Fila - 2

UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN SIMON
FACULTAD DE CIENCIAS Y TECNOLOGIA

EXAMEN DE INGRESO 1 2015
OPCION 2
ARITMETICA -ALGEBRA
FINAL - F2
SOLUCIONARIO

1. ¿Cuál es el intervalo solución de la desigualdad $\dfrac{8x}{4x+3} > 2$?

   A) $(\frac{3}{2}, \infty)$ B) $(-\infty, -\frac{3}{4})$ C) $(-\infty, -\frac{3}{2})$ D) $(\frac{3}{4}, \infty)$ E) Ninguno

   Solución

   $\dfrac{8x}{4x+3} > 2$, $\dfrac{8x}{4x+3} - 2 > 0$, $\dfrac{8x - 8x - 6}{4x+3} > 0$, $\dfrac{-6}{4x+3} > 2,$

   Se debe tener $4x + 3 < 0$, $x < -\frac{3}{4}$, que es el intervalo $(-\infty, -\frac{3}{4})$

   La respuesta es **B**

---

2. Un auto que va a 60 Km. por hora pasa por el punto A en el mismo instante en que otro auto que va a 40 Km. por hora pasa por el punto B. B está situado a la derecha de A y dista 90 Km de A. Ambos autos siguen la misma dirección y el mismo sentido. Si T es el tiempo en que el primer auto da alcance al segundo, entonces T , en minutos, verifica:

   A) $T < 250$ B) $250 < T < 275$ C) $275 < T < 300$ D) $T > 300$ E) Ninguno

   Solución.

   (1) De las condiciones del problema se tiene una distancia de 90 Km. que separa al auto 1 del auto 2. Como el auto 1 en 1 hora avanza 60 Km y el auto 2 avanza 40 Km, por cada hora el auto 1 acorta una distancia de 20 Km.

   (2) Entonces el auto 1 acortará la distancia de 80 Km en 4 horas y los restantes 10 Km en 30 minutos; haciendo un total de 4 horas y 30 minutos equivalente a 270 minutos.

   Alternativa de solución:

   Si d es la distancia que recorre el primer auto hasta el instante de alcanzar al segundo auto, y T el tiempo en que el primer auto da alcance al segundo:

   Se tiene: $d = 60T$ para el auto 1 . Pero esa distancia d recorrida equivale a lo que recorre el segundo auto más los 90 Km. : $d = 90 + 40T$. T está en horas, pues la velocidad está en Kms -horas.

   Entonces $60T = 90 + 40T$, de donde $T = \frac{9}{2} = 4.5$ horas. En minutos $T = 4.5 \times 60 = 270$ minutos

   La respuesta es **B.**

---

3. Qué polinomio se debe sumar al polinomio $2x^4 + 4x^3 - 7x^2 + 2$ de modo que, al dividirlo entre el polinomio $2x^2 + 4$, se obtenga residuo 0

   A) $8(1 - 3x)$ B) $8(x + 3)$ C) $8(3 - x)$ D) $8(x - 3)$ E) Ninguno

   Solución.

   Para que en una división de D entre d el residuo sea 0 , se debe sumar el negativo del residuo r al dividendo D.

   $$D = qd + r \quad ; \quad D - r = qd$$

Dividiendo $2x^4 + 4x^3 - 7x^2 + 2$ entre $2x^2 + 4$, se obtiene de residuo $r(x) = -8x + 24$

Para que el residuo sea 0, se debe sumar al polinomio dividendo $8x - 24 = 8(x - 3)$

Alternativa de solución

(1) Si $q(x)$ es el polinomio cociente al dividir $2x^4 + 4x^3 - 7x^2 + 2$ entre $2x^2 + 4$, se obtiene la identidad

$2x^4 + 4x^3 - 7x^2 + 2 = q(x)(2x^2 + 4) + r(x)$ (*)

(2) Haciendo $x^2 = -2$ en dicha identidad, se tiene: $2(-2)^2+4(-2)x-7(-2)+2 = 24-8x = q(x)\times 0+r(x) = r(x)$

$r(x) = -8x + 24$

(3) De (*) , se tiene $2x^8 + 4x^3 - 7x^2 + 2 - r(x) = q(x)(2x^2 + 4)$,

Se debe sumar el polinomio $8x - 24 = 8(x - 3)$

La respuesta es **D.**

---

4. Dada la ecuación $\dfrac{x^2 + x}{7x + 4} = \dfrac{m - 1}{m + 1}$, el valor de m para el que sus raíces son iguales en magnitud, pero de signos contrarios, verifica

A) $m < \frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{4} < m < \frac{2}{4}$ C) $\frac{2}{4} < m < \frac{3}{4}$ D) $m > \frac{3}{4}$ E) Ninguno

Solución.

Para que las raíces de la ecuación sean iguales en magnitud, pero de signos contrarios; el coeficiente de la variable x debe valer 0

(1) Simplificando la ecuación: $\dfrac{x^2 + x}{7x + 4} = \dfrac{m - 1}{m + 1}$; se obtiene

$$(m + 1)x^2 + (-6m + 8)x - 4m + 4 = 0$$

De $-6m + 8 = 0$, se tiene $m = \frac{4}{3} = 1.333\,333\,333\,3$.

Nota: con $m = \frac{4}{3}$, las soluciones son $-\frac{2}{\sqrt{7}}, \frac{2}{\sqrt{7}}$

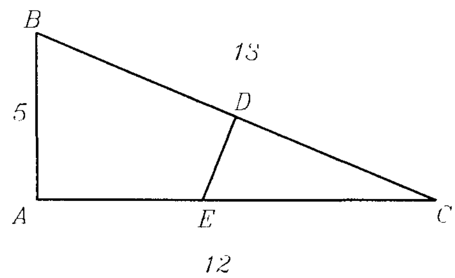
La respuesta es **D.**

Solución del examen de ingreso GEOMETRÍA-TRIGONOMETRÍA 2015 fila 2

1. En un triángulo rectángulo de lados 5,12 y 13 se traza la mediatriz correspondiente a la hipotenusa y se forma un nuevo triángulo. El perímetro (fracción simplificada) de este nuevo triángulo es:

(A) 61/4 (B) 63/4 (C) 65/4 (D) 67/4 (E) Ninguno

Solución:



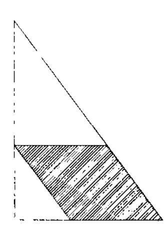
Como los $\triangle ABC$ y $\triangle DEC$ son semejantes

$$\cos(C) = \frac{12}{13} = \frac{\frac{13}{2}}{EC}, \qquad EC = \frac{169}{24}$$

$$\operatorname{sen}(C) = \frac{5}{13} = \frac{DE}{EC} = \frac{DE}{\frac{169}{24}}, \qquad DE = \frac{65}{24}$$

entonces el perímetro del $\triangle DEC = \frac{169}{24} + \frac{65}{24} + \frac{13}{2} = \frac{65}{4}$ $\boxed{\text{respuesta (C)}}$

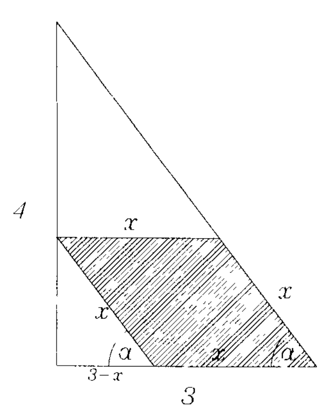
2. En un triángulo rectángulo de lados 4 y 3 se construye un rombo (ver figura). El perímetro (fracción simplificada) del rombo es:



(A) 43/16 (B) 45/16 (C) 47/16 (D) 49/16 (E) Ninguno

Solución:

De la figura

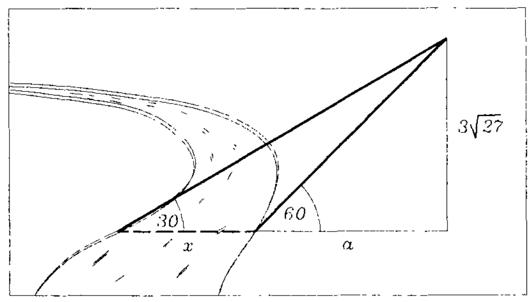


tenemos la razones:

$$\cos(a) = \frac{3-x}{x} = \frac{3}{5} \text{ de donde } x = \frac{15}{8}$$

de donde el perímetro es $4x = 4\left(\frac{15}{8}\right) = \frac{15}{2}$ $\boxed{\text{respuesta } \textbf{(E)}}$

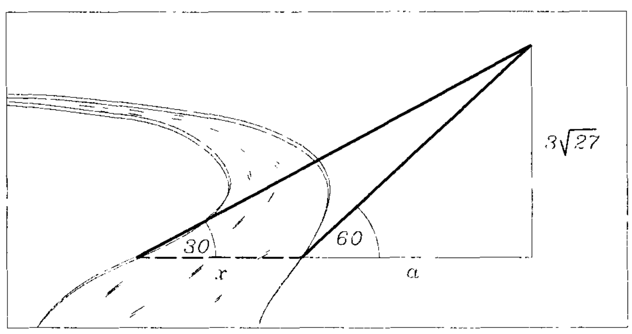
3. Desde la orilla de un rio un observador ve un poste de altura $3\sqrt{27}$ con un ángulo de elevación de 30 grados. Cruza el rio de ancho desconocido y logra ver el poste con un ángulo de 60 grados, entonces el ancho del rio es:



(A) 18 (B) 19 C) 17 (D) 20 (E) Ninguno

Solución:

De la figura



tenemos las siguientes razones trigonométricas

$$\tan(60) = \frac{3\sqrt{27}}{a} = \sqrt{3} \text{ de donde se tiene } a = 9$$

tambien

$$\tan(30) = \frac{3\sqrt{27}}{x+a} = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ de donde se tiene } x = 18$$

$$\frac{3\sqrt{27}}{x+9} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Así el rio tiene un ancho de 18, $\boxed{\text{respuesta } \textbf{(A)}}$

4.. Simplificando la expresión: se obtiene: $\operatorname{sen}^2(a) - \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{3} - a\right)\operatorname{sen}\left(a - \frac{\pi}{3}\right) - \frac{4}{3}$

(A) -11/12 (B) -13/12 (C) -5/12 (D) -7/12 (E) Ninguno

Solución:

$$\operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{3} - a\right) = \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{3}\right)\cos(a) - \operatorname{sen}(a)\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}\cos(a) + \frac{1}{2}\operatorname{sen}(a)$$

$$\operatorname{sen}\left(a-\frac{\pi}{3}\right)=\operatorname{sen}(a)\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)-\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{3}\right)\cos(a)=\frac{1}{2}\operatorname{sen}(a)-\frac{\sqrt{3}}{2}\cos(a)$$

reemplazando

$$\begin{aligned}
& \operatorname{sen}^2(a)-\operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{3}-a\right)\operatorname{sen}\left(a-\frac{\pi}{3}\right)-\frac{4}{3}\\
= \quad & \operatorname{sen}^2(a)-\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos(a)+\frac{1}{2}\operatorname{sen}(a)\right)\left(\frac{1}{2}\operatorname{sen}(a)-\frac{\sqrt{3}}{2}\cos(a)\right)-\frac{4}{3}\\
= \quad & \operatorname{sen}^2(a)-\left(\frac{1}{4}\ \operatorname{sen}^2(a)-\frac{3}{4}\cos^2(a)\right)-\frac{4}{3}\\
= \quad & \operatorname{sen}^2(a)-\frac{1}{4}\ \operatorname{sen}^2(a)+\frac{3}{4}-\frac{3}{4}\ \operatorname{sen}^2(a)-\frac{4}{3}=-\frac{7}{12}, \quad \boxed{\text{respuesta } \mathbf{(D)}}
\end{aligned}$$

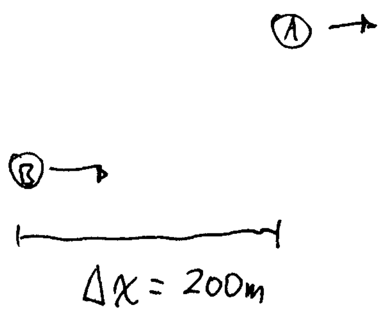
EXAMEN FISICA

Pregunta F1

Fila 1

(A) → $V_A = 4\ m/s$

(B) → $V_B = 2\ m/s$



$$x_A = V_A \cdot t$$
$$x_B = V_B \cdot t$$

$$\Delta x = x_A - x_B = V_A t - V_B \cdot t$$

$$\boxed{t = \frac{\Delta x}{V_A - V_B}} \qquad t = \frac{200}{4-2} = 100\ s$$

$$\boxed{t = 100\ s} \qquad \boxed{R.\ (b)}$$

Fila 2

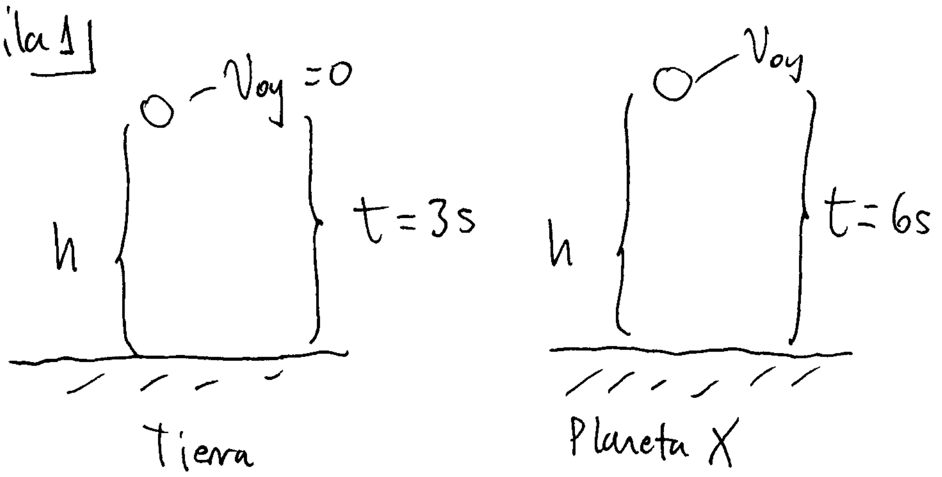
$$t = \frac{300}{2(6-3)} \qquad \Delta x = \frac{300}{2}$$

$$V_A = 6\ m/s$$
$$V_B = 3\ m/s$$

$$\boxed{t = 50\ s} \qquad \boxed{R\ (a)}$$

Pregunta #2

Fila 1



$h = \frac{1}{2} g t^2$

$h = \frac{1}{2}(10)(3)^2 = 45\,m$

$h = \frac{1}{2} g_x t^2$

$g_x = \frac{2h}{t^2} = \frac{2(45)}{(6)^2} = \frac{5}{2}\ m/s^2$

$\boxed{g_x = 5/2\ m/s^2}$ $\boxed{R.\ (d)}$

Fila 2

$h = \frac{1}{2} g t^2$

$h = \frac{1}{2}(10)(2)^2 = 20\,m$

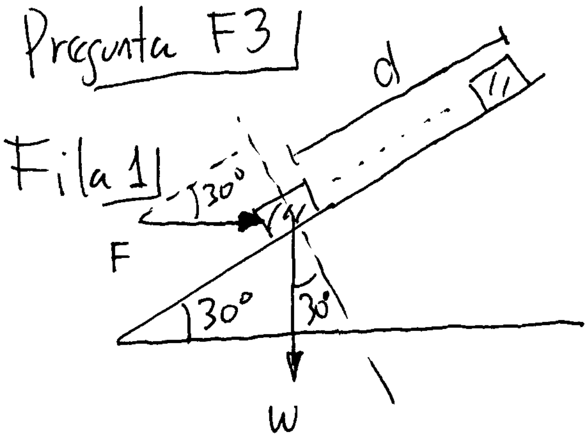
$h = \frac{1}{2} g_x t^2$

$g_x = \frac{2h}{t^2} = \frac{2(20)}{(5)^2} = \frac{8}{5}\ m/s^2$

$\boxed{g_x = \frac{8}{5}\ m/s^2}$ $\boxed{R\ (a)}$

Pregunta F3

Fila 1



$m = 10\ kg$ $\quad \alpha = 30°$

$\mu = 0$ $\quad F = 40\sqrt{3}\ N$

$d = 10\ m$ $\quad \text{sen}\, 30° = \frac{1}{2}$

$\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$W = F_{neta} \cdot d$ $\quad F_{neta} = F\cos 30° - mg\,\text{sen}\,30°$

$$W = \left[40\sqrt{3}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - 10(10)\left(\frac{1}{2}\right)\right]10 = (60-50)\,10 = 100\ J$$

$\boxed{W = 100\ J}$ $\quad \boxed{R.\ (a)}$

Fila 2 $\quad m = 10\ kg$ $\quad \alpha = 30°$ $\quad F = 40\sqrt{3}\ N$ $\quad d = 20\ m$

$$W = \left[(40\sqrt{3})\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - (10)(10)\left(\frac{1}{2}\right)\right] \cdot 20 = (60-50)\,20 = 200\ J$$

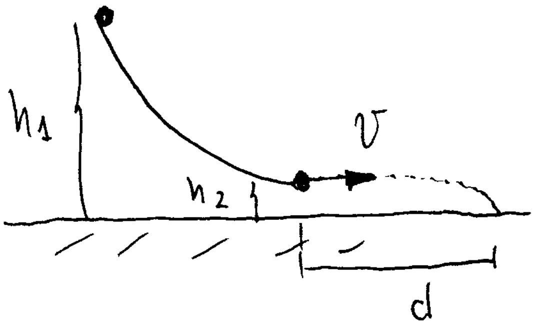
$\boxed{W = 200\ J}$ $\quad \boxed{R.\ (b)}$

Pregunta F4

Fila 1

$h_1 = 6\,m$

$h_2 = 1\,m$



$$mg(h_1 - h_2) = \frac{1}{2} m v^2$$

$$v^2 = 2g(h_1 - h_2) \qquad \underline{v = \sqrt{2g(h_1 - h_2)}}$$

Para el movimiento parabólico

$$h_2 = \frac{1}{2} g t^2 \qquad t = \sqrt{\frac{2h_2}{g}}$$

$$d = v \cdot t = \sqrt{2\cancel{g}(h_1 - h_2)} \cdot \sqrt{\frac{2h_2}{\cancel{g}}}$$

$$\boxed{d = 2\sqrt{(h_1 - h_2) \cdot h_2}} \qquad d = 2\sqrt{(6-1)\cdot 1} = 2\sqrt{5}\ m$$

$$\boxed{d = 2\sqrt{5}\ m} \qquad \boxed{R.\ (b)}$$

Fila 2

$$d = 2\sqrt{(h_1 - h_2)\cdot h_2} = 2\sqrt{(7-1)\cdot 1} = 2\sqrt{6}\ m$$

$$\boxed{d = 2\sqrt{6}\ m} \qquad \boxed{R.\ (d)}$$

Q13.- Hallar el número de protones en un átomo, sabiendo que para su electrón de mayor energía los números cuánticos principal y azimutal son respectivamente 5 y 0; y además es un electrón desapareado.

A) 39 **B) 37** C) 38 D) 36 E) Ninguno

Solución:
El átomo n = 5 y l = 0 y además sea un electrón desapareado es : $5s^1$

Entonces la configuración electrónica será:

$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 3d^{10} 4p^6 5s^1$; por lo tanto el número los protones que presenta son **37**

Q14.-.Un isótopo de cobalto (Co) es utilizado en terapia de radiación para algunos tipos de cáncer. Escriba los símbolos nucleares de tres tipos de isótopos de cobalto (Z=27) en los que hay 29, 31 y 33 neutrones, respectivamente.

A) ${}^{29}_{27}Co\ {}^{31}_{27}Co\ {}^{33}_{27}Co$ B) ${}^{27}_{27}Co\ {}^{27}_{58}Co\ {}^{33}_{27}Co$ C) ${}^{56}_{27}Co\ {}^{58}_{27}Co\ {}^{60}_{27}Co$

D) ${}^{59}_{27}Co\ {}^{60}_{27}Co\ {}^{61}_{27}Co$ E) Ninguno

Solución:

$$masa\ \ atómica = neutrones + número\ atómico$$

Z=27
n = 29
n = 31
n = 33

$$masa\ \ atómica = 29 + 27 = 56 \qquad {}^{56}_{27}Co$$

$$masa\ \ atómica = 31 + 27 = 58 \qquad {}^{58}_{27}Co \quad \therefore \quad {}^{56}_{27}Co\ {}^{58}_{27}Co\ {}^{60}_{27}Co$$

$$masa\ \ atómica = 33 + 27 = 60 \qquad {}^{60}_{27}Co$$

Q15.- Un elemento tiene dos isótopos con masas de 24 y 20 respectivamente, si la masa atómica del elemento es de 23 u.m.a., calcular los porcentajes de abundancia de los isótopos.

A) 75 y 25 B) 35 y 65 C) 20 y 80 D) 50 y 50 E) Ninguno

${}^{24}X$ y ${}^{20}X$ ➔ $M = \left(\dfrac{M_1\%_1 + M_2\%_2}{100} \right)$

2300 = 24x + 20y ; x + y = 100
2300 = 24x + 20(100 – x) = 24x + 2000 – 20x
2300 = 4x – 2000; 300 = 4x ➔ **x = 75% ; y = 25%**

Q16.- Los vehículos espaciales utilizan normalmente para su propulsión un sistema de combustible/oxidante formado por N,N dimetilhidracina, $(CH_3)_2NNH_2$, y tetraóxido de dinitrógeno,

N_2O_4, líquidos. Si se mezclan cantidades estequiométricas de estos componentes, se producen únicamente N_2, CO_2 y H_2O en fase gas. ¿Cuántos moles de CO_2 se producen a partir de 1 mol de $(CH_3)_2NNH_2$?

A) 4 **B) 2** C) 6 D) 8 E) Ninguno

Solución:
La ecuación química ajustada correspondiente a la reacción dada es:

$(CH_3)_2NNH_2\ (l) + 2\ N_2O_4\ (l) \rightarrow 3\ N_2\ (g) + 2\ CO_2\ (g) + 4\ H_2O\ (g)$

De acuerdo con la ley de conservación de la masa, si el reactivo $(CH_3)_2NNH_2$ contiene 2 moles de C, por cada mol de esta sustancia, entonces se obtendrán 2 moles de CO_2.