UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN SIMON
FACULTAD DE CIENCIAS Y TECNOLOGIA

EXAMEN DE INGRESO 1 2015
ARITMETICA -ALGEBRA
FINAL - F2
SOLUCIONARIO

1. La cantidad de divisores comunes de los números 690 y 960, mayores que 2 y menores que 100, es:

   A) 6 B) 10 C) 8 D) 7 E) Ninguno

   Solución

   La descomposición factorial de 960 es: $960 = 2^6 \times 3 \times 5$

   La descomposición factorial de 690 es: $690 = 2 \times 3 \times 5 \times 23$

   Los divisores comunes se obtienen a partir de los factores simples comunes: 1 . 2 . 3 . 5 :

   1 , 2 . 3 , 5 , 6 , 10 , 15 , 30

   Hay 6 divisores comunes mayores que 2 y menores que 100

   La respuesta es **A** ■

2. Las ganancias anuales durante 10 años por un interés están en progresión aritmética. Si el primer año se ganó 200 bolivianos y el décimo año se ganó 3800 bolivianos. La ganacia G , correspondiente al sexto año, verifica:

   A) $G < 1650$ B) $1650 < G < 1750$ C) $1750 < G < 1850$ D) $G > 1850$ E) Ninguno

   Solución.

   (1) Si r es la razón de la progresión, entonces las ganancias anuales en los 10 años respectivamente son:

   $200, 200 + r. 200 + 2r. 200 + 3r, \ldots\ldots, 200 + 9r$

   (2) De los datos se tiene que $200 + 9r = 3800$. De donde $r = 400$

   (3) La ganancia correspondiente al sexto año es $200 + 5r = 2200$

   La respuesta es **D** ■

3. Si $(x, y. z, u)$ es solución del sistema

   $2x - 3z - u = 2$

   $3y - 2z - 5u = 3$

   $x - 3y + 3u = 0$

   $4y - 3u = 2$

   entonces el valor de $x - y + z + u$ es

   A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) Ninguno

   Solución.

   El sistema, reordenando y completando los coeficientes de las variables que no figuran, se puede escribir como

   $x - 3y + 0z + 3u = 0$

   $2x + 0y - 3z - u = 2$

   $0x + 3y - 2z - 5u = 3$

   $0x + 4y + 0z - 3u = 2$

   (1) Multiplicando la primera ecuación por (-2) y sumando a la segunda se obtiene:

H A - F2

$6y - 3z - 7u = 2 \quad (*)$

(2) se obtiene un sistema sin la variable x :

$6y - 3z - 7u = 2$

$3y - 2z - 5u = 3$

$4y + 0z - 3u = 2$

(3) Multiplicando la segunda ecuación por (-2) y sumando a la primera se obtiene:

$z + 3u = -4$

(4) Multiplicando la primera ecuación por (-2) y sumando a la tercera multiplicada por (3) se obtiene:

$6z + 5u = 2$. Se obtiene el sistema $\quad z + 3u = -4$

$$6z + 5u = 2$$

(5) Multiplicando la primera ecuación por (-6) y sumando a la segunda, se obtiene:

$-13u = 26$. De donde $u = -2$, $\quad z = 2$, $\quad y = -1$, $\quad x = 3$

De donde $\quad x - y + z + u = 3 - (-1) + 2 + (-2) = 4$

La respuesta es **A.** ■

4. Si α y β son las raíces de la ecuación $x^2 - px + q = 0$, entonces el valor de $\alpha^3 + \beta^3$ es

A) $p(2q - p^2)$ B) $p(3q - p^2)$ C) $p(p^2 - 3q)$ D) $p(p^2 - 2q)$ E) Ninguno

Solución.

(1) Se conoce que $\alpha + \beta = p$, $\alpha\beta = q$

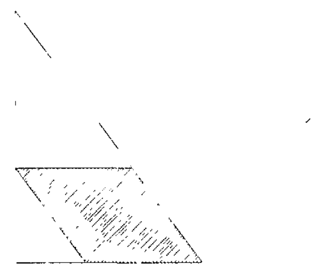
(2) $(\alpha + \beta)^3 = \alpha^3 + \beta^3 + 3\alpha\beta^2 + 3\alpha^2\beta = \alpha^3 + \beta^3 + 3\alpha\beta(\alpha + \beta) = p^3$

(3) Entonces $\alpha^3 + \beta^3 + 3q(p) = p^3$. De donde $\alpha^3 + \beta^3 = p(p^2 - 3q)$

La respuesta es **C.** ■

Solución del examen de ingreso GEOMETRÍA-TRIGONOMETRÍA 2015 **fila 2**

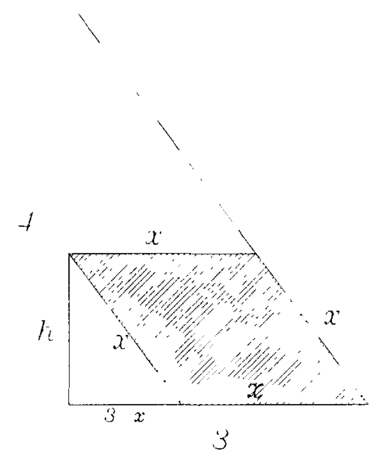
1. En un triángulo rectángulo de lados 4 y 3 se construye un rombo (ver figura). El área (fracción simplificada) del rombo es:



(A) 43/16 (B) 45/16 (C) 47/16 (D) 49/16 (E) Ninguno

Solución:

De la figura



tenemos la razones:

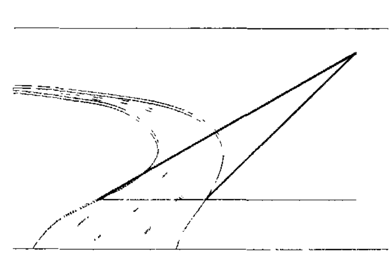
$$\frac{x}{3-x} = \frac{5}{3} \text{ de donde } x = \frac{15}{8}$$

$\frac{h}{3-\frac{15}{8}} = \frac{4}{3}$. Solution is: $\frac{3}{2}$

$$\frac{h}{3-x} = \frac{4}{3} \text{ de donde } h = \frac{3}{2}$$

Así el área del rombo es $xh = \left(\frac{15}{8}\right)\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{45}{16}$ $\boxed{\text{respuesta } \mathbf{(B)}}$

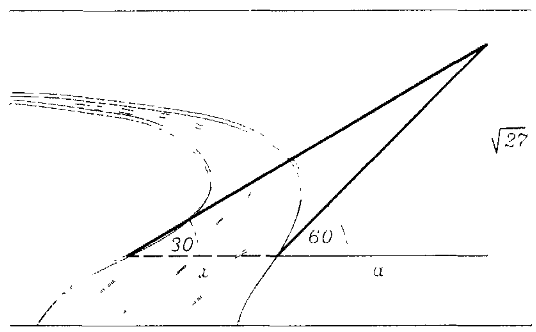
2. Desde la orilla de un rio un observador ve un poste de altura $\sqrt{27}$ con un ángulo de elevación de 30 grados. Cruza el rio de ancho desconocido y logra ver el poste con un ángulo de 60 grados, entonces el ancho del rio es:



(A) 3 (B) 4 C) 5 (D) 6 (E) Ninguno

Solución:

De la figura



tenemos las siguientes razones trigonométricas

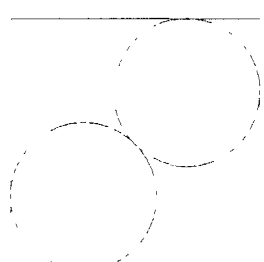
$$\tan(60) = \frac{\sqrt{27}}{a} = \sqrt{3} \text{ de donde se tiene } a = 3$$

tambien

$$\tan(30) = \frac{\sqrt{27}}{x + a} = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ de donde se tiene } x = 6$$

Así el rio tiene un ancho de 6. $\boxed{\text{respuesta } \mathbf{(D)}}$

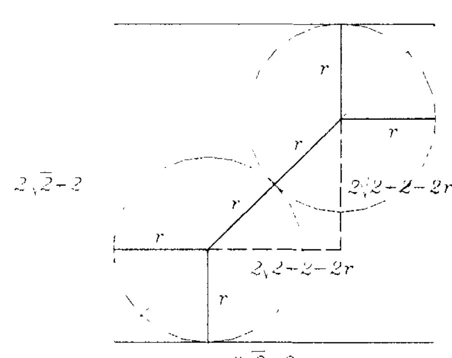
3. En un cuadrado de lado $2\sqrt{2} + 2$ se dibujan dos circunferencias idénticas tangentes entre si y tangentes interiormente al cuadrado, ver figura, entonces el perímetro de las dos circunferencias es igual a:



(A) 8π (B) 9π (C) 7π (D) 6π (E) Ninguno

Solución:

De la figura



6T-F-2

tenemos

$$(2r)^2 = 2\left(2\sqrt{2}+2-2r\right)^2$$

$$(2r)^2 - \left(\sqrt{2}\left(2\sqrt{2}+2-2r\right)\right)^2 = 0$$

$$\left[2r - \sqrt{2}\left(2\sqrt{2}+2-2r\right)\right]\left[2r + \sqrt{2}\left(2\sqrt{2}+2-2r\right)\right] = 0$$

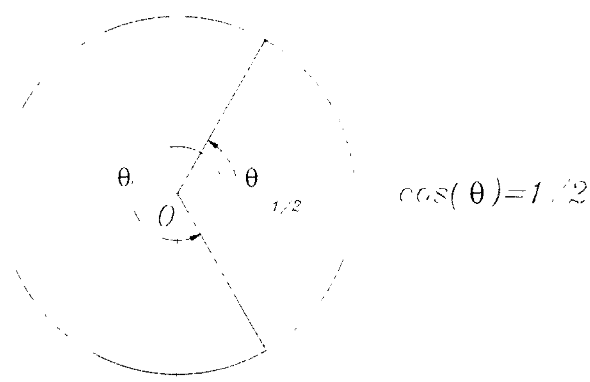
tenemos las soluciones $r_1 = \sqrt{2}$ y $r_2 = 3\sqrt{2}+4$, como esta solución el mayor que el lado se la desprecia. El radio buscado es $\sqrt{2}$ y el perímetro de las dos circunferencias es $4\pi r = 4\pi\left(\sqrt{2}\right) = 4\sqrt{2}\pi$. $\boxed{\text{respuesta (E)}}$

4. Sumando las soluciones, comprendidas en el intervalo $[0, \pi]$ de la ecuación $2\cos(4x) - 1 = 0$, se obtiene:

(A) $\frac{3}{2}\pi$ (B) 2π (C) $\frac{5}{2}\pi$ (D) 3π (E) Ninguno

Solución:

$$4x = \arccos\left(\frac{1}{2}\right)$$



Caso1:

$$4x = \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k = 0, 1, 2, 3, ...$$

tenemos

$$x = \frac{\pi}{12} \text{ y } x = \frac{7\pi}{12}$$

Caso2:

$$4x = \frac{5\pi}{3} + 2\pi k, k = 0, 1, 2, 3, ...$$

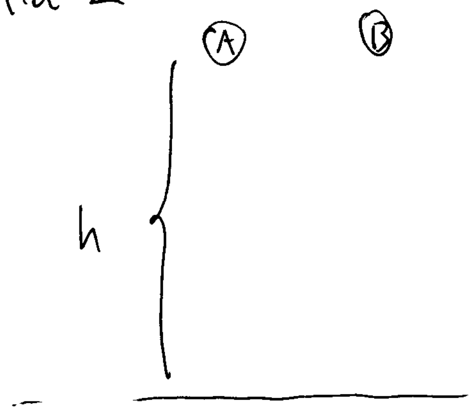
tenemos

$$x = \frac{5\pi}{12} \text{ y } x = \frac{11\pi}{12}$$

Así la suma buscada es $\frac{\pi}{12} + \frac{7\pi}{12} + \frac{5\pi}{12} + \frac{11\pi}{12} = 2\pi$, $\boxed{\text{respuesta (B)}}$

Pregunta F1,

Fila 2



$V_{OA} = 0 \quad h = 45\,m$

$V_{OB} = ?$

Para A: $h = \frac{1}{2} g t_A^2$

$$t_A = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2(45)}{10}} = \sqrt{9} = 3s$$

$$t_A = 3s$$

$$t_B = t_A - 1 = 2s$$

$$h = V_{oB} t_B + \frac{1}{2} g t_B^2 \qquad V_{OB} = \frac{h}{t_B} - \frac{g t_B}{2}$$

$$V_{OB} = \frac{45}{2} - \frac{(10)(\cancel{2})}{\cancel{2}}$$

$$= \frac{45}{2} - 10 = \frac{25}{2}$$

$$\boxed{V_{OB} = \frac{25}{2}\ m/s}$$

R(e) Ninguno

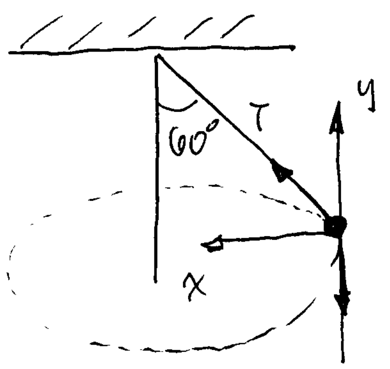
Pregunta F2,

Fila 2, Dado el valor de las masas del sistema, éste nunca podría acelerar con $a = 2g$

R. (e) Ninguno

Pregunta F3

Fila 2



D.C.L $\quad \Sigma F_y = 0 \qquad L = 4m$

$$T\cos 60° = mg \quad (1)$$

$$T\operatorname{sen} 60° = F_c = \frac{mV^2}{R} \quad (2)$$

Combinando (1) y (2)

$$\frac{mV^2}{R} = mg\tan 60° \quad \text{ya que } V = \omega \cdot R$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g\tan 60°}{R}} \qquad R = L\operatorname{sen}\theta$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L\cos 60°}} \qquad \cos 60° = \frac{1}{2} \qquad \omega = \sqrt{\frac{2g}{L}}$$

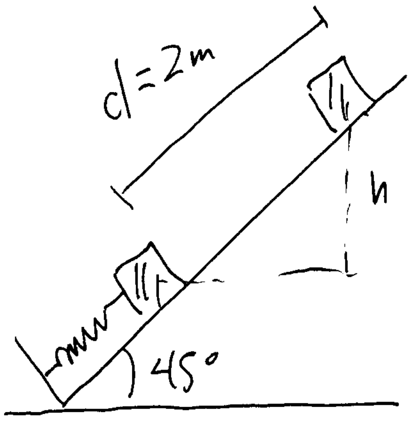
$$\omega = \sqrt{\frac{2(10)}{4}} = \sqrt{5}\ \text{rad}/s$$

$$\boxed{\omega = \sqrt{5}\ \text{rad}/s}$$

$$\boxed{R\ (c)}$$

Pregunta F4

Fila 2



$W = 20\ N \qquad k = 10\ N/m$

Conservación de energía:

$\frac{1}{2} k x^2 = mgh \qquad h = d \operatorname{sen} 45°$

$\frac{1}{2} k x^2 = mg d \operatorname{sen} 45°$

$x = \sqrt{\frac{2mg\, d \operatorname{sen} 45°}{k}} \qquad \operatorname{sen} 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$x = \sqrt{\frac{2(20)(2)\sqrt{2}}{2(10)}} \qquad \boxed{x = \sqrt{4\sqrt{2}}\ m}$

$\boxed{R.\ (e)}$

Q13.- ¿Cuántos átomos de oxígeno hay en 28 g de bicarbonato de sodio, $NaHCO_3$?

A) $1{,}205\times10^{23}$ **B) $6{,}023\times10^{23}$** C) $1{,}807\times10^{24}$ D) $2{,}409\times10^{24}$ E) Ninguno

Solución:

$$28\ g\ NaHCO_3 * \frac{1\ mol\ NaHCO_3}{84\ g\ NaHCO_3} * \frac{3\ moles\ de\ O}{1\ mol\ NaHCO_3} * \frac{6{,}023 * 10^{23}\ \acute{a}tm.O}{1\ mol\ O} = 6{,}023 * 10^{23}\ \acute{a}tm.O$$

Q14.- Para la reacción:

$$Al + H_2SO_4 \rightarrow Al_2(SO_4)_3 + H_2$$

Calcular los moles de gas hidrógeno cuando reaccionan 270 g de aluminio puro, si el rendimiento de la reacción del 80%.

A) 8 B) 15 C) 40 **D) 12** E) Ninguno

Solución:

$$2Al + 3\ H_2SO_4 \rightarrow Al_2(SO_4)_3 + 3H_2$$

$$270\ g\ Al \times \frac{1\ mol\ Al}{27\ g\ Al} \times \frac{3\ mol\ H_2}{2\ mol\ Al} \times \frac{80\%}{100\%} = 12\ moles\ H_2$$

Q15.- En un recipiente se introducen 20 litros de amoniaco y 30 litros de oxígeno. Estas sustancias reaccionan de la siguiente manera:

$$NH_{3\,(g)} + O_{2\,(g)} \rightarrow NO_{(g)} + H_2O_{(g)}$$

Considerando constantes las condiciones de presión y temperatura, calcular el volumen de las sustancias presentes cuando finaliza la reacción.

A) 20 L NO, 10 L H_2O, 4 L O_2 B) 20 L NO, 30 L H_2O, 5 L NH_3

C) 20 L NO, 30 L H_2O, 5 L O_2 D) 24 L NO, 20 L H_2O, 5 L NH_3 E) Ninguno

Solución:

$$4\ NH_3(g) + 5\ O_2(g) \rightarrow 4\ NO(g) + 6\ H_2O(g)$$

20 L $NH_3/4 = 5$ → Reactivo Limitante

30 L $O_2/5 = 6$

$$20\,L\,NH_3\left(\frac{4LNO}{4\,L\,NH_3}\right) = 20\,L\,NO$$

$$20\,L\,NH_3\left(\frac{5LO_2}{4\,L\,NH_3}\right) = 25\,L\,O_2$$ Reacciona; Exceso= 30L – 25L= 5 L O_2

$$20\,L\,NH_3\left(\frac{6LH_2O}{4\,L\,NH_3}\right) = 30\,L\,H_2O$$

Q16.-¿Cuántos gramos de solución de ácido fosfórico al 70% y al 20% se deben tomar para preparar 100 g de una solución al 30%?

A) 50 y 50 **B) 80 y 20** C) 30 y 70 D) 40 y 60 E) Ninguno

Solución:

$$m_1\%_1 + m_2\%_2 = m_3\%_3$$

$$m_1 + m_2 = m_3 = 100\text{ g}$$

$$m_1{*}70 + m_2{*}20 = 100{*}30$$

$$70\,m_1 + 20{*}(100-m_1) = 3000$$

$$70\,m_1 + 2000 - 20\,m_1 = 3000$$

$50\,m_2 = 1000 \Rightarrow m_2 = 20$ g ; $m_1 = 80$ g → **80 y 20**