PRIMER EXAMEN DE INGRESO 1-2012

ARITMETICA - ALGEBRA

FILA 1

1. El número de divisores de 120 es:

A) 15 B) 12 **C**) 16 D) 18 E) Ninguno

SOLUCIÓN

(1) Se descompone el número n = 120 en sus factores primos: $120 = 2^3 \times 3 \times 5$
(2) Se escriben en una primera fila la unidad y las potencias del primer factor primo que es 2, hasta su máxima potencia como aparece en la factorización.
(3) En una segunda fila multiplicamos esos factores por el segundo factor primo 3.
(4) En una tercera y cuarta fila multiplicamos las anteriores filas por el tercer factor primo 5.

1	2	4	8
3	6	12	24
5	10	20	40
15	30	60	120

(5) Se obtiene de esa manera una tabla de divisores de 4 columnas por 4 filas
(6) El total de divisores es por tanto 16.

(7) La respuesta correcta es **C**.

2. Juan tiene un monto M de dinero y realiza dos pagos para cancelar las deudas que tiene. La primera deuda que cancela corresponde al 60 % del monto M; y la segunda deuda que cancela corresponde al 40 % del monto que le queda luego de haber pagado la primera deuda. Con qué porcentaje del monto inicial M se queda ?.

A) 30 % **B)** 24 % C) 20 % D) 21 % E) Ninguno

SOLUCION

(1) La primera cancelación es $\frac{60}{100}M = 0,6M$. Le queda M – 0,60M = 0,40M

(2) La segunda cancelación es: 0,40 (0,40M)

(3) Luego de la segunda cancelación le queda
0,40M - 0,40 (0,40M) = 0,40M (0,60)

(4) el porcentaje del monto inicial que le queda es

$$100 \times \frac{M(0,40)(0,60)}{M} = 24$$

(5) La respuesta correcta es **B**

3. En el desarrollo del binomio $(x-2y)^6$, el valor de la suma s de los coeficientes numéricos verifica

A) s = -1 B) s < 0 C) s > 1 **D**) s = 1 E) Ninguno

SOLUCION:

(1) Cuando se desarrolla el binomio, se obtiene una identidad algebraica.
(2) Si en dicha identidad hacemos x=1 , y=1 , en el desarrollo del binomio se tiene la suma de los coeficientes numéricos; que por tanto debe ser igual a $(1-2(1))^6$ = 1
(3) La suma de los coeficientes numéricos es 1
(4) También se puede desarrollar el binomio y sumar los coeficientes numéricos obtenidos:
$x^6 - 12x^5y + 60x^4y^2 - 160x^3y^3 + 240x^2y^4 - 192xy^5 + 64y^6$
1 – 12 + 60 – 160 + 240 – 192 + 64 = 1
(5) La respuesta correcta es **D**

4. Si α y β son las dos raíces reales distintas de cero, de la ecuación $x^2 - mx + n = 0$, entonces la ecuación cuyas raíces son $\frac{\alpha}{\beta}$ y $\frac{\beta}{\alpha}$ es:

A) $nx^2 - (m^2 + 2n)x + n = 0$ B) $nx^2 - (m^2 - 2n)x - n = 0$ **C**) $nx^2 - (m^2 - 2n)x + n = 0$
D) $nx^2 - (m^2 - 2n)x + 1 = 0$ E) Ninguno

SOLUCION:

(1) Por las propiedades de las raíces en una ecuación de segundo grado se tiene: $\alpha + \beta = m$, $\alpha\beta = n$

(2) Por otra parte, la suma de las raíces de la nueva ecuación debe ser : $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}$; y el producto de las raíces $\frac{\alpha}{\beta} \times \frac{\beta}{\alpha} = 1$

(3) Como $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta}$; y $(\alpha + \beta)^2 = m^2$; y como $\alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta = m^2$; $2\alpha\beta = 2n$

Se tiene, restando miembro a miembro las anteriores igualdades: $\alpha^2 + \beta^2 = m^2 - 2n$

(4) Luego la suma de las raíces de la ecuación buscada es $\frac{m^2 - 2n}{n}$; y el producto 1.

(5) Por tanto la nueva ecuación es $x^2 - \frac{m^2 - 2n}{n}x + 1 = 0$. O también: $nx^2 - (m^2 - 2n)x + n = 0$

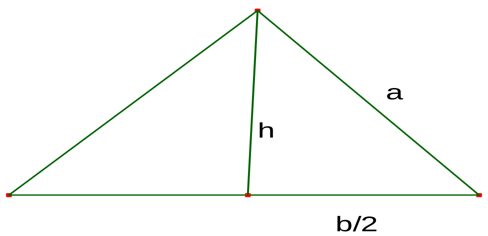
(6) La respuesta correcta es **C**

PRIMER EXAMEN DE INGRESO 1 - 2012
GEOMETRIA Y TRIGONOMETRIA
FILA 1

5.- El área de un triángulo isósceles cuyo perímetro es 40 ms y su altura relativa a la base es 10 ms, vale :

A) 60 m^2 **B)** 75 m^2 C) 108 m^2 D) 165 m^2 E) Ninguno

SOLUCION:
(1) Designando la longitud de los lados iguales por a, la longitud de la base por b; y la longitud de la altura relativa a la base por h, se tiene : a + a + b =40 ; h = 10 .
(2) Del Teorema de Pitágoras



$h^2 + (\frac{b}{2})^2 = a^2$; y como b/2 = 20 – a , se tiene: $h^2 + (20-a)^2 = a^2$
Reemplazando h con su valor 10 , se obtiene que a = 12.5 , b = 15 .

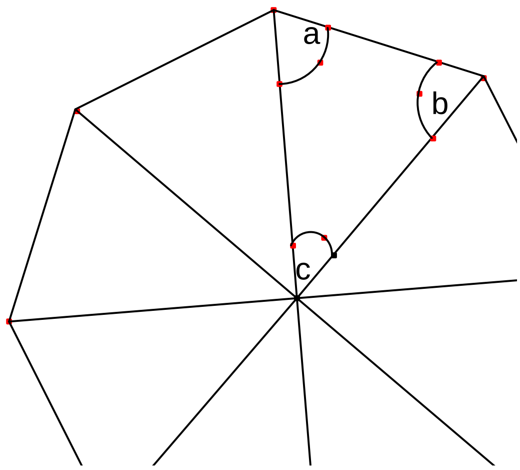
(3) Como el área A se obtiene según $A = \frac{bh}{2}$, A = 75

(4) La respuesta correcta es **B**

6. Se conoce que el valor de un ángulo interior de un polígono regular de n lados es $\frac{5\pi}{6}$, entonces el valor de n es:

A) 16 B) 14 **C)** 12 D) 10 E) Ninguno

SOLUCION:
(1) Del diagrama correspondiente; $\angle a = \angle b$



(2) La suma de los ángulos interiores de un triángulo vale $2R = 2\dfrac{\pi}{2}$

(3) Hay n triángulos, y la suma de todos los ángulos interiores incluyendo a los ángulos centrales, vale 2nR

(4) Corresponde quitar el valor de todos los ángulos centrales (= 4R) y dividir entre n

$$\frac{2nR - 4R}{n} = 2R - \frac{4R}{n}$$

(5) Como $\dfrac{5\pi}{6} = \pi - \dfrac{2\pi}{n}$. De donde n = 12

(6) La respuesta correcta es **C**

7. La menor solución x de la ecuación trigonométrica $2\tan^2 x + 3\sec x = 0$, medida en radianes y tal que $0 \le x \le 2\pi$, vale :

A) $\dfrac{\pi}{3}$ **B)** $\dfrac{2\pi}{3}$ C) $\dfrac{4\pi}{3}$ D) $\dfrac{6\pi}{3}$ E) Ninguno

SOLUCION:

(1) Por las identidades : $\tan x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$; $\sec x = \dfrac{1}{\cos x}$

(2) $2\tan^2 x + 3\sec x = 2(\dfrac{\sin x}{\cos x})^2 + \dfrac{3}{\cos x} = 0$

(3) $2\sin^2 x + 3\cos x = 0$; $2\cos^2 x - 3\cos x - 2 = 0$

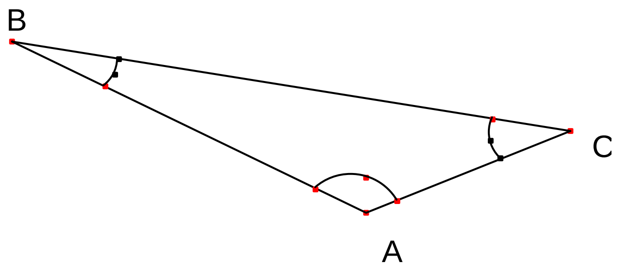
(4) Resolviendo se obtiene $\cos x = -\dfrac{1}{2}$; $x = 120^0$, $x = 240^0$. O $x = \dfrac{2\pi}{3}$; $x = \dfrac{4\pi}{3}$.

(5) El menor ángulo solución en radianes es : $\dfrac{2\pi}{3}$

(6) La respuesta correcta es **B**

8. En el triángulo ABC se miden los ángulos correspondientes al vértice A y al vértice C; y miden respectivamente 105^0 y $45^{0.}$ y la distancia del vértice A al C mide 10 ms. Entonces la distancia x (en ms.) del vértice A al B verifica:

(Para sus cálculos tome $\sqrt{2} = 1,41$)



A) 14 < x < 15 B) 15 < x < 16 C) 16 < x < 17 D) 17 < x < 18 E) Ninguno

SOLUCION:

(1) Como $\angle A + \angle B + \angle C = 180^0$, $\angle B = 30^0$

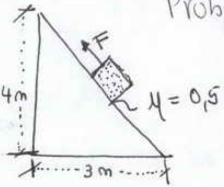
(2) Sea x la distancia de A a B

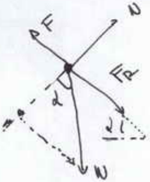
(3) Por el Teorema de los senos: $\dfrac{\overleftrightarrow{AB}}{\sin C} = \dfrac{\overleftrightarrow{AC}}{\sin B}$; $\dfrac{x}{\sin C} = \dfrac{d}{\sin B}$

(4) $x = \dfrac{d \times \sin C}{\sin B}$; $x = \dfrac{d \times \sin 45^0}{\sin 30^0}$, $x = \dfrac{10 \times \dfrac{\sqrt{2}}{2}}{\dfrac{1}{2}}$; x = 14,1

(5) La respuesta correcta es **A**

Problema 9 FILA L





$N = W\cos\alpha$

$\Sigma F = 0$

$F - F_R - W\operatorname{sen}\alpha = 0$

$W = 50[N]$

$\mu = \frac{1}{2}$

$F = W\operatorname{sen}\alpha + F_R$

$F = W\operatorname{sen}\alpha + \mu N$

$F = W\operatorname{sen}\alpha + \mu W\cos\alpha$

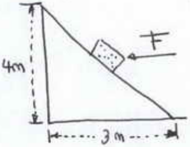
$$F = \overset{10}{\cancel{50}}\left(\frac{4}{\underset{1}{\cancel{5}}}\right) + \frac{1}{\cancel{2}}\left(\overset{\overset{5}{\cancel{25}}}{\cancel{50}}\right)\left(\frac{3}{\underset{1}{\cancel{5}}}\right)$$

$F = 40 + 15 = 55\ [N]$

B

Solución — FILA 1

Problema 10



DATOS

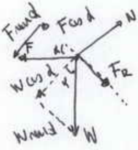
$g = 10\ [m/s^2]$

$\mu = 0{,}5$

$F_H = 800\ [N]$

$W = 100\ [N]$

$|\vec{d}| = 5\ [m]$



$$N - W\cos\alpha - F\operatorname{sen}\alpha = 0$$

$$\Sigma F = F_{NETO}$$

$$F_{NETO} = F\cos\alpha - W\operatorname{sen}\alpha - F_R$$

$$F_{NETO} = F\cos\alpha - W\operatorname{sen}\alpha - \mu N$$

$$F_{NETO} = F\cos\alpha - W\operatorname{sen}\alpha - \mu\left(W\cos\alpha + F\operatorname{sen}\alpha\right)$$

$$F_{NETO} = 800\left(\frac{3}{5}\right) - 100\left(\frac{4}{5}\right) - \frac{1}{2}(100)\left(\frac{3}{5}\right) - \frac{1}{2}(800)\left(\frac{4}{5}\right)$$

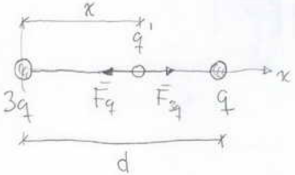
$$F_{NETO} = 50\ [N]$$

$$W = F_{NETO} \cdot D$$

$$W = (50)(5) = 250\ [J] \quad A$$

FILA 1 Problema 11

F3



$\bar{F}_q + \bar{F}_{3q} = 0$

$|\bar{F}_q| = |\bar{F}_{3q}|$

$$\cancel{k_e} \frac{\cancel{q}\cancel{q'}}{(x-d)^2} = \cancel{k_e} \frac{3\cancel{q}\cancel{q'}}{x^2}$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{3(x-d)^2} \qquad x = \pm\sqrt{3}(x-d)$$

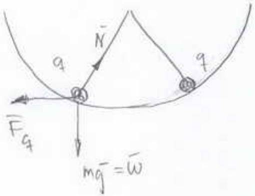
solución $\boxed{x = \frac{\sqrt{3}\, d}{\sqrt{3} \pm 1} \; [m]}$ existen dos posiciones

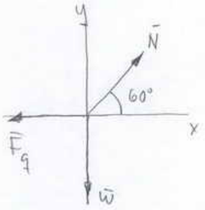
Si $d = \sqrt{3} \pm 1 \; [m]$

$\Rightarrow \boxed{x = \sqrt{3} \; [m]}$ A

FILA 1 Problema 12

F 41





$$\begin{aligned} \sum F_x &= 0 \\ \sum F_y &= 0 \end{aligned} \quad \left\{ \begin{aligned} N \operatorname{sen} 60° &= mg \\ N \cos 60° &= F_q = k_e \frac{qq}{R^2} \end{aligned} \right.$$

$$\tan 60° = \frac{mg}{k_e \frac{q^2}{R^2}} \Rightarrow \boxed{q^2 = \frac{mgR^2}{k_e \tan 60°}}$$

$$\text{si} \left\{ \begin{aligned} \tan 60° &= \sqrt{3} \\ k_e &= 9 \times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \\ g &= 10 \, m/s^2 \\ R &= 30 \text{ cm} = 30 \times 10^{-2} m \end{aligned} \right. \Rightarrow q^2 = \frac{m}{\sqrt{3}} \times 10^{-10}$$

D

$$\text{si} \left\{ m = 3g = 3 \times 10^{-3} \text{ kg} \right. \Rightarrow \boxed{q^2 = \frac{3}{\sqrt{3}} \times 10^{-13} C^2}$$

SOLUCIONARIO

Examen de Ingreso 1ª Opción I/2012 **Fila 1**

13.- En la ciudad de Cochabamba existe una estación de radio que transmite en frecuencia FM de 100 Mega hertz. ¿Cuál es su longitud de onda de esta señal de radio, en metros?

A) 20 B) 30 C) 3 D) 2 E) Ninguno

Solución:

Datos:

$$C = \lambda\, v$$

v =100MHz

$C=3*10^8 m/s$

λ =?

$$\lambda = \frac{C}{v} = \frac{3*10^8\, m/s}{100MHz*\left(\frac{1*10^6\, Hz}{1MHz}\right)} = 3\, m$$

Respuesta: C

14.- Si el último electrón de la configuración del elemento tiene los siguientes números cuánticos, 3,1,1,-1/2 respectivamente n, l, m, s. Calcular el número atómico del elemento. (Considere: s=+1/2↑)

A) 18 B) 9 C) 6 D) 3 E) Ninguno

Solución:

Z=?

n =3

l =1

m =1

s = -1/2↓

↑↓	↑↓	↑↓
-1	*0*	*+1*

$$\Rightarrow 3p^6 : 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 \Rightarrow Ar = 18$$

Respuesta: A

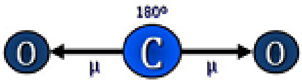
15.- Indique la molécula apolar (no polar):

A) HCl B) NH_3 C) CO_2 D) H_2O E) Ninguno

Solución:

$$\overline{/O}\ :: C :: \overline{O}/$$

El átomo de carbono presenta una hibridación sp, que al ser lineal, determina que aunque los enlaces carbono – oxígeno son polares, los dipolos $O \rightarrow C \leftarrow O$ se anulen y den un momento dipolar nulo ($\mu = 0$).



Respuesta: C

16.- Los vehículos espaciales utilizan normalmente para su propulsión un sistema de combustible/oxidante formado por N,N dimetilhidracina, $(CH_3)_2NNH_2$, y tetraóxido de dinitrógeno, N_2O_4, líquidos. Si se mezclan cantidades estequiométricas de estos componentes, se producen únicamente N_2, CO_2 y H_2O en fase gas. ¿Cuántos moles de CO_2 se producen a partir de 1 mol de $(CH_3)_2NNH_2$?

A) 4 B) 2 C) 6 D) 8 E) Ninguno

Solución:

La ecuación química ajustada correspondiente a la reacción dada es:

$(CH_3)_2NNH_2\ (l) + 2\ N_2O_4\ (l) \rightarrow 3\ N_2\ (g) + 2\ CO_2\ (g) + 4\ H_2O\ (g)$

De acuerdo con la ley de conservación de la masa, si el reactivo $(CH_3)_2NNH_2$ contiene 2 moles de C, por cada mol de esta sustancia, entonces se obtendrán 2 moles de CO_2.

Respuesta: B