

Soluciones Algebra-Aritmética Examen de Ingreso FCyT-UMSS 10/03/2016

1. Un plomero y su ayudante trabajan juntos para reemplazar la tubería de una casa vieja. El plomero gana 45 dólares por hora de su trabajo y su ayudante gana 25 dólares por hora. El plomero trabaja el doble del tiempo que su ayudante y el cargo final por mano de obra trabajada es de 4025 dólares. ¿Cuánto tiempo trabajo el plomero y su ayudante en esta casa?

Solución:

Si x son las horas trabajadas por el ayudante, entonces $2x$ son las horas trabajada por el plomero. Planteamos:

$$45 * (2x) + 25 * x = 4025$$

de donde:

$$x = 35$$

Entonces el plomero trabajó 70 horas y su ayudante 35 horas.

2. Mary tiene 3 dólares en monedas de 5, 10 y 25 centavos de dólar. Si tiene el doble de monedas de 10 centavos que de monedas 25 y tiene cinco monedas más de 5 centavos que de 10 centavos. ¿Cuántas monedas de cada tipo tiene?

Solución:

Si x, y, z son las monedas de 5, 10 y 25 centavos respectivamente, entonces:

$$\begin{cases} y = 2z \\ x = y + 5 \\ 0.05 * x + 0.10 * x + 0.25 * z = 300 \end{cases}$$

Resolviendo se obtiene $x = 15, y = 10, z = 5$.

3. Mónica y Karen fueron contratadas para pintar las habitaciones de una casa. Si trabajan juntas, las mujeres pueden pintar la casa en dos tercios del tiempo en que tardaría Karen, trabajando ella sola. Si Mónica, trabajando sola, tarda 6 h en pintar la casa. ¿Cuántas horas tarda Karen en pintar la casa si trabaja sola?

Solución:

Mónica en una hora realiza $\frac{1}{6}$ de todo el trabajo, por otro lado Karen realiza $\frac{1}{x}$ del trabajo por hora. Si ambas mujeres trabajan juntas en una hora realizan $\frac{1}{\frac{2}{3}x}$ del trabajo. Entonces $\frac{1}{6} + \frac{1}{x} = \frac{3}{2x}$ de donde $x = 3$. Por lo tanto Karen tarda 3 horas en realizar el trabajo sola.

4. Encuentre la inversa de la función $f(x) = \frac{2^x}{1+2^x}$

Solución:

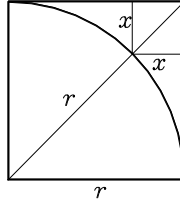
Planteando $y = f(x)$ y despejando x se obtiene $x = \log_2 \frac{y}{1-y}$, entonces la función inversa es $f^{-1}(x) = \log_2 \frac{x}{1-x}$

Solución del examen de Geometría y Trigonometría (2da. opción) FILA 1

1. En la figura, se tienen dos cuadrados y una cuarta circunferencia de área 4π , sabiendo que el cuadrado pequeño es tangente a la cuarta circunferencia entonces la longitud del lado del cuadrado pequeño es igual a:

Solución

De la figura



se sigue

$$\frac{1}{4}\pi r^2 = 4\pi, \quad r = 4$$

$$4\sqrt{2} = 4 + x\sqrt{2}$$

de donde $x = 4 - 2\sqrt{2}$

2. Alfredo simplifica la siguiente expresión

$$\frac{\sin^2\left(\frac{7\pi}{3}\right)\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) - \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)}{1 - \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)}$$

y obtiene una expresión de la forma $a\sqrt{2} + b\sqrt{6}$, entonces el valor de la suma $a + b$ es igual a:

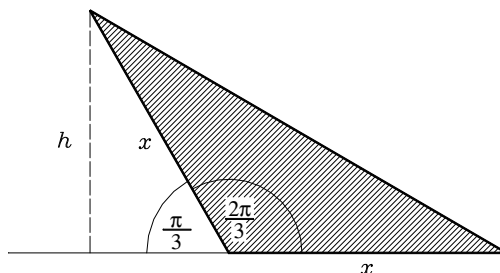
Solución

$$\begin{aligned} \frac{\sin^2\left(\frac{7\pi}{3}\right)\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) - \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)}{1 - \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)} &= \frac{\sin^2\left(\frac{\pi}{3}\right)\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) - \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)}{1 - \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)} = \\ &= \frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) - \frac{\sqrt{2}}{2}}{1 + \frac{1}{2}\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{26}\sqrt{6} - \frac{2}{13}\sqrt{2} \end{aligned}$$

de donde $a = -\frac{2}{13}$ y $b = \frac{1}{26}$, entonces $a + b = -\frac{3}{26}$

3. Un triángulo isósceles tiene área igual a $4\sqrt{3} \text{ cm}^2$, si el ángulo entre los dos lados iguales es igual a $\frac{2\pi}{3}$, entonces la longitud de uno de sus lados iguales es igual a:

Solución



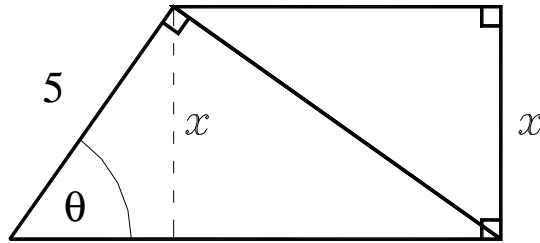
$$\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{h}{x}, \quad \text{de donde } h = \frac{\sqrt{3}x}{2}$$

entonces

$$4\sqrt{3} = \frac{1}{2}xh = \frac{1}{2}x \frac{\sqrt{3}x}{2} \quad \text{y tenemos } x = 4$$

4. La longitud x , en la siguiente figura en función del ángulo θ , es igual a

Solución



es claro $\sin(\theta) = \frac{x}{5}$ de donde $x = 5 \sin(\theta)$.

Fila I

F9.

$$x = v t$$

$$y = h - \frac{1}{2} g t^2$$

$$h = v T$$

$$0 = h - \frac{1}{2} g T^2$$

$$h = \frac{1}{2} g \left(\frac{h}{v}\right)^2$$

$$h = \frac{2 v^2}{g} = \frac{2(5)^2}{10} = 5 m$$

F10.

$$m_1 g - T = m_1 a$$

$$T = m_2 a$$

$$m_1 g = (m_1 + m_2) a$$

$$m_1 = \frac{m_2 a}{g - a} = \frac{6 \times 4}{10 - 4} = 4 kg$$

F11.

$$W = F x$$

$$x = \frac{1}{2} a t^2$$

$$F = m a$$

$$W = \frac{1}{2} m a^2 t^2 = \frac{1}{2} \times 4 \times 1^2 \times 15^2 = 450 J$$

F12.

$$m_B v_B = m_A v'_A + m_B v'_B$$

$$\frac{1}{2} m_B v_B^2 = \frac{1}{2} m_A v'^2_A + \frac{1}{2} m_B v'^2_B$$

$$m_B (v_B - v'_B) = m_A v'_A$$

$$m_B (v_B - v'_B)(v_B + v'_B) = m_A v'^2_A$$

$$v_B + v'_B = v'_A$$

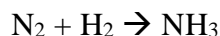
$$m_B v_B = m_A v'_A + m_B v'_A - m_B v_B$$

$$v'_A = \frac{2 m_B v_B}{m_A + m_B} = \frac{2 \times 1 \times 5}{2 + 1} = \frac{10}{3} \text{ m/s}$$

SOLUCIÓN EXAMEN DE INGRESO SEGUNDA OPCIÓN

FILA 1

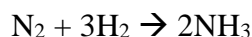
Q13.- Para la siguiente reacción en fase gaseosa:



Se colocan en contacto 30 litros de nitrógeno gaseoso con 30 litros de hidrógeno gas. Calcular el volumen de NH_3 , en litros, que se obtienen al tener un rendimiento en la reacción del 50%.

- A) 30 **B) 10** C) 20 D) 50 E) Ninguno

Solución:



$$30 \text{ L N}_2 \div 1 = 30$$

$$30 \text{ L H}_2 \div 3 = 10 \rightarrow \text{Reactivo Limitante H}_2$$

$$30 \text{ L H}_2 * \frac{2 \text{ L NH}_3}{3 \text{ L H}_2} * \frac{50\%}{100\%} = 10 \text{ L NH}_3$$

Q14.- Al comprimir un gas a 1/6 de su volumen inicial, la diferencia de sus presiones es de 10 atm. ¿Cuál será la presión final, en atm, del gas a temperatura constante?

- A) 10 B) 15 **C) 12** D) 17 E) Ninguno

Solución:

$$V_2 = 1/6 V_1 \quad \text{comprimir} = \text{Aumento de presión, disminución de volumen}$$

$$P_2 > P_1 \therefore P_2 - P_1 = 10 \text{ atm}$$

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \rightarrow P_1 V_1 = P_2 V_1/6 ; 6P_1 = P_2$$

$$6P_1 - P_1 = 10 \rightarrow P_1 = 2 \text{ atm} \rightarrow \mathbf{P_2 = 12 \text{ atm.}}$$

Q15.- Calcular la Molaridad y Normalidad de una solución de un ácido H_2Ac que tiene una pureza del 60% en peso de ácido y una densidad de 1 g/mL. El peso molecular del ácido H_2Ac es de 100 g/mol.

- A) 3 M y 6 N B) 3 M y 3 N C) 6 M y 6 N **D) 6 M y 12 N** E) 6 M y 3 N

Solución:

$$\frac{60 \text{ g H}_2\text{Ac}}{100 \text{ g soln.}} * \frac{1 \text{ g soln.}}{1 \text{ mL soln.}} * \frac{1 \text{ mol H}_2\text{Ac}}{100 \text{ g H}_2\text{Ac}} * \frac{1000 \text{ mL soln.}}{1 \text{ L soln.}} = 6 \text{ mol/L} \equiv \mathbf{6 \text{ M}}$$

$$\frac{60 \text{ g H}_2\text{Ac}}{100 \text{ g soln.}} * \frac{1 \text{ g soln.}}{1 \text{ mL soln.}} * \frac{1 \text{ mol H}_2\text{Ac}}{100 \text{ g H}_2\text{Ac}} * \frac{2 \text{ equiv. H}_2\text{Ac}}{1 \text{ mol H}_2\text{Ac}} * \frac{1000 \text{ mL soln.}}{1 \text{ L soln.}} = 12 \text{ equiv./L} \equiv \mathbf{12 \text{ N}}$$

Q16.- Calcular la temperatura de congelación de una solución que resulta de la mezcla de 58,5 g de cloruro de sodio, NaCl, con 100 g de agua. La constante de congelación o crioscópica para el agua K_c es de 1,86 °C/ molal.

- A) 1,86 °C B) 18,6 °C C) -1,86 °C D) 0 °C **E) -18,6 °C**

Solución:

$$\Delta T_c = K_c \cdot \text{molalidad}$$

$$58,5 \text{ g NaCl} \cdot \frac{1 \text{ mol NaCl}}{58,5 \text{ g NaCl}} = 1 \text{ mol NaCl} ; 100 \text{ g H}_2\text{O} = 0,1 \text{ Kg H}_2\text{O} \Rightarrow \text{molalidad} = \frac{\text{moles NaCl}}{\text{Kg H}_2\text{O}}$$

$$\Delta T_c = 1,86 \cdot \frac{1 \text{ mol}}{0,1 \text{ Kg}} = 18,6 \text{ °C} \Rightarrow T_c \text{ soln.} = T_c \text{ solv.} - \Delta T_c = 0 - 18,6 = \mathbf{-18,6 \text{ °C}}$$