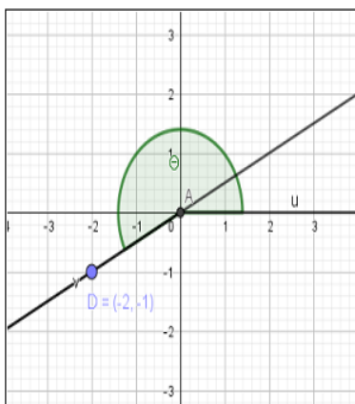
**G7.** Al simplificar la fórmula  $\frac{\sin 2\theta + \sin 4\theta}{\sin 2\theta - \sin 4\theta} + \frac{\tan 3\theta}{\tan \theta}$ , se obtiene:

$$\frac{\sin 2\theta + \sin 4\theta}{\sin 2\theta - \sin 4\theta} + \frac{\tan 3\theta}{\tan \theta} = \frac{-2 \sin\left(\frac{2\theta + 4\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{2\theta - 4\theta}{2}\right)}{2 \sin\left(\frac{2\theta - 4\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{2\theta + 4\theta}{2}\right)} + \frac{\tan 3\theta}{\tan \theta} = \frac{\sin(3\theta) \cos(-\theta)}{\sin(-\theta) \cos(3\theta)} + \frac{\tan 3\theta}{\tan \theta}$$

$$= \frac{\sin(3\theta) \cos(\theta)}{-\sin(\theta) \cos(3\theta)} + \frac{\tan 3\theta}{\tan \theta} = -\frac{\cos(3\theta)}{\frac{\sin(3\theta)}{\cos(\theta)}} + \frac{\tan 3\theta}{\tan \theta} = -\frac{\tan 3\theta}{\tan \theta} + \frac{\tan 3\theta}{\tan \theta} = 0$$

**(B) 0**

**G8.** Calcular el  $\cos \theta$ , si  $\theta$  es un ángulo del III cuadrante y su lado terminal está sobre la recta  $4y - 2x = 0$



Como  $y = \frac{1}{2}x \rightarrow (-2, -1)$ , es un punto en lado terminal del ángulo

$$r^2 = (-2)^2 + (-1)^2 \rightarrow r = \sqrt{5} \rightarrow \cos \theta = \frac{-2}{\sqrt{5}}$$

**(C)  $-2/\sqrt{5}$**

# Física - Fila 1

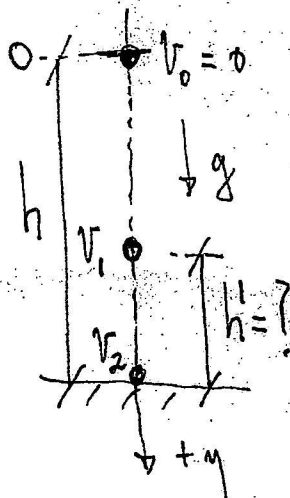
#9

$$\theta_1 = \omega_1 t$$

$$\theta_2 = \omega_2 t + \frac{\alpha_2}{2} t^2 \Rightarrow \theta_2 = \theta_1 + 2\pi$$

$$\cancel{\omega_2 t} + \frac{\alpha_2}{2} t^2 = \cancel{\omega_1 t} + 2\pi \Rightarrow t = 2\sqrt{\pi} [s] \quad (c)$$

#10



$$v_2^2 = v_0^2 + 2g\Delta y$$

$$v_2 = \sqrt{2gh}$$

$$v_1 = \frac{v_2}{2} = \frac{\sqrt{2gh}}{2}$$

$$v_1^2 = v_0^2 + 2g\Delta y$$

$$\left(\frac{\sqrt{2gh}}{2}\right)^2 = 2g(h-h')$$

$$\frac{2gh}{4} = 2g(h-h')$$

$$h' = \frac{3}{4} h [m] \quad (a)$$

#11

$$F - \mu_c(m_1 + m_2)g = (m_1 + m_2)a \Rightarrow F = (m_1 + m_2)(a + \mu_c g) \quad (b)$$

$$F = 35 [N]$$

#12

A → C

$$mgh = \mu_c mg d_{BC} \rightarrow d_{BC} = \frac{h}{\mu_c} = \frac{3}{0,1} = 30 [m]$$

$$d_{AB} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 [m]$$

$$d_{AC} = d_{AB} + d_{BC} = 35 [m] \quad (d)$$

# FILA 1

Q13.- ¿Cuántos moles de átomos de oxígeno están contenidos en 122,5 g de H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>?

- a) 4                      b) 5                      c) 3                      d) 6                      e) Ninguno

H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>:

H: 2 \* 1,0 = 2

S: 1 \* 32,0 = 32

O: 4 \* 16,0 = 64

Total: 2+32+64= 98 g/mol

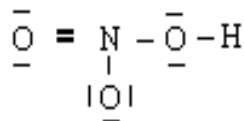
**Solución:**

$$122,5 \text{ g H}_2\text{SO}_4 * \frac{1 \text{ mol H}_2\text{SO}_4}{98 \text{ g H}_2\text{SO}_4} \times \frac{3 \text{ mol O}}{1 \text{ mol H}_2\text{SO}_4} = \mathbf{5 \text{ mol de átomos de O}} \quad (\mathbf{R: b})$$

Q14.- ¿Cuál de las siguientes moléculas posee, entre sus diferentes enlaces, un enlace covalente doble?

- a) HNO<sub>3</sub>              b) KCl                      c) CO<sub>2</sub>                      d) H<sub>3</sub>PO<sub>3</sub>              e) Ninguno

**Solución:** La estructura de Lewis del HNO<sub>3</sub> es:



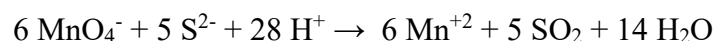
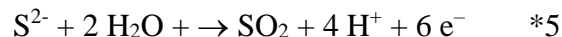
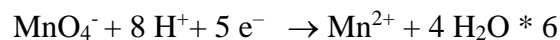
**R: a**

Q15.- Luego de igualar por el método del ion electrón la siguiente reacción en medio básico, el valor del coeficiente estequiométrico del H<sub>2</sub>S es:



- a) 1                      b) 6                      c) 5                      d) 3                      e) Ninguno

**Solución:**



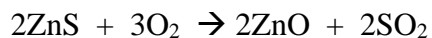
**R: c**

Q16.- Se hacen reaccionar 100 litros de aire (79% nitrógeno y 21% de oxígeno en volumen) con un mineral que contiene sulfuro de cinc de alta pureza, ¿Cuántos litros de dióxido de azufre en las mismas condiciones de presión y temperatura se formarán si el rendimiento de la reacción es del 50% ?.



- a) 14              b) 5              c) 10              d) 7              e) Ninguno

**Solución:**



$$100 \text{ L Aire} * \frac{21 \text{ L O}_2}{100 \text{ L Aire}} * \frac{2 \text{ L SO}_2}{3 \text{ L O}_2} * \frac{50\%}{100\%} = \mathbf{7 \text{ L SO}_2}$$

**R: d**