A1. ¿Cuántos términos hay en una progresión geométrica que empieza con 3, tiene razón 4 y la suma de esos términos es 1023?

(A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 9 (E) NINGUNO

Solución:

$$3+3\times 4+3\times 4^2+...+3\times 4^{n-1}=1023$$
$$4^n-1=1023$$
$$4^n=1024=4^5$$
$$n=5$$

A2. En un número de tres cifras, el dígito de las unidades excede en 3 al de las centenas y la suma de los tres dígitos es 7. Si se invierten los dígitos de las decenas y las centenas el número resultante excede en 90 al original. Hallar cual es el dígito de las unidades del número.

a) 4 b) 5 c) 6 d) 7 e) Ninguno

SOLUCIÓN

Sea el número $\overline{cdu}=100c+10d+u$

De la oración “el dígito de las unidades excede en 3 al de las centenas” se obtiene la ecuación:

$$u-c=3$$

De la oración “la suma de los tres dígitos es 7” se obtiene la ecuación:

$$u+d+c=7$$

“Si se invierten los dígitos de las decenas y las centenas”, entonces el número es:

$$\overline{dcu}=100d+10c+u$$

De la oración “Si se invierten los dígitos de las decenas y las centenas el número resultante excede en 90 al original” se obtiene la ecuación:

$$(100d+10c+u)-(100c+10d+u)=90$$
$$90d-90c=90$$
$$d-c=1$$

Entonces el sistema es:

$$\begin{cases} u=3+c \\ u+d+c=7 \\ d=1+c \end{cases}$$

Reemplazando la primer y tercera ecuación en la segunda:

$$3+c+1+c+c=7$$
$$3c=3$$
$$c=1$$
$$d=2$$
$$u=4$$

Entonces el número es 124

A3. La suma de dos números es 18 y la de sus cuadrados es 180. Hallar el producto de los números.

a) 52 b) 72 c) 70 d) 60 e) Ninguno

SOLUCIÓN:

$$\begin{cases} x + y = 18 \\ x^2 + y^2 = 180 \end{cases}$$

Aplicando la fórmula:

$$(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$xy = \frac{(x+y)^2 - (x^2+y^2)}{2}$$

Reemplazando los valores:

$$xy = \frac{(18)^2 - (180)}{2}$$

$$xy = 72$$

A4. ¿Cuántas cifras tiene el número $20^{10} \times 2^{404} \times 5^{403}$?

a) 400 cifras b) 450 cifras c) 420 cifras d) 417 cifras e) Ninguno

Solución
Tenemos que:

$$\begin{aligned} 20^{10} \times 2^{404} \times 5^{403} &= (2 \times 2 \times 5)^{10} \times (2^{403} \times 2) \times 5^{403} \\ &= 2^{10} \times (2 \times 5)^{10} \times 2^{403} \times 2 \times 5^{403} \\ &= 2^{11} \times (2 \times 5)^{10} \times (2 \times 5)^{403} \\ &= 2^{11} \times 10^{10} \times 10^{403} \\ &= 2^{11} \times 10^{413} \\ &= 2048 \times 10^{413} \end{aligned}$$

el cual tiene 4+413 cifras

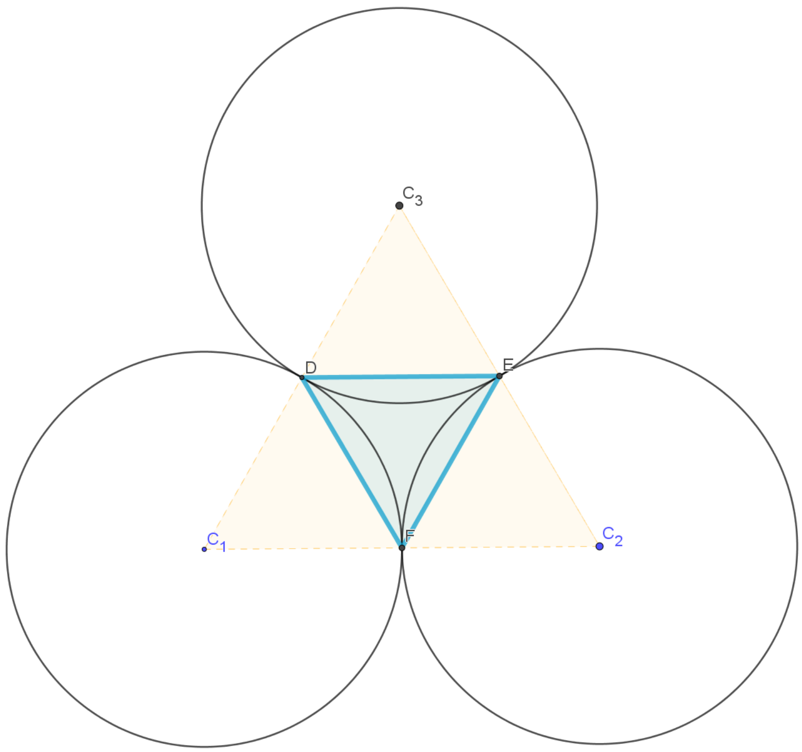
Por tanto, el número dado tiene 417 cifras.

SOLUCIONARIO GEOMETRIA-TRIGONOMETRIA

G5. Se tienen 3 circunferencias de radio r tangentes exteriormente entre sí, determinar el perímetro del triángulo formado por los puntos de tangencia de las circunferencias.

$$a)\ r \qquad b)\ 3r \qquad c)\ 2r \qquad d)\ \frac{3}{2}r \qquad e)\ \text{ninguno}$$

SOLUCIÓN**:**



Se quiere hallar el perímetro del triángulo DEF.

El triángulo $C_1C_2C_3$ es equilátero cuyos lados miden $2r$. Por tanto, sus ángulos también son iguales e iguales a $60°$.

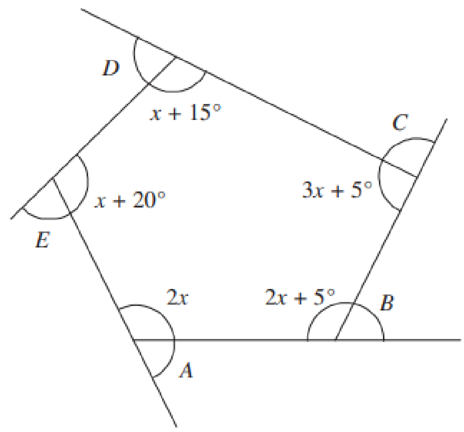
El triángulo C_1DF, tiene dos lados iguales, que son los radios igual a r, por tanto, podemos concluir inicialmente que se trata de un triángulo isósceles. Por tanto, los ángulos C_1DF y DFC_1 son iguales, pero como el ángulo DC_1F vale $60°$ por el triángulo mayor, entonces solo queda que los ángulos C_1DF y DFC_1 valgan también $60°$, lo que significa que el triángulo C_1DF es equilátero, por tanto, el lado $\overline{DF} = r$. Lo mismo pasa con los lados $\overline{DE}$ y $\overline{EF}$. Entonces el triángulo DEF es equilátero y sus lados son iguales a r.

Finalmente, el perímetro queda:

$$P = 3r.$$

Respuesta correcta: $b)$

G6. Determinar la suma de los ángulos exteriores $D + B$ del siguiente polígono:



$a)$ 175 $\quad b)$ 180 $\quad c)$ 110 $\quad d)$ 170 $\quad e)$ $ninguno$

Solución: La suma de los ángulos de un pentágono es 540º por lo tanto tenemos, $2x + (2x + 5) + (3x + 5) + (x + 15) + (x + 20) = 540$

$$9x + 45 = 540$$

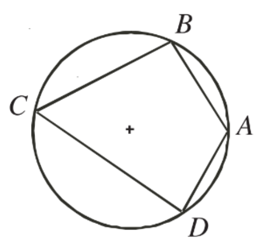
$$x = 55$$

Luego $2(55) + 5 + B = 180$ y $(55) + 15 = 180$ por ser ángulos llanos

Por tanto $B = 65$ y $D = 110$ finalmente $D + B = 175°$

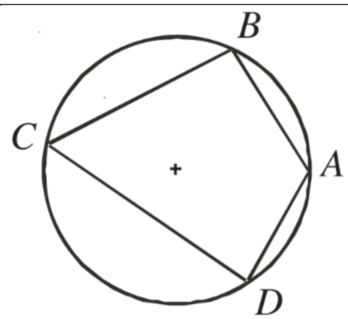
G7. Un cuadrilátero $ABCD$ está inscrito en una circunferencia. Encuentra el valor de los 4 ángulos internos $\angle A, \angle B, \angle C, \angle D$ (en ese orden) del cuadrilátero dadas las medidas de arcos siguientes:

$\widehat{AB} = 60°, \widehat{BC} = 110°, \widehat{CD} = 100°$ y $\widehat{AD} = 90°$.



a) $105°, 95°, 75°, 85°$ b) $100°, 95°, 80°, 85°$ c) $105°, 90°, 75°, 90°$ d) $95°, 95°, 85°, 85°$ e) Ninguno

Solución.

 	Se tiene por ángulo inscrito: $\angle BAC = \frac{\widehat{BC}}{2} = \frac{110°}{2} = 55°$ $\angle CAD = \frac{\widehat{CD}}{2} = \frac{100°}{2} = 50°$ Entonces $\angle BAD = \angle BAC + \angle CAD = 55° + 50° = 105°$
También por ángulo inscrito: $\angle CDB = \frac{\widehat{BC}}{2} = \frac{110°}{2} = 55°$ $\angle BDA = \frac{\widehat{AB}}{2} = \frac{60°}{2} = 30°$ Entonces $\angle CDA = \angle CDB + \angle BDA = 55° + 30° = 85°$	Los otros ángulos internos son suplementarios a los ya determinados, es decir: $\angle DCB = 180° - \angle BAD = 180° - 105° = 75°$ $\angle CBA = 180° - \angle CDA = 180° - 85° = 95°$ En resumen, los ángulos interiores del cuadrilátero son: $\angle A = 105°, \angle B = 95°, \angle C = 75°, \angle D = 85°$ R. A)

G8 .Resuelva la ecuación $2\,\mathrm{sen}\,x + \csc x = 3$ tal que $0° \leq x \leq 360°$. Indique como respuesta la suma de las soluciones.

a) $270°$ b) $180°$ c) $120°$ d) $240°$ e) Ninguno

Solución.

$2\sin x + \csc x = 3$

$2\sin x + \frac{1}{\sin x} = 3$

$2\sin^2 x + 1 = 3\sin x$

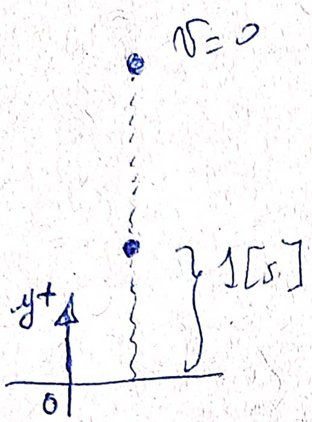
$2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0$

$(2\sin x - 1)(\sin x - 1) = 0$

$\sin x = \frac{1}{2}$ $x_1 = 30°$ $x_2 = 150°$	$\sin x = 1$ $x_3 = 90°$

La suma de las soluciones es $30° + 150° + 90° = 270°$

F9



$$\overset{0}{\cancel{y}} = y_0 + \overset{0}{\cancel{v_0}}\, t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$0 = 20 - \frac{1}{2} g t^2$$

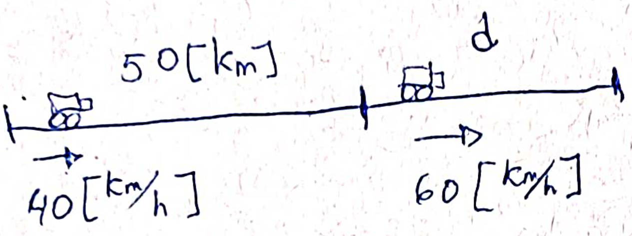
$$t = \sqrt{\frac{40}{g}} = \sqrt{\frac{4\cancel{0}}{1\cancel{0}}} = 2\ [s]$$

Para $t = 1[s]$

$$\Rightarrow\ y = 20 - \frac{1}{2} g t^2$$

$$y = 20 - 5(1)^2 \longrightarrow \underline{y = 15\ [m]}$$

F10



$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$v_m = \frac{50+d}{t_1+t_2}$$

$$v_1 = \frac{d_1}{t_1}$$

$$40 = \frac{50}{t_1}$$

$$t_1 = \frac{5}{4}\ [h]$$

$$v_2 = \frac{d}{t_2}$$

$$60 = \frac{d}{t_2}$$

$$t_2 = \frac{d}{60}$$

$$\Rightarrow \quad v_m = \frac{50+d}{\frac{5}{4}+\frac{d}{60}}$$

$$50\left(\frac{5}{4}+\frac{d}{60}\right) = 50+d$$

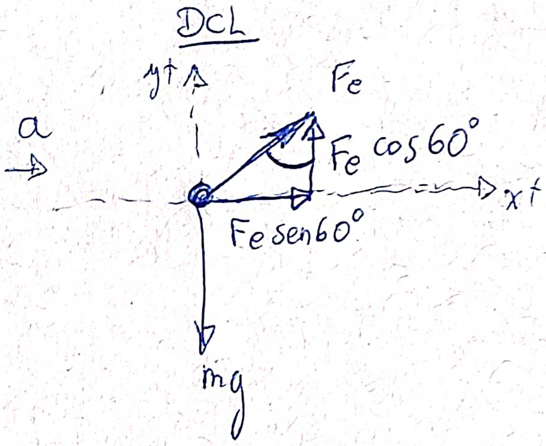
$$\frac{250}{4}+\frac{5d}{6} = 50+d$$

$$\Rightarrow \quad \frac{250}{4} - 50 = d - \frac{5}{6}d$$

$$\frac{\cancel{50}^{25}}{\cancel{4}_{2}} = \frac{1}{\cancel{6}_{3}}d$$

$$d = 3(25) = 75\ [km]$$

F11



$$\begin{cases} \Sigma F_x = ma \\ \Sigma F_y = 0 \end{cases}$$

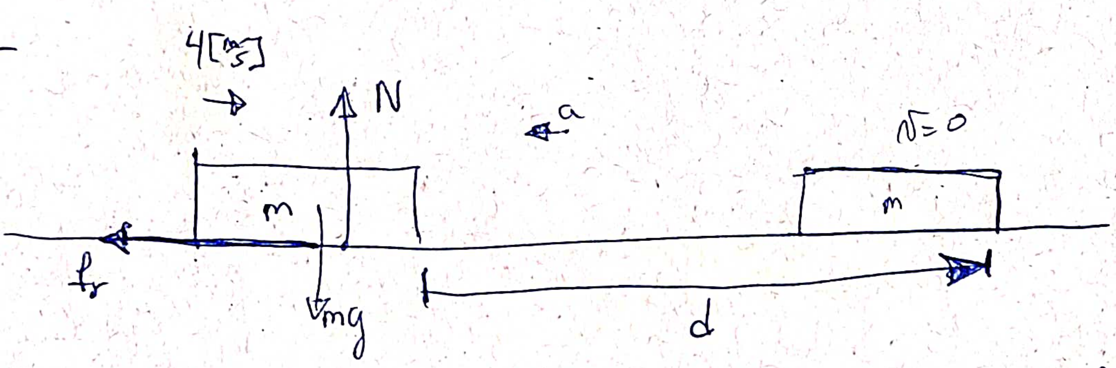
$$\begin{cases} F_e \operatorname{sen} 60° = ma \\ F_e \cos 60° - mg = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow k x \cos 60° = mg$$

$$x = \frac{mg}{k \cos 60°} = \frac{(10)(10)}{5000\left(\frac{1}{2}\right)} = \frac{10\cancel{0}}{250\cancel{0}}$$

$$\underline{x = \frac{1}{25}\ [m]}$$

F12



$\Sigma F = ma$

$f_r = ma$

$\mu N = ma$

$\mu \cancel{m} g = \cancel{m} a$

$a = \mu g = 0,25(10)$

$a = 2,5 \left[\frac{m}{s^2}\right]$

$v^2 = v_0^2 - 2a\cancel{\Delta x}\, d$

$0^2 = 4^2 - 2(2,5)d$

$d = \frac{16}{5}$ [m]

$W = \vec{f_r} \cdot \vec{d}$

$W = f_r\, d\, \cancel{\cos 180°}$ -1

$W = -\mu N d$

$W = -\mu m g d$

$W = -0,25(1)(10)\frac{16}{5}$

$W = -2,5\left(\frac{16}{5}\right)$

$W = -\left(\frac{\cancel{5}}{2}\right)\left(\frac{16}{\cancel{5}}\right)$

$W = -8$ [J]

Q13.- La densidad del agua es 1,0 g/mL a 4°C. ¿Cuántos átomos de hidrógeno hay en 3,6 mL de agua a esa temperatura? (Expresar con un decimal el resultado)

a) $6,02*10^{24}$ b) $1,71*10^{23}$ c) $1,24*10^{23}$ **d) $2,4*10^{23}$** e) Ninguno

SOLUCION:

$$3,6\text{ ml } H_2O * \left(\frac{1\ g\ H_2O}{1ml\ H_2O}\right) * \left(\frac{1\ mol\ H_2O}{18\ g\ H_2O}\right) * \left(\frac{2\ mol\ H}{1\ mol\ H_2O}\right) * \left(\frac{6,023 * 10^{23} atomos\ de\ H}{1\ mol\ H}\right) =$$

$$= \mathbf{2,4 * 10^{23}\ \text{átomos de H}}$$

Q14.- Una proteína tiene 5 átomos de hierro por molécula y contiene 1,4% en masa de hierro. Calcular la masa molar de la proteína.

a) 32941 b) 12000 **c) 20000** d) 65882 e) Ninguno

SOLUCION:

$$\left(\frac{5\text{ atomos Fe}}{1\ molécula\ proteína}\right) * \left(\frac{6,023 * 10^{23} moléculas\ proteínas}{1\ mol\ proteína}\right) * \left(\frac{1\ mol\ Fe}{6,023 * 10^{23} átomos\ Fe}\right) * \left(\frac{56\ g\ Fe}{1\ mol\ Fe}\right) * \left(\frac{100\ g\ proteína}{1,4\ g\ Fe}\right) =$$

$$= \mathbf{20000 g/mol}$$

Q15.- Una solución de peróxido de hidrogeno presenta a 27°C, una presión osmótica de 25 atm. ¿A qué temperatura solidifica la solución? Molaridad igual a molalidad.

A) – 1,78°C **B) – 1.89°C** **C) 2,50°C** **D) – 5,50** **E) Ninguno**

SOLUCION:

Solución peróxido hidrogeno.

T = 27°C + 273 = 300 K

π = 25 atm

T_f = ?

T_f° = 0°C

M = m

$$\pi = M R T$$

$$M = \frac{\pi}{R \times T} = \frac{25\ \cancel{atm}}{0,082\ \frac{\cancel{atm}\ L}{Mol\ \cancel{K}} \times 300\ \cancel{K}} = 1,016\ Mol/L$$

$$T_b^\circ - T_f = K_f \times m$$

$$T_f^\circ - T_f = \frac{1,86°C}{\cancel{m}} \times 1,016\ \cancel{m} = -1,89°C$$

Q16.- Una muestra de 2,0 L de helio medidos a 27°C está sometido a una presión que es el doble de la que tiene una muestra de gas H_2 medidos a 227°C y tiene además el triple del número de moléculas de H_2. Calcular el volumen en litros que ocupara la muestra de gas H_2.

A) 2,25 **B) 1,22** **C) 2,84** **D) 2,22** **E) Ninguno**

SOLUCION:

DATOS: **1. He y 2. H_2**

$V_1 = 2,0$ L He
$T_1 = 27°C + 273 = 300K$
$P_1 = 2P_2$
$T_2 = 227°C + 273 = 500K$
$n_1 = 3n_2$
$V_2 = H_2$ L

$$\frac{P_1 V_1}{n_1 T_1} = \frac{P_2 V_2}{n_2 T_2}$$

$$V_2 = \frac{n_2 P_1 V_1 T_2}{n_1 P_2 T_1} = \frac{\cancel{n_2} \times 2\cancel{P_2} \times 2{,}0 \text{ L} \times 500 \cancel{\text{K}}}{3\cancel{n_2} \times \cancel{P_2} \times 300 \cancel{\text{K}}} = 2{,}22 \text{ L } H_2$$