Solución del examen de ingreso Matemáticas segunda opción 2017, fila 2

A1. Una persona hace las $\frac{7}{8}$ partes de un viaje en tren, los $\frac{3}{5}$ del resto en coche y los 28 Km. que quedan en bicicleta. ¿Cuántos kilómetros ha recorrido?

(A) 557 (B) 558 (C) 559 (D) 560 (E) Ninguno

Solución:

Sea x la distancia que la persona recorre, entonces

$$x = \frac{7}{8}x + \frac{3}{5}\left(x - \frac{7}{8}x\right) + 28$$

resolviendo $x = 560$.

A2. Un estudiante se propone el primer día de un mes de 31 días, repasar matemáticas durante todo ese mes, resolviendo cada día 2 ejercicios más que el día anterior. Si el décimo día resolvió 21 ejercicios, ¿cuántos ejercicios habrá resuelto en total y al cabo del mes?

(A) 1023 (B) 1024 (C) 1025 (D) 1026 (E) Ninguno

Solución:

Sea $a_{10} = a_1 + 9 \times 2 = 21$, de donde $a_1 = 3$ y así $a_{31} = 3 + 30 \times 2 = 63$ luego $S_{31} = \frac{1}{2}(3 + 63)\,31 = 1023$

A3. Pedro pensando en lo rápido que pasa el tiempo, reflexiona como sigue, dentro de 10 años, mi edad será la mitad del cuadrado de la edad que tenía hace 14 años. Halle la suma de los dígitos del año en que nació Pedro. Esta reflexión la hace Pedro en el presente año.

(A) 24 (B) 25 (C) 26 (D) 27 (E) Ninguno

Solución:

Sea x la edad actual de Pedro, entonces:

$$x + 10 = \frac{1}{2}(x - 14)^2$$

resolviendo $x = 22$, y $x = 8$, la última solución se descarta, entonces Pedro nación en $2017 - 22 = 1995$ y la suma de los dígitos de ese año es: 24

A4. Dada la ecuación:

$$3 - \log(125) = \left(x^2 - 5x + 9\right)\log(2)$$

entonces el producto de las raices de esta ecuación es:

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) Ninguno

Solución:

$$3 - \log(125) = \log 10^3 - \log(125) = \log\left(\frac{10^3}{5^3}\right) = 3\log(2)$$

entonces

$$3\log(2) = \left(x^2 - 5x + 9\right)\log(2), \qquad 3 = x^2 - 5x + 9$$

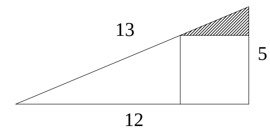
simplificando y resolviendo tenemos $x = 3$ y $x = 2$, de donde el producto de las raices es 6.

G5. En un triángulo rectángulo de lados: 5, 12 y 13, se traza un cuadrado como en la figura, entonces el área del triángulo sombreado es igual a:

(A) $\frac{750}{289}$ (B) $\frac{751}{289}$ (C) $\frac{752}{289}$ (D) $\frac{753}{289}$ (E) Ninguno

Solución:

Sea x la longitud del cuadrado, del gráfico se tiene la siguiente proporción



$$\frac{5}{x} = \frac{12}{12 - x}, \qquad x = \frac{60}{17}$$

entonces el área buscada es igual a: $\frac{1}{2}\left(5 - \frac{60}{17}\right)\frac{60}{17} = \frac{750}{289}$

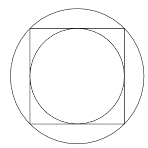
G6. Un cuadrado se inscribe en una circunferencia de diámetro 12, y en este cuadrado se inscribe una circunferencia, entonces el cociente entre las áreas de la circunferencia mayor y la circunferencia menor es igual a:

(A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) Ninguno

Solución:

Sea l el lado del cuadrado entonces $12^2 = 2l^2, l = \sqrt{72}$de donde el rádio de la segunda circunferencia inscrita en este cuadrado es $r = \frac{\sqrt{72}}{2}$, así el cociente entre las áreas de la circunferencia mayor y la circunferencia menor es igual a

$$\frac{\pi 6^2}{\pi\left(\frac{\sqrt{72}}{2}\right)^2} = 2$$

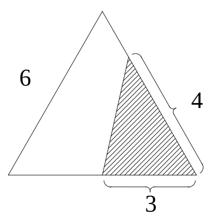


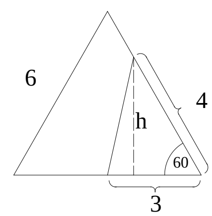
G7. En un triángulo equilátero de lado 6, se sombrea un triángulo con lados 3 y 4 , ver figura, entonces el área de este triángulo sombreado es igual a::

(A) $3\sqrt{3}$ (B) $\dfrac{1}{2}\sqrt{3}$ (C) $\dfrac{3}{2}\sqrt{3}$ (D) $2\sqrt{3}$ E) Ninguno

Solución:

De la figura se tiene





$$\sin(60) = \frac{h}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \qquad h = 2\sqrt{3}$$

luego el área buscada es $\frac{1}{2}(3)\left(2\sqrt{3}\right) = 3\sqrt{3}$.

G8. Sea x un ángulo del tercer cuadrante tal que $\cos(x) = -2/3$ entonces simplificando la expresión

$$Z = \frac{\cot^2(3\pi + x) + \cos(x - 2\pi)}{\tan^2(18\pi + x)}$$

se obtiene:

(A) $Z = \frac{7}{75}$ (B) $Z = \frac{8}{75}$ (C) $Z = \frac{11}{75}$ (D) $Z = \frac{13}{75}$ (E) Ninguno

Solución:

Simplificando

$$\begin{aligned}
\tan(18\pi + x) &= \frac{\tan(18\pi) + \tan(x)}{1 - \tan(18\pi)\tan(x)} = \tan(x) \\
\cot(3\pi + x) &= \frac{1 - \tan(3\pi)\tan(x)}{\tan(3\pi) + \tan(x)} = \frac{1}{\tan(x)} = \cot(x) \\
\cos(x - 2\pi) &= \cos(x)\cos(2\pi) + \sin(x)\sin(2\pi) = \cos(x)
\end{aligned}$$

reemplazando

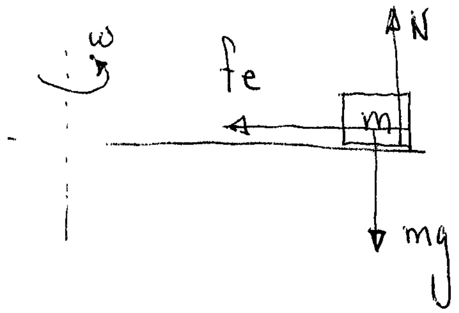
$$Z = \frac{\cot^2(3\pi + x) + \cos(x - 2\pi)}{\tan^2(18\pi + x)} = \frac{\cot^2(x) + \cos(x)}{\tan^2(x)}$$

y como $\cos(x) = -2/3$, entonces $\tan(x) = \frac{\sqrt{5}}{2}$ y $\cot(x) = \frac{2}{\sqrt{5}}$, de donde

$$Z = \frac{\cot^2(x) + \cos(x)}{\tan^2(x)} = \frac{\frac{4}{5} - \frac{2}{3}}{\frac{5}{4}} = \frac{8}{75}$$

Fila 2

F9

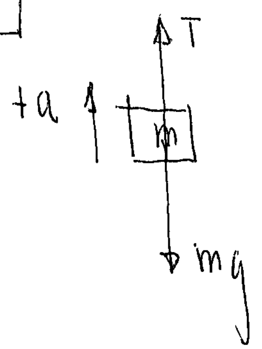


$$\Rightarrow \mu_e \cancel{m} g = \cancel{m} R \omega^2$$

$$\hookrightarrow R = \frac{\mu_e g}{\omega^2} = \underline{4[m]}$$

(d)

F10



$$\Rightarrow T - mg = ma$$

$$\hookrightarrow T = m(a+g) = \underline{1200[N]}$$

(b)

F11

$$m_A v_A - m_B v_B = m_A v_A' \rightarrow v_A' = \frac{m_A v_A - m_B v_B}{m_A} = -2[m/s]$$

$\Rightarrow$ La rapidez $\underline{|v_A'| = 2[m/s]}$

(d)

$$e(-v_B - v_A) = v_A' - \cancel{v_B'}^{\,0} \rightarrow e = \frac{v_A'}{-v_B - v_A} = \frac{2}{7} \Rightarrow \underline{\text{No es elástico}}$$

F12

$$v_S = \frac{\Delta S_S}{\Delta t} = \frac{2d - x}{4} = \frac{2d - 20}{4} \Rightarrow \boxed{v_S = 340[m/s]}$$

(c)

$$v_P = \frac{\Delta S_P}{\Delta t} = \frac{x}{4} \rightarrow x = 20[m]$$

Química 2

Q13 - $C_1 = 1,84 \frac{g}{ml} \cdot \frac{98 g\ H_2SO_4}{100 g} \cdot \frac{1 mol\ H_2SO_4}{98 g} \cdot \frac{1000 ml}{1 l} = 18,4 M$

$V_1 = V_2 \cdot \frac{C_2}{C_1} = 200 ml \frac{1,84 M}{18,4 M} = 20 ml$ Ac. sulf. $\Rightarrow$ D

Q14 - $2 KMnO_4 + 16 HCl \longrightarrow 2 MnCl_2 + 2 KCl + 5 Cl_2 + 8 H_2O$

$MnO_4^- + 8H^+ + \cancel{5e^-} \longrightarrow Mn^{+2} + 4H_2O \quad | \; 2$

$2Cl^- \longrightarrow Cl_2 + \cancel{2e^-} \quad | \; 5$ $\Rightarrow$ D

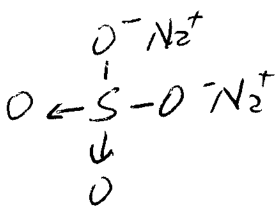
$2 MnO_4^+ + 10Cl^- + 16H^+ \longrightarrow 2Mn^{+2} + 5Cl_2 + 8H_2O$

Q15 - $\cancel{22,4}\ l\ SO_3 \cdot \frac{1 mol}{\cancel{22,4}\ l SO_3} \cdot \frac{3 \text{ át-g } O}{1 mol SO_3} \cdot \frac{6,023 \cdot 10^{23} \text{ át.}}{1 \text{ at-g } O} = 1,8069 \cdot 10^{24}$ átomos

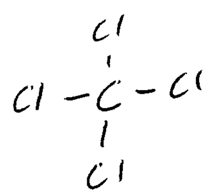
$\Downarrow$

A

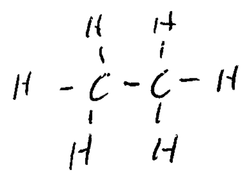
Q16 - Na_2SO_4 | CCl_4 | CH_3CH_3 | Li_2SiO_3



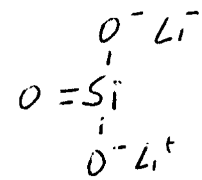
2 E. covalentes
2 E. coordinados
2 E. iónicos



4 E. covalentes



7 E. covalentes



2 E. covalentes
1 E. doble
2 E. iónicos

$\Downarrow$

D