EXAMEN INGRESO
ARITMETICA ALGEBRA F2

1. Calcular el valor numérico de $\dfrac{21xyz(x+y-z)}{x^2+y^2+z^2}$ para $x = \frac{1}{2}$, $y = -\frac{1}{4}$, $z = \frac{1}{8}$

   A) $\frac{7}{8}$ B) $-\frac{7}{8}$ C) $\frac{1}{8}$ **D**) $-\frac{1}{8}$ E) ninguno

   Solución.-

   (1) $\dfrac{21xyz(x+y-z)}{x^2+y^2+z^2} = \dfrac{21(\frac{1}{2})(-\frac{1}{4})(\frac{1}{8})(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}-\frac{1}{8})}{(\frac{1}{2})^2+(-\frac{1}{4})^2+(\frac{1}{8})^2} = \dfrac{21(-\dfrac{1}{64})(\dfrac{1}{8})}{\frac{1}{4}+\frac{1}{16}+\frac{1}{64}} = -\frac{1}{8}$

   La respuesta es **D**

   ....

2. La cantidad de divisores impares de 140 es

   A) 12 B) 8 C) 6 **D**) 4 E) ninguno

   Solucion.-

   (1) Descomposición en factores primos: $140 = 2^2 5 \times 7$

   (2) Los divisores de 140 son: 1 , 2 , 4 , 5 , 7 , 10 , 14 , 20 , 28 , 35 , 70 , 140

   (3) Los divisores impares son 4

   La respuesta es **D**

   ....

3. 1000 adoquines cuestan 4000 bolivianos. El total de adoquines necesarios para cubrir un piso rectangular de 8 ms $\times$ 6.5 ms, si cada adoquin cubre una superficie de 160 cm^2; costarán (en bolivianos)

   A) 14000 **B**) 13000 C) 14625 D) 16250 E) ninguno

   Solución.-

   (1) El área del piso rectangular es $8 \times 6.50 = 52.0$ metros cuadrados

   (2) $52\ m^2 = 520000\ cm^2$

   (3) $\frac{520000}{160} = 3250$ adoquines

   (4) Un adoquin cuesta 4 Bs. , 3250 adoquines costarán $3250 \times 4 = 13\,000$ Bolivianos

   La respuesta es **B**

   ....

4. Si en un tablero de ajedrez, se coloca 2 granos de arroz en la primera casilla, el doble (4 granos), en la segunda casilla; el doble (8 granos) en la tercera casilla; y así sucesivamente. La cantidad total de granos en las 64 casillas es

   A) $2^{65}+2$ B) $2^{64}-1$ C) $2^{64}+1$ **D**) $2^{65}-2$ E) ninguno

   Solución.

   (1) la cantidad total de granos es la suma $S = 2 + 2^2 + 2^3 + ... + 2^{64}$

   (2) $2S = 2^2 + 2^3 + ... + 2^{63} + 2^{64} + 2^{65}$

   (3) $2S - S = S = 2^{65} - 2$

   La respuesta es **D**

   ....

1 EXAMEN INGRESO

GEOMETRIA - TRIGONOMETRIA F2

1. El área de un triángulo rectángulo vale 60 ms^2 y la suma de sus catetos 22 ms ; entonces su perímetro P en ms verifica:

A) $40 < P < 45$ **B**) $35 < P < 40$ C) $45 < P < 50$ D) $50 < P < 55$ E) ninguno

Solución.-

(1) Si a , b son los catetos y c la hipotenusa; se tiene: $\frac{1}{2}ab = 60$, $a + b = 22$

(2) Resolviendo el sistema anterior se tiene $a = 12$, $b = 10$

(3) Como $c^2 = a^2 + b^2$, se tiene $c = \sqrt{244}$

(4) Calculando algunas potencias cuadradas, se tiene $15^2 = 225$, $16^2 = 256$. Entonces $15 < \sqrt{244} < 16$

(5) Entonces $P = a + b + c$, verifica : $37 < P < 38$

La respuesta es **B**

---

2. El valor del parámetro k para que la igualdad $\dfrac{senx}{1+\cos x} + \dfrac{senx}{1-\cos x} = 2k$ sea una identidad es

A) $\csc x$ B) $\cos x$ **C**) $\sec x$ D) $senx$ E) ninguno

Solución.-

(1) $\dfrac{senx}{1+\cos x} + \dfrac{senx}{1-\cos x} = \dfrac{\operatorname{sen} x - \operatorname{sen} x \cos x + \operatorname{sen} x + \operatorname{sen} x \cos x}{(1+\cos x)(1-\cos x)} = \dfrac{2 \operatorname{sen} x}{1-\cos^2 x}$

$= \dfrac{2 \operatorname{sen} x}{\operatorname{sen}^2 x} = \dfrac{2}{\operatorname{sen} x} = 2 \csc x$

La respuesta es **A**

---

3. La suma de las soluciones de la ecuación $\cot^2 x - 3\csc x + 3 = 0$, que se hallan en el intervalo $\left[\frac{\pi}{4}, \pi\right]$; expresada en radianes, vale

A) $\dfrac{4\pi}{3}$ B) $\dfrac{5\pi}{3}$ **C**) $\dfrac{3\pi}{2}$ D) 2π E) ninguno

Solución.-

(1) $\cot^2 x - 3\csc x + 3 = \dfrac{\cos^2 x}{\operatorname{sen}^2 x} - 3\dfrac{1}{\operatorname{sen} x} + 3 = \dfrac{\cos^2 x - 3\operatorname{sen} x + 3\operatorname{sen}^2 x}{\operatorname{sen}^2 x} = 0$; $\operatorname{sen} x \neq 0$

(2) $\cos^2 x - 3\operatorname{sen} x + 3\operatorname{sen}^2 x = 2\operatorname{sen}^2 x - 3\operatorname{sen} x + 1 = 0$

(3) $\operatorname{sen} x = \dfrac{3 \pm \sqrt{9-8}}{4}$; $\operatorname{sen} x = 1$; $\operatorname{sen} x = \dfrac{1}{2}$

(4) $x = \dfrac{\pi}{2}$, $x = \dfrac{\pi}{6}$, $x = \dfrac{5\pi}{6}$. Las soluciones que se hallan en el intervalo indicado son: $x = \dfrac{\pi}{2}$, $x = \dfrac{5\pi}{6}$

$\dfrac{\pi}{2} + \dfrac{5\pi}{6} = \frac{4}{3}\pi$

La respuesta es **A**

---

4. El número de intersecciones de las gráficas de las funciones $y = \operatorname{sen} x$, $y = \operatorname{sen} 2x$; en el intervalo $[0, 2\pi]$. es

A) 2 B) 3 C) 4 **D)** 5 E) ninguno

Solución.-

(1) Se debe resolver $\operatorname{sen} x = \operatorname{sen} 2x$

(2) $\operatorname{sen} x = 2 \operatorname{sen} x \cos x$; $\operatorname{sen} x(1 - 2\cos x) = 0$

(3) De donde: $\operatorname{sen} x = 0$; $\cos x = \dfrac{1}{2}$

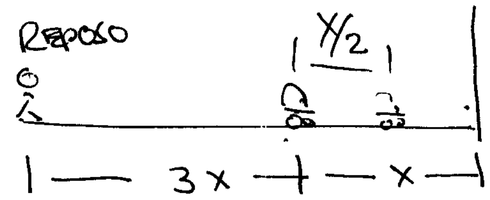
De donde $x = 0$, $x = \pi$, $x = 2\pi$, $x = \dfrac{\pi}{3}$, $x = \dfrac{5\pi}{3}$

Se tienen 5 inrtersecciones

La respuesta es **D**

F9 FILA 2

$v_s = 340 \left[\frac{m}{s}\right]$



$v_s = \frac{5x}{t}$ $\quad v_A = \frac{x/2}{t}$

$v_A = \frac{\cancel{x}/2}{\frac{5\cancel{x}}{v_s}} = \frac{v_s}{10}$

$v_A = \frac{34\cancel{0}}{1\cancel{0}} = 34 \left[\frac{m}{s}\right]$

C

F 10

FILA 2

$V = 360 \left[\frac{Km}{h}\right]$

$a = 4 \left[\frac{m}{s^2}\right]$

$$V_f^2 = \cancel{V_0^2}^{\,0} + 2aD$$

$$D = \frac{\left(\cancel{360} \times \frac{1\,h}{\cancel{3600}} \times \frac{1000\,m}{1\,Km}\right)^2}{2a}$$

$$D = \frac{\cancel{\cancel{100}}^{\,\cancel{50}\ 25} \times \cancel{100}^{\,50}}{\cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2}} = 1250 \quad \text{A}$$

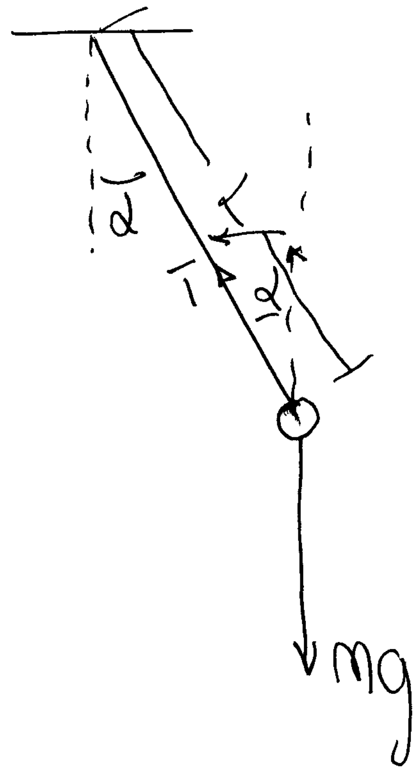
FILE 2

F11

$\alpha = 60°$

$L = 10\,[m]$

$g = 10\,\left[\frac{m}{s^2}\right]$



$R = L \operatorname{sen}\alpha$

$\sum F_\perp = 0$

$T\cos\alpha = mg$

$\sum F_c = m\frac{V^2}{R} = mR\omega^2$

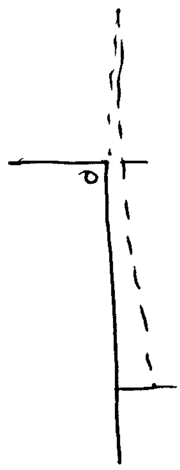
$T\operatorname{sen}\alpha = mR\omega^2$

$\frac{\cancel{\operatorname{sen}\alpha}}{\cos\alpha} = \frac{R\omega^2}{g} = L\cancel{\operatorname{sen}\alpha}\frac{\omega^2}{g}$

$\omega^2 = \frac{g}{l\cos\alpha} = \frac{\cancel{10}}{\cancel{10}\,\frac{1}{2}}$

$\omega^2 = 2\left[\frac{rad^2}{s^2}\right]$ B

F12 FILA 2



$t = 3\,[s]$

$g = 10\,\left[\frac{m}{s^2}\right]$

$$y = \cancel{y_0}^{\,0} + v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$-30 = v_{0y}(3) - \frac{1}{2}(10)(3)^2$$

$$15 = v_{0y}(3)$$

$$v_{0y} = 5\,\left[\frac{m}{s}\right]$$

B

Fila 2

Q 13.- A partir de la reacción:

$$FeCl_2 + KMnO_4 + HCl \rightarrow FeCl_3 + MnCl_2 + KCl + H_2O$$

Hallar el valor de "x" con respecto a los coeficientes (reactivos) de la reacción igualada.

$$x = \frac{\text{sustancia oxidada - sustancia reducida}}{\text{agente oxidante}}$$

A) 5 **B) 4** C) 4/5 D) 5/4 E) Ninguno

Solución:

Sustancia que se oxida: Fe +2 → +3 *Agente reductor: $FeCl_2$*
Sustancia que se reduce; Mn +7 → +2 *Agente oxidante: $KMnO_4$*

$$Fe^{2+} \rightarrow Fe^{3+} + 1\,e^- \quad *5 \quad \text{semireacción de oxidación}$$
$$5e^- + 8H^+ + MnO_4^{1-} \rightarrow Mn^{2+} + 4\,H_2O \quad *1 \quad \text{semireacción de reducción}$$
$$5Fe^{2+} + \cancel{5e^-} + 8H^+ + MnO_4^{1-} \rightarrow 5Fe^{3+} + \cancel{5e^-} + Mn^{2+} + 4H_2O$$

$$5FeCl_2 + KMnO_4 + 8\,HCl \rightarrow 5\,FeCl_3 + MnCl_2 + KCl + 4\,H_2O$$

$$x = \frac{\text{sustancia oxidada - sustancia reducida}}{\text{agente oxidante}}$$

$$x = \frac{5 - 1}{1} = 4$$

Q 14.- Según la reacción:

$$TiCl_4 + Ti \rightarrow TiCl_3$$

¿Cuántas moléculas de $TiCl_3$ se forman cuando se reaccionan 12 g de Ti en exceso de $TiCl_4$?

A) 4 **B) $6{,}023x10^{23}$** C) 8 D) $1x10^{23}$ E) Ninguno

Solución:

$$3\,TiCl_4 + Ti \rightarrow 4\,TiCl_3$$

$$12\ g\ Ti * \left(\frac{1\ mol\ Ti}{48\ g\ Ti}\right)\left(\frac{4\ mol\ TiCl_3}{1\ mol\ Ti}\right)\left(\frac{6{,}023x10^{23} molec.\ TiCl_3}{1\ mol\ TiCl_3}\right) = 6{,}023x10^{23} molec.\ TiCl_3$$

Q 15.- Cuántos gramos de hidróxido de sodio estarían presentes en 100 ml de solución de hidróxido de sodio de concentración 2 M.

A) 16 B) 13 C) 19 **D) 8** E) Ninguno

Solución:

$$100\,ml\ NaOH\left(\frac{2\ moles\ NaOH}{1000\,ml\ NaOH}\right)\left(\frac{40\ g\ NaOH}{1\,mol\ NaOH}\right) = 8\ g\ NaOH$$

Q 16.- Se diseñó una nueva escala de temperatura basada en el punto de congelamiento del agua tomada como -10 y 40 grados de esta escala equivalen a 50 ºC. ¿Cuál es la temperatura del agua hirviente en la nueva escala?

A) 90 B) 50 C) 100 D) 40 E) Ninguno

$$\frac{{}^oN - (-10)}{40 - (-10)} = \frac{{}^oC - 0}{50 - 0}$$

$$\frac{{}^oN + 10}{50} = \frac{{}^oC}{50}$$

$${}^oN = {}^oC - 10 = 100 - 10 = 90^o$$