Soluciones Algebra-Aritmética Examen de Ingreso FCyT-UMSS 23/02/2016

1. Si a y b son constantes, se tiene que las raíces de la ecuación: $x^2+ax+b=0$ son los cuadrados de las raíces de la ecuación: $2x^2+x-6=0$. Hallar $|4a+b|$ y $|8a+b|$.

   Solución:

   Resolviendo la ecuación $x^2+ax+b=0$ se obtiene: $\frac{-a\pm\sqrt{a^2-4b}}{2}$. Por otro lado las raíces de la ecuación $2x^2+x-6=0$, son $\frac{3}{2}$ y -2. Siguiendo el enunciado planteamos:

   $\frac{-a\pm\sqrt{a^2-4b}}{2}=\left(\frac{3}{2}\right)^2 \rightarrow 36a+16b+81=0$

   $\frac{-a\pm\sqrt{a^2-4b}}{2}=(-2)^2 \rightarrow 16a+4b+64=0$

   Resolviendo se obtiene $a=-\frac{25}{4}$ y $b=9$.

   Luego $|4a+b|=|-25+9|=16$, del mismo modo $|8a+b|=41$.

2. Mónica y Karen fueron contratadas para pintar las habitaciones de una casa. Si trabajan juntas, las mujeres pueden pintar la casa en dos tercios del tiempo en que tardaría Karen, trabajando ella sola. Si Mónica, trabajando sola, tarda 6 h en pintar la casa. ¿Cuántas horas tarda Karen en pintar la casa si trabaja sola?

   Solución:

   Mónica en una hora realiza $\frac{1}{6}$ de todo el trabajo, por otro lado Karen realiza $\frac{1}{x}$ del trabajo por hora. Si ambas mujeres trabajan juntas en una hora realizan $\frac{1}{\frac{2}{3}x}$ del trabajo. Entonces $\frac{1}{6}+\frac{1}{x}=\frac{3}{2x}$ de donde $x=3$. Por lo tanto Karen tarda 3 horas en realizar el trabajo sola.

3. Un equipo de beisbol juega en un estadio que aloja 55000 espectadores. Con el precio del boleto a 10 dólares, la asistencia promedio en juegos recientes ha sido 27000. Un estudio de mercado indica que por cada dólar que se reduce al precio del boleto, la asistencia se incrementa en 3000. Encuentre el precio en dólares que maximiza el ingreso por la venta de boletos.

   Solución:

   Denotemos por A a la asistencia y por P el precio del boleto. Si x es el monto en dólares que se reduce al precio del boleto, entonces $A=27000+3000x$ y $P=10-x$. De donde la función ingreso es:

   $I(x)=(27000+3000x)(10-x)=-3000x^2+3000x+270\,000$

   Representa una parábola, luego el máximo se encuentra en $x=-\frac{3000}{2*(-3000)}=\frac{1}{2}$. Por lo tanto el precio a cobrar es 9.5 dólares.

4. Un lago pequeño contiene cierta especie de pez. La población de peces se modela mediante la función $P = \frac{10}{1+4e^{-0.8t}}$ donde P es el número de peces en miles y t se mide en años desde que se aprovisionó el lago. ¿Hallar el tiempo en años de modo de que la población de peces sea 5000?

   Solución:

   Resolvemos $5 = \frac{10}{1+4e^{-0.8t}}$, de donde se obtiene $t = \frac{5}{4}\ln 4$

Soluciones examen de Geometria y Trigonometria FILA 2

1. En la figura 1, se tiene un cuadrado, entonces el área (en centímetros cuadrados) del mismo es:
(A) 265 (B) 256 (C) 225 (D) 252 (E) Ninguno

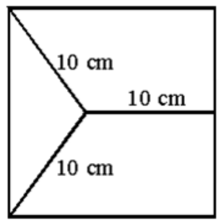


Figura 1

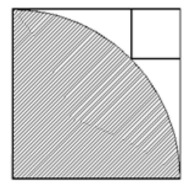


Figura 2

$\boxed{\text{Solución 1.}}$
Sea l la longitud del lado del cuadrado entonces

$$(l-10)^2+\left(\frac{l}{2}\right)^2=10^2$$

resolviendo tenemos $l=0$ y $l=16$. Claramente desechamos la primera solución, entonces el área del cuadrado será $l^2=256$.

2. En la figura 2, se tienen dos cuadrados y un cuarto círculo, sabiendo que el cuadrado pequeño es tangente al cuarto círculo y que tiene área 36, entonces el área de la región sombreada es igual a:
(A) $54\pi+30\sqrt{2}$ (B) $55\pi+30\sqrt{2}$ (C) $55\pi+36\sqrt{2}$ (D) $54\pi+36\sqrt{2}$ (E) Ninguno

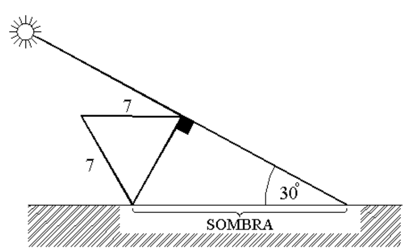
$\boxed{\text{Solución 2.}}$
Sea l la longitud del cuadrado mayor, es claro que el cuadrado menor tiene lado 6 entonces en la diagonal se tiene

$$\sqrt{2l^2}=l+\sqrt{2\times 6^2}$$

resolviendo tenemos $l=12+6\sqrt{2}$, entonces el área buscada es

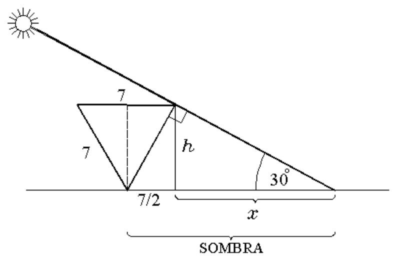
$$\frac{1}{4}\pi l^2=\frac{1}{4}\pi\left(12+6\sqrt{2}\right)^2=54\pi+36\sqrt{2}\pi$$

3. Un triángulo equilátero de lado 7 se halla como en la figura,



sabiendo que el sol se halla formando un ángulo de 30^0, entonces la longitud de la sombra del triángulo es:
(A) 12 (B) 13 (C) 14 (D) 15 (E) Ninguno

$\boxed{\text{Solución 3.}}$
Sea h la altura del triángulo, entonces



$$\tan(30) = \frac{h}{x}, \qquad x = \sqrt{3}h$$

pero $h = \frac{\sqrt{3}}{2}7 = \frac{7}{2}\sqrt{3}$, entonces $x = \frac{21}{2}$. De modo que la longitud de la sombra es:

$$\frac{7}{2} + \frac{21}{2} = 14$$

4. Alfredo simplifica la siguiente expresión

$$\frac{\sin^2\left(\frac{\pi}{3}\right)\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)}{1 + \sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)}$$

y obtiene una expresión de la forma $a\sqrt{2} + b\sqrt{6}$, entonces el valor de la suma $a + b$ es igual a:
(A) 21/26 (B) 22/27 (C) 23/27 (D) 25/26 (E) Ninguna
$\boxed{\text{Solución 4.}}$

$$\begin{aligned}
\frac{\sin^2\left(\frac{\pi}{3}\right)\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)}{1 + \sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)} &= \frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + \frac{\sqrt{2}}{2}}{1 + \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)} = \frac{\left(\frac{3}{4} + 1\right)\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{4+\sqrt{3}}{4}} \\
&= \frac{7\sqrt{2}}{8 + 2\sqrt{3}} = \frac{56\sqrt{2} - 14\sqrt{6}}{52} = \frac{14}{13}\sqrt{2} - \frac{7}{26}\sqrt{6}
\end{aligned}$$

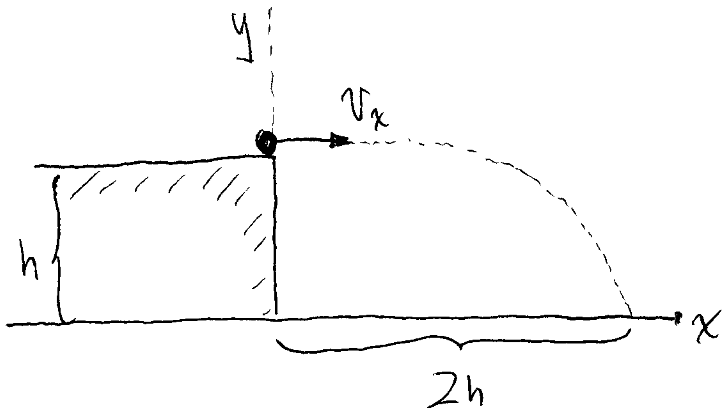
de donde $a = \frac{14}{13}$ y $b = -\frac{7}{26}$ y entonces

$$a + b = \frac{21}{26}$$

Fila 2. F9

FISICA

$v_x = 5 \text{ m/s}$



$$\begin{cases} x = \cancel{x_0}^{\,0} + v_x \cdot t \\ y = y_0 + \cancel{v_{0y}}^{\,0}\, t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

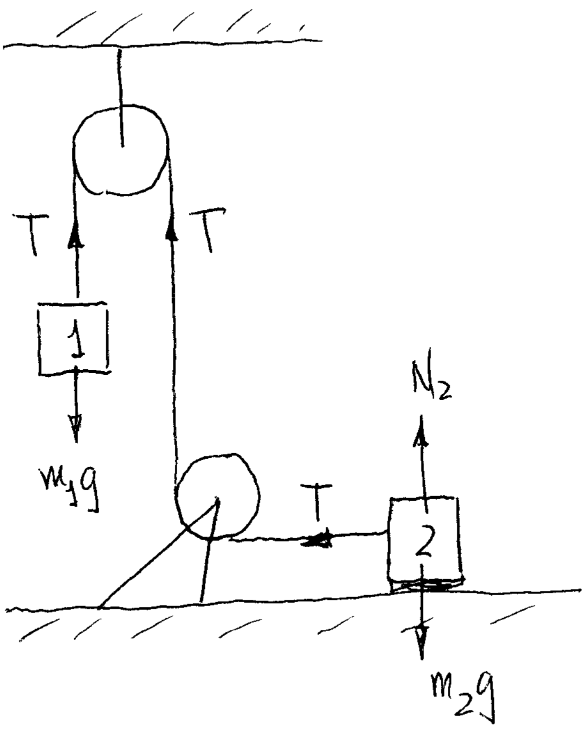
$$\begin{cases} 2h = v_x \cdot t \\ 0 = h - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

Eliminando t, $\boxed{h = \dfrac{v_x^2}{2g}}$

$$h = \frac{(5)^2}{2(10)} = \frac{25}{20} = \frac{5}{4}$$

$\boxed{h = \frac{5}{4} \text{ m}}$ $\boxed{\text{R. (c)}}$

Fila 2 #101



$a = 4\ m/s^2$

$m_2 = 12\ kg$

$m_1 = ?$

$$\sum F = ma$$

Ya que no existe rozamiento, la fuerza que mueve al sistema es: $F = m_1 \cdot g$

Así.

$$m_1 g = (m_1 + m_2) a$$
$$m_1 g = (m_1 a + m_2 a)$$
$$m_1 g = m_1 a + m_2 a$$

$$\boxed{m_1 = \left(\frac{a}{g-a}\right) m_2}$$

$$m_1 = \left(\frac{4}{10-4}\right) 12$$

$$\boxed{m_1 = 8\ kg} \quad \boxed{R.(d)}$$

FISICA

Fila 2. F11

$a_x = 2\ m/s^2$

$V_{0x} = 0\ m/s$

$m = 6\ kg$

$t = 15 s$

$W = F \cdot d$

$F = ma$

$d = \frac{1}{2} a t^2$

$$W = (ma)\left(\frac{1}{2} a t^2\right)$$

$$\boxed{W = \frac{m a^2 t^2}{2}}$$

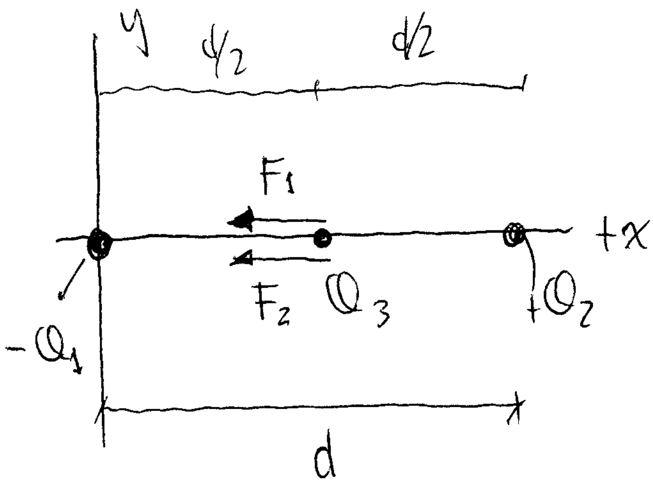
$$W = \frac{(6)(2)^2(15)^2}{2} = 2700$$

$$\boxed{W = 2700\ J}$$

$$\boxed{R(c)}$$

FISICA

Fila 2. F121



$Q_1 = -20\mu C$

$Q_2 = 90\mu C$

$d = 2\,m$

$Q_3 = 10\mu C$

$$F_c = k_e \frac{Q Q'}{d^2}$$

Las fuerzas se suman:

$$F_T = F_1 + F_2$$

$$F_T = k_e \frac{Q_1 Q_3}{(d/2)^2} + k_e \frac{Q_2 Q_3}{(d/2)^2}$$

$$\boxed{F_T = \frac{4k_e Q_3}{d^2}(Q_1 + Q_2)}$$

$$F_T = \frac{4(9\times10^9)(10\times10^{-6})}{(2)^2}\left(20\times10^{-6} + 90\times10^{-6}\right)$$

$$\boxed{F_T = 9{,}9\,N}$$

$\boxed{R.(b)}$

SOLUCIONARIO EXAMEN DE QUÍMICA

FILA 2

Q13.- La configuración electrónica de un átomo termina en $3d^7$ y posee 32 neutrones. Determine se número de masa

A) 59 B) 27 C) 62 D) 72 E) Ninguno

Solución:

La configuración $3d^7$: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 3d^7$ ➔ 27 protones; **$A = p^+ + n°$** = 27+32 = **59**

Q14.- Hallar el coeficiente del agente oxidante a partir de la siguiente reacción:

$$Cu + HNO_3 \rightarrow Cu(NO_3)_2 + NO + H_2O$$

A) 1 B) 3 C) 2 **D) 8** E) Ninguno

Solución:

Sust. oxidada, $Cu \rightarrow Cu^{2+} + 2e^-$ agente reductor: Cu
Sust. Reducida, $N^{5+} + 3e^- \rightarrow N^{2+}$ agente oxidante: HNO_3

$$3\ Cu + 8\ HNO_3 \rightarrow 3\ Cu(NO_3)_2 + 2\ NO + 4\ H_2O$$

Coeficiente estequiométrico del agente oxidante, HNO_3, es **8**

Q15.- Al comprimir un gas a 1/6 de su volumen inicial, la diferencia de sus presiones es de 10 atm. ¿Cuál será la presión final, en atm, del gas a temperatura constante?

A) 12 B) 15 C) 10 D) 17 E) Ninguno

Solución:

$V_2 = 1/6\ V_1$ comprimir = Aumento de presión, disminución de volumen

$P_2 > P_1 \therefore P_2 - P_1 = 10$ atm

$P_1V_1 = P_2V_2 \rightarrow P_1\cancel{V_1} = P_2\ \cancel{V_1}/6$; $6P_1 = P_2$

$6P_1 - P_1 = 10 \rightarrow P_1 = 2$ atm ➔ **$P_2 = 12$ atm**.

Q16.- Calcular la Molaridad y Normalidad de una solución de un ácido H_2Ac que tiene una pureza del 60% en peso de ácido y una densidad de 1 g/mL. El peso molecular del ácido H_2Ac es de 100 g/mol.

A) 3 M y 6 N B) 3 M y 3 N C) 6 M y 6 N D) 6 M y 3 N **E) 6 M y 12 N**

Solución:

$$\frac{60\ g\ H_2Ac}{100\ g\ soln.} * \frac{1\ g\ soln.}{1\ mL\ soln.} * \frac{1\ mol\ H_2Ac}{100\ g\ H_2Ac} * \frac{1000\ mL\ soln.}{1\ L\ soln.} = 6\ \text{mol/L} \equiv \mathbf{6\ M}$$

$$\frac{60\ g\ H_2Ac}{100\ g\ soln.} * \frac{1\ g\ soln.}{1\ mL\ soln.} * \frac{1\ mol\ H_2Ac}{100\ g\ H_2Ac} * \frac{2\ equiv.H_2Ac}{1\ mol\ H_2Ac} * \frac{1000\ mL\ soln.}{1\ L\ soln.} = 12\ \text{equiv./L} \equiv \mathbf{12\ N}$$