

FÍSICA

FRENTE III

Professor Danilo

PRÉ VESTIBULAR

Turma: Amaral Gurgel

Atualizado dia 01/Jan/2022

<http://fisica.professordanilo.com/>



ÍNDICE

ÓPTICA.....	8
1. INTRODUÇÃO À FRETE 3	8
CONTEÚDO PROGRAMÁTICO.....	8
2. INTRODUÇÃO À FÍSICA.....	8
3. INTRODUÇÃO À ÓPTICA GEOMÉTRICA	9
a) AS CORES DO ARCO-ÍRIS	11
b) TIPOS DE MEIOS.....	11
c) FENÔMENOS ÓPTICOS	11
d) COR DE UM CORPO POR REFLEXÃO	12
4. PRINCÍPIOS DA ÓPTICA GEOMÉTRICA	14
APLICAÇÕES DO PRINCÍPIO DA PROPAGAÇÃO	
RETILÍNEA DA LUZ	15
a) SOMBRA	15
b) PENÚMBRA.....	15
c) CÂMARA ESCURA	15

d) A LUA.....	16
e) ÂNGULO VISUAL	17
5. LEIS DA REFLEXÃO	19
PRIMEIRA LEI DA REFLEXÃO	19
SEGUNDA LEI DA REFLEXÃO	19
6. IMAGENS EM ESPELHOS PLANOS	20
IMAGENS DE OBJETOS PONTUAIS	20
IMAGENS DE OBJETOS EXTENSOS	20
7. TAMANHO MÍNIMO DE UM ESPELHO PARA SE VER POR COMPLETO.....	21
8. CAMPO VISUAL.....	21
9. TRANSLAÇÃO DE UM ESPELHO PLANO/OBJETO	
22	
10. ROTAÇÃO DE UM ESPELHO PLANO	26
11. IMAGEM FORMADA POR DOIS ESPELHOS	27
12. OS ESPELHOS ESFÉRICOS.....	29
a) RAIOS NOTÁVEIS	30

RAIOS NOTÁVEIS NO ESPELHO CÔNCAVO	30
RAIOS NOTÁVEIS NO ESPELHO CONVEXO	31
b) LOCALIZANDO O FOCO SECUNDÁRIO	32
c) FORMAÇÃO DE IMAGENS: CONSTRUÇÃO GEOMÉTRICA ..	36
d) FORMAÇÃO DE IMAGENS: EQUAÇÃO DE GAUSS.....	38
i – O REFERENCIAL DE GAUSS	38
ii – PADRÕES IMPORTANTES.....	39
iii – EQUAÇÃO DE GAUSS:.....	39
iv – EQUAÇÃO DO AUMENTO LINEAR TRANSVERSAL	39
13. REFRAÇÃO E LEI DE SNELL-DESCARTES	42
a) VELOCIDADE DA LUZ.....	42
b) PRINCÍPIO DE FERMAT.....	44
c) LEI DE SNELL-DESCARTES	44
14. DIOPTRO PLANO E REFLEXÃO TOTAL.....	45
Dioptro plano.....	45
Reflexão Total.....	47
15. LÂMINAS DE FACES PARALELAS	48

16. FIBRA ÓPTICA	49
17. MIRAGEM E ELEVAÇÃO APARENTE DOS ASTROS	50
(A) Posição aparente dos astros	50
(B) Miragem.....	50
18. DISPERSÃO CROMÁTICA	52
19. PRISMAS	54
(A) Prisma – introdução	54
(B) Dispersão	55
(C) Desvio mínimo	56
20. LENTES ESFÉRICAS	57
(A) DIOPTRO ESFÉRICO	57
(B) NOMENCLATURA	58
(D) RAIOS NOTÁVEIS	62
(E) FORMAÇÃO DE IMAGENS.....	64
(F) FOCO SECUNDÁRIO	71
(G) REFERENCIAL DE GAUSS	71

21.	EQUAÇÃO DOS FABRICANTES DE LENTES	74	(C) EQUAÇÃO DA ACELERAÇÃO $a(t)$	96
22.	ASSOCIAÇÃO DE LENTES	75	(D) VERIFICANDO AS SOLUÇÕES ENCONTRADAS.....	99
23.	ASSOCIAÇÃO DE LENTES COM ESPELHOS	75	(E) ENERGIA NO MHS	100
24.	ÓPTICA DA VISÃO	76	(F) OUTRAS RELAÇÕES NO MHS	103
25.	AMETROPIAS (PROBLEMAS DA VISÃO)	78	6. CLASSIFICAÇÃO DAS ONDAS.....	107
26.	INSTRUMENTOS ÓPTICOS.....	80	(A) As ondas podem ser classificadas, quanto à sua natureza , em:	107
-----***-----	SEGUNDA PARTE: ONDULATÓRIA -----***-----	84	(B) Podemos classificar as ondas com relação à direção de propagação.....	109
1.	MOVIMENTO HARMÔNICO SIMPLES – INTRODUÇÃO	84	7. ELEMENTOS DAS ONDAS	111
	(A) SISTEMAS OSCILATÓRIOS.....	84	8. FUNÇÃO DE ONDA.....	112
	(B) GRANDEZAS EM SISTEMAS OSCILATÓRIOS	84	9. ONDAS MECÂNICAS.....	115
	(C) SISTEMA MASSA MOLA	84	(A) O SOM.....	115
2.	SISTEMA MASSA-MOLA	85	(B) VELOCIDADE DE ONDAS MECÂNICAS.....	115
3.	ENERGIA NO MHS	87	(C) ONDAS UNI, BI E TRIDIMENSIONAIS.....	116
4.	PÊNDULO SIMPLES.....	89	10. REFLEXÃO E TRANSMISSÃO DE ONDAS	118
5.	EQUAÇÃO DO MHS	91	REFLEXÃO E REFRAÇÃO EM FIOS	118
	(A) EQUAÇÃO DA POSIÇÃO $x(t)$	92		
	(B) EQUAÇÃO DA VELOCIDADE $v(t)$	93		

REFLEXÃO E REFRAÇÃO DE ONDAS BIDIMENSIONAIS E TRIDIMENSIONAIS	119
11. FENÔMENOS ONDULATÓRIOS.....	123
(A) DIFRAÇÃO E ESPALHAMENTO	123
PRINCÍPIO DE HUYGENS	123
(B) POLARIZAÇÃO	125
(C) REFLETÂNCIA E TRANSMITÂNCIA.....	126
(D) RESSONÂNCIA.....	128
12. ACÚSTICA.....	130
(A) INTENSIDADE DE UMA ONDA	130
(B) NÍVEL SONORO.....	132
(C) EFEITO DOPPLER DE UMA ONDA SONORA.....	133
(D) EFEITO DOPPLER DE ONDA ELETROMAGNÉTICA	134
(E) CONE DE MACH	134
13. ONDAS ELETROMAGNÉTICAS	136
14. INTERFERÊNCIA DE ONDAS.....	138
(A) INTRODUÇÃO	138

(B) INREFERÊNCIA EM DUAS DIMENSÕES	140
(C) INTERFERÊNCIA DA LUZ	140
15. ONDAS ESTACIONÁRIAS	141
TUBOS SONOROS	142
***	142
----- * TERCEIRA PARTE:	
FÍSICA MODERNA *-- ***	144
1. TEORIA DA RELATIVIDADE	144
(A) INTRODUÇÃO	144
(B) O EXPERIMENTO DE MICHELSON E MORLEY	150
(C) A TEORIA DA RELATIVIDADE RESTRITA.....	151
(D) POSTULADOS DA RELATIVIDADE RESTRITA.....	158
(E) SOBRE VIAGENS NO TEMPO.....	162
(F) TEORIA DA RELATIVIDADE GERAL.....	163
2. FÍSICA QUÂNTICA	165
(A) TEORIA DOS QUANTAS	165
(B) EFEITO FOTOELÉTRICO	167

(C) NATUREZA DUAL DA LUZ.....	173
(D) O ÁTOMO DE BORH	174
(E) DUALIDADE ONDA-PARTÍCULA.....	175
(F) PRINCÍPIO DA CORRESPONDÊNCIA.....	176
(G) PRINCÍPIO DA INCERTEZA DE HEISENBERG	176
1. PARTÍCULAS ELEMENTARES.....	178
(A) ERA CLÁSSICA (1887 – 1932).....	178
(B) O FÓTON (1900 – 1924)	179
(C) MÉSONS (1934 – 1947)	179
(D) ANTIPARTÍCULAS (1930 – 1956).....	179
(E) O NEUTRINO (1930 – 1962).....	181
(F) O MODELO DOS QUARKS (1964)	183

NOTA DO AUTOR AOS LEITORES

Este material foi desenvolvido como notas de aula para o ensino médio do colégio EliteCol, Campinas, SP.

O Conteúdo deste material é livre para ser utilizado por qualquer pessoa para fins educacionais. A cópia e divulgação é livre.

O presente arquivo é a terceira edição (primeira em 2018, segunda em 2019 e terceira em 2021), que está sendo revisada, revista e reformulada ao longo de 2021 e você pode contribuir com isso enviando e-mail para o professor Danilo para:

dani@professordanilo.com

Se você viu alguma figura com direitos autorais sem as devidas referências, por gentileza, envie e-mail para o endereço acima que providenciarei o quanto antes a adequação do material.

Campinas, 21 janeiro de 2020.

NOTA DO AUTOR AOS ALUNOS

O material de 2021 não será idêntico ao material de 2019 portanto apesar deste material estar completo, com resumos e figuras, recomendo fortemente que copie o conteúdo da sala de aula e use este arquivo mais como um apoio e para poder visualizar alguns links utilizados em aula pelo professor.

Ao longo do ano, conforme as aulas forem sendo dadas, o professor irá modificar este material, adicionando links, figuras e textos que antes não tinham bem como melhorando ou corrigindo o conteúdo deste arquivo.

Você poderá visualizar as melhorias semanais deste material acessando o link:

fisica.professordanilo.com

Erratas e contato com o professor: dani@professordanilo.com

Campinas, 21 janeiro de 2021.

ÓPTICA

1. INTRODUÇÃO À FRENTE 3

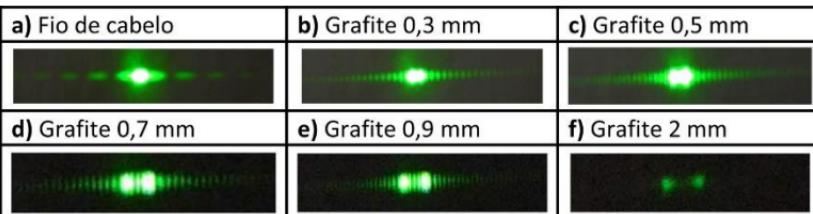
CONTEÚDO PROGRAMÁTICO

- Frente 3
 - Óptica geométrica
 - Luz
 - Sombras
 - Espelhos
 - Lentes
 - Instrumentos ópticos
 - O olho humano
 - Ondulatória
 - Física moderna
- A Física trata do mundo real
 - O descrevemos usando a Matemática

2. INTRODUÇÃO À FÍSICA

- FÍSICA
 - Do grego *physis*: natureza
 - A Física trata do mundo real
 - O descrevemos usando a Matemática
 - Modo de estudo
 - Princípios
 - Assume-se como verdade sem poder ser demonstrado

- Teoremas
 - Podem ser demonstrados
- Leis
 - Podem ser Princípios ou Teoremas
- Óptica
 - Do grego *optiké*: visão
 - O termo ótica (sem "p") está relacionado ao ouvido (exemplo: otite) mas a grafia ótica muitas vezes é empregada como sinônimo de óptica
 - Divisões
 - Óptica geométrica
 - O que estudaremos neste semestre
 - Trata a luz como raio
 - Ferramenta principal: Geometria
 - Óptica ondulatória
 - Estudaremos no próximo semestre
 - Trata a luz como uma onda
 - Explica a difração da luz (se você apontar um laser verde para um fio de cabelo irá obter as figuras a seguir)



Fonte: <http://www.scielo.br/img/revistas/rbef/v37n4/0102-4744-rbef-37-4-4311-gf04.jpg>

- Óptica física

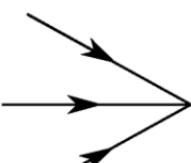
- Estudaremos no final do ano
- Trata a luz como partícula
- Explica por que quando a luz com determinada cor consegue retirar elétrons de alguns metais (efeito fotoelétrico)

3. INTRODUÇÃO À ÓPTICA GEOMÉTRICA

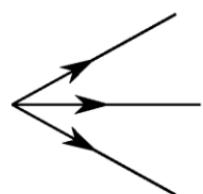
- Conceitos fundamentais

- Raios de luz:

- Linhas orientadas que representam o caminho percorrido pela luz, indicando também o sentido



CONVERGENTE



DIVERGENTE

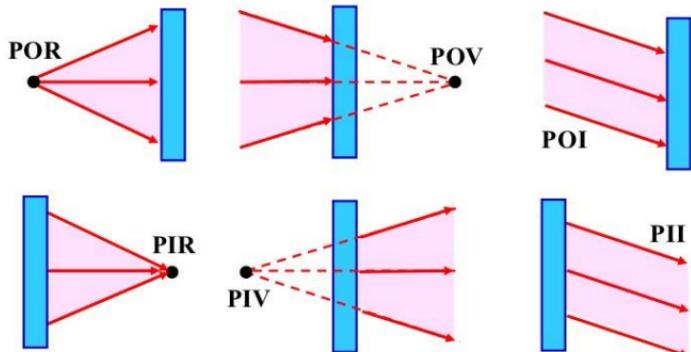


PARALELO

Veja na figura a seguir diversos tipos de pontos que serão muito importantes para entendermos o que é imagem e objeto reais, virtuais ou impróprios. Siga a legenda abaixo para melhor entender o que está na figura:

- POR
 - Ponto objeto real
- POV
 - Ponto objeto virtual
- PIR
 - Ponto imagem real
- PIV
 - Ponto imagem virtual
- POI
 - Ponto objeto impróprio
- PII
 - Ponto imagem imprópria

Ponto Objeto e Ponto Imagem



- Fontes de luz
 - Primárias (emitem luz como o Sol, lâmpadas, estrelas etc.)
 - Secundárias (que refletem luz como a Lua, o caderno, os planetas etc.)
- A luz pode ser
 - Simples ou Monocromática (uma só cor)
 - Composta ou Policromática (duas ou mais cores superpostas – a luz do Sol é a mistura de todas as cores visíveis)
- Velocidade da luz
 - No vácuo é $3 \cdot 10^8$ m/s e representado pela letra c .
 - Uma **ano-luz** é a distância percorrida pela luz em um ano. Isto é:

$$\text{sendo } v = c = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Leftrightarrow \Delta s = c \cdot \Delta t$$

Substituindo os dados:

$$1 \text{ a.l.} = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\cancel{\text{s}}} \cdot (365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60) \cancel{s} \approx 9,46 \cdot 10^{15} \text{ m}$$

Ou

$$1 \text{ a.l.} \approx 9,46 \cdot 10^{12} \text{ km} \approx 240.000.000 \text{ de voltas na Terra}$$

Você também pode pensar que ao dizer anos-luz (sem o artigo “por”, como em metros **por** segundo) então temos uma multiplicação:

$$1 \text{ a.l.} = 1 \text{ ano} \times c.$$

Mapa mental do que acabamos de ver

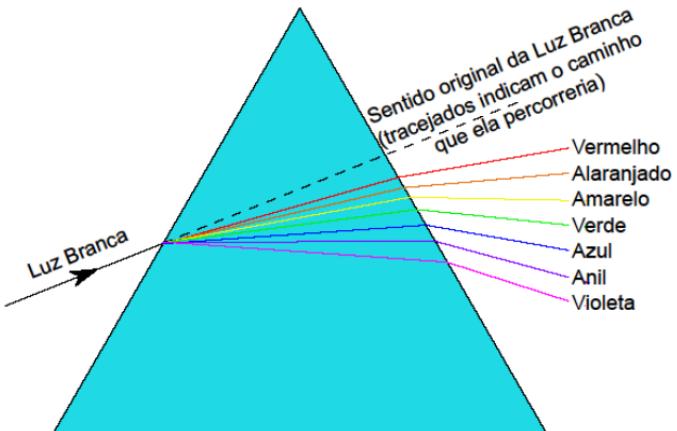


a) AS CORES DO ARCO-ÍRIS

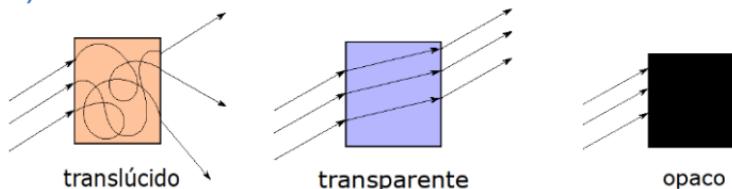
- DECORE:

Vermelho, Alaranja, Amarelo, Verde, Azul, Anil, Violeta

VAAVAAV



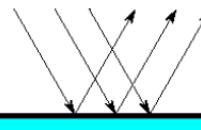
b) TIPOS DE MEIOS



- Exemplos de meios
 - Translúcidos
 - Vidro canelado, papel de seda etc.
 - Transparentes
 - Lâmina de água limpa, vidro liso, ar etc.
 - Opacos
 - Cimento, lousa, madeira etc.

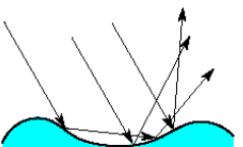
c) FENÔMENOS ÓPTICOS

- REFLEXÃO:** quando a luz incide em um objeto e volta para o meio de propagação original, como quando incidimos uma luz laser no espelho.
 - Reflexão regular
 - Feixe paralelo incidente em uma superfície plana e polida mantém o paralelismo

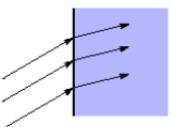


- Reflexão difusa

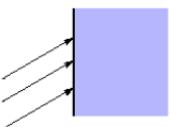
- Feixe de raios paralelos incidentes em uma superfície não mantém o paralelismo



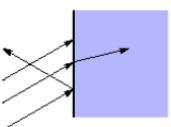
- REFRAÇÃO: quando a luz incide em um meio e o atravessa.



- ABSORÇÃO: quando a luz, ao incidir em um meio, não é refletida e não é refratada dizemos que o meio absorveu a luz.

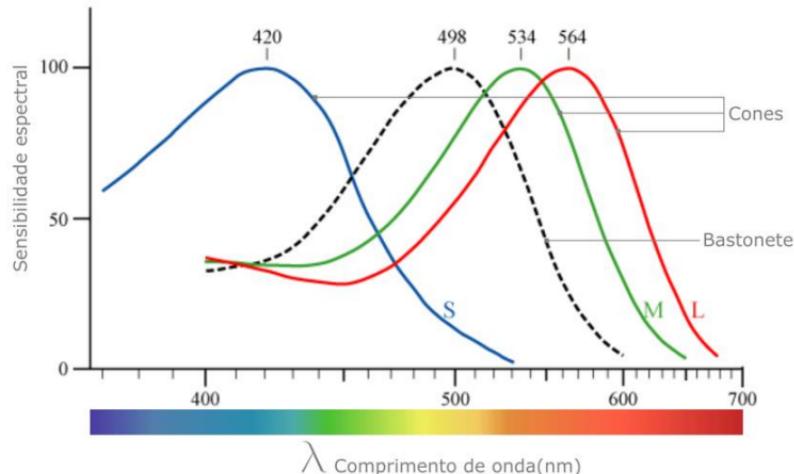


- TODOS OS TRÊS FENÔMENOS ACIMA PODEM OCORRER SIMULTANEAMENTE



d) COR DE UM CORPO POR REFLEXÃO

- Células da visão
 - Bastonetes
 - Células mais finas e responsáveis por detectar presença e ausência de luz, independente da cor
 - Em ambientes mais escuros somente usamos estas células
 - Por isso enxergamos branco e preto no escuro
 - Cones
 - Três tipos
 - Responsáveis por vermos cores
 - Menos sensíveis: por isso só enxergamos cores quando há maior intensidade luminosa (mais luz)
 - Maior sensibilidade nas cores *Red* (Vermelho), *Green* (Verde) e *Blue* (Azul)
 - Por isso televisores, celulares e projetores utilizam apenas estas três cores, cujo padrão é chamado de RGB (*Red*, *Green*, *Blue*)
- Cores primárias aditivas
 - Chamamos de cores primárias aditivas estas três cores (RGB) que sensibilizam os cones
 - Se misturarmos todas elas obtêm o branco
 - Disco de Newton ([vídeo YouTube](#))
 - *Inkscape* (download e explicações pelo programa)



Fonte: <https://muralcientifico.files.wordpress.com/2017/10/000.jpg>

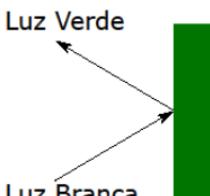
- Cores primárias subtrativas

- A vida real é mais complicada: as cores primárias das tintas são
 - Cyan (Ciano)
 - Não absorve (reflete) somente as cores Azul e Verde
 - Magenta (Magenta)
 - Não absorve (reflete) somente as cores Azul e Vermelho
 - Yellow (Amarelo)
 - Não absorve (reflete) somente as cores Vermelho e Verde

- *black* (Preto – Key)
 - Absorve Todas as cores
- Abreviando: *CMYK*
- Note que se misturarmos:
 - CIANO e MAGENTA as cores Vermelho e Verde serão absorvidas, restando apenas o AZUL
 - MAGENTA e AMARELO as cores Verde e Azul serão absorvidas, restando apenas o VERMELHO
 - CIANO e AMARELO as cores Vermelho e Azul serão absorvidas, restando apenas o VERDE
 - Se misturarmos todas as cores, então o Vermelho, o Verde e o Azul serão absorvidos, resultando em preto.

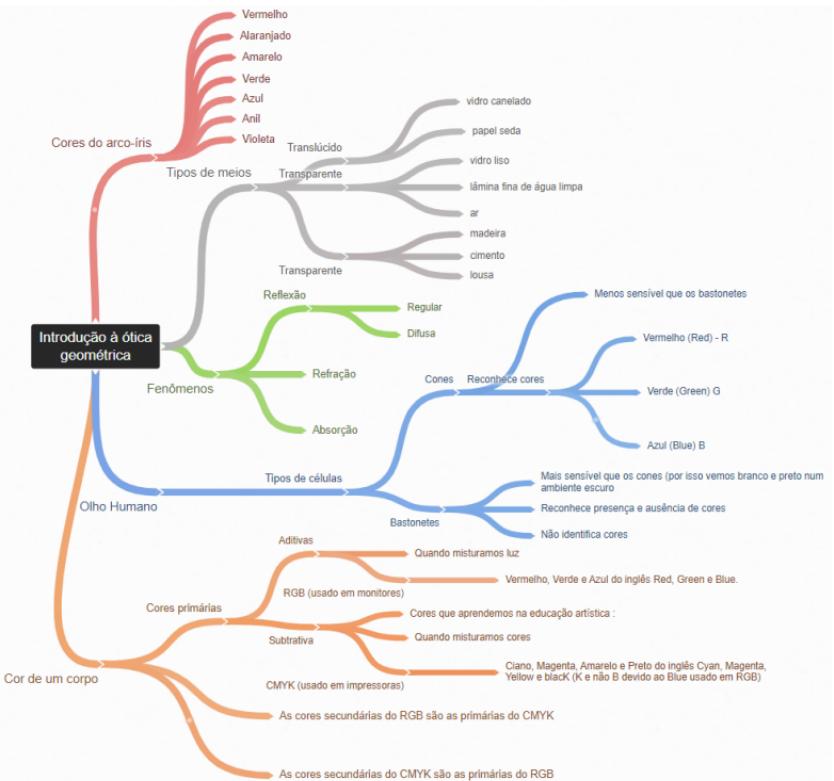
- Pigmentos Puros

- Vamos simplificar as coisas
 - Uma superfície é verde porque ela reflete somente a cor verde se a substância for feita de **pigmentos puros**



- Isso vale para as demais cores

Mapa mental do que acabamos de ver



4. PRINCÍPIOS DA ÓPTICA GEOMÉTRICA

- Na verdade, não são princípios, pois podem ser demonstrados
- São três “princípios”:
 - Princípio da propagação retilínea da luz

Em meios homogêneos e transparentes, a luz se propaga em linha reta.

- Princípio da reversibilidade dos raios de luz

Se a luz percorre um caminho ao ir de um ponto A para um ponto B, então ao ir do ponto B para o A ela fará o mesmo caminho.

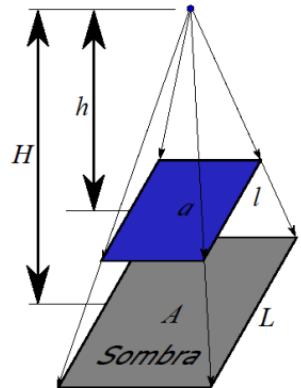
- Princípio da independência dos raios luminosos

Quando raios de luz se cruzam, eles se interferem mutuamente apenas na região onde se cruzam, mas cada um segue seu caminho como se os demais não existissem.

APLICAÇÕES DO PRINCÍPIO DA PROPAGAÇÃO RETILÍNEA DA LUZ

a) SOMBRA

- Fonte pontual



Semelhança de triângulos

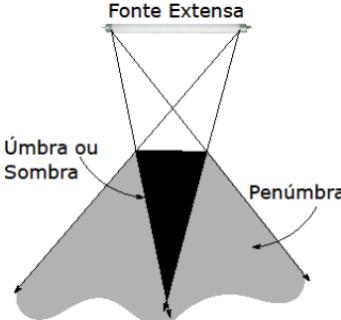
$$\frac{l}{L} = \frac{h}{H} = k$$

Há uma relação também para as áreas:

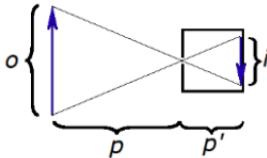
$$\frac{a}{A} = k^2$$

b) PENÚMBRA

- Fonte extensa



c) CÂMARA ESCURA



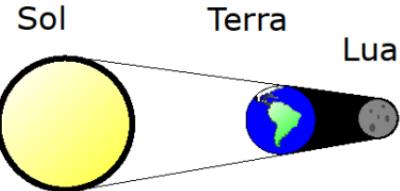
Novamente semelhança de triângulo

$$\frac{i}{o} = \frac{p'}{p}$$

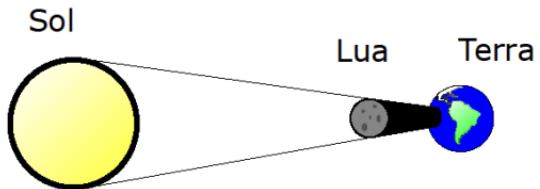
d) A LUA

• ECLIPSES

◦ LUNAR

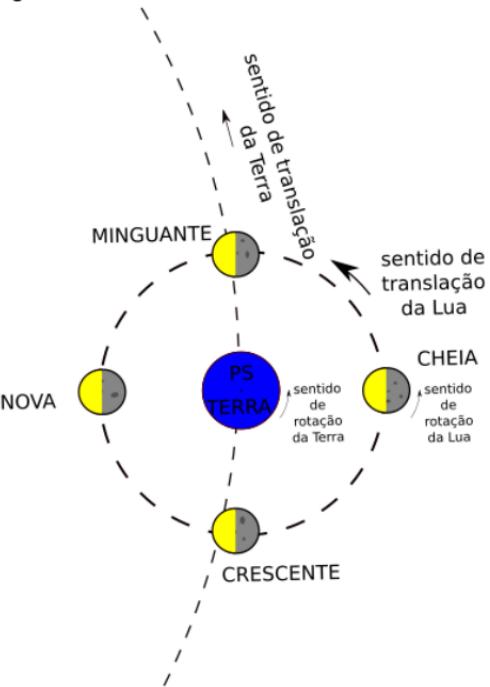
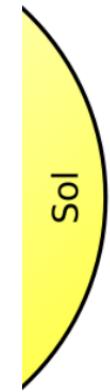


◦ SOLAR



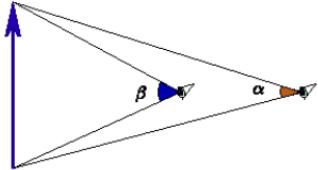
• FASES DA LUA

- O sentido de rotação da Terra em torno do próprio eixo, da Lua em torno do próprio eixo, de translação da Terra em torno do Sol e o de translação da Lua em torno da Terra são os mesmos
- Usando a "regra da mão direita" você pode determinar este sentido de rotação apontando seu dedão para o norte geográfico



e) ÂNGULO VISUAL

- Ângulo formado entre os raios que saem das extremidades do objeto e atingem o observador



No SisQ, toda a lista de nome
“Introdução ao estudo da
óptica” podem ser resolvidos

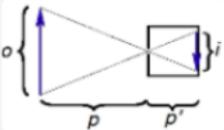
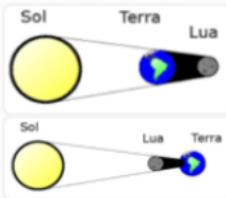
Princípios da ótica geométrica

Propagação retilínea da luz: em meios homogêneos e transparente, a luz se propaga em linha reta.

Se a luz percorre um caminho ao ir de um ponto A para um ponto B, então ao ir do ponto B para o A ela fará o mesmo caminho.

Quando raios de luz se cruzam, eles se interferem mutuamente apenas na região onde se cruzam, mas cada um segue seu caminho como se os demais não existissem.

Eclipse



$$\frac{i}{o} = \frac{p'}{p}$$

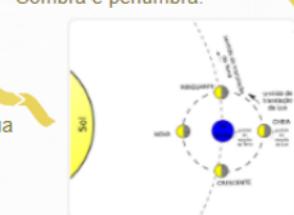
Princípios da ótica geométrica

Aplicações

Sombras: semelhança de triângulos

Sombra é a região do espaço a partir da qual não se pode ver a fonte de luz

Penumbra é a região do espaço a partir da qual se pode ver parte da fonte. Por isso penumbras só podem ser produzidas se a fonte de luz for extensa.



Fases da Lua

5. LEIS DA REFLEXÃO

PRIMEIRA LEI DA REFLEXÃO

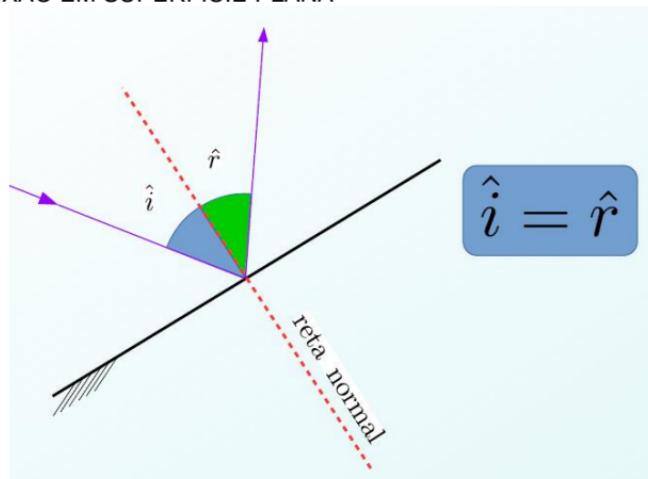
O raio refletido, a normal e o raio incidente estão situados no mesmo plano.

SEGUNDA LEI DA REFLEXÃO

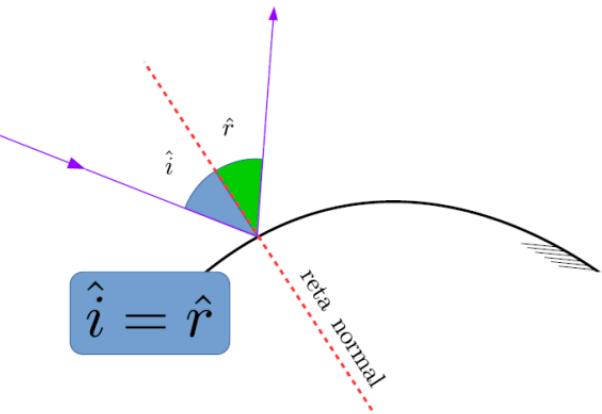
O ângulo de reflexão é igual ao ângulo de incidência.

O “RESTO” É GEOMETRIA...

REFLEXÃO EM SUPERFÍCIE PLANA



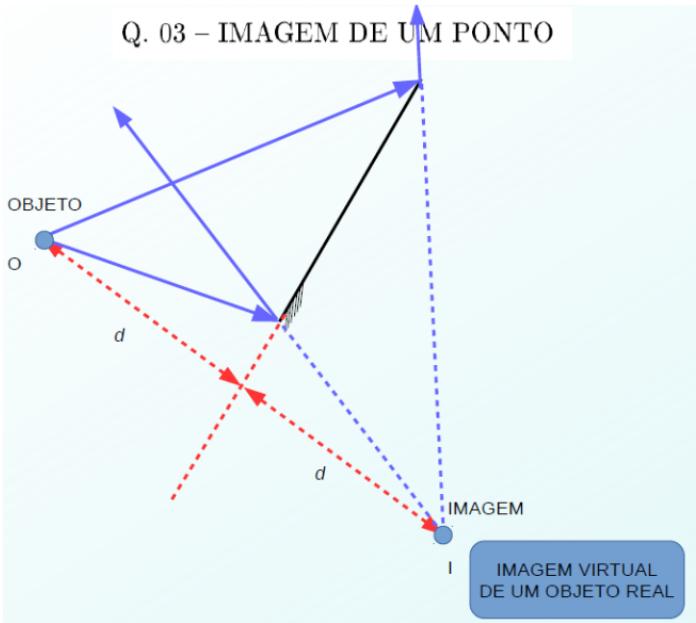
REFLEXÃO EM SUPERFÍCIE CURVA



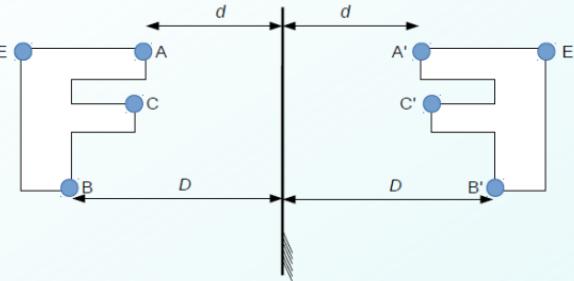
6. IMAGENS EM ESPELHOS PLANOS

IMAGENS DE OBJETOS PONTUAIS

Q. 03 – IMAGEM DE UM PONTO



IMAGENS DE OBJETOS EXTENSOS

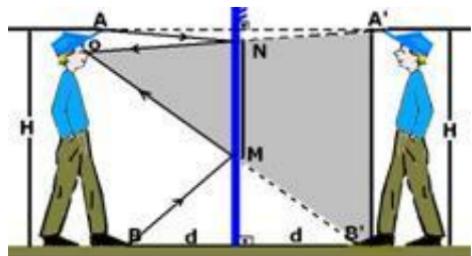


UMA FORMA ALTERNATIVA É ESCREVER EM UM PAPEL E OLHAR NO VERSO.

OU, OLHAR NO ESPELHO :p

O nome disso é ENANTIOMORFISMO!

7. TAMANHO MÍNIMO DE UM ESPELHO PARA SE VER POR COMPLETO



Sabe-se que eu tenho altura H e estou a uma distância d do espelho.

Qual o tamanho mínimo de um espelho para que eu possa me ver por completo? O tamanho do espelho depende da distância d ?

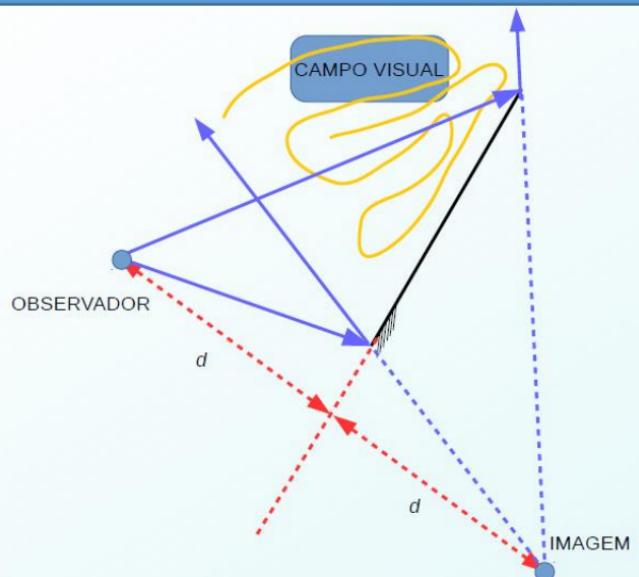
$$\frac{H}{MN} = \frac{2d}{d} \Rightarrow MN = \frac{H}{2}$$

E qual a distância que o espelho deve ficar do chão? Sabe-se que a altura dos meus olhos é h .

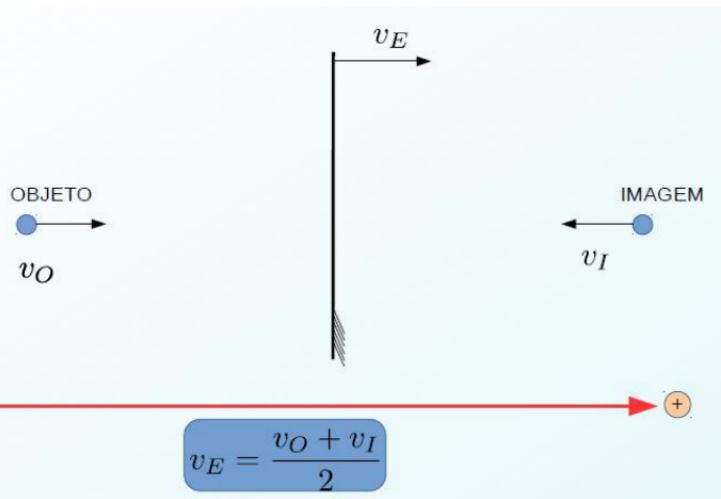
$$\frac{h}{MC} = \frac{2d}{d} \Rightarrow MC = \frac{h}{2}$$

8. CAMPO VISUAL

É a região que um observador pode ver através de um espelho. Note que tudo o que está no campo visual é visto pelo observador e, devido ao princípio da reversibilidade dos raios luminosos, qualquer observador no campo visual de alguém pode ver este alguém.



9. TRANSLAÇÃO DE UM ESPelho PLANO/OBJETO



APROFUNDANDO O ASSUNTO:

TRANSLAÇÃO DE ESPERROS PLANOS

Vamos estudar a relação da velocidade da imagem de um objeto com a velocidade do espelho e a velocidade do objeto. Para isso, podemos analisar

o problema de duas maneiras: uma vetorial, tal como foi feito em sala de aula, e outra geométrica.

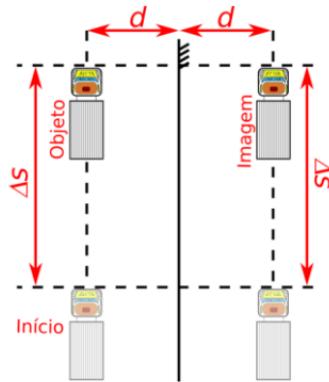
Para apresentar uma outra maneira, talvez mais simples, vamos apresentar aqui apenas a análise geométrica.

ANÁLISE GEOMÉTRICA

Vamos dividir o problema estudando o movimento somente do objeto e depois somente da imagem e por fim compor o movimento final que considera o movimento do objeto e do espelho.

OBJETO SE MOVENDO PARALELAMENTE AO ESPelho

Imagine um caminhão de frente do espelho e se move ao longo do espelho. Nesse caso, a velocidade da imagem é igual à velocidade do objeto, pois a distância percorrida pelo objeto é igual à distância percorrida pela sua imagem. Veja isso em dois instantes diferentes:



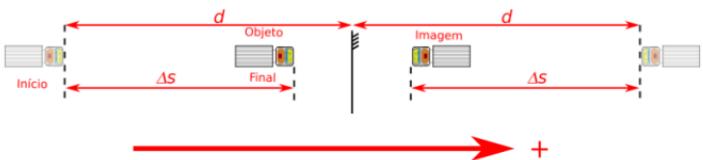
Observe que se o objeto se desloca ΔS , a imagem se desloca da mesma quantidade ΔS . Logo concluímos que:

$$V_{//\text{objeto}} = V_{//\text{imagem}} \quad (1)$$

O símbolo “//” representa “paralelo”, isto é, $V_{//\text{objeto}}$ é a velocidade do objeto paralela ao espelho e $V_{//\text{imagem}}$ é a velocidade da imagem paralela ao espelho.

OBJETO SE MOVENDO PERPENDICULARMENTE AO ESPELHO

Seja este mesmo caminhão agora se aproximando do espelho. Nesse caso, a velocidade da imagem é igual ao módulo da velocidade do objeto, pois a distância percorrida pelo objeto é igual à distância percorrida pela sua imagem. Veja isso em dois instantes diferentes:



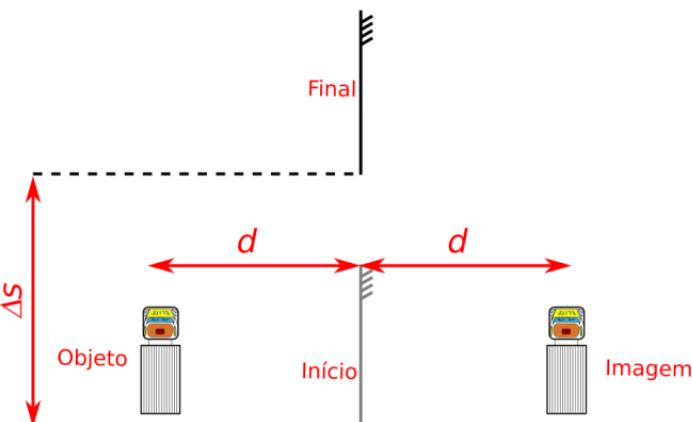
Observe que se a imagem se desloca ΔS , a imagem se desloca da mesma quantidade ΔS . Podemos dizer então que:

$$V_{\perp\text{objeto}} = -V_{\perp\text{imagem}} \quad (2)$$

Aqui, o símbolo “ \perp ” quer dizer “perpendicular ao espelho”, assim a velocidade do objeto na direção perpendicular ao espelho é $V_{\perp\text{objeto}}$ e a velocidade da imagem, na direção perpendicular ao espelho, é $V_{\perp\text{imagem}}$. Observe também que, em módulo, a velocidade da imagem é igual à do objeto, porém elas estão em sentidos opostos, por isso há um sinal negativo na equação (2).

ESPELHO SE MOVENDO PARALELAMENTE AO SEU PRÓPRIO PLANO

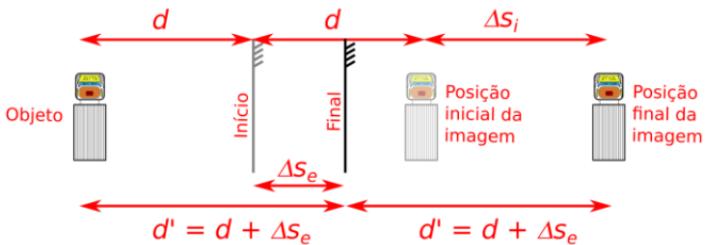
Ainda pensando no esquema anterior, pense no caminhão parado e o espelho se movendo com velocidade $V_{//\text{espelho}}$. O que acontece com a imagem do caminhão?



A resposta é: NADA. Ou seja, a imagem do caminhão não muda sua posição quando o espelho se move na direção indicada, assim o movimento do espelho ao longo de seu plano não influencia na posição da imagem.

ESPELHO SE MOVENDO PERPENDICULARMENTE AO SEU PRÓPRIO PLANO

Agora suponha que o espelho esteja indo para a direita $V_{\perp \text{espelho}}$. O que acontece com a imagem do caminhão?



Observe a imagem acima e note que:

$$d + d + \Delta s_i = d' + d' \Rightarrow$$

$$2d + \Delta s_i = 2d' \Rightarrow$$

$$2d + \Delta s_i = 2(d + \Delta s_e) \Rightarrow$$

$$\Delta s_i = 2\Delta s_e$$

Com isso podemos dizer que a velocidade da imagem é o dobro da velocidade do espelho, portanto:

$$V_{\perp \text{imagem}} = 2V_{\perp \text{espelho}} \quad (3)$$

Note que não há sinal negativo na relação, como na equação (2), isso porque a velocidade da imagem é na mesma direção e sentido que a velocidade do espelho.

SOBREPONDO TODOS OS EFEITOS

Agora, imagine que tanto objeto como espelho se movam. Podemos fazer uma composição de movimento:

1. Considere que o objeto possui velocidade $V_{// \text{objeto}}$ paralela ao espelho e $V_{\perp \text{objeto}}$ a velocidade perpendicular ao espelho. Isso implica que a velocidade da imagem é $V_{// \text{imagem}} = V_{// \text{objeto}}$ paralela ao espelho e $V_{\perp \text{imagem}} = -V_{\perp \text{objeto}}$.

2. Se o espelho se move com velocidade $V_{\perp \text{espelho}}$ na direção perpendicular ao seu plano, a velocidade da imagem será $V_{\perp \text{imagem}} = 2V_{\perp \text{espelho}}$.

3. Por superposição, a velocidade da imagem deve ser a soma das velocidades da imagem devido aos movimentos do espelho e do objeto, assim a velocidade da imagem será:

$$V_{// \text{imagem}} = V_{// \text{objeto}} \quad (4)$$

e

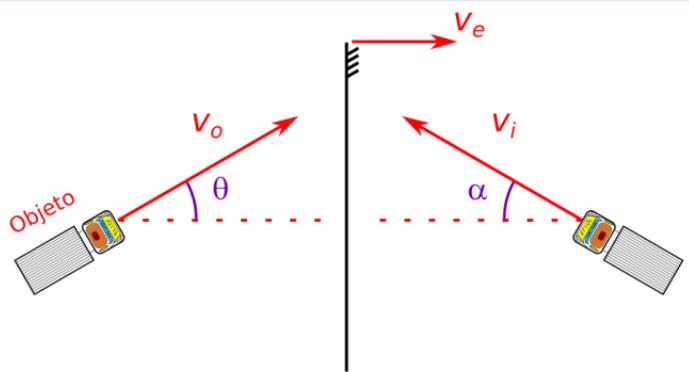
$$V_{\perp \text{imagem}} = 2V_{\perp \text{espelho}} - V_{\perp \text{objeto}} \Rightarrow$$

$$V_{\perp \text{espelho}} = \frac{V_{\perp \text{imagem}} + V_{\perp \text{objeto}}}{2} \quad (5)$$

Note que a velocidade do espelho ao longo de seu plano, isto é, $V_{// \text{espelho}}$, não é relevante neste caso.

Vamos para um exemplo:

Seja um caminhão se aproximando com velocidade de 30 m/s na direção indicada na figura abaixo com $\theta = 30^\circ$. O espelho se move para a direita com 10 m/s. Determine:



- a) $V_{// \text{objeto}}$ e $V_{\perp \text{objeto}}$.
- b) $V_{// \text{imagem}}$.
- c) $V_{\perp \text{imagem}}$.
- d) O ângulo α .
- e) o módulo da velocidade da imagem.

RESOLUÇÃO:

- a) Decomponos a velocidade do objeto:

$$V_{// \text{objeto}} = v_0 \sin \theta \Rightarrow$$

$$V_{// \text{objeto}} = 30 \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$V_{// \text{objeto}} = 15 \text{ m/s}$$

Agora para a outra direção:

$$V_{\perp \text{objeto}} = v_0 \cos \theta \Rightarrow$$

$$V_{\perp \text{objeto}} = 30 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow$$

$$V_{\perp \text{objeto}} = 15\sqrt{3} \text{ m/s}$$

b) A velocidade da imagem, paralela ao espelho, é igual à velocidade do objeto na direção paralela ao espelho:

$$V_{// \text{imagem}} = V_{// \text{objeto}} = 15 \text{ m/s}$$

c) Para calcular $V_{\perp \text{imagem}}$, usamos a equação (5):

$$V_{\perp \text{espelho}} = \frac{V_{\perp \text{imagem}} + V_{\perp \text{objeto}}}{2} \Rightarrow$$

$$10 = \frac{V_{\perp \text{imagem}} + 15\sqrt{3}}{2} \Rightarrow$$

$$V_{\perp \text{imagem}} = 5(4 - 3\sqrt{3}) \text{ m/s}$$

d) Vamos usar a tangente de α :

$$\tan \alpha = \frac{V_{y \text{ imagem}}}{V_{x \text{ imagem}}} \Rightarrow$$

$$\tan \alpha = \frac{|V_{// \text{imagem}}|}{|V_{\perp \text{imagem}}|} \Rightarrow$$

$$\tan \alpha = \frac{15}{5(3\sqrt{3} - 4)} \Rightarrow$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{3}{3\sqrt{3} - 4}\right)$$

Note que como $3\sqrt{3} > 4$, o módulo de $V_{\perp \text{ imagem}}$ é $5(3\sqrt{3} - 4)$.

e) Por fim, para determinarmos a velocidade da imagem utilizamos o Teorema de Pitágoras:

$$v_i^2 = V_{// \text{ imagem}}^2 + V_{\perp \text{ imagem}}^2 \Rightarrow$$

$$v_i^2 = 15^2 + (5(4 - 3\sqrt{3}))^2 \Rightarrow$$

$$v_i^2 = 225 + 25(4 - 3\sqrt{3})^2 \Rightarrow$$

$$v_i^2 = 225 + 25(16 - 12\sqrt{3} + 27) \Rightarrow$$

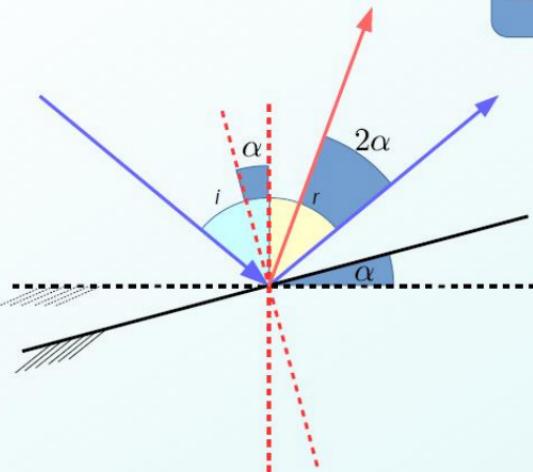
$$v_i^2 = 225 + 400 - 300\sqrt{3} + 675 \Rightarrow$$

$$v_i^2 = 1300 - 300\sqrt{3} \Rightarrow$$

$$v_i = 10\sqrt{13 - 3\sqrt{3}} \text{ m/s}$$

10. ROTAÇÃO DE UM ESPelho PLANO

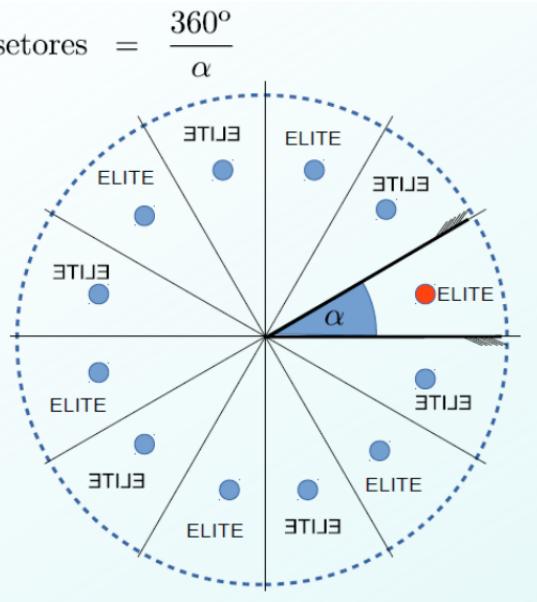
$$\Delta = 2\alpha$$



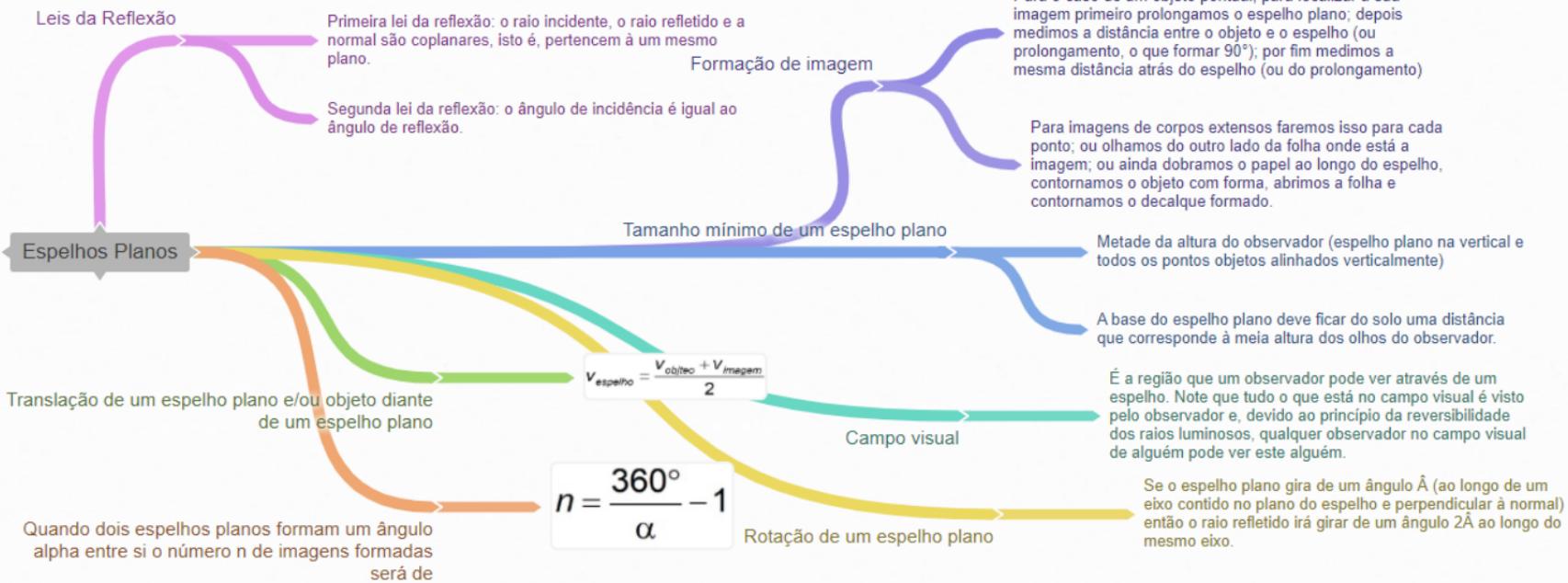
Não entendeu? Pergunta a: daniro@professordanilo.com

11. IMAGEM FORMADA POR DOIS ESPELHOS

$$\text{número de setores} = \frac{360^\circ}{\alpha}$$

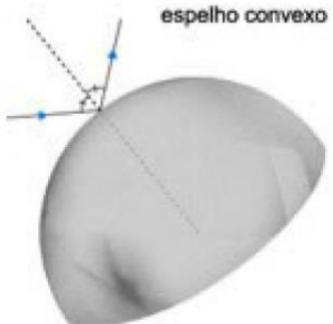


No SisQ, faça a lista “Os Espelhos Planos”.

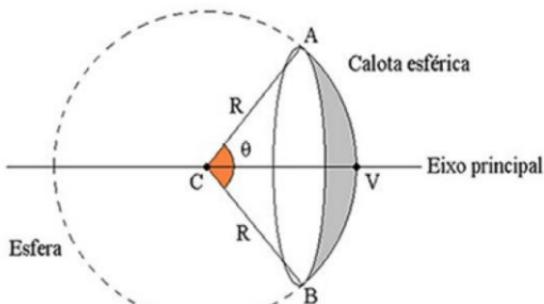


12. OS ESPELHOS ESFÉRICOS

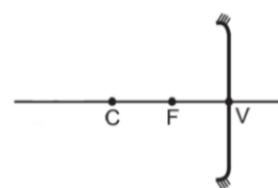
- Definição



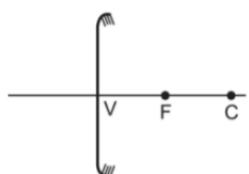
- Elementos do espelho esférico



- Representação usual



**ESPELHO
ESFÉRICO
CÔNCAVO**



**ESPELHOS
ESFÉRICOS
CONVEXO**

- O ponto C é o centro do espelho
- O ponto V é a intersecção entre o eixo principal e o espelho (vértice)
- O foco (F) é o ponto médio entre o vértice (V) e o centro (C) do espelho
- Quando θ é muito pequeno ($\theta < 15$ graus) dizemos que o espelho é gaussiano

a) RAIOS NOTÁVEIS

RAIOS NOTÁVEIS NO ESPELHO CÔNCAVO

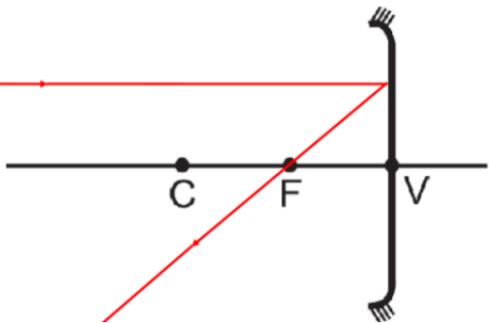


Figura 1: raio
incidindo
paralelamente ao eixo
principal e saindo
passando pelo foco

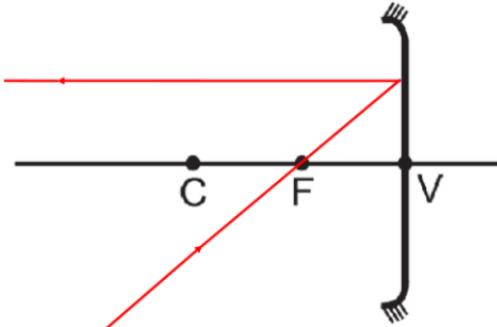


Figura 2: raio incidindo no foco e saindo paralelo ao eixo principal.

Note que se usarmos o princípio da reversibilidade dos raios de luz concluímos que o que é representado na figura 1 corresponde ao que é apresentado na figura 2.

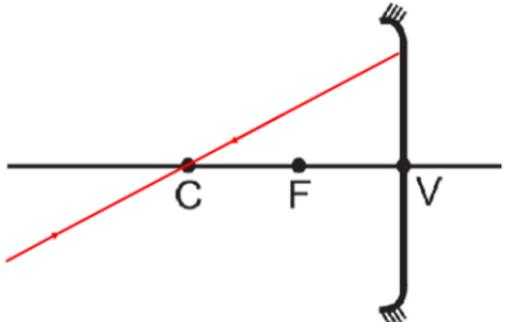


Figura 3: raio incidindo passando pelo centro do espelho e voltando pelo mesmo caminho

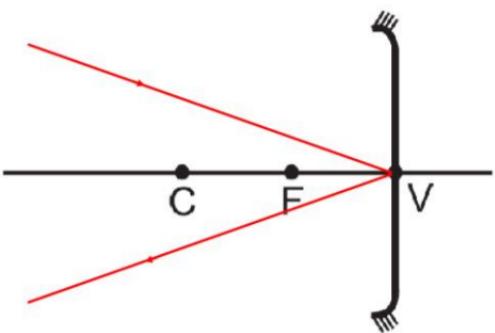


Figura 4:raio incidindo no vértice V do espelho. O ângulo entre o raio incidente e o eixo principal é igual ao ângulo entre o raio emergente (raio refletido) e o eixo principal

RAIOS NOTÁVEIS NO ESPelho CONVEXO

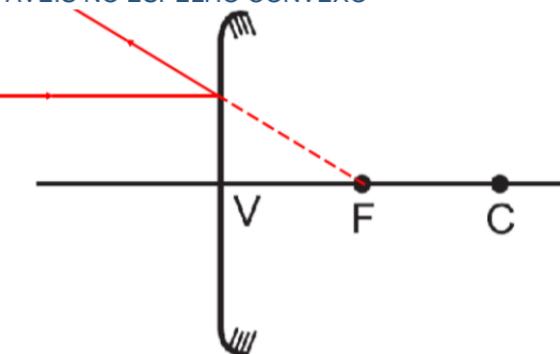


Figura 5: raio incidindo paralelamente ao eixo principal sairá na direção do foco. Note que o raio refletido não pode passar sobre o foco.

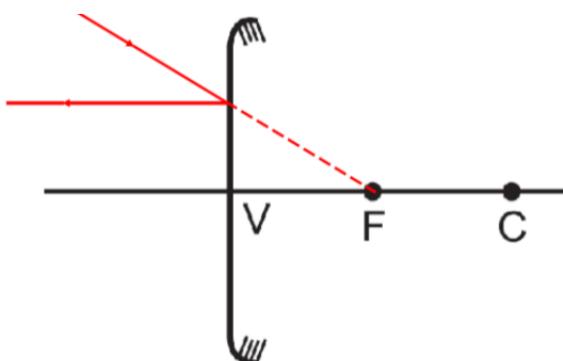


Figura 6: raio incidindo na direção do foco do espelho sai paralelamente ao eixo principal

Novamente, pelo princípio da reversibilidade dos raios de luz podemos concluir que a figura 5 e a figura 6 são equivalentes.

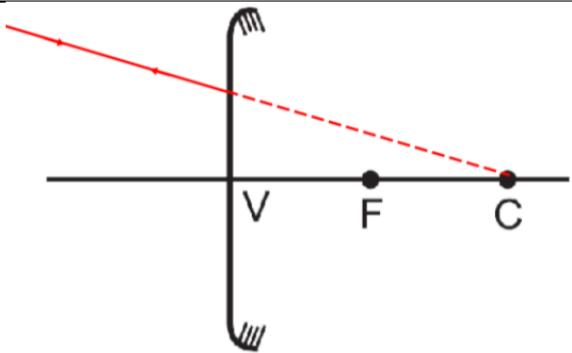


Figura 7: raio incidindo na direção do centro de curvatura volta pelo mesmo caminho que chegou

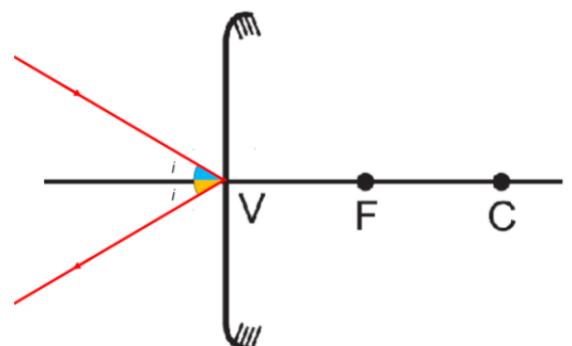


Figura 8: raio incidindo no vértice V do espelho. O ângulo entre o raio incidente e o eixo principal é igual ao ângulo entre o raio emergente (raio refletido) e o eixo principal

b) LOCALIZANDO O FOCO SECUNDÁRIO

ESPELHO CÔNCAVO

Seja um raio incidente num espelho esférico côncavo tal como na figura a seguir. Note que este raio, pelo que se pode perceber pela figura, não é um raio notável, assim não podemos saber, a priori, para onde o raio vai.

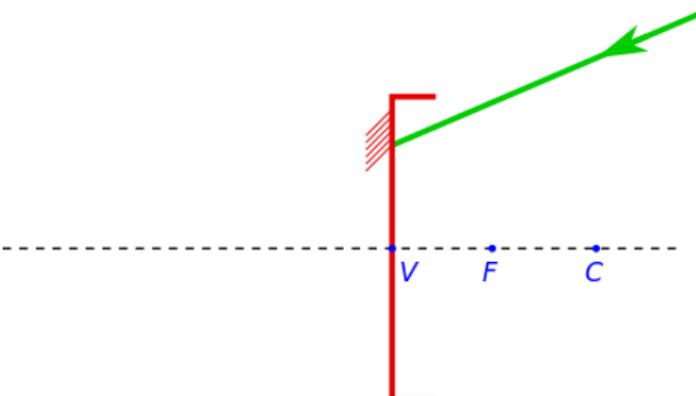


Figura 9: Raio incidindo em um espelho esférico côncavo. O raio não é nenhum dos casos de raio notável.

Para sabermos onde este raio vai utilizamos um eixo secundário e determinamos um foco secundário, assim o raio passará pelo foco secundário. Vamos ao método:

- Trace uma linha tracejada paralela ao raio incidente passando pelo centro C do espelho, conforme figura 10, assim você terá obtido o eixo secundário;
- Trace uma linha também tracejada perpendicular ao eixo principal passando pelo foco. O encontro das duas retas é o local onde se encontra o foco secundário, conforme figura 11.
- Por fim, o raio incidente irá passar pelo foco secundário assim obtido, conforme figura 12.

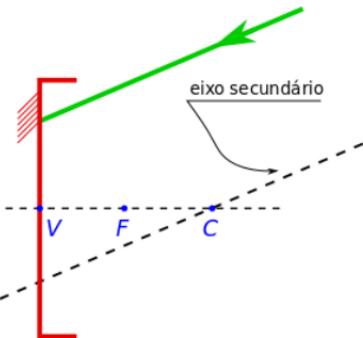


Figura 10: A linha tracejada passando pelo centro de curvatura do espelho e é paralela ao raio incidente corresponde ao eixo secundário.

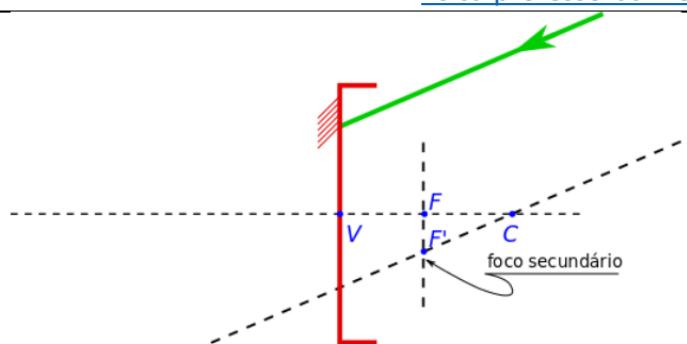


Figura 11: Ao traçarmos a linha vertical obtemos o foco secundário, pois este é a interseção entre o eixo secundário essa reta vertical.

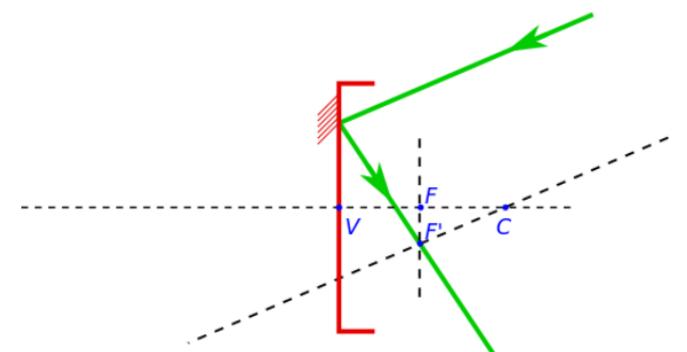


Figura 12: O raio incidente, que é paralelo ao eixo secundário, ao ser refletido irá passar pelo foco secundário.

Chamamos de F' o foco secundário localizado no eixo secundário do espelho esférico côncavo.

ESPELHO CONVEXO

O processo é praticamente o mesmo, mas vamos repeti-lo.

Seja um raio incidente num espelho esférico tal como na figura a seguir. Note que este raio, pelo que se pode perceber pela figura, não é um raio notável, assim não podemos saber a priori para onde o raio vai.

Seja um raio incidente num espelho esférico tal como na figura a seguir. Note que este raio, pelo que se pode perceber pela figura, não é um raio notável, assim não podemos saber a priori para onde o raio vai.

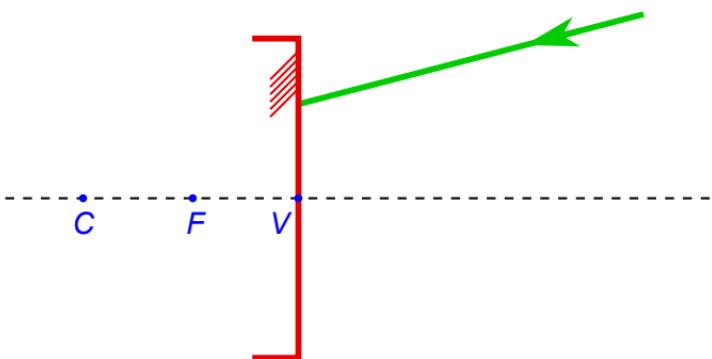


Figura 13: Raio incidindo em um espelho esférico côncavo. O raio não é nenhum dos casos de raios notáveis.

Para sabermos onde este raio vai utilizamos um eixo secundário e determinamos um foco secundário, assim o raio passará pelo foco secundário. Vamos ao método:

- Trace uma linha tracejada paralela ao raio incidente passando pelo centro C do espelho, conforme figura 14, assim você terá obtido o eixo secundário;
- Trace uma linha também tracejada perpendicular ao eixo principal passando pelo foco. O encontro das duas retas é o local onde se encontra o foco secundário, conforme figura 15.
- Por fim, o raio incidente sairá na direção do foco secundário assim obtido, conforme figura 16.

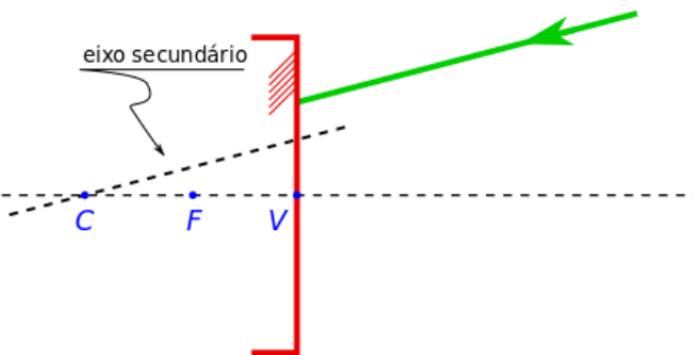


Figura 14: A linha tracejada passando pelo centro de curvatura do espelho e é paralela ao raio incidente corresponde ao eixo secundário.

RESUMINDO

Note que podemos ter novos raios notáveis. Resumindo para o caso dos espelhos côncavos:

- Um raio que incide paralelo ao eixo secundário, ao ser refletido, sai passando pelo foco secundário;
- Um raio que incide passando pelo foco secundário sai paralelo ao eixo secundário.

Agora para espelhos convexos:

- Um raio que incide paralelo ao eixo secundário, ao ser refletido, sai na direção do foco secundário;
- Um raio que incide na direção do foco secundário, ao ser refletido, sai paralelo ao eixo secundário.

Note que o “centro de curvatura secundário” continua sendo no mesmo lugar, como tinha que ser.

Por fim, lembre-se que estamos falando de um espelho esférico gaussiano, ou seja, válido apenas para a aproximação paraxial (ângulos pequenos).

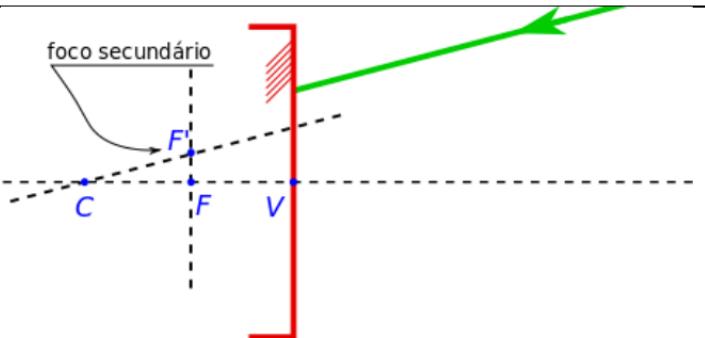


Figura 15: Ao traçarmos a linha vertical obtemos o foco secundário, pois este é a interseção entre o eixo secundário essa reta vertical.

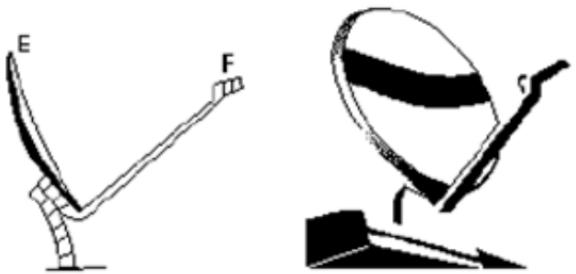


Figura 16: O raio incidente, que é paralelo ao eixo secundário, ao ser refletido irá sair na direção do foco secundário, uma vez que é um espelho esférico convexo.

Chamamos de F' o foco secundário localizado no eixo secundário do espelho esférico convexo.

CAIU NO VESTIBULAR

(UFSCAR) Os refletores das antenas parabólicas funcionam como espelhos esféricos para a radiação eletromagnética emitida por satélites retransmissores, localizados em órbitas estacionárias, a cerca de 36.000 km de altitude. A figura à esquerda representa esquematicamente uma miniantena parabólica, cuja foto está à direita, onde E é o refletor e F é o receptor, localizado num foco secundário do refletor.



a) Copie o esquema da figura da esquerda e represente o traçado da radiação eletromagnética proveniente do satélite retransmissor que incide no refletor E e se reflete, convergindo para o foco secundário F (faça um traçado semelhante ao traçado de raios de luz). Coloque nessa figura uma seta apontando para a posição do satélite.

b) Nas miniantenas parabólicas o receptor é colocado no foco secundário e não no foco principal, localizado no eixo principal do refletor, como ocorre nas antenas normais. Por quê?

(Sugestão: lembre-se que a energia captada pelo refletor da antena é diretamente proporcional à área atingida pela radiação proveniente do satélite.)

c) FORMAÇÃO DE IMAGENS: CONSTRUÇÃO GEOMÉTRICA

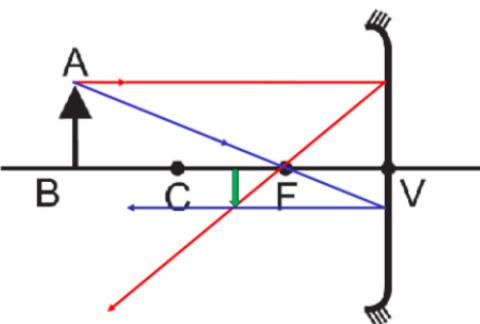


Figura 17: objeto além do centro de curvatura C no espelho esférico côncavo.
[Natureza: real; Orientação: invertida; Tamanho: menor.]

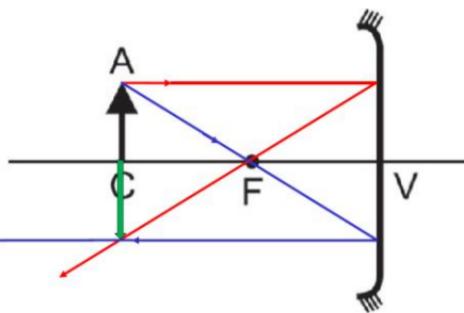


Figura 18: objeto localizado exatamente sobre o centro de curvatura C do espelho esférico côncavo.
[Natureza: real; Orientação: invertida; Tamanho: igual]

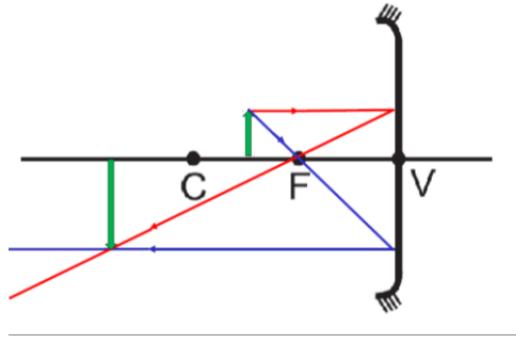


Figura 19: objeto entre o centro de curvatura C e o foco F de um espelho esférico côncavo. [Natureza: real; Orientação: invertida; Tamanho: maior.]

IMPORTANTE: se o objeto estiver sobre o foco, os raios que saírem de um ponto do objeto e atingirem o espelho sairão todos paralelos entre si, portanto não há encontro dos raios e, com isso, não haverá formação de imagem.

Com isso dizemos que a imagem é imprópria.

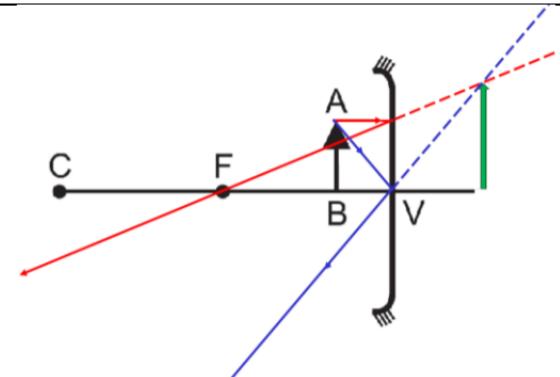


Figura 20: objeto entre o foco e o vértice V de um espelho esférico côncavo. [Natureza: virtual; Orientação: direita; Tamanho: maior.]

Perceba que até o momento só vimos os casos de formação de imagem para espelhos esféricos côncavos.

A seguir, o único caso relevante, de formação e classificação de imagens, para o espelho esférico convexo.

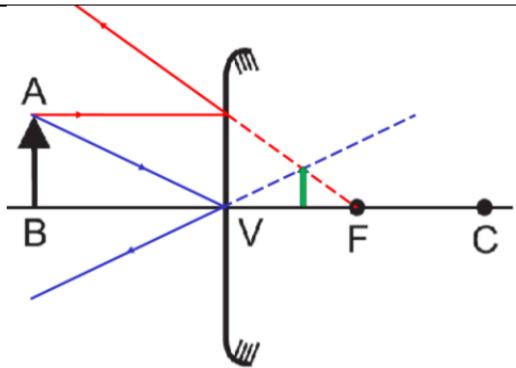


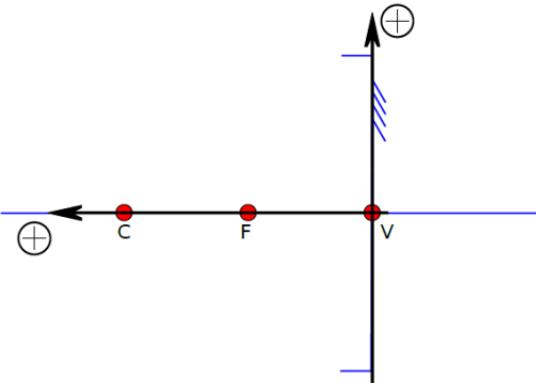
Figura 21: objeto diante de um espelho esférico convexo. Todos os casos de formação de imagens para um objeto em frente à um espelho esférico convexo serão iguais. [Natureza: virtual; Orientação: direita; Tamanho: menor.]

IMPORTANTE: perceba que toda imagem real é invertida e toda imagem virtual é direita

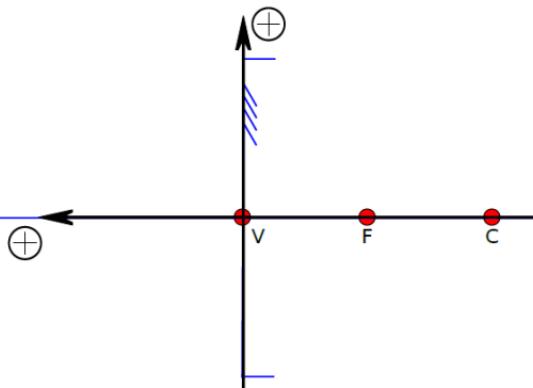
d) FORMAÇÃO DE IMAGENS: EQUAÇÃO DE GAUSS

i – O REFERENCIAL DE GAUSS

Espelho
côncavo:



Espelho
convexo



ii – PADRÕES IMPORTANTES

 p : abscissa do objeto p' : abscissa da imagem $y = o$: ordenada do objeto $y' = i$: ordenada da imagem f : abscissa do foco $2f$: abscissa do centro do espelho $p > 0$: Objeto Real $p' > 0$: Imagem Real $p < 0$: Objeto Virtual $p' < 0$: Imagem Virtual

Se i e o tiverem o mesmo sinal, então a imagem é direita, já se tiverem sinais opostos ela é invertida. Segue então que:

 $i \cdot o > 0$: Imagem Direita $i \cdot o < 0$: Imagem Invertida

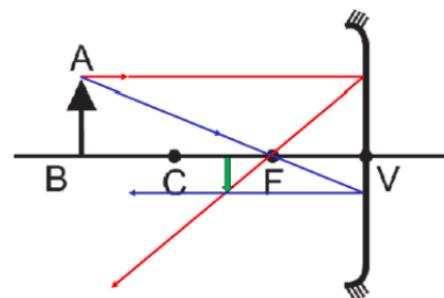
Com relação ao tipo de espelho:

 $f > 0$: Espelho Côncavo $f < 0$: Espelho Convexo

iii – EQUAÇÃO DE GAUSS:

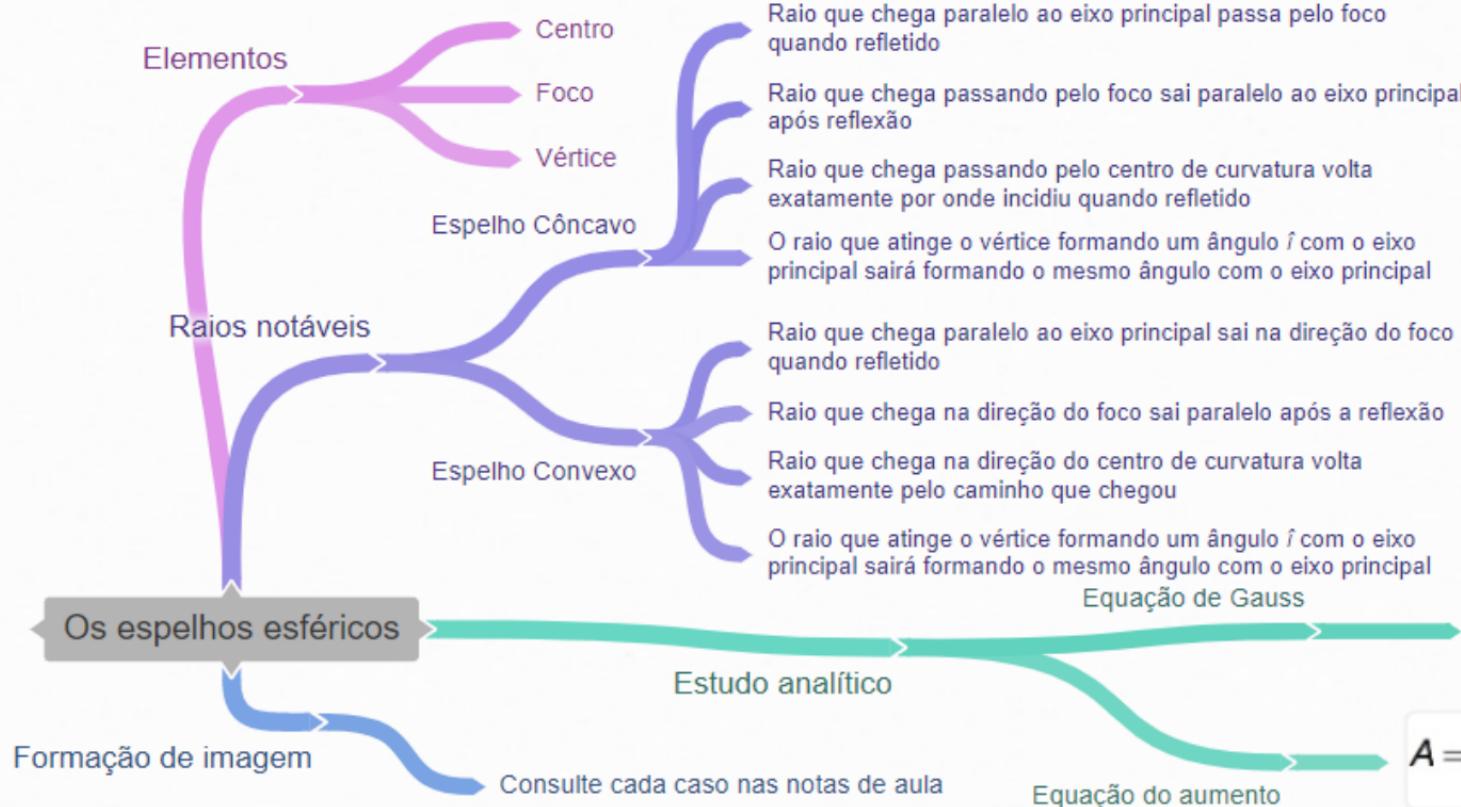
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

iv – EQUAÇÃO DO AUMENTO LINEAR TRANSVERSAL



$$\frac{|o|}{|p|} = \frac{|i|}{|p'|} \Rightarrow \frac{|i|}{|o|} = \frac{|p'|}{|p|} \Rightarrow \frac{i}{o} = -\frac{p'}{p}$$

No SisQ, agora na apostila 2,
faça os exercícios da lista
“Espelhos Esféricos”.



13. REFRAÇÃO E LEI DE SNELL-DESCARTES

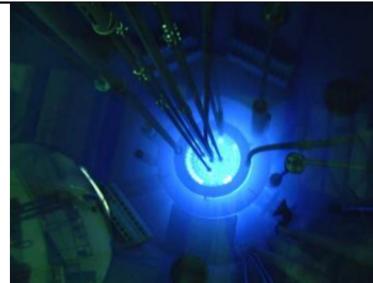
a) VELOCIDADE DA LUZ

- ÍNDICE DE REFRAÇÃO

- A luz é a entidade mais rápida na natureza apenas quando ela se propaga no vácuo
- A máxima velocidade que qualquer coisa (seja matéria, energia ou apenas informação) é a chamada velocidade da luz
- Seu valor é de $c = 3 \cdot 10^8$ m/s
- Quando a luz se propaga em meios materiais ela será mais lenta que este valor
- Chamamos de índice de refração n a razão entre a velocidade da luz no vácuo e a velocidade da luz no meio em que estamos estudando a luz. Ou seja

$$n = \frac{c}{v}$$

Apenas por curiosidade, quando um elétron supera a velocidade da luz em um meio, o elétron emite radiação e esta radiação é chamada de radiação Cherenkov em homenagem ao cientista soviético Pavel Cherenkov (a coloração azul de reatores nucleares se deve à radiação Cherenkov, como na figura abaixo).



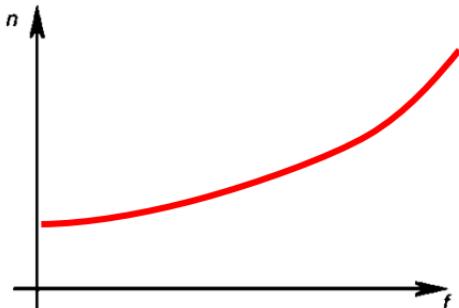
Fonte: <http://cienciasxreligiao.blogspot.com.br/2013/03/o-universo-dos-taquions-parte-3.html>

- Utilizamos a letra c para representar a velocidade da luz porque o fato da velocidade da luz ter um certo limite influencia a relação de causalidade entre fenômenos
- Lembre-se no entanto que a velocidade da luz é constante (c).

Na tabela a seguir vemos alguns valores de índices de refração

Meio material	índice de refração (n)
ar	1,00
água	1,33
vidro	1,50
glicerina	1,90
álcool etílico	1,36
diamante	2,42
acrílico	1,49

- Em breve estudaremos ondas e veremos que o índice de refração depende da frequência e que quanto maior a frequência da radiação, tanto maior será o índice de refração

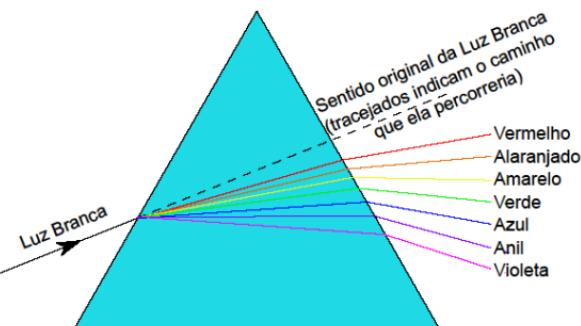


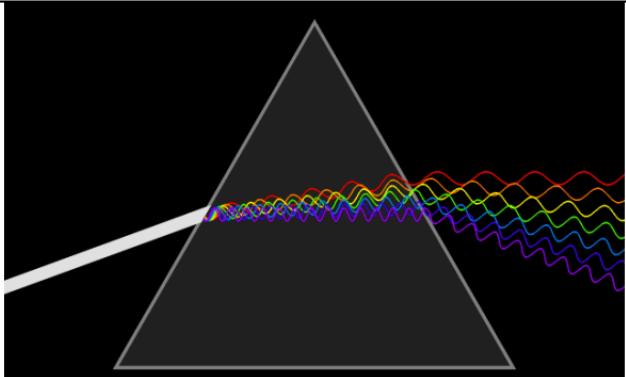
Índice de refração do vidro crown	
Cor	Índice
Violeta	1,532
Azul	1,528
Verde	1,519
Amarelo	1,517
Alaranjado	1,514
Vermelho	1,513

- Observe que apesar de ter certa dependência, esta não é tão perceptível, porém isso que explica a dispersão da luz, como visto em aulas passadas.
- Dizemos que um meio B é mais refringente que um meio A quando $n_B > n_A$

- ÍNDICE DE REFRAÇÃO RELATIVO
 - Podemos definir um índice de refração de um meio A em relação ao meio B como

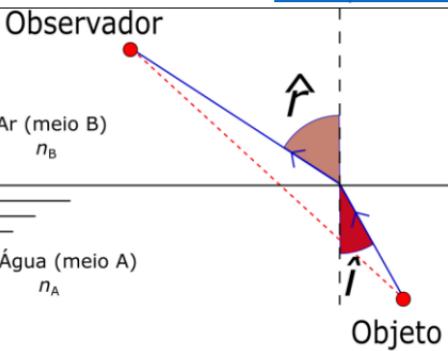
$$n_{AB} = \frac{n_A}{n_B}$$





b) PRINCÍPIO DE FERMAT

- Lembre-se que a luz procura não o menor caminho, mas o que leva o menor tempo
- Chamamos de dioptro à interface entre dois meios (A e B) homogêneos. Um exemplo disso é o sistema ar-água como a seguir



- Não faremos aqui, mas é possível demonstrar uma relação entre os índices de refração dos meios e os ângulos de incidência \hat{i} e de refração \hat{r} .
- Com isso podemos concluir que
 - Quando um raio vai de um meio menos refringente para um meio mais refringente o raio se aproxima da normal
 - Quando um raio vai de um meio mais refringente para um meio menos refringentes o raio se afasta da normal

c) LEI DE SNELL-DESCARTES

- O resultado da aplicação apresentada anteriormente para o Princípio de Fermat pode servir para provar a chamada lei de Snell-Descartes. A saber:

$$n_A \cdot \operatorname{sen} \hat{i} = n_B \cdot \operatorname{sen} \hat{r}$$

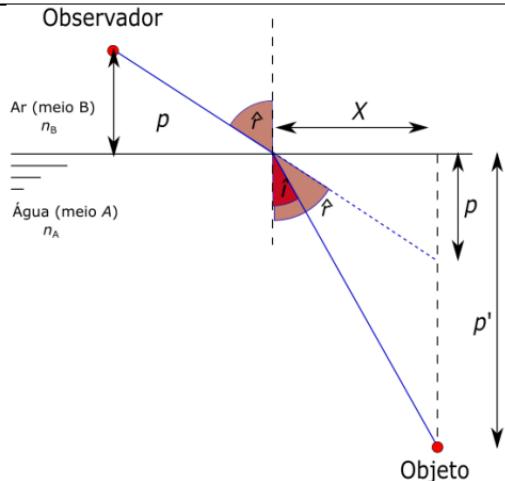
No SisQ, toda a lista de nome "Refração e lei de Snell-Descartes" podem ser resolvidos

14. DIOPTRO PLANO E REFLEXÃO TOTAL

Dioptro plano

- A interface entre dois meios com propriedades ópticas diferentes, como água e ar, é chamado de dioptro. Vamos estudar agora o caso em que essa interface é plana.

- Quando o observador em um meio A com índice de refração n_A olha um objeto dentro de um outro meio com índice de refração n_B de tal forma que o ângulo de incidência \hat{i} e de refração \hat{r} sejam pequenos, podemos encontrar uma equação que relaciona as posições do objeto p e imagem p' com os índices de refração. Vejamos como.
- Observe primeiramente a figura a seguir onde representamos além das variáveis já mencionadas, uma distância horizontal entre a normal do ponto onde o raio incide na interface e a vertical do objeto.
- Aqui é importante mencionar que isso só é certo se o objeto e observador estiverem na mesma vertical, ou seja, $\hat{i} = \hat{r} = 0$. Se, no entanto, considerarmos os ângulos \hat{i} e \hat{r} muito pequenos podemos assumir que a imagem do objeto e o objeto estão na mesma vertical.



Para aproximação para pequenos ângulos temos que

$$\begin{cases} \sin i \approx \tan i \approx i \\ \sin r \approx \tan r \approx r \end{cases}$$

desde que estejamos trabalhando com unidades de medidas de ângulos em radianos.

Com estas informações podemos substituir os senos que aparecem na lei de Snell por tangentes, isto é:

$$n_A \cdot \sin i = n_B \cdot \sin r \Rightarrow$$

$$n_A \cdot \tan i \approx n_B \cdot \tan r$$

Mas pela figura anterior podemos encontrar as tangentes:

$$\begin{cases} \tan i = \frac{x}{p'} \\ \tan r = \frac{x}{p} \end{cases}$$

Substituindo as equações do sistema acima na equação da lei de Snell anterior ao sistema temos a relação do dioptrio plano:

$$n_A \cdot \frac{x}{p'} \approx n_B \cdot \frac{x}{p} \Rightarrow$$

$$\boxed{\frac{n_A}{n_B} \approx \frac{p'}{p}}$$

Esta é a equação do dioptrio plano e você deve ter cuidado ao usá-la, pois ela é válida apenas quando objeto e observador estiverem numa mesma vertical.

É recomendável que memorize esta fórmula, embora você deva saber também como demonstrá-la.

Reflexão Total

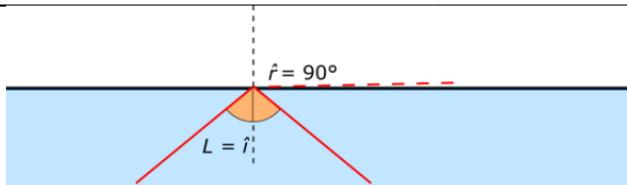
- Imagine um raio de luz indo do meio mais para o meio menos refringente.
- Aumentando-se o ângulo de incidência aumenta-se o ângulo de refração.
- Existe um ângulo chamado de ângulo limite \hat{L} tal que se o raio incidente refratar e sai formando um ângulo $\hat{r} = 90^\circ$. Assim, se $\hat{i} = \hat{L}$ temos:

$$n_A \cdot \sin \hat{i} = n_B \cdot \sin \hat{r} \Rightarrow$$

$$n_A \cdot \sin \hat{L} = n_B \cdot \sin 90^\circ \Rightarrow$$

$$\boxed{\sin \hat{L} = \frac{n_B}{n_A}}$$

Observe a figura a seguir, isso deve lhe ajudar:



Quando o raio incide com um determinado ângulo, o raio refratado deveria sair formando um ângulo de 90° .

Essa é uma condição tal que o raio incidente sofre reflexão total.

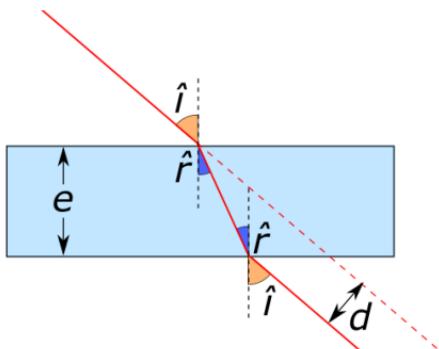
Chama-se reflexão total porque TODO o raio incidente é refletido.

Lembre-se que geralmente os fenômenos de reflexão e refração ocorrem simultaneamente.

Falamos sobre lâminas de faces paralelas, mas não foi demonstrada a fórmula do desvio lateral.

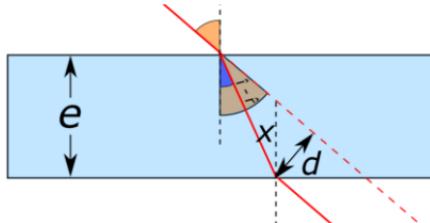
15. LÂMINAS DE FACES PARALELAS

- Uma lâmina de material transparente, tais como vidros planos de carros, janelas etc. constituem lâminas de faces paralelas.
- Representamos da seguinte maneira um raio de luz atravessando uma lâmina de faces paralelas



- Observe que um raio incidente na lâmina sofre um desvio lateral d , ou seja, a direção e o sentido de propagação da luz não mudam quando ela atravessa uma lâmina de faces paralelas
- Se soubermos a espessura e da lâmina e o ângulo de incidência, podemos determinar o desvio lateral.

- Primeiramente vamos determinar x e y conforme a figura a seguir



- Vamos ter que utilizar um pouco de matemática. Observe que as seguintes relações são válidas:

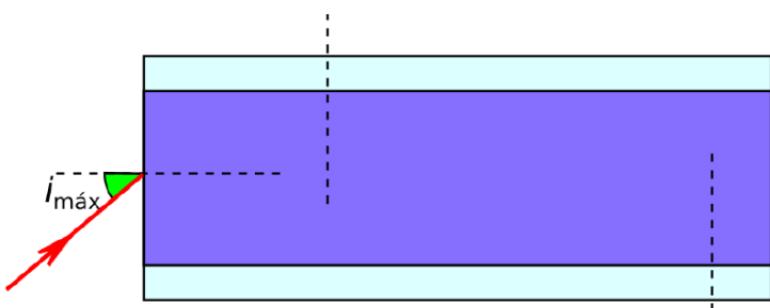
$$\begin{cases} \cos \hat{r} = \frac{e}{x} \\ \sin(\hat{i} - \hat{r}) = \frac{d}{x} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x = \frac{e}{\cos \hat{r}} \\ d = x \cdot \sin(\hat{i} - \hat{r}) \end{cases} \Rightarrow$$

$$d = e \frac{\sin(\hat{i} - \hat{r})}{\cos(\hat{r})}$$

16. FIBRA ÓPTICA

- Atualmente estamos utilizando ondas eletromagnéticas com frequências tão altas que chegaram na frequência do visível
- Fibras ópticas são como “fios” que são capazes de direcionar a luz
- Para isso a luz deve ser “aprisionada” dentro de um meio óptico



- Seja uma fibra óptica imersa em um meio (geralmente o ar) cujo índice de refração é n_{ar} , com centro tendo índice de refração n_{in} e revestido por material de índice de refração n_{rev}
- Vamos determinar qual o maior ângulo de incidência que o raio pode ter.

$$n_{\text{ar}} \cdot \text{sen} i_{\text{máx}} = n_{\text{in}} \cdot \text{sen} r \Rightarrow$$

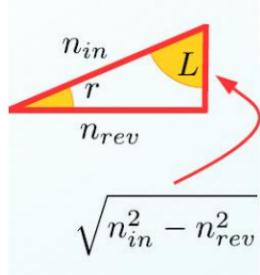
$$\text{sen} r = \frac{n_{\text{ar}} \cdot \text{sen} i_{\text{máx}}}{n_{\text{in}}}$$

$$\text{sen} L = \frac{n_{\text{rev}}}{n_{\text{in}}}$$

$$\text{sen} r = \frac{\sqrt{n_{\text{in}}^2 - n_{\text{rev}}^2}}{n_{\text{in}}}$$

$$\text{sen} i_{\text{máx}} = \frac{\sqrt{n_{\text{in}}^2 - n_{\text{rev}}^2}}{n_{\text{ar}}}$$

Usamos o triângulo a seguir para finalizar as contas:

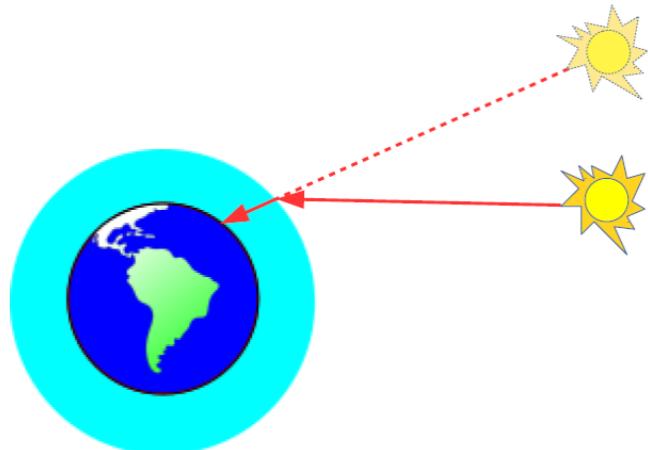


$$\sqrt{n_{\text{in}}^2 - n_{\text{rev}}^2}$$

- Utilizamos também a condição para reflexão total (necessário para que a luz se mantenha dentro da fibra).

17. MIRAGEM E ELEVAÇÃO APARENTE DOS ASTROS

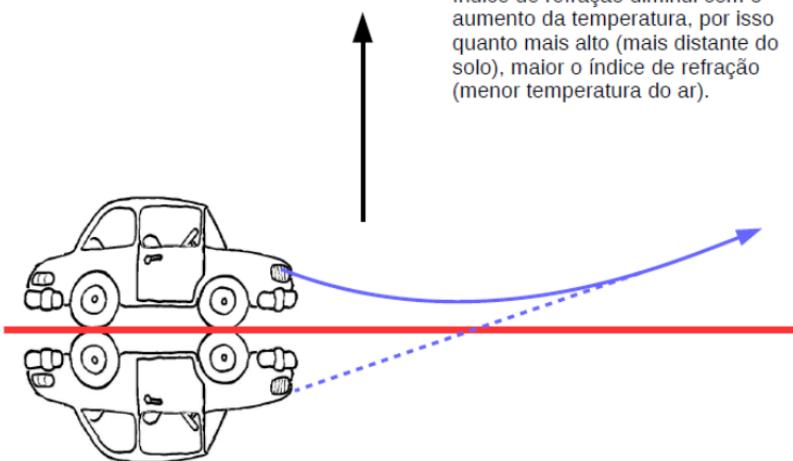
(A) Posição aparente dos astros



- Como o índice de refração do ar não é EXATAMENTE igual à 1, a luz proveniente dos astros sofre refração ao entrar na atmosfera, aproximando-se da normal.

(B) Miragem

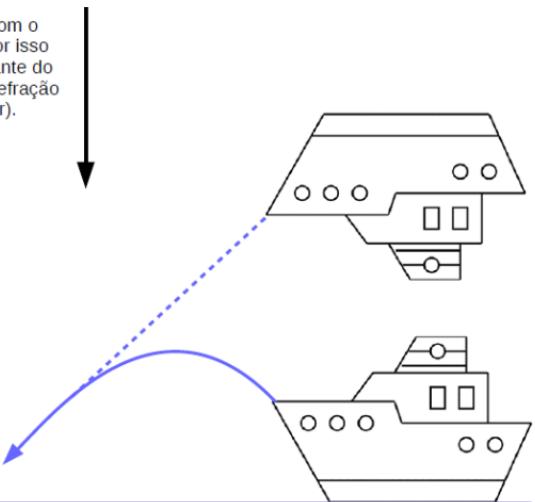
- Em dias quentes, temos a impressão que o asfalto à nossa frente é quase que como um lago



- Como o índice de refração do ar mais quente é menor, a luz é desviada
- É importante notar que não ocorre em momento algum a reflexão total tal como vemos anteriormente, já que a direção dos raios muda lentamente

- Podemos utilizar então o princípio da reversibilidade da luz para justificar que a luz deve “entortar” para cima, e não sair paralelamente ao solo
- Mas cuidado, pois já caiu em vestibular mais de uma vez em que a resposta certa associa o fenômeno à reflexão total
- Mas, e se o dia for frio, podemos ver miragens? Sim... Vejamos a Fata Morgana

Índice de refração diminui com o aumento da temperatura, por isso quanto mais alto (mais distante do solo), MENOR o índice de refração (MAIOR a temperatura do ar).



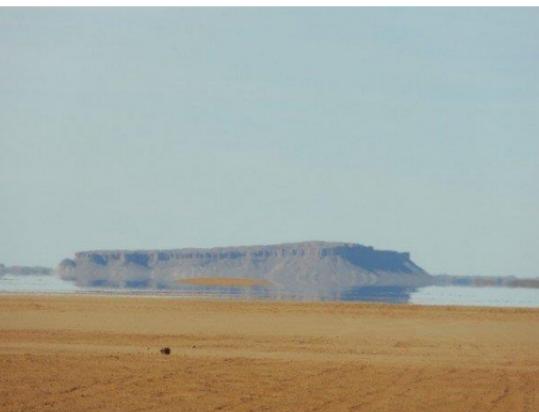
- O professor está falando sério? Prove, mostre fotos...

MIRAGEM NO DESERTO (NÃO HÁ ÁGUA A FRENTE):



Disponível em: <https://thumbs.dreamstime.com/b/miragem-no-deserto-13581435.jpg>

Mais fotos? Mais uma então:



Disponível em: <https://www.fatosdesconhecidos.com.br/wp-content/uploads/2015/02/2113-600x450.jpg>

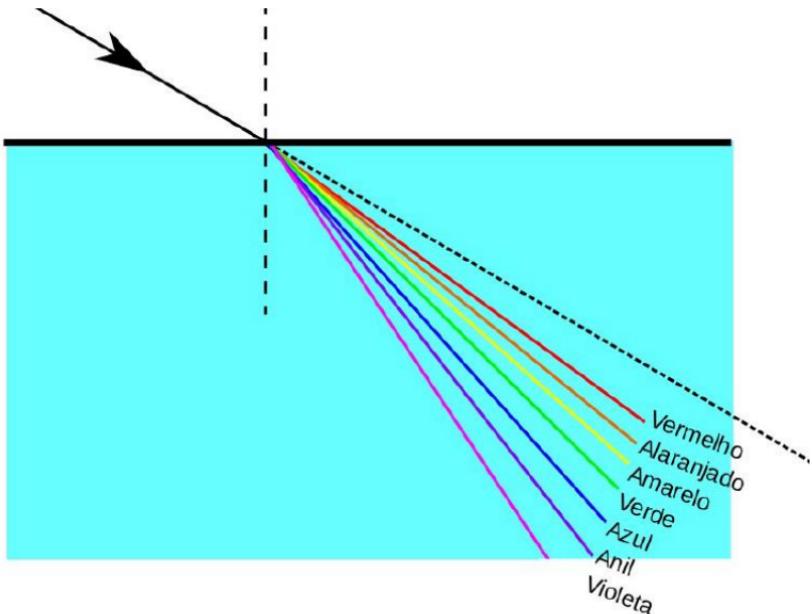
FATA MORGANA:



Disponível em <https://mgtvwhtm.files.wordpress.com/2015/05/mirage1.jpg?w=650>

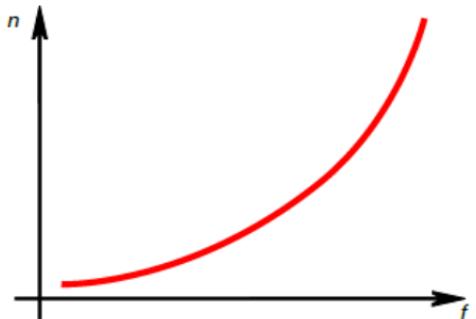
18. DISPERSÃO CROMÁTICA

- Se a luz branca atravessar um dioptrômetro ela irá se dispersar, isto é, as cores serão separadas

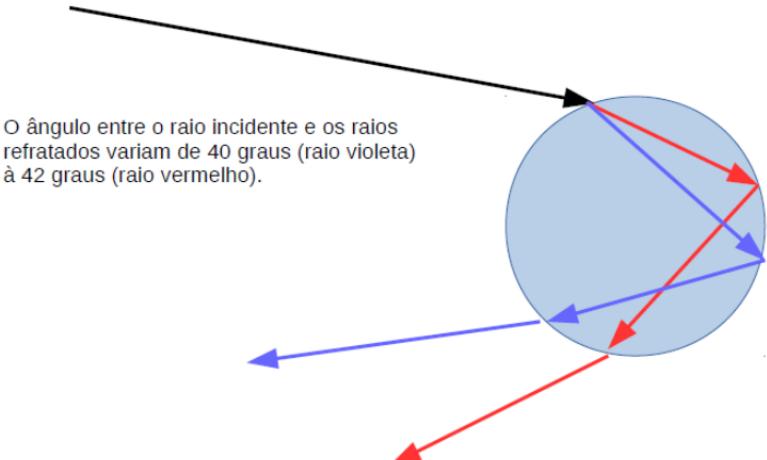


- Lembre-se que a velocidade da luz para todas as frequências é a mesma no vácuo.

- Mas quando as ondas se propagam em meios materiais, quanto maior a frequência menor a velocidade. Então, segundo a Lei de Snell, podemos ver que a onda mais lente sofre maior desvio.



- Por fim, isso explica os arco-íris



- Explique por que ao olhar o arco-íris vemos a parte vermelha acima e a azul em baixo. Isso não parece ser contraditório com o que foi apresentado aqui?
- Resposta parcial: não é contraditório. Tente entender por que...

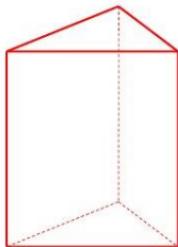
No SisQ, toda a lista, da apostila 1, de nome "Dióptro plano e reflexão total" podem ser resolvidos

19. PRISMAS

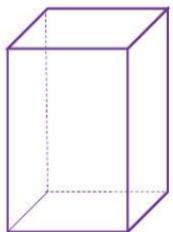
(A) Prisma – introdução

- O que é um prisma?

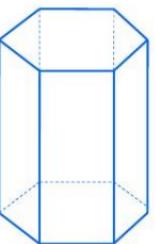
CLASSIFICAÇÃO



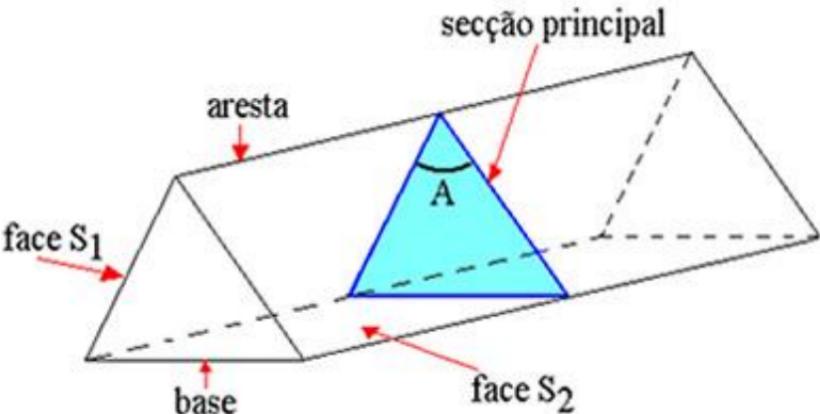
*Prisma
Triangular*



*Prisma
Quadrangular*



*Prisma
Hexagonal*



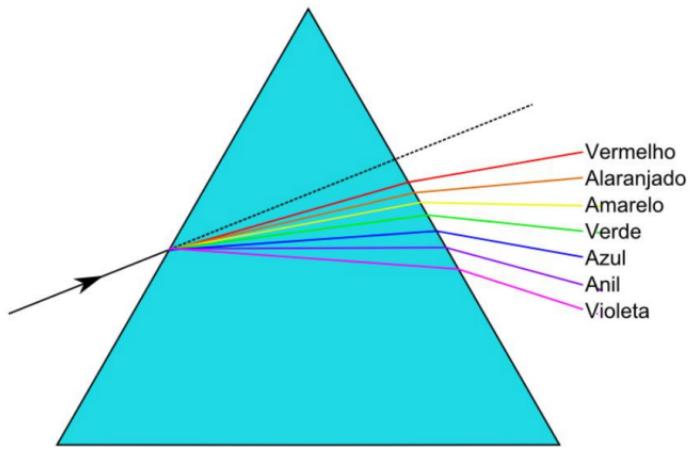
Disponível em: <http://alunosonline.uol.com.br/upload/conteudo/images/prisma-triangular.jpg>

- Chamaremos o ângulo de abertura \hat{A} do prisma de ângulo de refringência do prisma

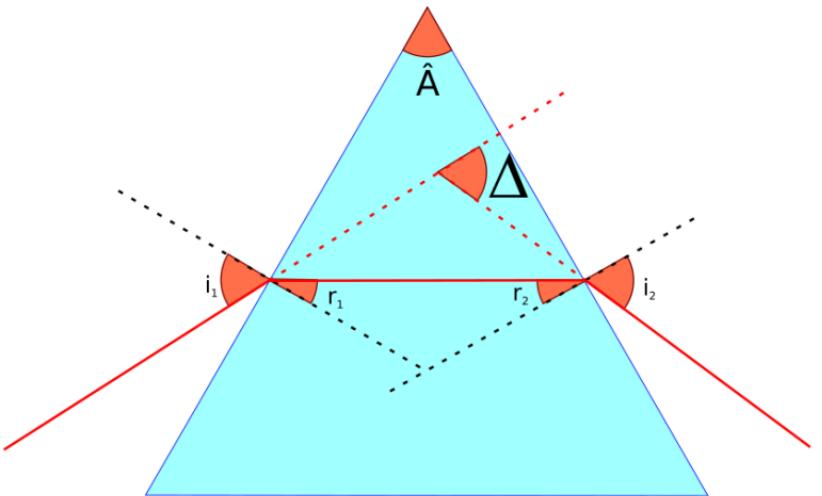
Disponível em: <https://3.bp.blogspot.com/-NdqnllPVzMU/V7XxILTS9wI/AAAAAAAAL8/r1mj5EgbMMPoOrS6ffqgevGxrIr72mfQCLcB/s1600/prismas-3-728.jpg>

- Na física vamos trabalhar apenas com o prisma de base triangular e o representaremos por um simples triângulo

(B) Dispersão



(C) Desvio mínimo



- Chamamos de desvio Δ o desvio angular sofrido pelo raio incidente ao atravessar o prisma

$$\boxed{\Delta = i_1 - r_1 + i_2 - r_2}$$

$$A + (90^\circ - r_1) + (90^\circ - r_2) = 180^\circ \Rightarrow \boxed{A = r_1 + r_2}$$

- Se variarmos o ângulo de incidência, Δ poderá ter um valor mínimo que chamaremos de δ

No SisQ, toda a lista, da apostila 2, de nome “Prismas e dispersão cromática” podem ser resolvidos

20. LENTES ESFÉRICAS

(A) DIOPTRO ESFÉRICO

- A figura abaixo apresenta uma ideia do que seria um dioptro esférico: imagine duas esferas de vidro. Agora imagine que fazemos uma interseccional a outra; por fim, selecionamos apenas a interseção.

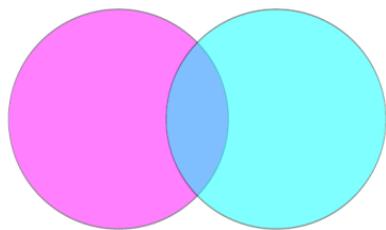


Figura 1: Interseção de duas esferas

- Com esta interseção podemos formar o que chamamos de dioptro esférico e então podemos definir o que seria raio de curvatura.



Figura 2: A interseção forma uma lente esférica

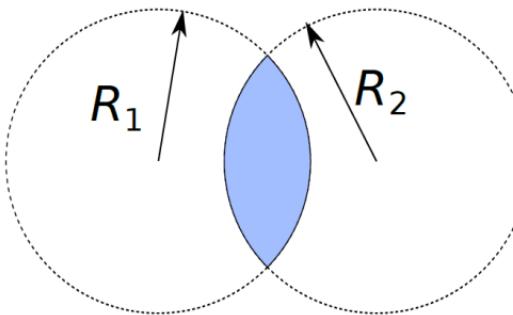


Figura 3: Raios de curvatura

- Vamos estudar lentes esféricas delgadas. Isso significa que a espessura e da lente deve ser bem pequena comparada com os raios de curvatura das partes que formam as lentes.

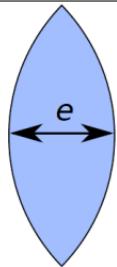
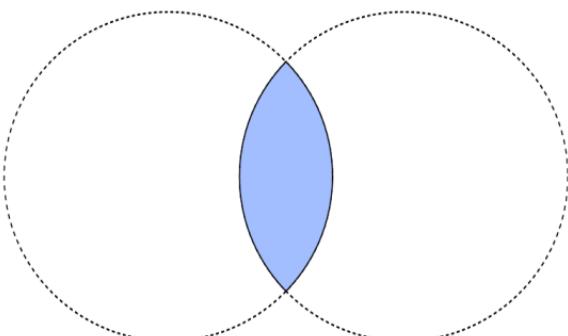


Figura 4: Lentes delgadas: $e \ll R$

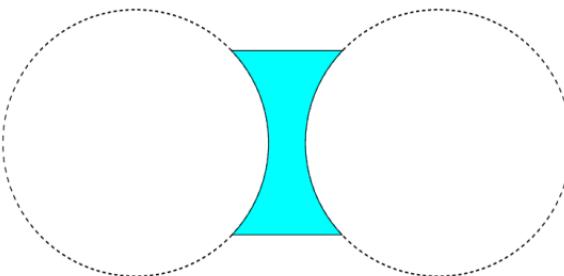
(B) NOMENCLATURA

- Para nomear, começamos com a face de raio maior primeiro

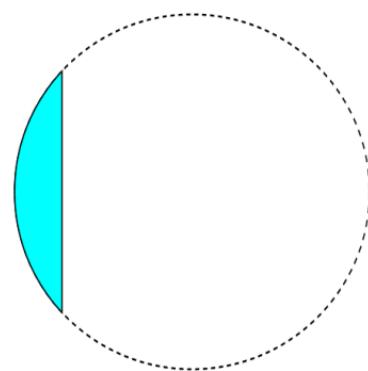
LENTE BICONVEXA



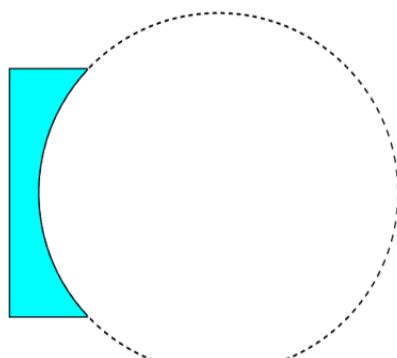
LENTE BICÔNCAVA



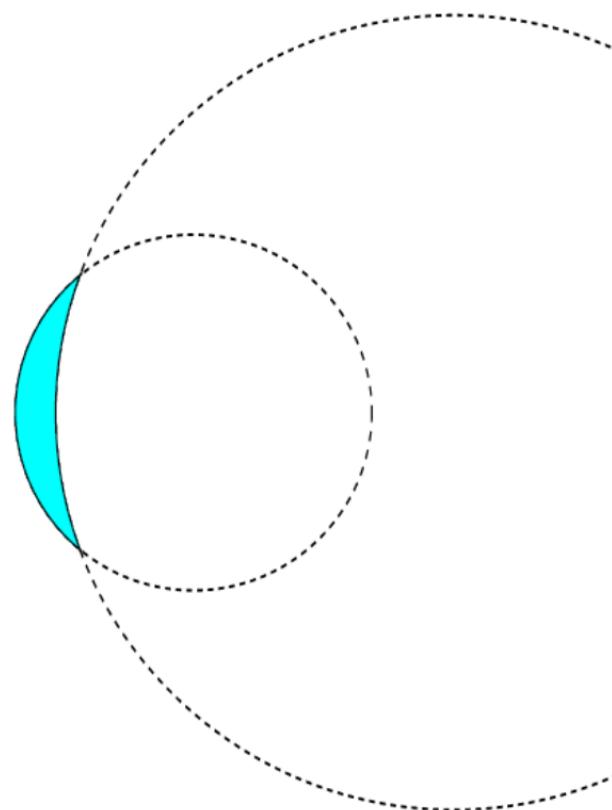
LENTE PLANO-CONVEXA



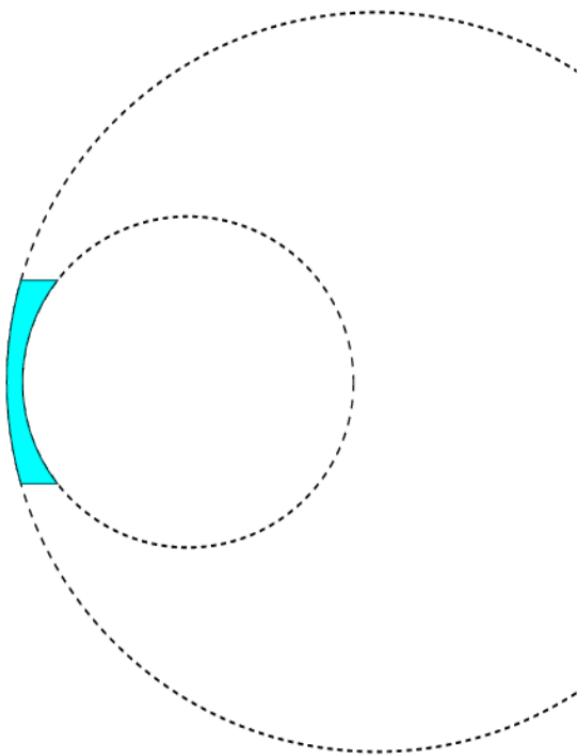
LENTE PLANO CÔNCAVA



LENTE CÔNCAVA-CONVEXA

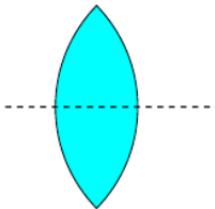


LENTE CONVEXA-CÔNCAVA

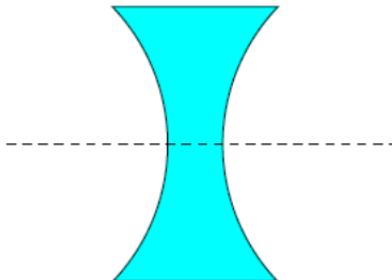


(C) COMPORTAMENTO ÓPTICO

LENTES DE BORDOS FINOS

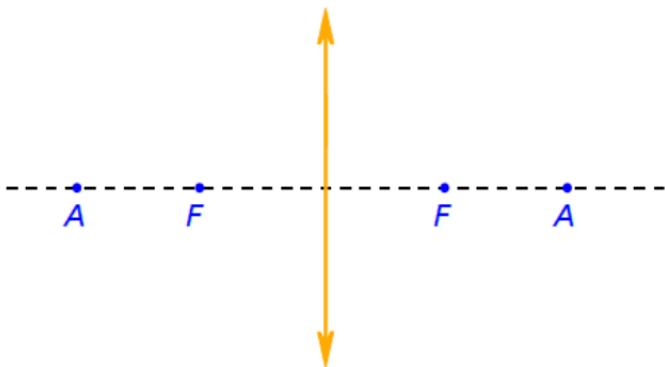


LENTES DE BORDOS GROSSOS



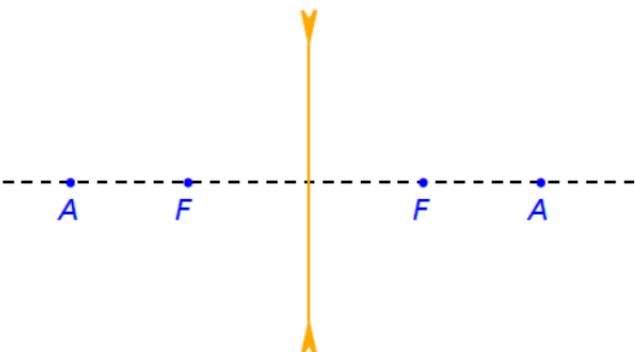
- Vamos estudar o comportamento ótico das lentes esféricas delgadas considerando que elas sejam feitas de material cujo índice de refração seja maior que o índice de refração do meio em que estejam inseridas
- Representaremos as lentes esféricas delgadas de forma mais simples. Vejamos a representação de uma lente de bordos finos (que diremos ser convergente, uma vez que em geral a lente terá índice de refração maior que do meio em que se encontra).

LENTES CONVERGENTES (BORDOS FINOS)



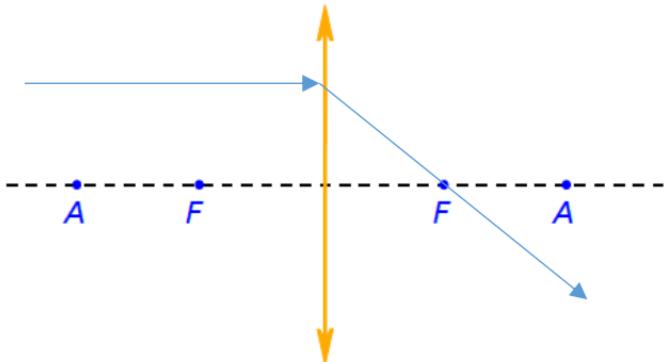
- Lentes de bordos grossos terá representação similar:

LENTES DIVERGENTE (BORDOS GROSSOS)

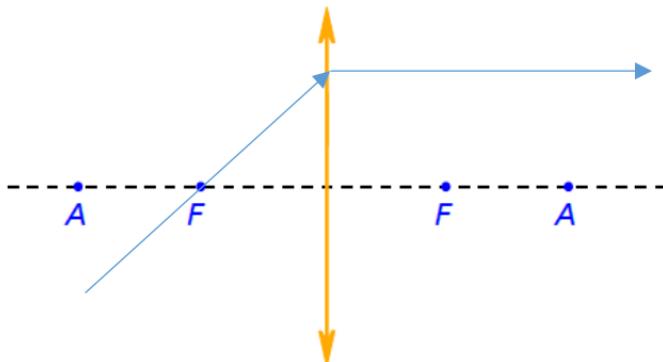


(D) RAIOS NOTÁVEIS

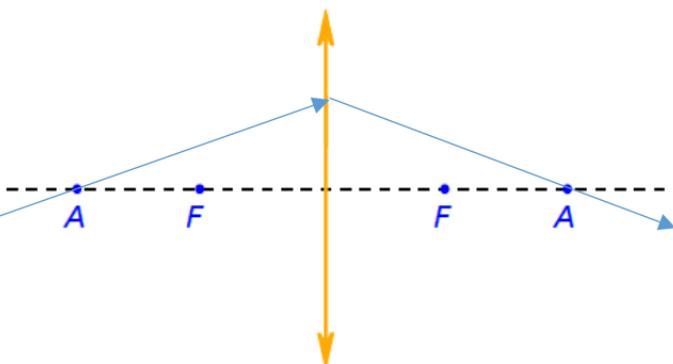
- Vamos começar com a lente convergente (bordos finos).**
- Raio que chega paralelo ao eixo principal passa pelo foco



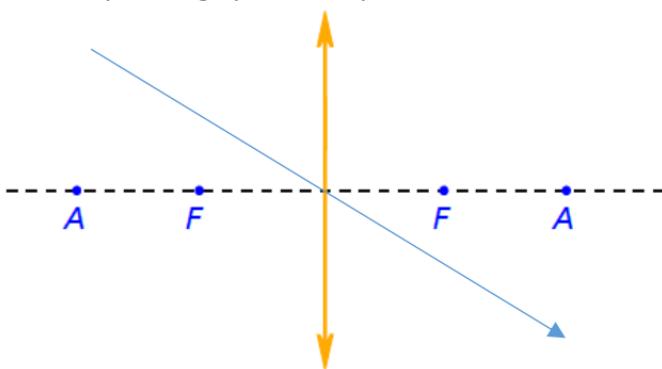
- Raio que chega passando pelo foco sai paralelo



- Raio que chega passando pelo antiprincipal sai passando pelo outro antiprincipal

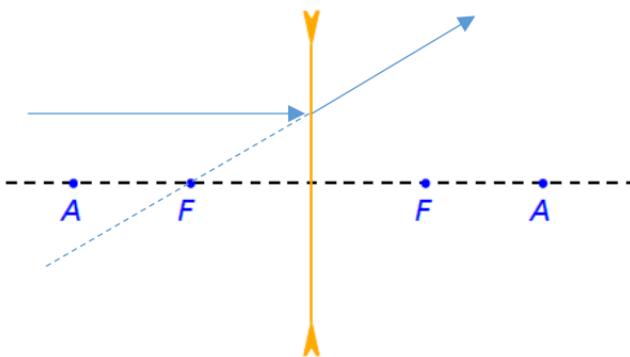


- Raio que chega passando pelo vértice não sofre desvio

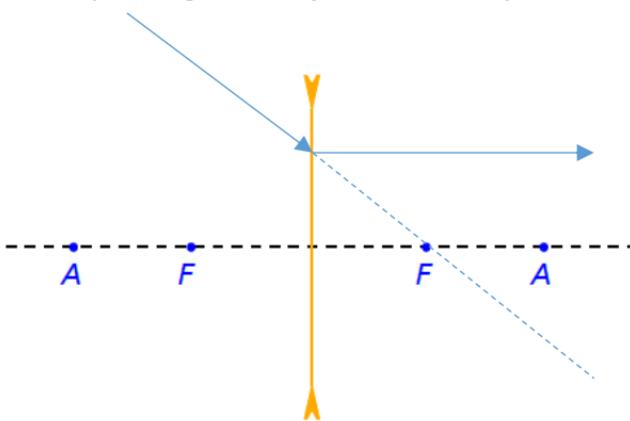


- Vamos ver agora os raios notáveis para a lente divergente (bordos grossos).

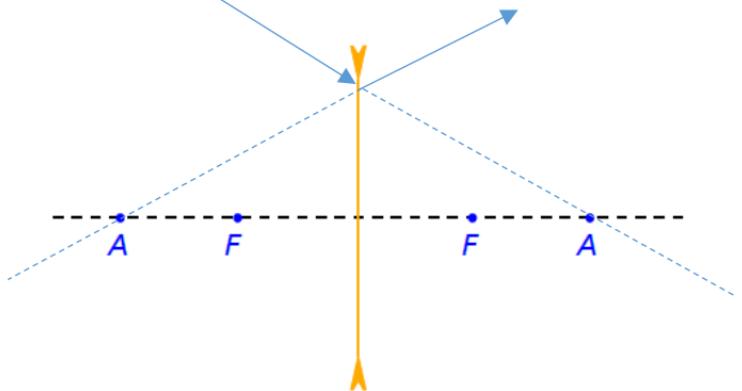
- Raio que chega paralelo ao eixo principal sai na direção do foco



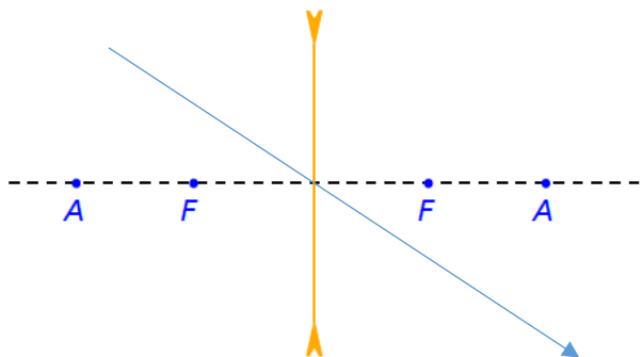
- Raio que chega na direção do foco sai paralelo



- Raio que chega na direção do antiprincipal sai na direção do outro antiprincipal



- Raio que chega passando pelo vértice não sofre desvio



(E) FORMAÇÃO DE IMAGENS

Você pode conferir uma apresentação de slide com a formação de imagem detalhada no link:

<http://fisica.professordanilo.com/extras/2021/otica/MC%20-20Forma%C3%A7%C3%A3o%20de%20imagens%20-%20Lentes.pdf>

Vamos aqui apenas colar os slides finais da apresentação.

LENTES CONVERGENTES

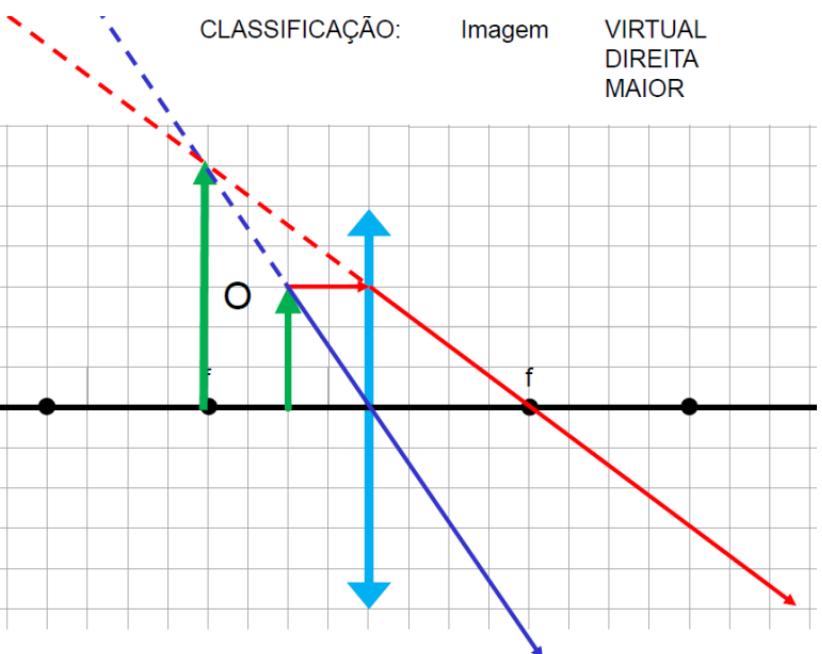


Figura 1: Objeto entre o vértice e o foco

IMAGEM IMPRÓPRIA

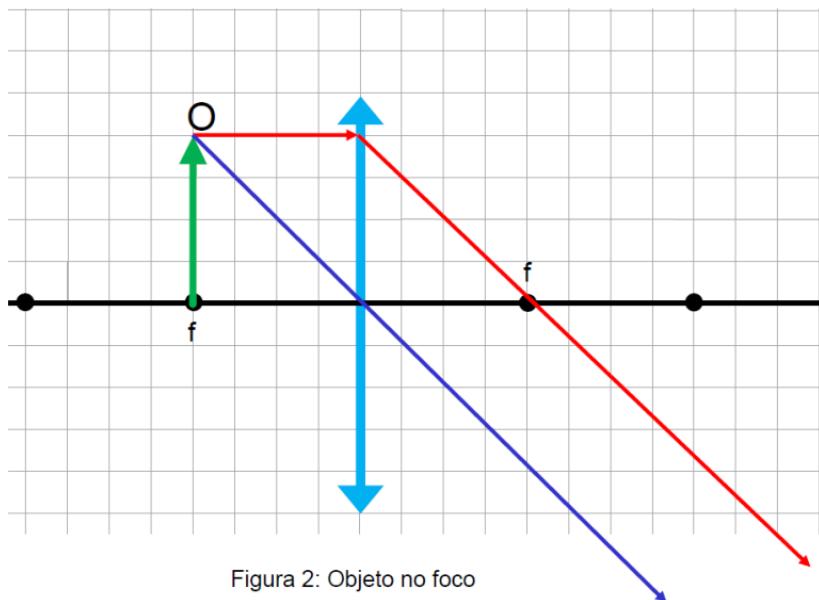


Figura 2: Objeto no foco

CLASSIFICAÇÃO: Imagem
REAL
INVERTIDA
MAIOR

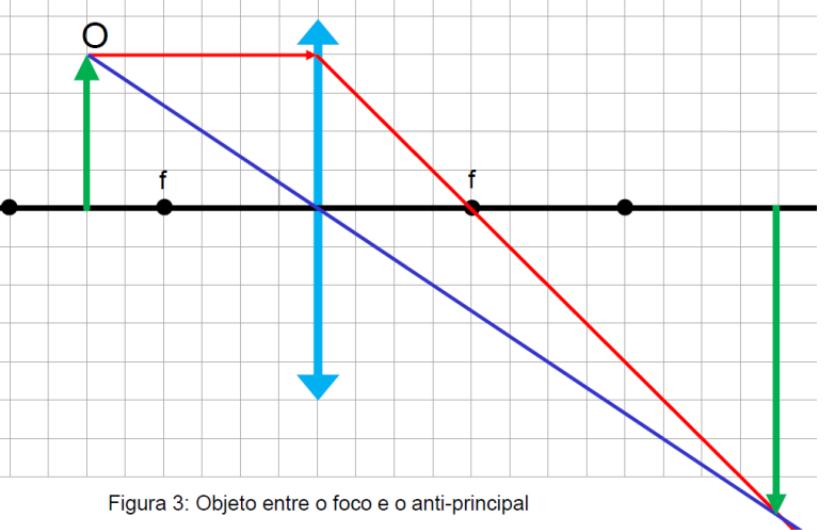


Figura 3: Objeto entre o foco e o anti-principal

CLASSIFICAÇÃO: Imagem
REAL
INVERTIDA
IGUAL

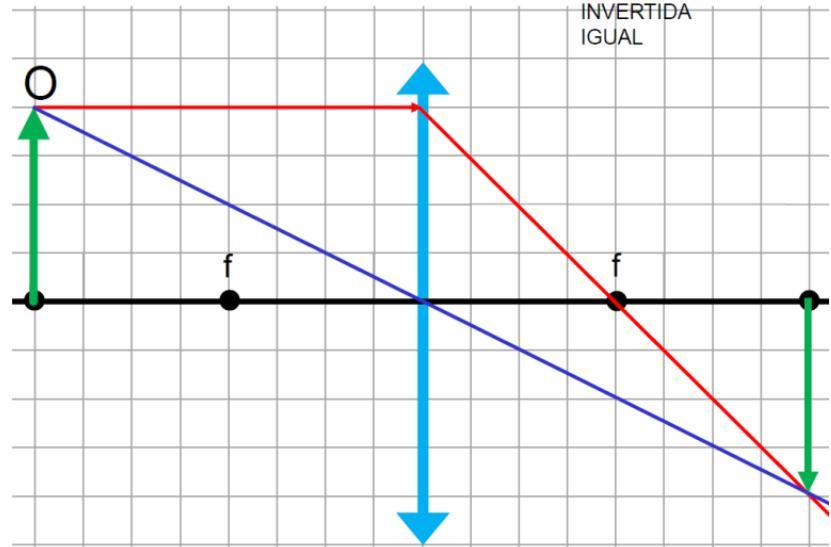


Figura 4: Objeto no anti-principal

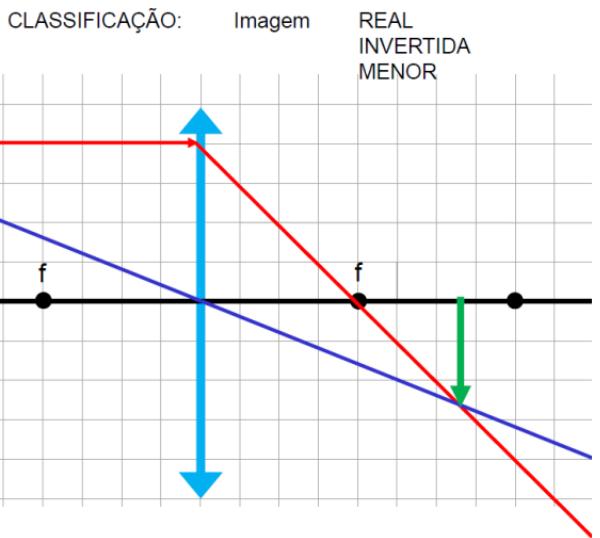


Figura 5: Objeto além do anti-principal

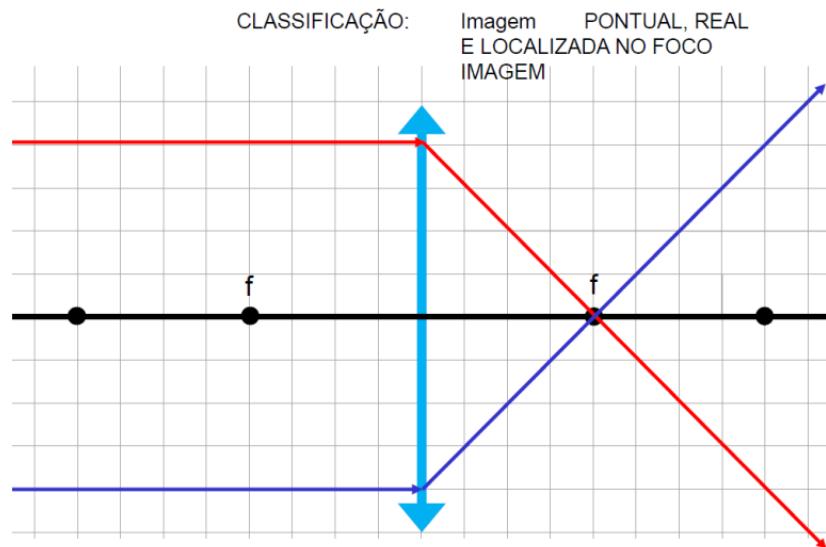


Figura 6: Objeto no “infinito”

LENTES DIVERGENTES

CLASSIFICAÇÃO: Imagem
VIRTUAL
DIREITA
MENOR

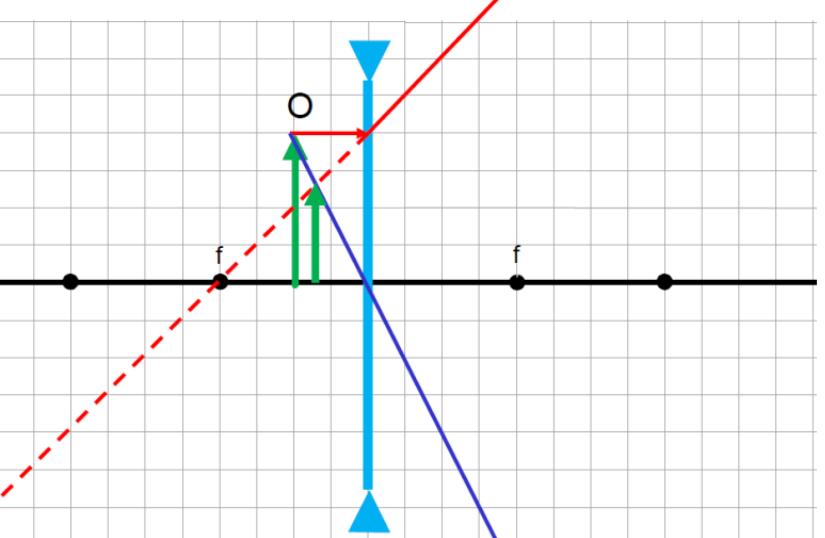


Figura 7: Objeto entre o vértice e o foco

CLASSIFICAÇÃO: Imagem
VIRTUAL
DIREITA
MENOR

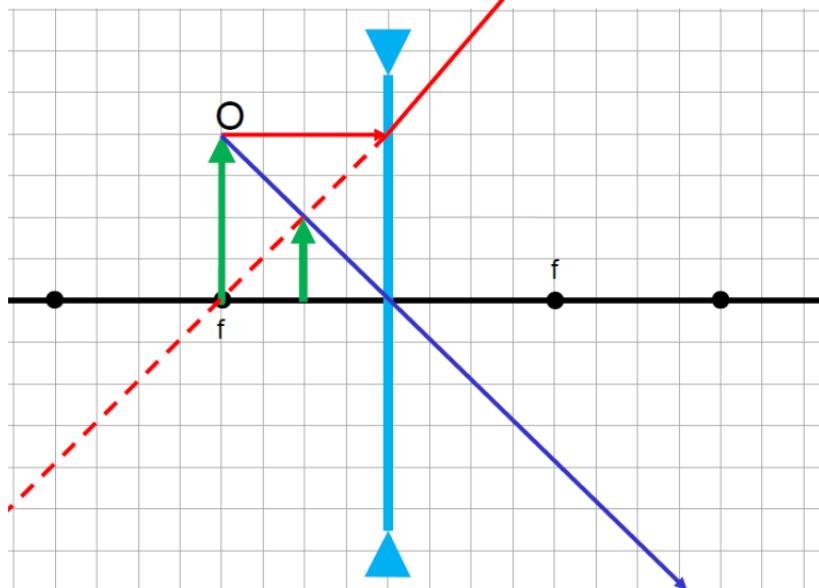


Figura 8: Objeto no foco

CLASSIFICAÇÃO: Imagem VIRTUAL
DIREITA MENOR

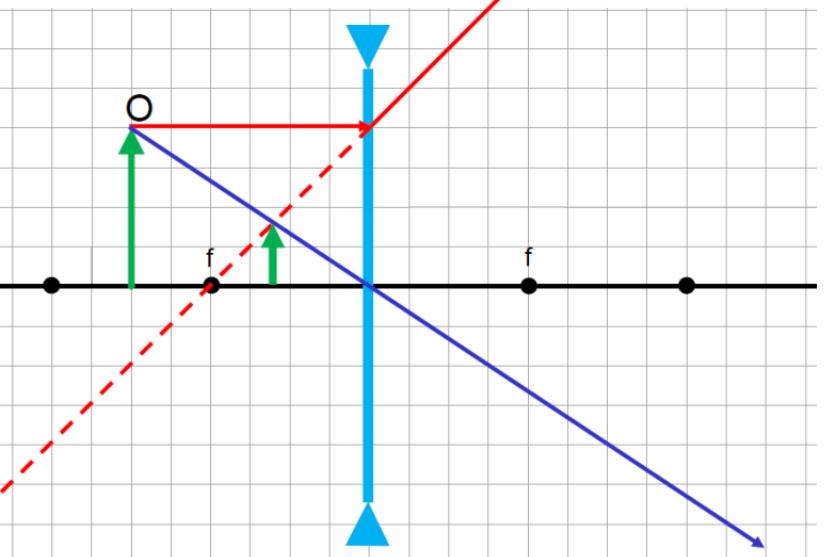


Figura 9: Objeto entre o foco e o anti-principal

CLASSIFICAÇÃO: Imagem VIRTUAL
DIREITA MENOR

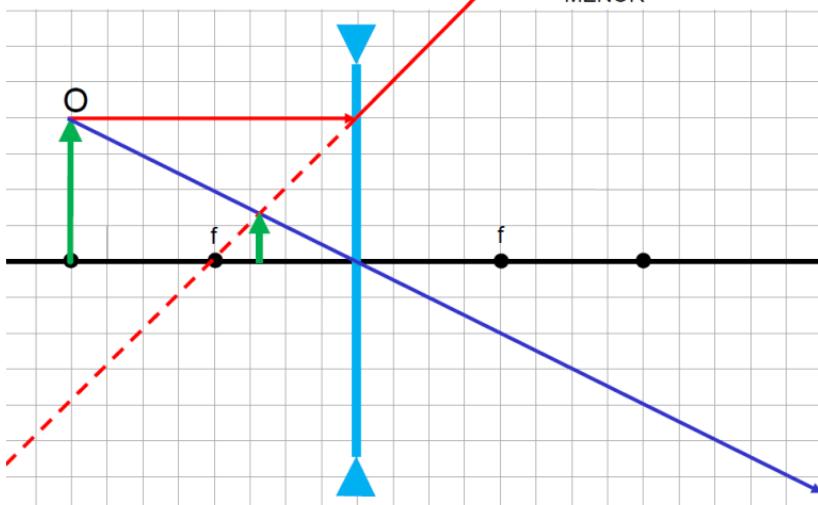


Figura 10: Objeto no anti-principal

CLASSIFICAÇÃO:
Imagen
VIRTUAL
DIREITA
MENOR

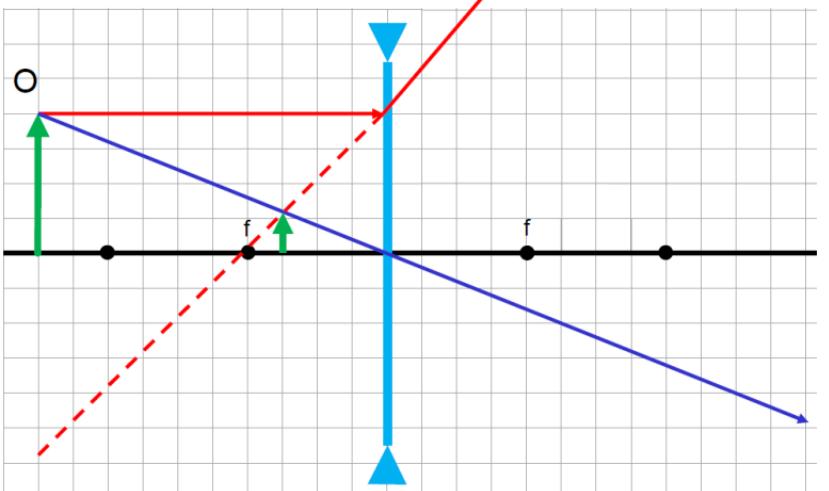


Figura 11: Objeto além do anti-principal

CLASSIFICAÇÃO:
Imagen PONTUAL E
LOCALIZADA NO FOCO
IMAGEM DA LENTE

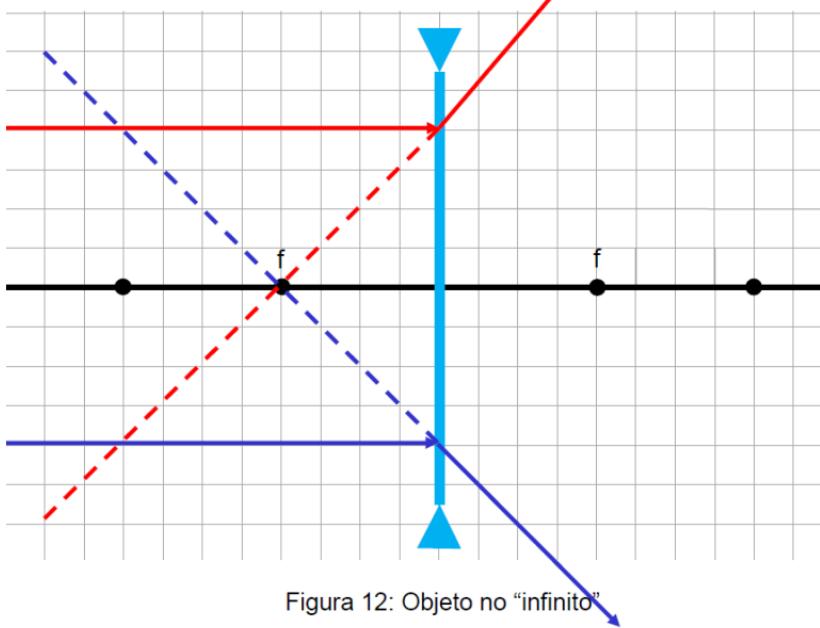
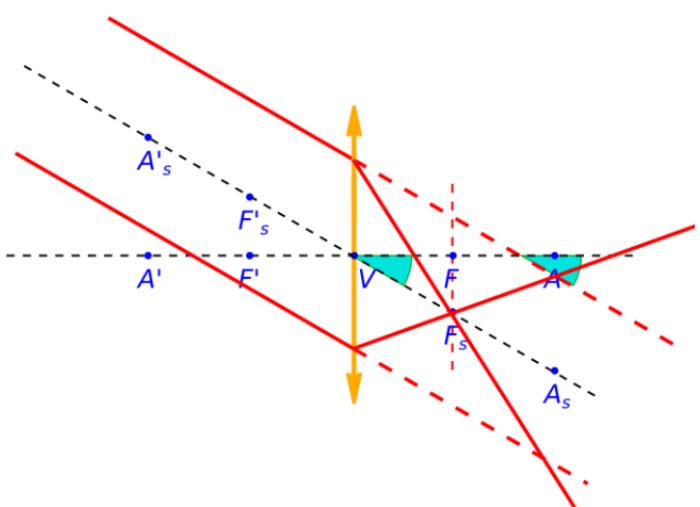


Figura 12: Objeto no “infinito”

(F) FOCO SECUNDÁRIO

- Se raios chegarem paralelos entre si, mas não paralelos ao eixo principal, como proceder?
- Primeiro desenhe um eixo que passe pelo vértice da lente e que seja paralelo aos raios incidentes (chamaremos este eixo de eixo secundário)
- Segundo, trace retas perpendiculares ao eixo principal que passa pelos pontos notáveis. Esta reta cruzará o eixo secundário nos focos e antiprincipais secundários
- Os raios se cruzam no foco imagem secundário



(G) REFERENCIAL DE GAUSS

- Para um estudo analítico devemos primeiro escolher um referencial.
- Esse referencial é chamado de referencial de Gauss e associa coordenadas reais (onde realmente passam os raios) com sinal positivo enquanto as coordenadas virtuais (por onde representamos apenas os prolongamentos) associa-se a sinal negativo.
- No caso das lentes, as convenções de sinais são as mesmas que para os espelhos:
 - p : abscissa do objeto
 - p' : abscissa da imagem
 - $y=0$: ordenada do objeto
 - $y'=i'$ ordenada da imagem
 - f : abscissa do foco
- Para objetos reais:
 - $p > 0$
- Para objetos virtuais:
 - $p < 0$
- Geralmente, consideramos a abscissa dos Objetos positivas:
 - $o > 0$

- Se a imagem for direita, em geral temos
 - $i > 0$
- Se a imagem for invertida, em geral temos
 - $i < 0$
- A rigor, a imagem é invertida quando θ e i possuem sinais opostos e direita quando possuem mesmo sinal
- Para imagens reais:
 - $p' > 0$
- Para objetos virtuais:
 - $p' < 0$
- Lente convergente:
 - $f > 0$
- Lente divergente:
 - $f < 0$
- Diferente dos espelhos, as imagens reais estarão do lado oposto em relação aos objetos reais, então devemos adotar dois referenciais de Gauss para cada tipo de lente: um para objetos e outro para imagens.

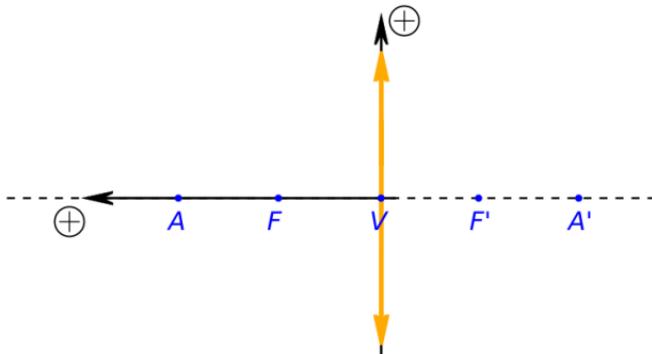


Figura 1: Referencial de Gauss para objeto real à esquerda: Lente Convergente

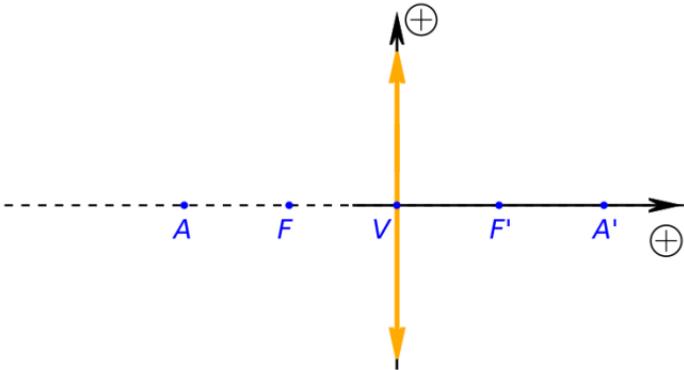


Figura 2: Referencial de Gauss para imagem real à direita: Lente Convergente

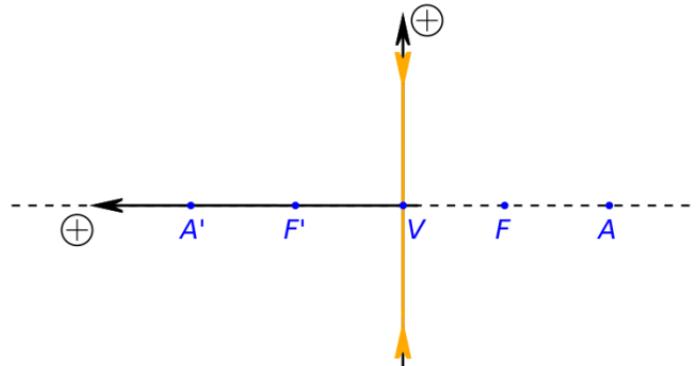


Figura 3: Referencial de Gauss para objeto real à esquerda: Lente Divergente

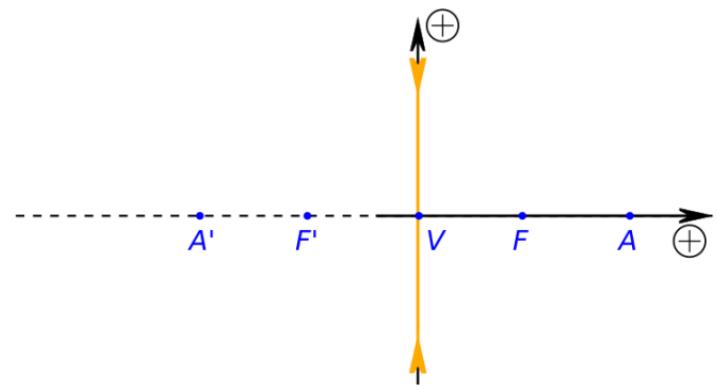


Figura 4: Referencial de Gauss para imagem real à direita: Lente Divergente

- Tendo esta convenção de sinais em mente, podemos usar a dita Equação de Gauss

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

- Vamos agora ver a equação do aumento.

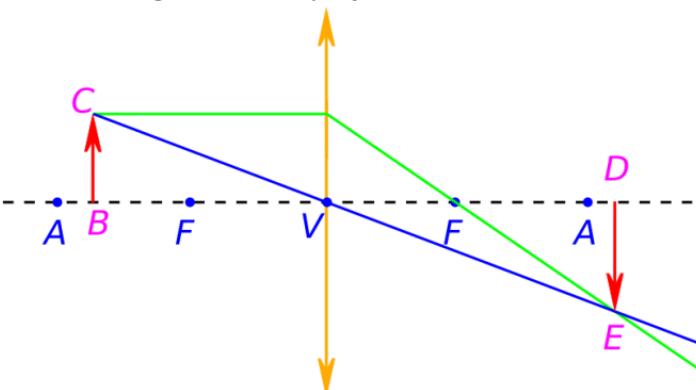


Figura 5: Cálculo do Aumento Linear Transversal

- Por semelhança de triângulo entre os triângulos $\Delta ABCV$ e ΔDEV :

$$\frac{|o|}{p} = \frac{|i|}{p'} \Rightarrow \frac{|i|}{|o|} = \frac{p'}{p}$$

- Como a imagem é invertida, temos:

$$\frac{i}{o} = -\frac{p'}{p}$$

- Por definição, o aumento linear é

$$A = \frac{i}{o}$$

Assim:

$$A = \frac{i}{o} = -\frac{p'}{p}$$

Nota: Se você isolar o p' na equação de Gauss e substituir na equação do aumento você obtém mais uma relação que pode ser bem útil:

$$A = \frac{i}{o} = -\frac{p'}{p} = \frac{f}{f-p}$$

Esta equação condensa as equações de aumento e de Gauss.

IMPORTANTE!!!!!!!

Agora podemos falar em vergência de uma lente, ou “grau” de uma lente.

A unidade de medida, quando tudo do SI, é a dioptria:

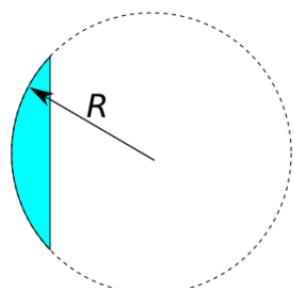
$$V = \frac{1}{f}$$

21. EQUAÇÃO DOS FABRICANTES DE LENTES

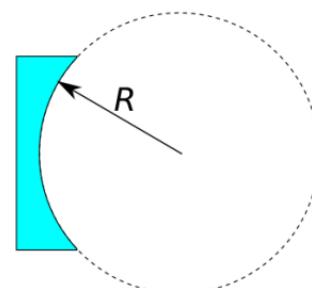
Equação dos fabricantes:

$$V = \frac{1}{f} = \left(\frac{n_{lente}}{n_{meio}} - 1 \right) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

Os raios são determinados pelas esferas imaginárias que definiram as lentes e seu valor pode ser positivo ou negativo.



Face convexa: $R > 0$



Face côncava: $R < 0$

Faremos um exercício para melhor entender.

Isso significa, portanto, que uma lente é divergente ou convergente dependendo do meio em que se encontra.

22. ASSOCIAÇÃO DE LENTES

LENTE DELGADAS JUSTAPOSTAS

Quando justapostas, a vergência total é a soma das vergências de cada lente da associação:

$$V_{eq} = V_1 + V_2 + \dots + V_n$$

Nota: isso é válido quando falamos de lentes delgadas justapostas apenas. Assim, após a associação de diversas lentes, a lente equivalente deixa de ser delgada e esta equação deixa de valer.



Em geral, isso vale para algumas poucas lentes apenas.

LENTE NÃO JUSTAPOSTAS

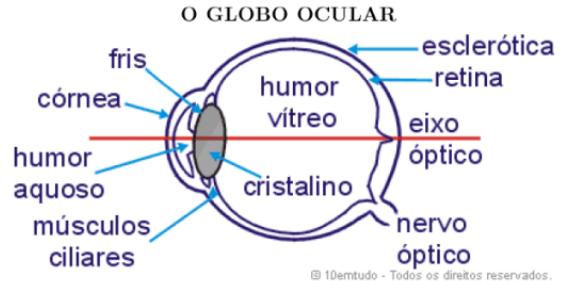
Faremos um exercício sobre isso.

23. ASSOCIAÇÃO DE LENTES COM ESPELHOS

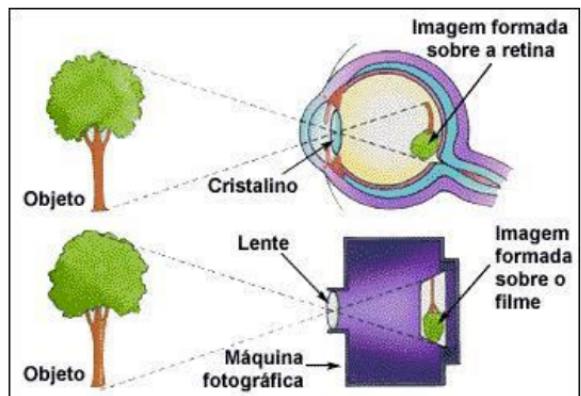
Faremos um exercício sobre isso e teremos maiores aplicações quando estudarmos instrumentos óticos.

No SisQ, toda a lista, da apostila 3, de nome "Lentes Esféricas" pode ser resolvida

24. ÓPTICA DA VISÃO

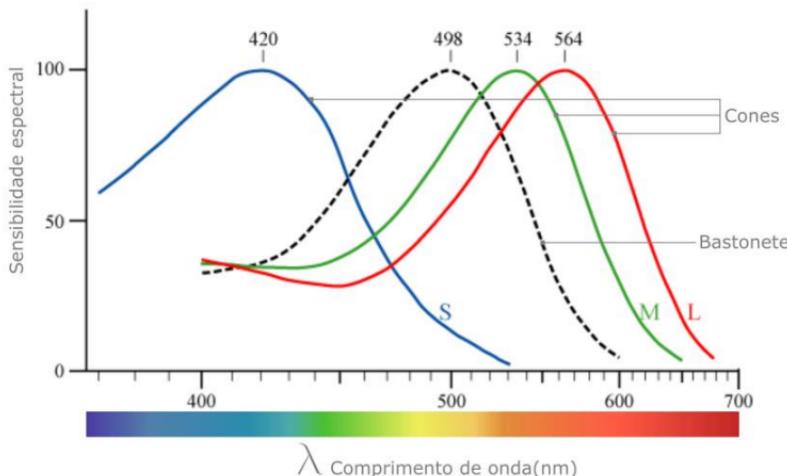


- Característica da imagem



Fonte: <http://professorhonda.blog.br/index.php/2014/03/07/como-se-forma-a-imagem-no-olho/>

- Note que a imagem é real, invertida e menor
- A retina possui dois tipos de células: os cones e os bastonetes
- Os bastonetes são mais sensíveis e não diferenciam as cores
- Os cones se subdividem em três tipos cada um mais sensível em determinada cor, o que possibilita que vejamos diversas cores

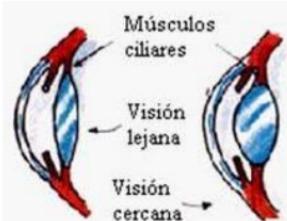


Fonte: <https://muralcientifico.files.wordpress.com/2017/10/000.jpg>

- Acomodação visual
 - Um olho humano dito normal tem uma profundidade entorno de 17 mm
 - Ou seja, $p' = 17 \text{ mm}$
 - Para que a imagem seja sempre formada na retina é necessário que o foco da lente seja modificado

$$\frac{1}{\uparrow f} = \frac{1}{\uparrow p} + \frac{1}{17} \quad (\text{em mm})$$

- Note que quanto maior a distância do objeto, maior deve ser a distância focal



Fonte:

http://cmapspublic3.ihmc.us/rid=1291095162365_1862553055_19093/MUSCULO%20CILIAR%20Y%20CRISTALINO.jpg

- Note que quando o cristalino é comprimido, o raio de curvatura diminui. Quando isso ocorre, podemos ver pela equação dos fabricantes de lentes que o foco diminui
- Podemos, portanto, concluir que quanto menor a distância do objeto ao olho, mais os músculos devem comprimir o cristalino
- Isso justifica porque há certo incômodo quando tentamos observar um objeto muito perto

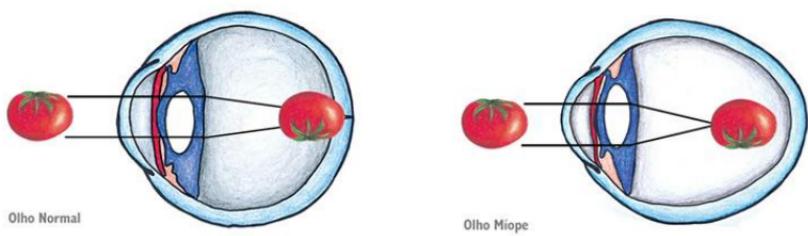
$$\frac{1}{\downarrow f} = \left(\frac{n_{lente}}{n_{meio}} - 1 \right) \left(\frac{1}{\downarrow R_1} + \frac{1}{\downarrow R_2} \right) = \frac{1}{\downarrow p} + \frac{1}{17}$$

- Quando um objeto está à mínima distância que se pode ver com nitidez, dizemos que o objeto está no ponto próximo
 - Para uma visão dita normal essa distância varia de 7 cm (aos 10 anos) à 40 cm (aos 50 anos)
- Quando o objeto está na máxima distância, dizemos que o objeto está no ponto remoto
 - Para uma visão normal dizemos que o ponto remoto está no infinito ($p \rightarrow \infty$).

25. AMETROPIAS (PROBLEMAS DA VISÃO)

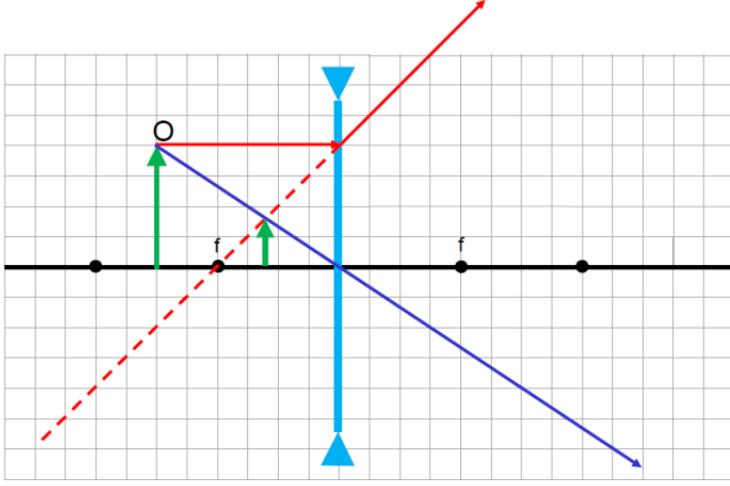
- Miopia

- Dificuldade de se enxergar de longe
- O raio de curvatura do cristalino é pequeno e/ou o olho é alongado
- Vê melhor de perto tendo seu ponto próximo mais próximo que o “normal”
- A imagem de um objeto distante é formada antes de chegar na retina



Fonte: <http://www.apтомed.com.br/canal/Oftalmologia/Erros-Refracionais/Miopia>

- A lente necessária para correção visual é a divergente, pois ela aproxima a imagem de um objeto distante

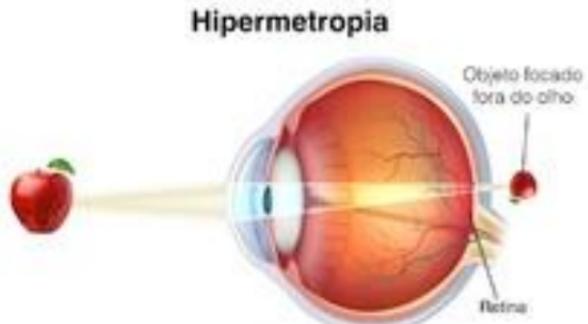


- Se a distância máxima que um míope pode ver é D , então temos que produzir a imagem de um objeto “no infinito” pelo menos nessa distância.
- Com isso podemos dizer que $p \rightarrow \infty$ e $p' = -D$ pois a imagem é virtual.
- Por Gauss:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{\infty} + \frac{1}{-D} \Rightarrow \boxed{V = \frac{1}{f} = \frac{1}{-D}} \quad (\text{"grau da lente" no S.I.})$$

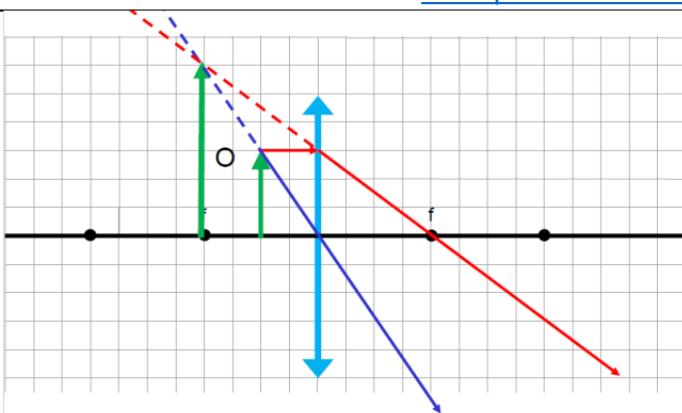
- Hipermetropia

- Dificuldade de se enxergar de perto
- O raio de curvatura do cristalino não se reduz o suficiente para ver objetos próximos – olho mais curto que o normal
- A imagem de um objeto distante é formada depois da retina



Fonte: https://static.tuasaude.com/media/article/r5/ps/hipermetropia_4696_s.jpg

- A lente necessária para correção visual é a convergente pois ela afasta a imagem de um objeto próximo
- Considera-se que uma pessoa com visão normal vê com nitidez objetos localizados à 25 cm ou mais



- Digamos que um hipermetrope possa ver no mínimo um objeto à uma distância $d > 25$ cm
- Com isso podemos dizer que $p = 25$ cm e $p' = -d$ para que um hipermetrope possa ver um objeto localizado a 25 cm, pois sua imagem formará a um ponto mais distante, localizado no ponto próximo do hipermetrope
- Assim, pela equação de Gauss, o “grau da lente” e dioptrias será:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{0,25} + \frac{1}{-d} \Rightarrow V = \frac{1}{f} = \frac{4d-1}{d} \quad (\text{di})$$

- Presbiopia
 - Conhecida como vista cansada
 - Tanto a visão para curta distância (no início) como a visão para longas distâncias são prejudicadas
 - Deve-se usar lentes convergentes (base) e divergente (topo)



Figura: <http://lentes-hoya.com.br//optico/wp-content/uploads/2015/04/Bifocal-Progressiva.png>

- Outras anomalias
 - Astigmatismo
 - Estrabismo
 - Daltonismo

No SisQ, toda a lista de nome “Óptica da visão” pode ser resolvida

26. INSTRUMENTOS ÓPTICOS

Material a parte: usaremos slides em aula.

Vídeo:

<https://youtu.be/G3Ttl3o0Mtk>

Material para impressão:

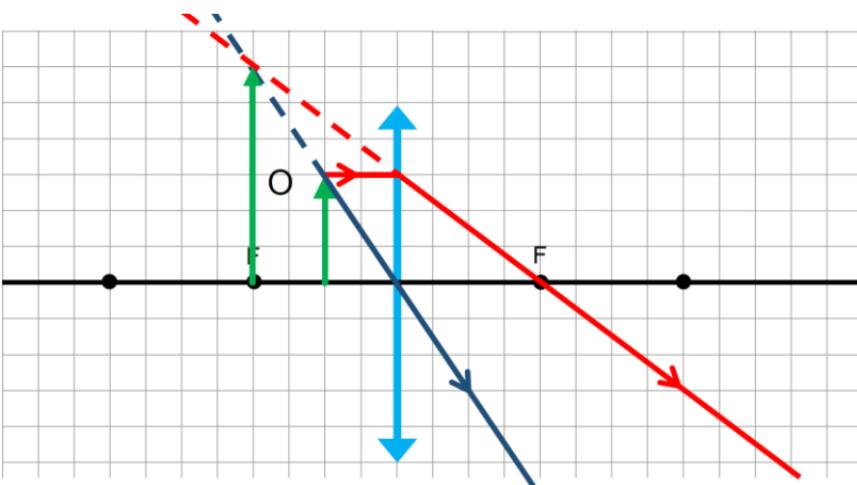
http://fisica.professordanilo.com/2021/arquivos/MC-DANILO-FISICA-Instrumentos_opticos-PV.pdf

Slides (conteúdo replicado no corpo deste material):

http://fisica.professordanilo.com/2021/arquivos/MCInstrumentos_oticos_SLIDES.pdf

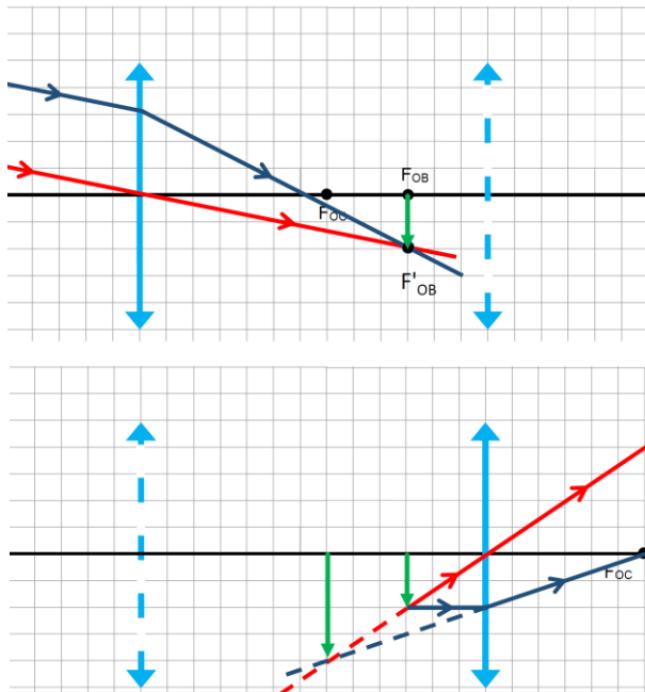
LUPA

- IMAGEM:
 - VIRTUAL
 - DIREITA
 - MAIOR
 - Mais distante da lente que o objeto
- Qualquer lente convergente pode servir como lupa



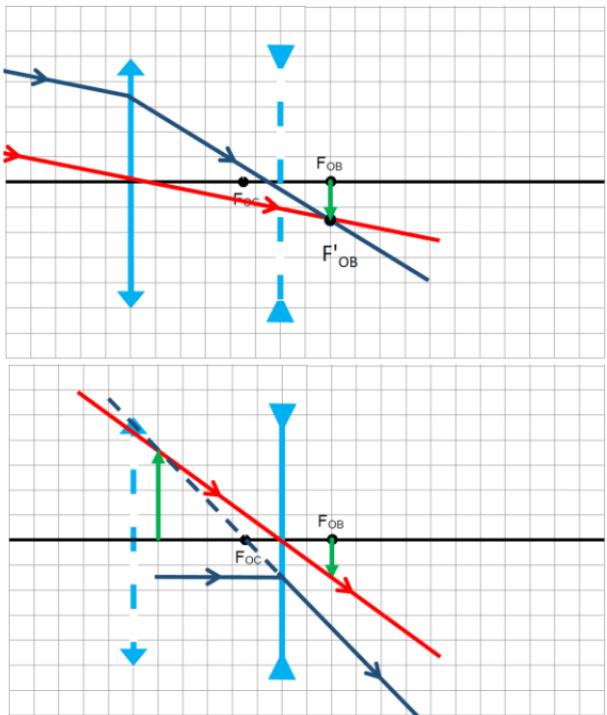
LUNETA ASTRONÔMICA

- IMAGEM:
 - VIRTUAL
 - INVERTIDA
 - MAIOR



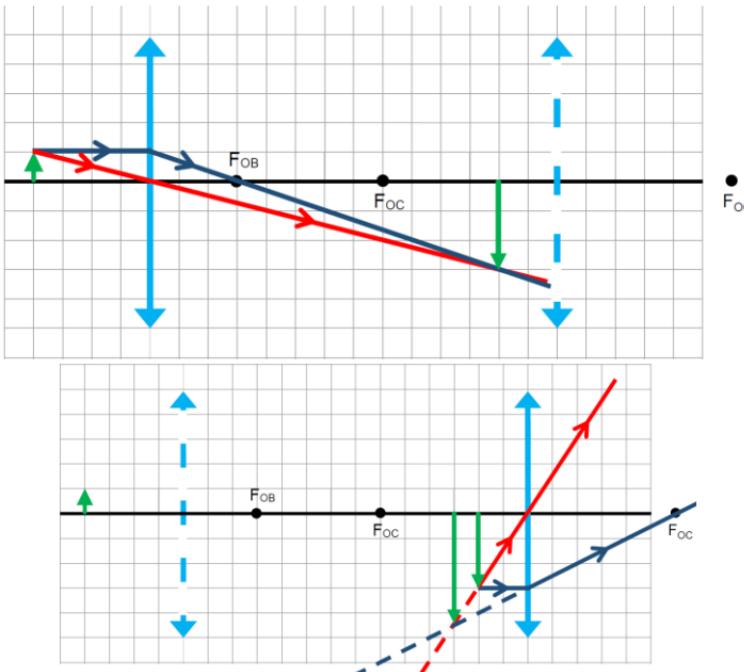
LUNETA TERRESTRE

- IMAGEM:
- VIRTUAL
- DIREITA
- MAIOR

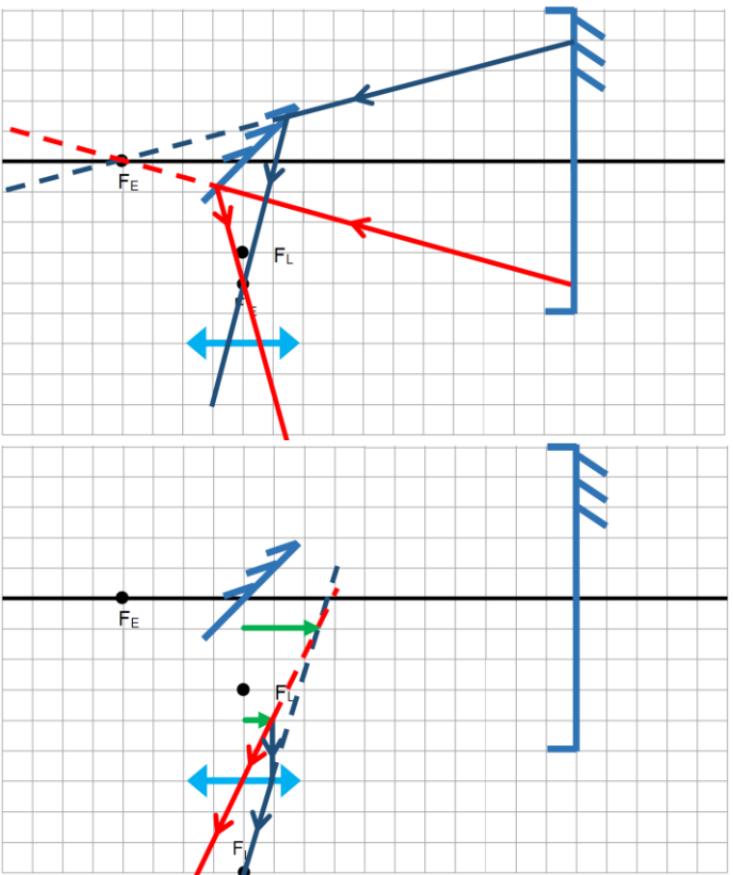


MICROSCÓPIO

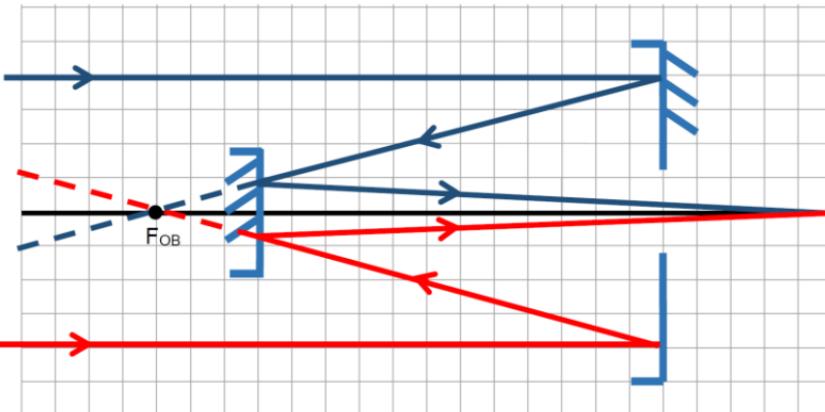
- IMAGEM:
- VIRTUAL
- INVERTIDA
- MAIOR
- AUMENTO: $A = A_{OB} \cdot A_{OC}$



TELESCÓPIO NEWTONIANO



TELESCÓPIO CASSEGRAIN (MODELO DO HUBBLE)



No SisQ, toda a lista, da apostila 4, de nome “Instrumentos ópticos” pode ser resolvida

ENCERRAMOS ÓTICA

VAMOS AO SEGUNDO ASSUNTO: ONDULATÓRIA

----***---- SEGUNDA PARTE:
ONDULATÓRIA ----***----

1. MOVIMENTO HARMÔNICO SIMPLES – INTRODUÇÃO

(A) SISTEMAS OSCILATÓRIOS

- Pêndulos, um bloco em uma mola, uma folha em uma árvore etc.

(B) GRANDEZAS EM SISTEMAS OSCILATÓRIOS

- Definição de período

$$T = \frac{\Delta t}{\text{número de oscilações}} = \text{tempo de uma volta} \quad (1)$$

- No sistema internacional o período é medido em segundos

- Definição de frequência

$$f = \frac{\text{número de oscilações}}{\Delta t} = \text{oscilações por segundo} \quad (2)$$

- No sistema internacional a frequência é medida em hertz (Hz) e equivale ao inverso de um segundo

- Relação entre período e frequência

$$T = \frac{1}{f} \Leftrightarrow f = \frac{1}{T} \quad (3)$$

(C) SISTEMA MASSA MOLA

- Vamos estudar inicialmente um bloco em uma mola
- Não consideraremos força de atrito
- Lembremos da segunda lei de Newton

$$F_{res} = m \cdot a \quad (4)$$

- Vejamos a lei de Hook

$$F_{el} = -k \cdot x \quad (5)$$

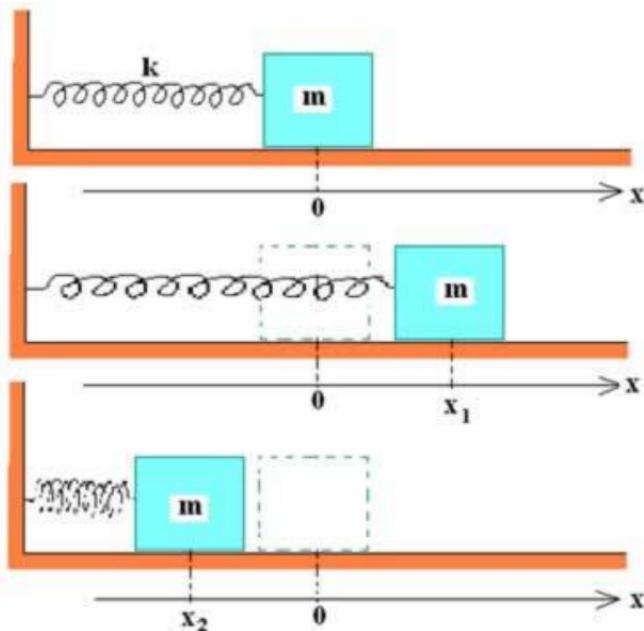
- Se a única força que age sobre o corpo é a elástica então ela é a resultante

$m \cdot a = -k \cdot x$

(6)

- A equação 6 é a equação chave do estudo de oscilações e começaremos com uma pergunta que parece simples, mas por séculos a humanidade não sabia a resposta:
 - Qual a equação horária de $x(t)$ e $a(t)$ que satisfaz a equação (6)?
- Todo sistema que sofre a ação de uma força de acordo com a equação (6) é dito um sistema que se move em um MOVIMENTO HARMÔNICO SIMPLES ou MHS
- Vamos então estudar o sistema massa-mola

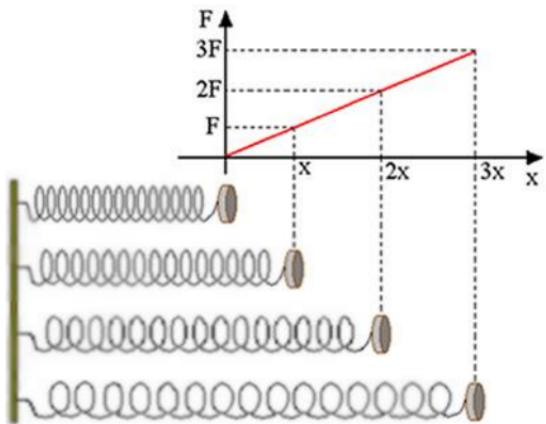
2. SISTEMA MASSA-MOLA



Fonte: <https://alunosonline.uol.com.br/fisica/mhs.html>

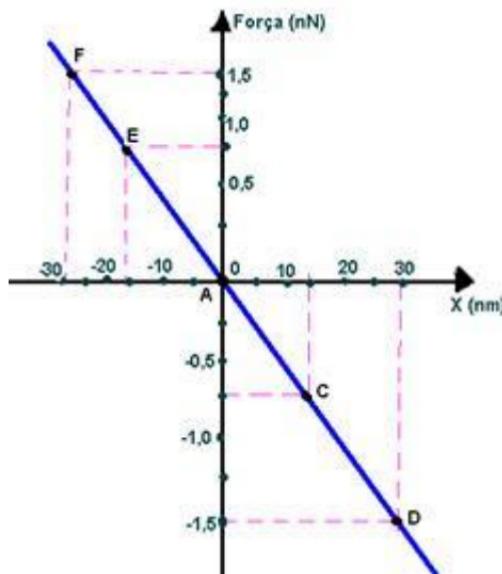
- Seja um bloco preso em uma mola de acordo com a figura anterior que oscila na horizontal e que não haja atrito

- Note que há um referencial, considerado positivo para a direita
- Assim se $x > 0$ (deslocamento para a direita) a força elástica é para a esquerda, ou seja, $F_{el} < 0$
- Isso justifica porque consideramos um sinal negativo na equação da Lei de Hook
- Gráfico do módulo da força versus módulo da posição



Fonte: <https://alunoonline.uol.com.br/fisica/representacao-grafica-lei-hooke.html>

- O gráfico, na forma escalar, seria



Fonte: <http://fisicaevestibular.com.br/novo/mecanica/dinamica/mhs/mhs-sistema-massa-mola/exercicios-de-vestibulares-com-resolucao-comentada-sobre-mhs-sistema-massa-mola/>

- Período no MHS

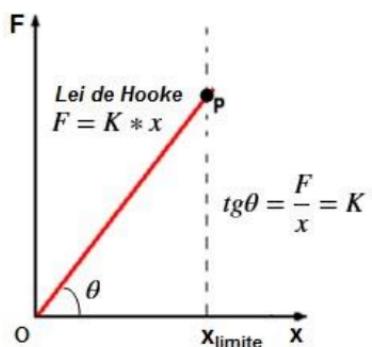
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (7)$$

Sendo m a massa do bloco oscilando

- Frequência no MHS

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (8)$$

- Note também que a inclinação do gráfico nos fornece a constante elástica



Fonte: http://4.bp.blogspot.com/-xA_2nd9A5CY/VIBdq-4MxWI/AAAAAAAADb4/rjkGwok73ME/s1600/Pic-Hooke-03a.bmp

- Um sistema conservativo, em mecânica, é um sistema que mantém constante a energia mecânica total de um sistema
- Lembre-se que a energia mecânica é a soma da energia potencial mais a energia cinética:

$$E_{mec} = E_{pot} + E_{cin} \quad (9)$$

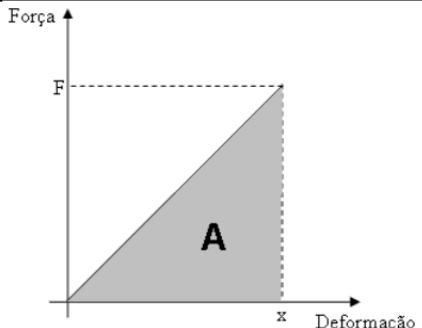
- Lembremos que

$$E_{cin} = \frac{m \cdot v^2}{2} \quad (10)$$

- A energia potencial está relacionada ao trabalho que a mola é capaz de fazer quando liberada, assim podemos determiná-la pelo gráfico da força elástica
- Consideremos o gráfico do módulo da força elástica

3. ENERGIA NO MHS

- Como não há atrito, dizemos que no MHS não há forças dissipativas e por isso dizemos que é um sistema conservativo



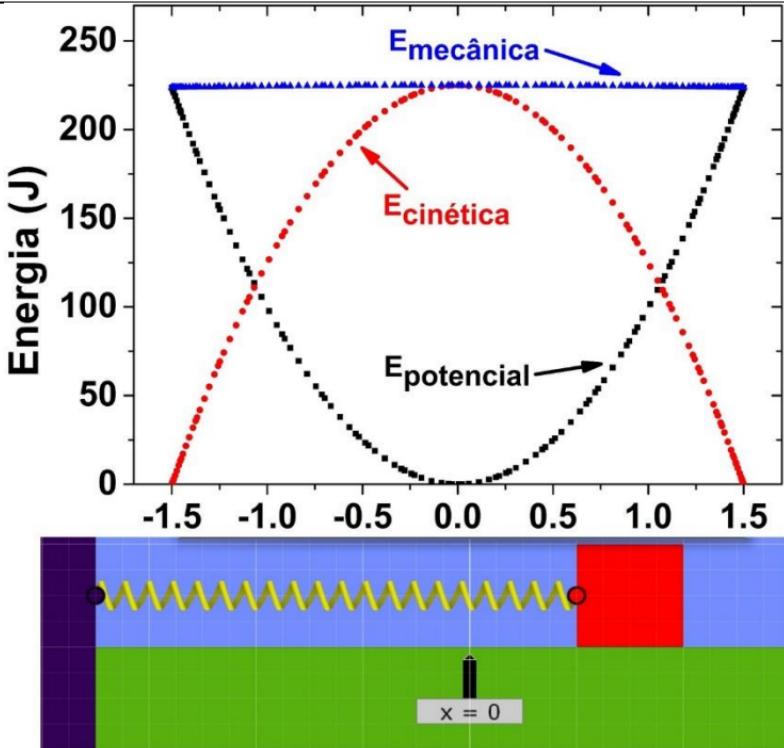
Fonte: <https://www.sofisica.com.br/conteudos/Mecanica/Dinamica/energia2.php>

$$\text{Área} = \frac{x \cdot F}{2} = \frac{x \cdot kx}{2} \Rightarrow$$

$$\tau = E_{pot} = \frac{k \cdot x^2}{2} \quad (11)$$

- Como o sistema é conservativo a energia mecânica total do sistema é constante

$$E_{mec} = \frac{k \cdot x^2}{2} + \frac{m \cdot v^2}{2} \quad (12)$$



Fonte: <https://labanimation.wordpress.com/sistema-massa-mola/>

- Observe que quando x é máximo, a velocidade é mínima

- A posição varia de $-A < x < A$, assim o máximo valor de x é A , e x vai de $-A$ a A
- Observe que quando a energia potencial é máxima toda a energia mecânica está na forma de energia potencial

$$E_{mec} = \frac{k \cdot A^2}{2} \quad (13)$$

- Quando a velocidade é máxima a energia mecânica está na forma de energia cinética

$$E_{mec} = \frac{m \cdot v_{máx}^2}{2} \quad (14)$$

- Igualando (13) com (14)

$$\frac{k \cdot A^2}{2} = \frac{m \cdot v_{máx}^2}{2} \Rightarrow$$

$v_{máx} = \sqrt{\frac{k}{m}} A$

(15)

4. PÊNDULO SIMPLES

- Demonstração da equação do pêndulo simples

A força restauradora em um pêndulo simples é

$$mg \operatorname{sen} \theta$$

A posição x é dada por

$$x \approx L\theta$$

Para pequenos

$$\operatorname{sen} \theta \approx \theta$$

Com isso

$$mg \operatorname{sen} \theta = ma \Rightarrow mg \frac{x}{L} \approx ma$$

Como a força é restauradora, fica mais bem escrita como

$$ma = -\frac{mg}{L} x$$

Comparando com a equação do MHS (sistema massa-mola)

$$ma = -kx$$

Vemos que $k = mg / L$ assim temos

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{mg/L}} \Rightarrow$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad (16)$$

Ou se preferir

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{L}} \quad e \quad \omega = \sqrt{\frac{g}{L}} \quad (17)$$

- Como exercício extra:

Você fez um túnel ligando o Elite ao Japão. Ao soltar uma maçã esta começou um movimento harmônico simples.

Em função da aceleração da gravidade no Elite g e do raio da Terra R determine o tempo que a maçã leva para atingir o Japão considerando desprezível a resistência do ar e que a densidade da Terra seja constante.

Na superfície da Terra

$$mg = \frac{GM'm}{x^2} = \frac{G}{x^2} \left(\rho \frac{4}{3} \pi x^3 \right) m = \frac{G}{d^2} \left(\frac{M}{\frac{4}{3} \pi R^3} \frac{4}{3} \pi x^3 \right) m \Rightarrow$$

$$mg = \frac{GM}{R^3} xm \Rightarrow mg = \frac{GMm}{R^3} \cdot x$$

Esta força é restauradora e por isso podemos comparar com a força elástica no MHS:

$$ma = -\frac{GMm}{R^3} \cdot x$$

$$ma = -kx$$

Vemos que $k = \frac{GMm}{R^3}$, com isso:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{R^3}{GM}} \quad (18)$$

Note que na superfície da Terra $mg = \frac{GMm}{R^2} \Rightarrow g = \frac{GM}{R^2}$ logo

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{1}{GM/R^2} \cdot R} = T = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g}}$$

O tempo de viagem do Elite ao Japão é

$$\Delta t = \frac{T}{2}$$

Substituindo os dados ($g = 10 \text{ m/s}^2$ e $R = 6400 \text{ km}$) temos

$$\Delta t = \pi \sqrt{\frac{R}{g}} = \pi \sqrt{\frac{6400 \cdot 10^3}{10}} = \pi \sqrt{64 \cdot 10^4} \Rightarrow \Delta t \approx 2.513 \text{ s} \Rightarrow \\ \Delta t \approx 41 \text{ min } 53 \text{ s}$$

5. EQUAÇÃO DO MHS

Lembremos que o problema fundamental no MHS é resolver a seguinte equação:

$$m \cdot a = -k \cdot x \quad (19)$$

Entendemos por resolver esta equação encontrar $x(t)$ e $a(t)$ que satisfaça esta equação. Note que $x(t)$ é a posição em função do tempo e $a(t)$ é a aceleração em função do tempo,

isto é, queremos encontrar duas funções que satisfaça o problema acima.

Esse tipo de problema é inédito para qualquer aluno do ensino médio e não vamos estudar em detalhes como chegar nessa solução.

Entretanto precisamos saber de duas coisas:

1. sabe-se que se encontrarmos alguma solução para tal problema, esta solução é única;
2. as equações que resolvem o problema são na verdade a projeção do **movimento** circular uniforme em uma reta (digamos no eixo x para um corpo que executa um movimento circular uniforme no sentido anti-horário em uma circunferência de raio R , centrada na origem do sistema cartesiano que usaremos como referência e velocidade angular ω).

Entendemos a projeção do movimento não somente a projeção da posição, mas também de todo vetor que caracteriza o **movimento** do corpo. São elas:

- Posição;
- Velocidade;

- Aceleração.

Comecemos calculando a posição x da projeção da posição do corpo, que representaremos por um ponto.

(A) EQUAÇÃO DA POSIÇÃO $x(t)$

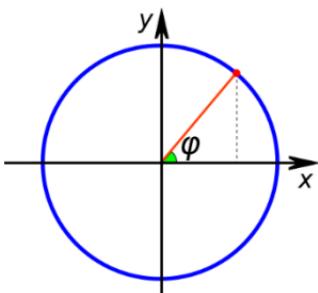


Figura 1: projeção horizontal da posição de um corpo em m.c.u.

Lembremos da matemática que a abscissa x é o cosseno do ângulo φ vezes o raio R da circunferência. Assim:

$$x = R \cdot \cos(\varphi) \quad (20)$$

Lembremos que no movimento circular a velocidade angular é dada por:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

Que desenvolvendo chega-se a:

$$\omega = \frac{\varphi - \varphi_0}{t - t_0} \Rightarrow$$

$$\varphi(t) = \omega \cdot t + \varphi_0 \quad (21)$$

Note que se costuma escrever a equação (21) na forma

$$\varphi(t) = \varphi_0 + \omega \cdot t$$

Ambas as formas são equivalentes e o que importa é lembrar que a velocidade angular sempre multiplicará o tempo.

Agora substituímos a equação (21) na equação (20):

$$x = R \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

Como dissemos esta equação descreve o movimento de um corpo em MHS, logo não faz sentido em falar de ângulo inicial φ_0 , velocidade angular ω ou mesmo raio R e por isso identificamos as grandezas equivalentes no sistema harmônico simples.

Chamaremos:

- φ de fase;
- φ_0 de fase inicial;
- ω de frequência angular;
- R será a amplitude de movimento e a única grandeza que trocaremos o seu símbolo: usaremos A para indicá-la.

Agora podemos escrever a equação do MHS para a posição:

$$x(t) = A \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0) \quad (22)$$

(B) EQUAÇÃO DA VELOCIDADE $v(t)$

Observe a figura a seguir onde está representada a velocidade instantânea do corpo em m.c.u. (movimento circular e uniforme):

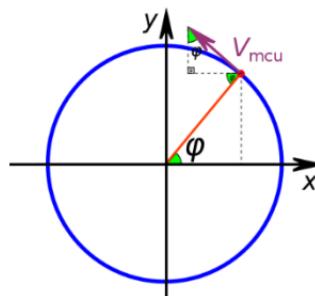


Figura 2: projeção horizontal da velocidade de um corpo em m.c.u

Note que pela propriedade dos ângulos alternos internos serem iguais, a velocidade instantânea ser perpendicular ao raio e a soma dos ângulos internos de um triângulo retângulo ser 180° podemos ver onde φ se encontra no triângulo superior.

Observe que a velocidade da projeção horizontal v é a velocidade do movimento circular vezes seno, pois:

$$\operatorname{sen}\varphi = \frac{v}{V_{\text{mcu}}} \Rightarrow v = V_{\text{mcu}} \cdot \operatorname{sen}\varphi \quad (23)$$

Lembremos que no movimento circular a velocidade é o produto da velocidade angular pelo raio

$$V_{\text{mcu}} = \frac{\Delta S}{\Delta t} \xrightarrow{\text{para uma volta}} V_{\text{mcu}} = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2\pi}{T} \cdot R \Rightarrow \\ V_{\text{mcu}} = \omega \cdot R \quad (24)$$

Substituímos a equação (21) e (24) em (23) e usamos as substituições do m.c.u. para o MHS descritas no subitem (A):

$$v = \omega \cdot R \cdot \operatorname{sen}(\omega \cdot t + \varphi_0) \Rightarrow$$

$$v = A\omega \cdot \operatorname{sen}(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

Mas está ainda não é a solução final uma vez que o sinal da velocidade deve ser dado pela equação que procuramos, pois assim a solução fica completa.

Vamos começar analisando o sinal da função seno no círculo trigonométrico. Isso é feito na figura a seguir:

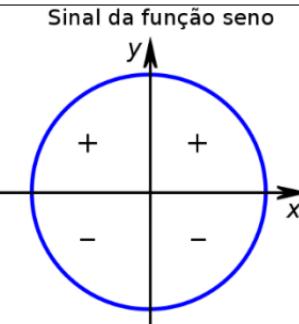
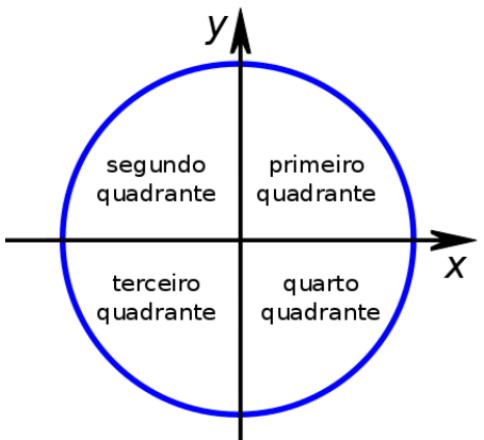
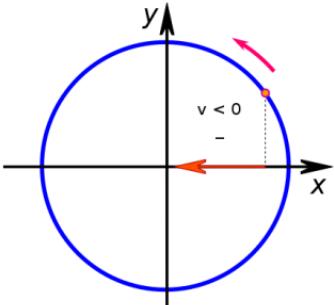
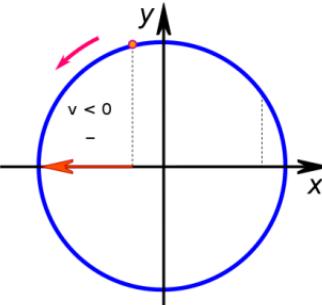
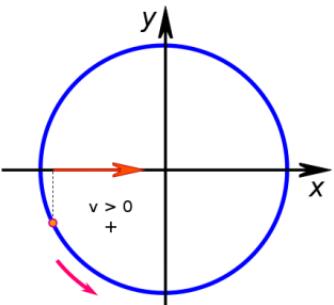
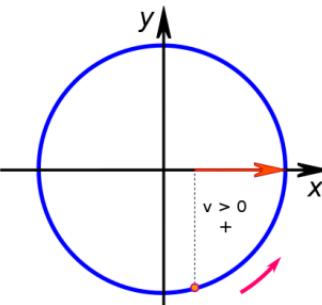


Figura 3: sinais da função seno em cada quadrante

Compare com o sinal da velocidade em cada quadrante do círculo. Antes lembremos os nomes dos quadrantes:

Nome dos quadrantes**Figura 4:** nome dos quadrantes em um círculo trigonométrico

Agora observe o sentido da projeção da velocidade em cada quadrante. Lembrando que estamos falando da velocidade no MHS, que é a projeção do vetor velocidade no m.c.u. no sentido anti-horário:

Primeiro Segundo**Segundo Quadrante****Terceiro Quadrante****Quarto Quadrante****Figura 5:** análise dos sinais da projeção horizontal da velocidade de um corpo em movimento circular e uniforme (m.c.u.). Note que esta é a direção correspondente à velocidade de um corpo em MHS

Observe que os sinais entre a função seno e a velocidade que encontramos é exatamente oposta, conforme apresentado na tabela a seguir:

Tabela 1: Comparação entre os sinais da função seno e os sinais da velocidade que encontramos

Quadrante	Sinal da função seno	Sinal da velocidade (encontrada)
Primeiro	+	-
Segundo	+	-
Terceiro	-	+
Quarto	-	+

Assim fica fácil ver que devemos multiplicar por -1 a função que encontramos (equivale a adicionar um de menos na equação obtida), portanto:

$$v(t) = -A\omega \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0) \quad (25)$$

(C) EQUAÇÃO DA ACELERAÇÃO $a(t)$

Por fim faremos o mesmo para a aceleração.

Antes disso lembremos que se um corpo possui movimento circular uniforme, isto é, se a velocidade vetorial do corpo possuir velocidade vetorial de **módulo** constante, ele possui aceleração, pois o vetor velocidade muda com o tempo (altera a sua direção).

Esta aceleração é a centrípeta cuja fórmula é:

$$a_{cp} = \frac{V_{mcu}^2}{R}$$

Usando a equação (24) obtemos:

$$a_{cp} = \frac{(\omega \cdot R)^2}{R} = \frac{\omega^2 \cdot R^2}{R} \Rightarrow$$

$$a_{cp} = \frac{V_{mcu}^2}{R} \quad (26)$$

Agora vamos calcular a componente horizontal desta aceleração como fizemos com a posição e com a velocidade:

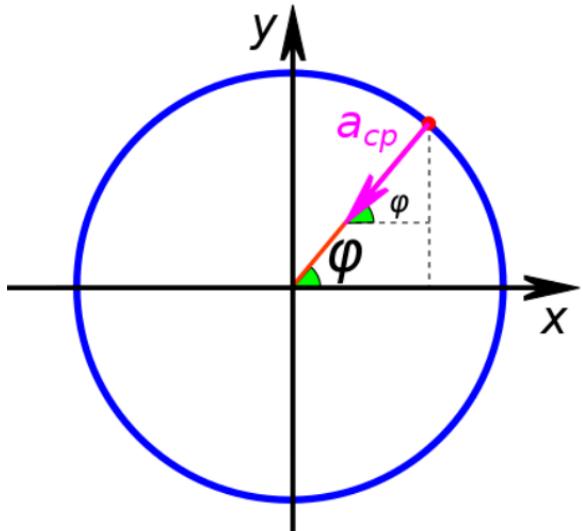


Figura 6: projeção horizontal da aceleração de um corpo em mcu

A componente horizontal desta velocidade é:

$$\cos \varphi = \frac{a}{a_{cp}} \Rightarrow a = a_{cp} \cos \varphi$$

Substituindo as equações (26) e (21) obtemos:

$$a = \omega^2 R \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

Fazendo a troca de R por A obtemos:

$$a = A \omega^2 \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

Fazendo as mesmas análises de sinais entre o seno e a aceleração que obtemos, vemos que novamente possuem sinais opostos:

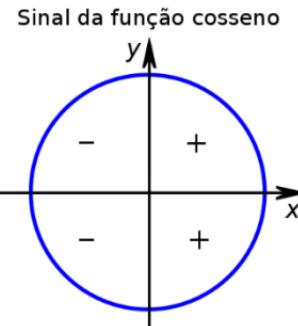
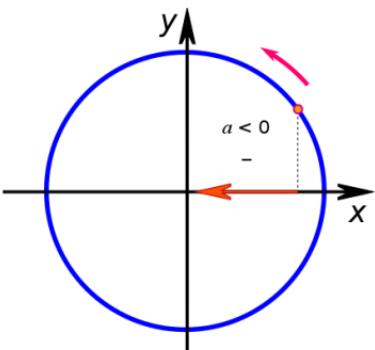
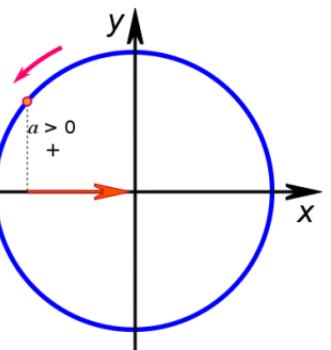


Figura 7: sinais da função cosseno em cada quadrante

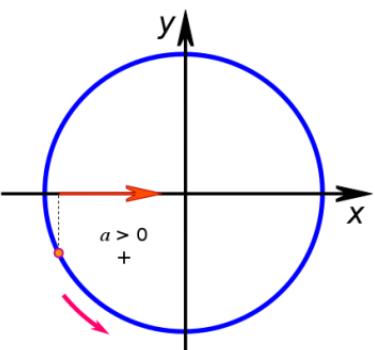
Primeiro Segundo



Segundo Quadrante



Terceiro Quadrante



Quarto Quadrante

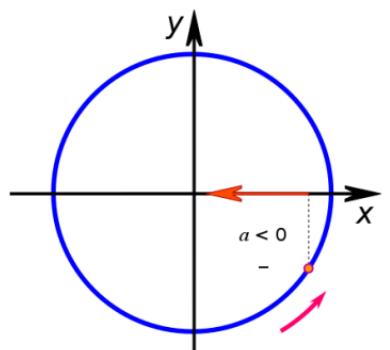


Figura 8: análise dos sinais da projeção horizontal da aceleração centrípeta de um corpo em movimento circular e uniforme (mcu). Note que esta é a direção correspondente à aceleração de um corpo em MHS

Tabela 2: Comparação entre os sinais da função cosseno e os sinais da aceleração que encontramos

Quadrante	Sinal da função cosseno	Sinal da aceleração (encontrada)
Primeiro	+	-
Segundo	-	+
Terceiro	-	+
Quarto	+	-

Assim fica fácil ver que devemos multiplicar por -1 a função que encontramos (equivale a adicionar um de menos na equação obtida), logo:

$$a(t) = -A\omega^2 \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0) \quad (26)$$

(D) VERIFICANDO AS SOLUÇÕES ENCONTRADAS

Vamos organizar as ideias:

- Primeiro queríamos encontrar as funções que satisfaçam a identidade:

$$m \cdot a = -k \cdot x$$

- Utilizando-se da ideia de que a componente horizontal do mco satisfaz isso (historicamente isto foi “chutado” e posteriormente calculado), encontramos:

$$x(t) = A \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

$$v(t) = -A\omega \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

$$a = -A\omega^2 \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

- Vamos verificar se realmente isso é satisfeito:

Substituímos $x(t)$ e $a(t)$ na equação

$$m \cdot a = -k \cdot x \Rightarrow$$

$$m \cdot \left(\cancel{A} \omega^2 \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0) \right) = -k \cdot \cancel{A} \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0) \Rightarrow$$

$$-m \cdot \omega^2 = -k \Rightarrow$$

$$\omega^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow$$

$$\boxed{\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}} \quad (27)$$

Certo, as funções encontradas satisfazem $m \cdot a = -k \cdot x$ desde que a frequência angular seja escrita como na equação (27). Se notarmos que o período (tempo de uma volta) de um movimento circular uniforme, cuja projeção horizontal é igual ao MHS, deve ser o mesmo período do MHS (tempo de uma oscilação) podemos dizer que

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow$$

$$\boxed{T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}} \quad (28)$$

E como a frequência é o inverso do período, temos

$$f = \frac{1}{T} \Rightarrow$$

$$\boxed{\omega = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}} \quad (29)$$

Como ω é a frequência f vezes 2π , isto é, um ângulo, podemos justificar porque ω é chamado de **frequência angular**.

- Por fim, podemos garantir que se estas equações resolvem $m \cdot a = -k \cdot x$, então estas são as **únicas** equações que satisfazem o problema (há um teorema que garante isso)

Portanto podemos resumir todas as equações que descrevem o movimento harmônico simples em (30).

Note que estas equações descrevem o movimento, portanto não estão relacionadas as energias no MHS:

$$m \cdot a = -k \cdot x \Rightarrow \begin{cases} x(t) = A \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0) \\ v(t) = -A\omega \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0) \\ a(t) = -A\omega^2 \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0) \\ \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \begin{cases} T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \\ \omega = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \end{cases} \end{cases}$$

(E) ENERGIA NO MHS

Vamos escrever as equações das energias para o MHS começando pela energia potencial:

$$E_{\text{pot}} = \frac{k \cdot x^2}{2} \Rightarrow$$

$$E_{\text{pot}} = \frac{k \cdot (A \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0))^2}{2}$$

Lembremos que

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow k = \omega^2 m$$

Assim:

$$E_{\text{pot}} = \frac{mA^2 \omega^2}{2} \cdot \cos^2(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

Cujo gráfico fica assim:

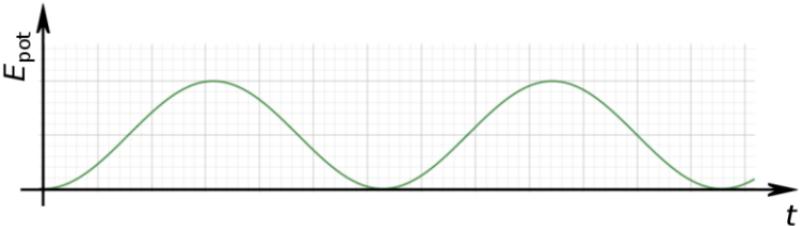


Figura 9: Energia potencial em função do tempo para um corpo em MHS

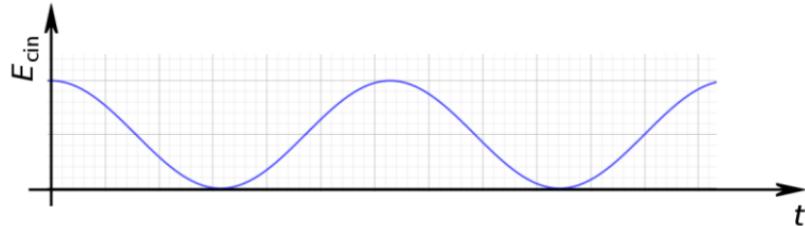


Figura 10: Energia cinética em função do tempo para um corpo em MHS

Agora para a energia cinética:

$$E_{\text{cin}} = \frac{m \cdot v^2}{2} \Rightarrow$$

$$E_{\text{cin}} = \frac{m \cdot (-A\omega \cdot \sin(\omega \cdot t + \phi_0))^2}{2} \Rightarrow$$

$$\boxed{E_{\text{cin}} = \frac{mA^2\omega^2}{2} \cdot \sin^2(\omega \cdot t + \phi_0)}$$

Cujo gráfico fica:

Para facilitar, vamos representar as duas energias em um mesmo gráfico:

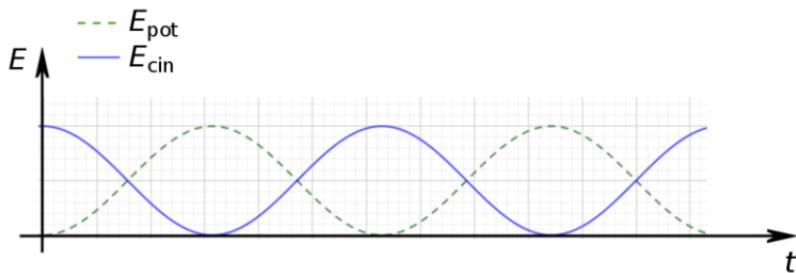


Figura 11: Gráfico comparativo entre as energias potencial e cinética em função do tempo para um corpo em MHS

Qual seria a energia total? Bom, podemos calcular somando as duas equações que obtemos:

$$E_{\text{Total}} = E_{\text{pot}} + E_{\text{cin}} \Rightarrow$$

$$E_{\text{Total}} = \frac{mA^2\omega^2}{2} \cdot \cos^2(\omega \cdot t + \varphi_0) + \frac{mA^2\omega^2}{2} \cdot \sin^2(\omega \cdot t + \varphi_0) \Rightarrow$$

$$E_{\text{Total}} = \frac{mA^2\omega^2}{2} \cdot (\cos^2(\omega \cdot t + \varphi_0) + \sin^2(\omega \cdot t + \varphi_0))$$

Lembremos a relação fundamental da trigonometria:

$$\sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi = 1$$

Então:

$$E_{\text{Total}} = \frac{mA^2\omega^2}{2}$$

Observe que a energia mecânica total é constante, ou seja, não depende do tempo t .

Vamos ver como ficaria o gráfico das três energias então.

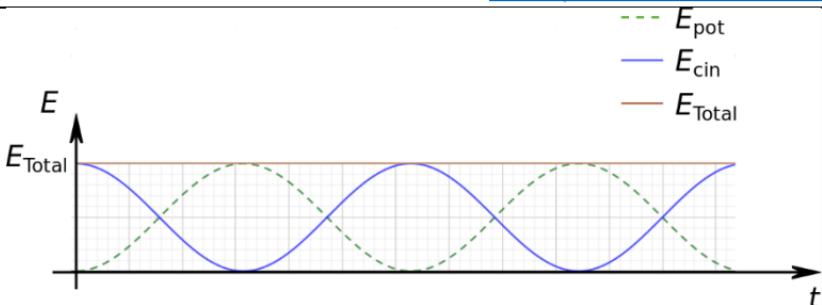


Figura 12: Gráfico comparativo entre as energias potencial, cinética e energia mecânica total em função do tempo para um corpo em MHS

Neste caso, note que a amplitude é a metade da energia de oscilação.

(F) OUTRAS RELAÇÕES NO MHS

Observe que $x(t)$ depende do cosseno enquanto $v(t)$ depende do seno. Vamos isolar as funções trigonométricas destas funções e utilizar a relação fundamental da trigonometria para ver aonde chegamos:

$$\begin{cases} x(t) = A \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0) \\ v(t) = -A\omega \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0) \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \cos(\omega \cdot t + \varphi_0) = \frac{x}{A} \\ \sin(\omega \cdot t + \varphi_0) = \frac{v}{A\omega} \end{cases}$$

Da relação fundamental da trigonometria

$$\sin^2(\omega \cdot t + \varphi_0) + \cos^2(\omega \cdot t + \varphi_0) = 1$$

Temos

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{v^2}{A^2\omega^2} = 1$$

Provavelmente você não se lembra, mas a equação de uma elipse é

$$\frac{(x - x_c)^2}{a^2} + \frac{(y - y_c)^2}{b^2} = 1$$

Sendo a o semieixo horizontal, b o semieixo vertical, x_c o "x" do centro da elipse e y_c o "y" do centro da elipse.

Como exemplo, tomemos $a=2$, $b=1$, $x_c=y_c=2$, disso a equação dessa nossa elipse fica

$$\frac{(x-2)^2}{4} + \frac{(y-2)^2}{1} = 1$$

Cujo gráfico será:

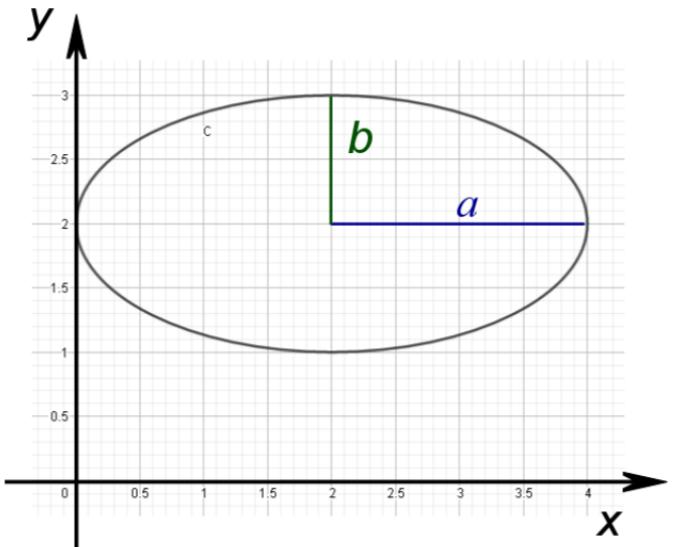


Figura 13: Exemplo de uma elipse

Voltando à equação do MHS, vemos que

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{v^2}{A^2\omega^2} = 1$$

representa uma elipse onde a velocidade substitui o eixo y , $x_c = y_c = 0$ (elipse centrada na origem), $a = A$ (semieixo ao longo do eixo x que corresponde ao valor máximo da posição) e $b = A\omega$ (semieixo vertical cujo valor corresponde ao máximo valor da velocidade). Assim podemos representar esta relação graficamente:

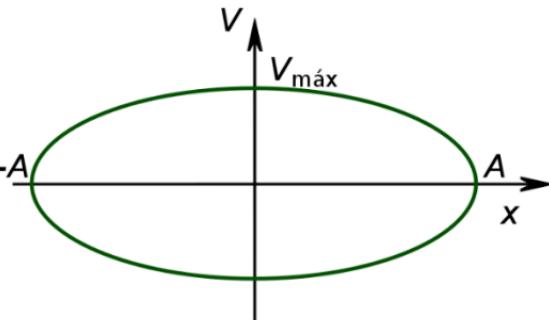


Figura 14: Elipse representando a relação entre velocidade e posição

Por fim, podemos fazer o mesmo com a aceleração e a velocidade:

$$\begin{cases} v(t) = -A\omega \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0) \\ a(t) = -A\omega^2 \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0) \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \sin(\omega \cdot t + \varphi_0) = -\frac{v}{A\omega} \\ \cos(\omega \cdot t + \varphi_0) = -\frac{a}{A\omega^2} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \sin^2(\omega \cdot t + \varphi_0) = \frac{v^2}{(A\omega)^2} \\ \cos^2(\omega \cdot t + \varphi_0) = \frac{a^2}{(A\omega^2)^2} \end{cases} +$$

$$\frac{v^2}{(A\omega)^2} + \frac{a^2}{(A\omega^2)^2} = 1$$

Observe que $A\omega$ é a velocidade máxima e $A\omega^2$ é a aceleração máxima, logo nosso diagrama (note que uma elipse não é função) fica assim:

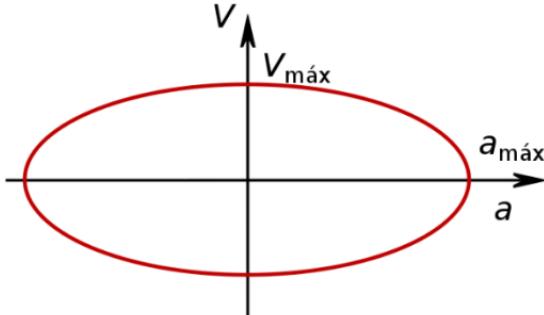


Figura 15: Elipse representando a relação entre velocidade e aceleração

BÔNUS

Vamos fazer mais algumas manipulações. Vejamos:

$$\begin{cases} x(t) = A \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0) \\ v(t) = -A\omega \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0) \\ a(t) = -A\omega^2 \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0) \end{cases}$$

Isolemos as funções trigonométricas novamente

$$\begin{cases} \cos(\omega \cdot t + \varphi_0) = \frac{x}{A} \\ \sin(\omega \cdot t + \varphi_0) = -\frac{v}{A\omega} \\ \cos(\omega \cdot t + \varphi_0) = -\frac{a}{A\omega^2} \end{cases}$$

Multipliquemos a primeira equação pela última e elevemos a segunda ao quadrado:

$$\begin{cases} \cos^2(\omega \cdot t + \varphi_0) = -\frac{x}{A} \cdot \frac{a}{A\omega^2} \\ \sin^2(\omega \cdot t + \varphi_0) = \frac{v^2}{(A\omega)^2} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \cos^2(\omega \cdot t + \varphi_0) = -\frac{ax}{(A\omega)^2} \\ \sin^2(\omega \cdot t + \varphi_0) = \frac{v^2}{(A\omega)^2} \end{cases}$$

Somando as duas equações temos:

$$\frac{v^2}{(A\omega)^2} - \frac{ax}{(A\omega)^2} = 1 \Rightarrow$$

$$\frac{v^2 - ax}{(A\omega)^2} = 1 \Rightarrow$$

$$v^2 = (A\omega)^2 + ax$$

Como a velocidade máxima é

$$V_{máx} = A\omega$$

Podemos reescrever esta equação de forma que fique parecida com a equação de Torricelli:

$$v^2 = V_{máx}^2 + ax$$

Por esta razão esta equação é por vezes chamada de equação de Torricelli no MHS.

No SisQ, toda a lista de nome “Movimento Harmônico Simples” pode ser resolvida.

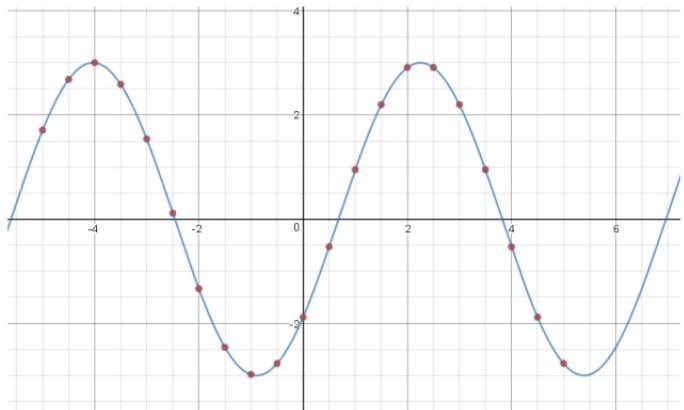
6. CLASSIFICAÇÃO DAS ONDAS

Comecemos com um exemplo:

- Imagine uma corda e que cada ponto desta corda esteja com um movimento harmônico simples
- Imagine agora que cada ponto começou esta oscilação em um instante de tempo ligeiramente diferente um do outro

Veja esta simulação em

<https://www.desmos.com/calculator/8pn1az5gfg>



(A) As ondas podem ser classificadas, quanto à sua natureza, em:

- **Ondas mecânicas**
 - Ondas governadas pelas leis de newton
 - Precisa de matéria para existirem
 - Exemplos
 - Ondas do mar
 - Ondas sonoras
 - Ondas em uma corda
 - Ondas sísmicas
 - Ondas em uma mola
 - Etc.

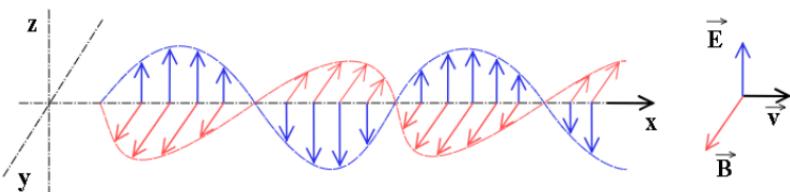


Fonte: <http://brunofrancesco.com.br/wp-content/uploads/2011/07/guitar-tilt-315x169.jpg>

- **Ondas eletromagnéticas**

- Ondas governadas pelo eletromagnetismo
- Possuem velocidade constante quando no vácuo
 - $c = 299\ 792\ 458 \text{ m/s}$
- Campos elétricos e magnéticos oscilam simultaneamente no espaço
- Não precisam de matéria para existir e se propagar
- Exemplos:

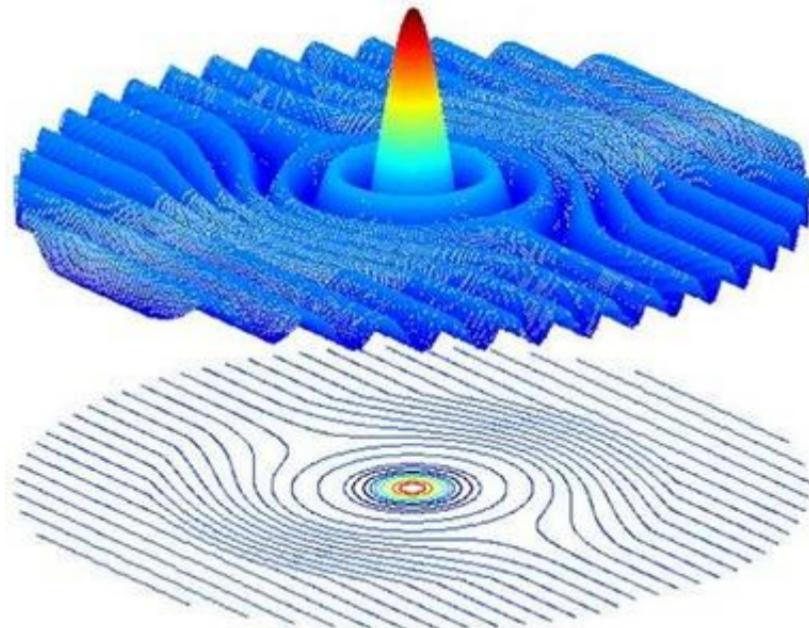
- Luz
- Raio X
- Raio gama (γ)
- Micro-ondas
- Ondas de rádio (AM e FM)
- Ondas de telecomunicações (rádio amador, *walkie talkies*, celular, *wi-fi*, televisão, internet etc.)
- Radar
- Infravermelho
- Ultravioleta
- Etc.



Fonte: https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/3/35/Onde_electromagnetique.svg

- **Ondas de Matéria**

- Governada pelas leis da mecânica quântica (física moderna)
- Partículas elementares se comportam como ondas. Por se tratar de matéria, recebem este nome
- Exemplos
 - Elétrons
 - Prótons
 - Nêutrons
 - Quarks (up, down, strange, charm, bottom e top)
 - Átomos e moléculas
 - Muitas outras partículas estudadas pela física de partículas

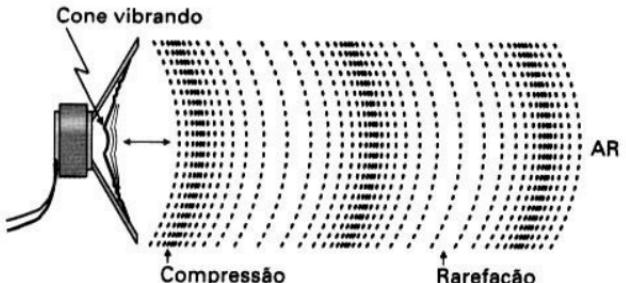


Fonte: http://lh3.ggpht.com/-zFmz7XQUXoY/T9lapEMEnml/AAAAAAAAGB4/ZK0WixCQPH4/o%252520chap%2525C3%2525A9u%252520de%252520Schrodinger_thumb%25255B2%25255D.jpg?imgmax=800

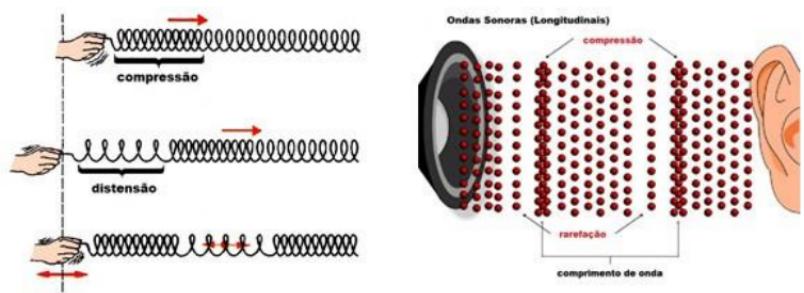
(B) Podemos classificar as ondas com relação à direção de propagação

- **Ondas longitudinais**

- Direção de vibração (oscilação) é a mesma que a direção de propagação (velocidade)
 - Ondas sonoras no ar, uma mola quando comprimida, etc.



Fonte: <http://www.infoescola.com/wp-content/uploads/2010/01/onda-longitudinal-1.jpg>



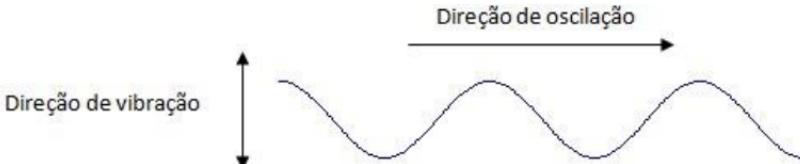
Fonte: http://4.bp.blogspot.com/-6vAmv79j8B4/Ttth5jdgg-I/AAAAAAAACz/G5ddUoarA5U/s1600/Terremotos_Explos%25C3%25B5es_01.jpg

Veja esta simulação em

<https://www.desmos.com/calculator/8pn1az5fg>

- **Ondas transversais**

- Direção de vibração (oscilação) é perpendicular (transversal) à de propagação (velocidade)
 - Ondas eletromagnéticas (todas), ondas em uma corda, etc.



Fonte: <http://www.infoescola.com/wp-content/uploads/2010/01/onda-transversal.jpg>

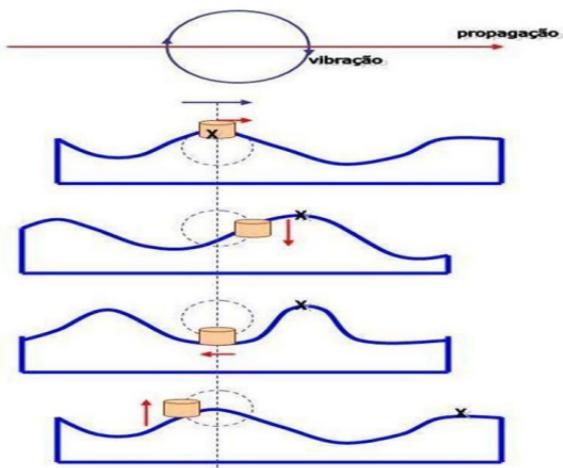
Veja novamente esta simulação em

<https://www.desmos.com/calculator/zss3gtpyw>

- Ondas mistas

- Possui vibração (oscilação) tanto na direção de propagação como na direção perpendicular à esta
- Ou seja, é longitudinal e transversal ao mesmo tempo
 - Ondas sísmicas, ondas na superfície da água, etc.

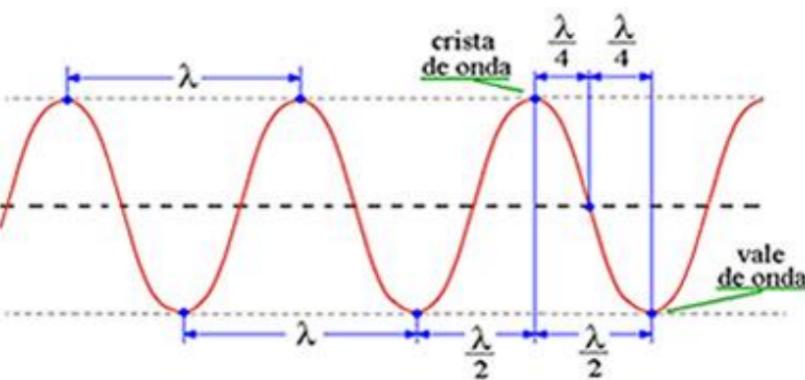
Ondas Mistas



Fonte: <http://slideplayer.com.br/8996476/26/images/9/Ondas+Mistas.jpg>

7. ELEMENTOS DAS ONDAS

- Comprimento de onda
- Crista
- Vale



Fonte: <https://mundoeducacao.bol.uol.com.br/upload/conteudo/images/crista-e-vale-de-uma-onda.jpg>

- Período (T)
 - Tempo em que um elemento retorna à posição original

- Portanto é o tempo que a onda gasta para recuperar sua posição original
- Volte a ver a simulação a seguir para ficar mais claro

<https://www.desmos.com/calculator/8pn1az5gfg>

- Portanto a velocidade de propagação da onda é

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{\lambda}{T}$$

- Frequência (f)

- Inverso do período

$$f = \frac{1}{T} \Leftrightarrow T = \frac{1}{f}$$

- Portanto podemos reescrever a velocidade de propagação de uma onda

EQUAÇÃO FUNDAMENTAL DA ONDULATÓRIA

$$v = \lambda \cdot f$$

8. FUNÇÃO DE ONDA

Lembremos um pouco sobre translação de uma função em um gráfico. Seja a função $f(x) = x^2$

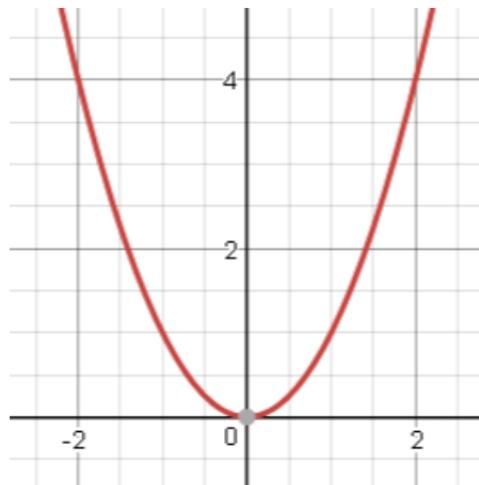


Figura 1: Gráfico da função $f(x) = x^2$

Se quisermos deslocar este gráfico para a direita temos que subtrair um valor. Vamos subtrair 2 unidades da variável x para ver o que ocorre:

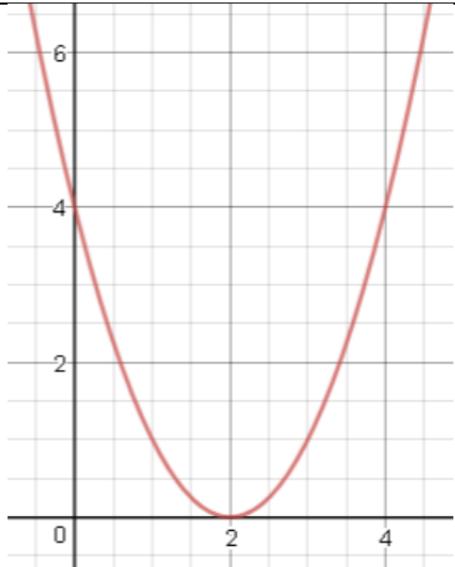


Figura 2: Gráfico da função $f(x) = (x - 2)^2$

Note que temos que subtrair da variável!!!

Vamos aplicar esta ideia numa onda.

Primeiramente imaginemos uma fotografia de uma onda em uma corda como na figura a seguir:

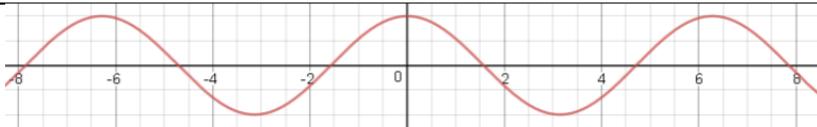


Figura 3: Ilustração gráfica que representa uma fotografia (instantâneo) de uma onda em uma corda

É de supor que uma onda pode ser adequadamente descrita por uma função trigonométrica. De fato, foi usada a função

$$y(x) = \cos x$$

Vamos transladar esta onda para direita de duas unidades, ou seja, vamos ver como fica a função

$$y_2(x) = \cos(x - 2)$$

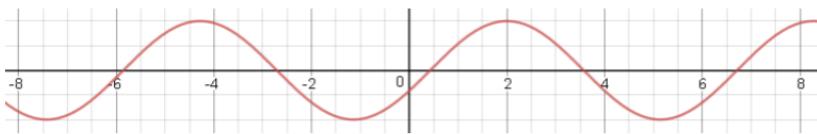


Figura 4: Ilustração gráfica que representa uma fotografia (instantâneo) de uma onda em uma corda quando transladada de duas unidades para a direita, em relação à figura anterior

Se quisermos representar esta onda de fato, podemos simplesmente dizer que em um instante t a onda transladou para a direita de uma distância vt para a direta (onda progressiva).

Assim, temos que uma onda poderia ser descrita pela função:

$$y(x,t) = \cos(a_1 - a_2 + a_3)$$

depende de x depende de t

Não se assuste aqui, pois vamos discutir cada termo.

Notemos o seguinte:

- Quando decorrido um tempo igual ao período, a onda deverá andar exatamente λ , ou seja, quando $t=T$ (período) a onda volta a ser o que era. Por uma regra de três:

$$\frac{T}{t} = \frac{2\pi}{a_2} \Rightarrow a_2 = \frac{2\pi}{T} t$$

- Quando “andarmos” λ voltamos a ver a onda com o mesmo formato, assim podemos dizer que:

$$\frac{\lambda}{x} = \frac{2\pi}{a_1} \Rightarrow a_1 = \frac{2\pi}{T} x$$

Assim chegamos já no seguinte:

$$y(x,t) = \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x - \frac{2\pi}{T}t + a_3\right)$$

Lembremos que a frequência angular é

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

Assim podemos melhorar nossa função de onda:

$$y(x,t) = \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x - \omega t + a_3\right)$$

Temos uma nova grandeza que é, na verdade, um vetor e é chamado de número de onda k :

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Melhorando então essa nossa função:

$$y(x,t) = \cos(k \cdot x - \omega t + a_3)$$

Por fim, quem seria a_3 ?

É apenas “uma fase”, ou seja, é um valor que usamos para adaptar nossa função à onda que chamamos simplesmente de φ_0 :

$$y(x,t) = \cos(k \cdot x - \omega t + \varphi_0)$$

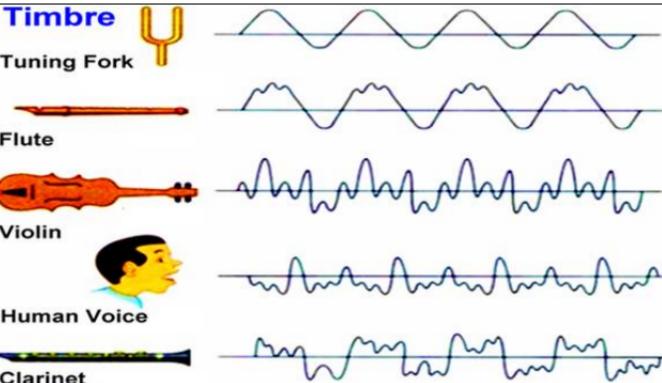
Falta incluir a amplitude, obtendo, portanto,

$$y(x,t) = A \cos(k \cdot x - \omega t + \varphi_0)$$

9. ONDAS MECÂNICAS

(A) O SOM

- O Som é uma onda longitudinal e percebido pelos seres humanos por fazer vibrar em nosso ouvido uma membrana chamada **tímpano**
- Sons mais agudos possuem frequências maiores e mais graves menores frequências. Dizemos que sons mais agudos possuem maiores **alturas**
- Diferimos dois sons produzidos por instrumentos diferentes através do seu **timbre**



Fonte: <https://qph.fs.quoracdn.net/main-qimg-ebb09e35af145475d220f10e368276f0>

(B) VELOCIDADE DE ONDAS MECÂNICAS

- Seja uma onda propagando-se em uma corda esticada sob uma tração T , massa m e comprimento L . Definimos como densidade linear μ :

$$\mu = \frac{m}{L}$$

A velocidade de uma onda mecânica transversal nesta corda será dada por:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

Animação em:

<https://www.desmos.com/calculator/e4qf7h1egh>

- Seja uma cuba com água. A profundidade da lâmina d'água é constante e igual à h num local onde a gravidade é g . A velocidade de uma onda que se propaga nessa superfície é

$$v = \sqrt{gh}$$

Animação em:

<https://www.desmos.com/calculator/moqiez2eri>

É importante notar que isso só ocorre para pequenas profundidades ($h < \lambda / 2$). Para meios profundos a velocidade dependerá da frequência, mas essa dependência é complicada.

- Em gases, a velocidade da onda é

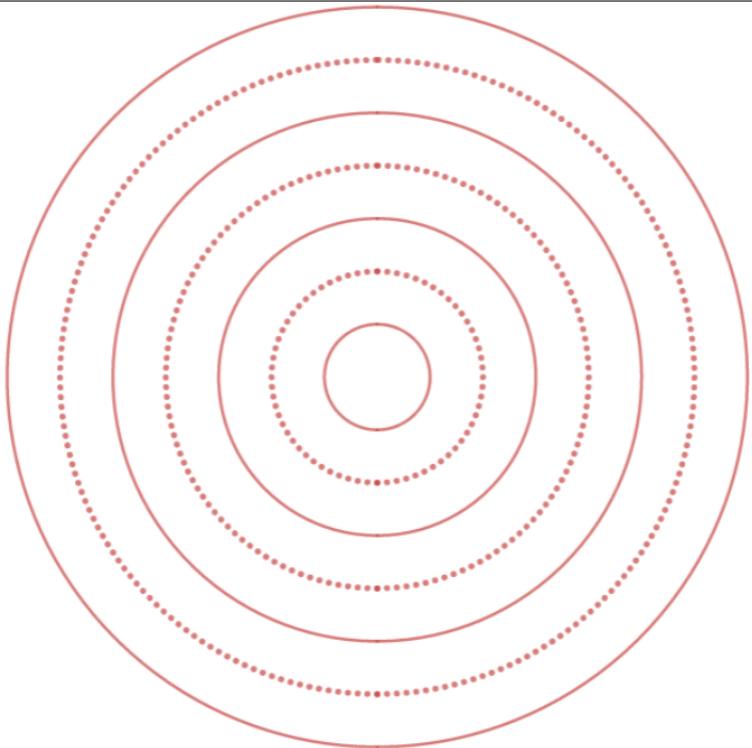
$$v = \sqrt{\frac{\gamma p}{d}}$$

Sendo d a densidade do meio, p a pressão e γ o coeficiente de Poisson que varia de gás para gás

(C) ONDAS UNI, BI E TRIDIMENSIONAIS

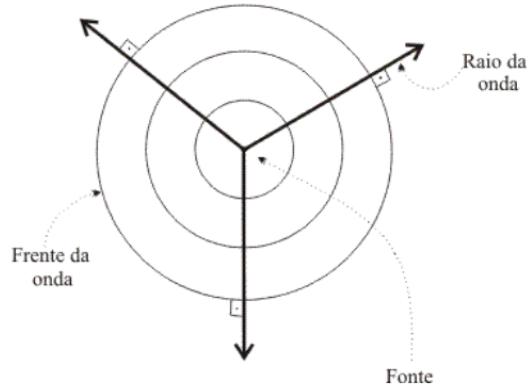
- Uma onda em uma corda é unidimensional pois só se propaga em uma direção
- Ondas na superfície da água é bidimensional pois podem se propagar por duas direções
- Ondas esféricas, como a luz emitida pelo Sol, é tridimensional pois pode se propagar em três direções distintas

Chamamos de frente de onda uma linha que passa por todos os pontos consecutivos onde há uma crista. Vejamos como exemplo a frente de onda de uma onda na superfície da água:



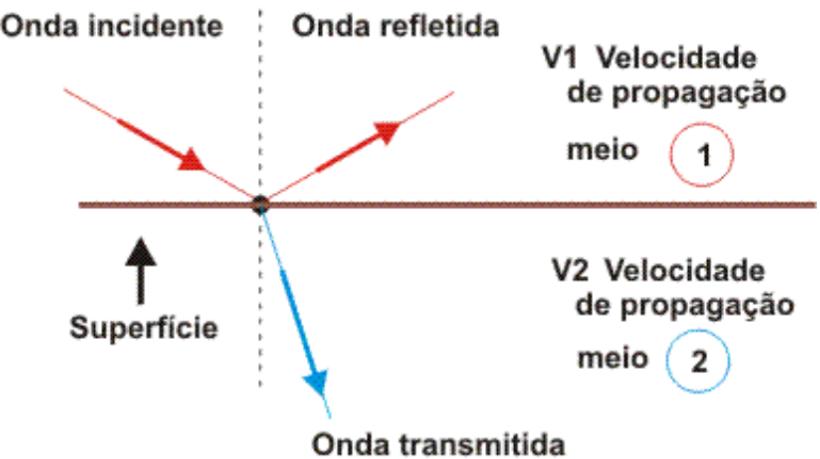
As linhas pontilhadas representam os vales de uma onda e as linhas cheias as frentes de ondas, ou seja, as cristas da onda.

- Chamamos de raio de onda a direção de propagação das frentes de ondas, tal como usamos em elétrica para representar o campo elétrico



Fonte : <https://www.sofisica.com.br/conteudos/Ondulatoria/Ondas/figuras/clas5.gif>

10. REFLEXÃO E TRANSMISSÃO DE ONDAS

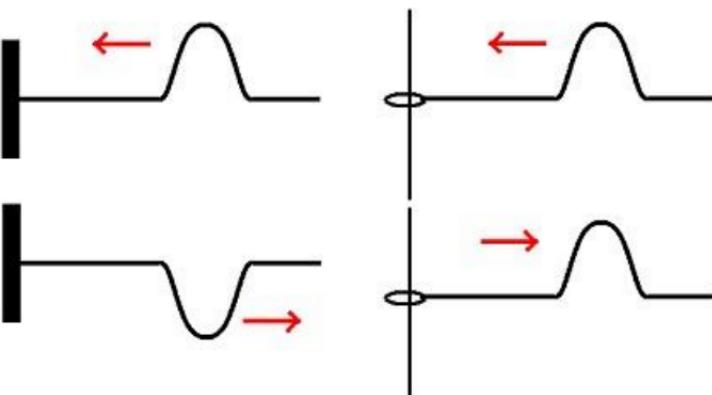


- Os fenômenos de transmissão e reflexão normalmente ocorrem juntos
- Quando a onda é transmitida dizemos que ela sofreu refração

REFLEXÃO E REFRAÇÃO EM FIOS

- Temos que diferenciar as extremidades de um fio como presa ou livre

- Reflexão em extremidade livre não inverte a fase (inversão da onda verticalmente)
- Reflexão em extremidade livre é acompanhada de inversão de fase.



Veja animações:

- 1) Extremidade fixa

<https://www.desmos.com/calculator/gcj8taqbiw>

2) Extremidade livre

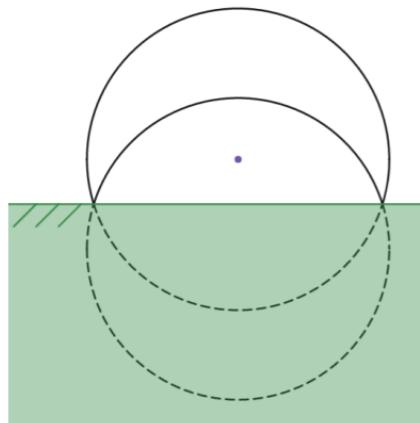
<https://www.desmos.com/calculator/7tmafi2ley>

- Quando a onda muda de meio ela sofre refração, pois refração é a mudança de meio com mudança de velocidade
- A reflexão também pode ocorrer



REFLEXÃO E REFRAÇÃO DE ONDAS BIDIMENSIONAIS E TRIDIMENSIONAIS

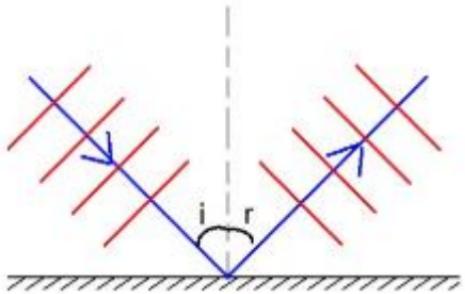
- Reflexão de onda devido a fonte pontual



Veja animação em

<https://www.desmos.com/calculator/5ikw071fon>

- Reflexão devido à uma frente de onda reta (no caso bidimensional) ou plana (no caso tridimensional)



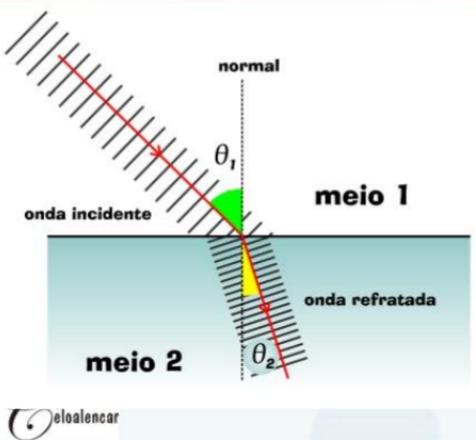
- Refração de uma onda reta/plana

Veja animação:

<https://www.desmos.com/calculator/8waauky7y8>

Ondas Bidimensionais

Refração de ondas bidimensionais



Lei de Snell - Descartes

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

Animação

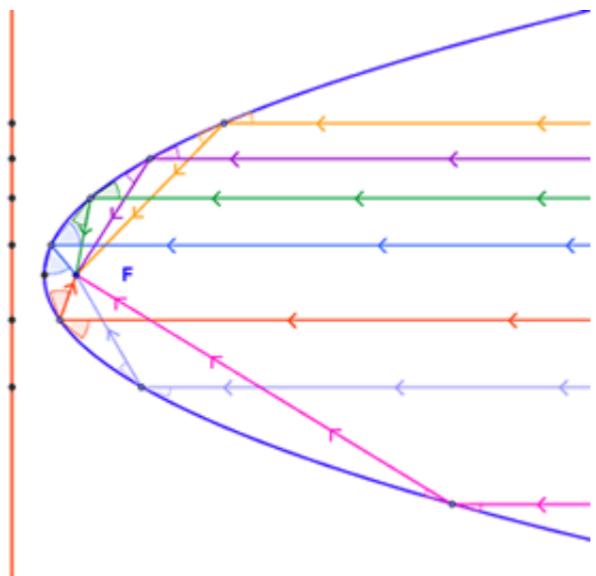


Animação do fenômeno da refração no caso de ondas planas:

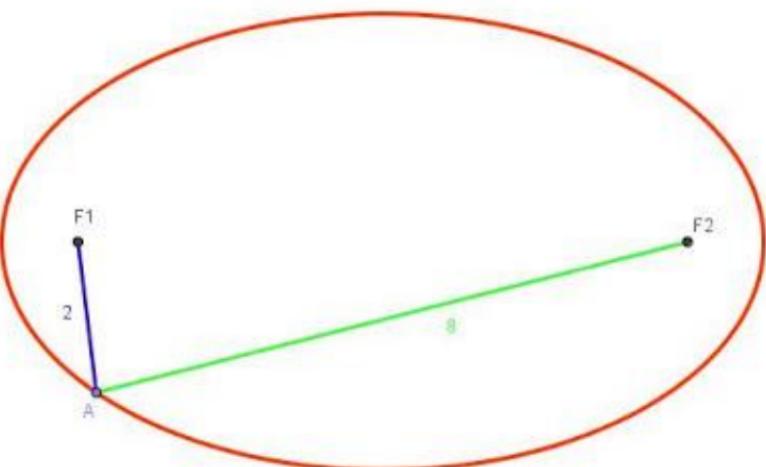
<https://www.desmos.com/calculator/tkuimo5fsm>

ALGUMAS PROPRIEDADES CURIOSAS DE SUPERFÍCIES PARABÓLICAS E ELIPSÓIDES

- Reflexão em uma superfície parabólica: raios que chegam paralelos entre si concentram-se no foco



- Se em um dos focos de uma elipse estiver uma fonte pontual então eles se concentrarão no segundo foco

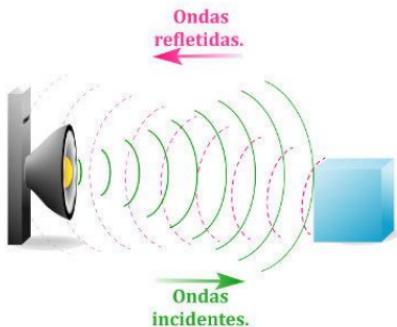


- Eco
 - Ondas são úteis para determinar distância entre objetos e a fonte
 - Emite-se uma onda e mede-se o tempo de ida e volta da onda

- Com a diferença de tempo determina-se a distância requerida
- Esse é o princípio de funcionamento do sonar, por exemplo

$$V = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{2x}{\Delta t} \Rightarrow$$

$$x = \frac{V \cdot \Delta t}{2}$$



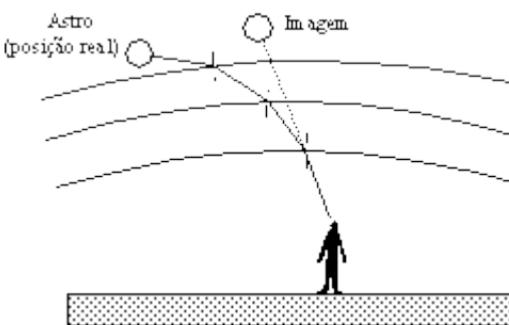
• Reverberação

- Quando ouvimos dois sons, um emitido e o outro refletivo, e podemos reconhecer os dois, chamamos de eco

- Quando não reconhecemos os dois sons, chamamos de reverberação
- Para distinguir dois sons o intervalo de tempo percebido entre os dois sons deve ser superior a 0,1 s. Sabendo que o som possui velocidade de 340 m/s, determine esta distância

$$x = \frac{V \cdot \Delta t}{2} = \frac{340 \cdot 0,1}{2} = 17 \text{ m}$$

• Refrações sucessivas



- Como explicar as ondas no mar ao quebrarem na praia sempre incidirem perpendicularmente à orla?

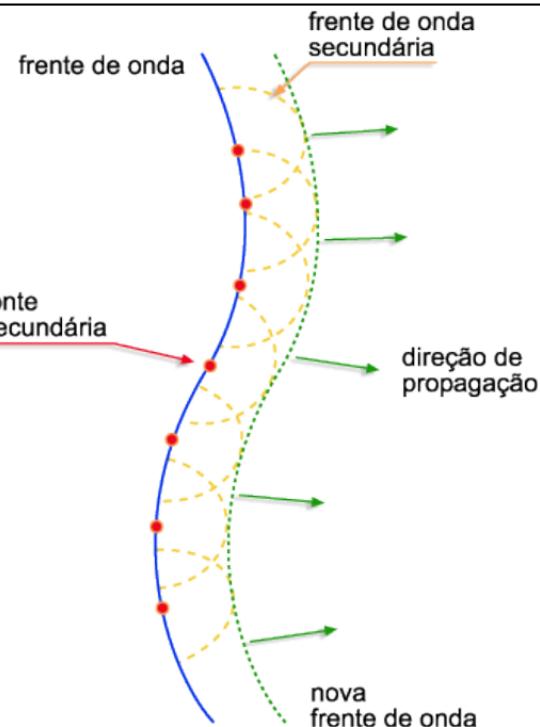
11. FENÔMENOS ONDULATÓRIOS

(A) DIFRAÇÃO E ESPALHAMENTO

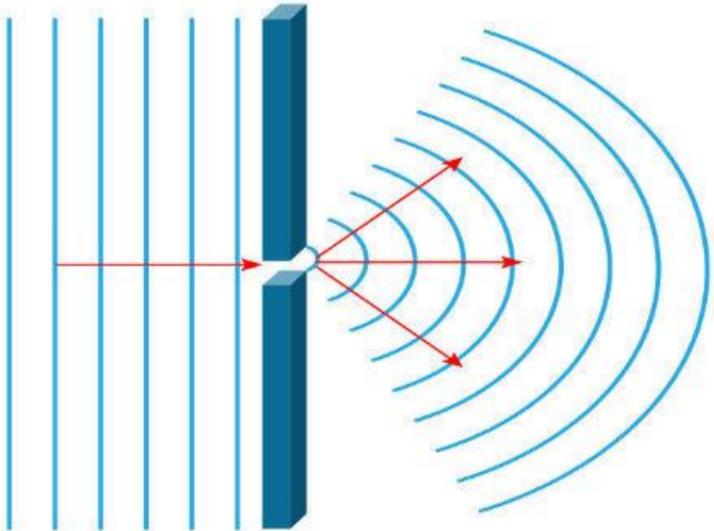
- A difração é a capacidade de contornar objetos de dimensões próximas ao comprimento de onda da onda incidente
- O espalhamento ocorre quando as dimensões dos objetos são muito menores que o comprimento de onda da onda incidente
- Falaremos disso em detalhes mais adiante

PRINCÍPIO DE HUYGENS

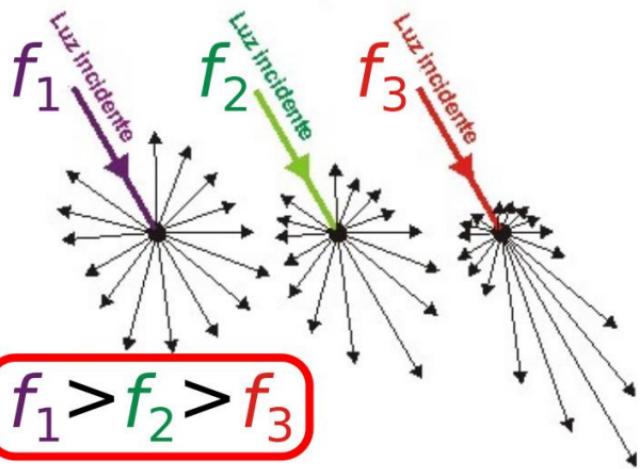
- Cada ponto de uma frente de onda se comporta como se fosse uma fonte de onda



- Podemos explicar o espalhamento e a difração usando este princípio

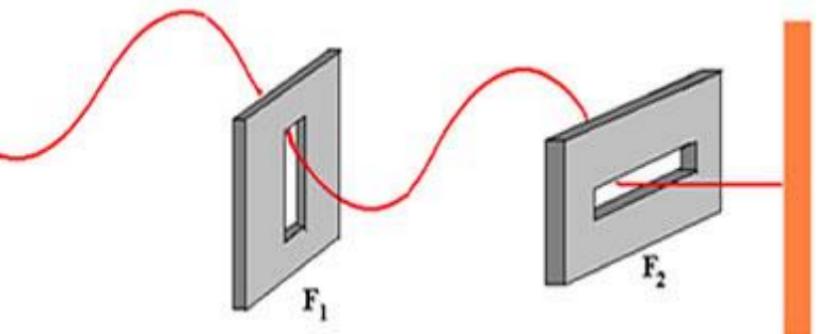


Difração: a fenda se comporta como uma fonte e a parede interromperá as ondas nas laterais.

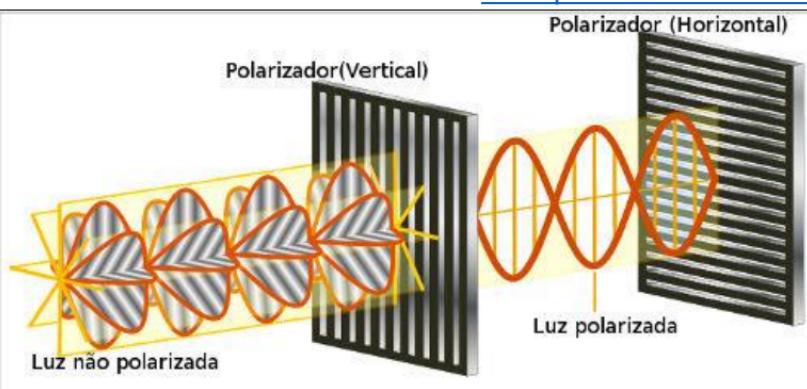


Quanto maior a frequência maior o espalhamento. Os pontos entorno das partículas se comportam como fontes.

(B) POLARIZAÇÃO



- Só podemos polarizar ondas transversais
- Um polarizador funciona como um filtro permitindo a passagem de uma parte da onda que oscila em direção específica
- É muito usado em óptica (display de calculadora, lentes etc.)



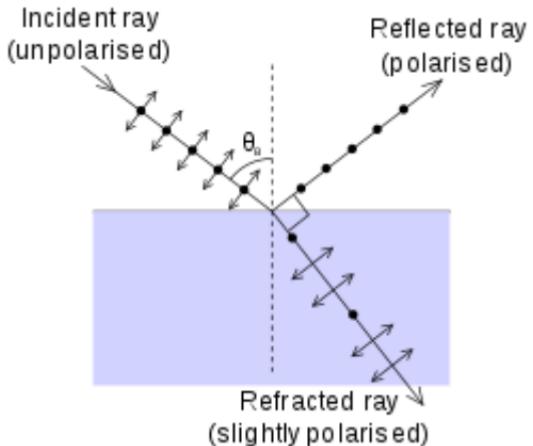
- Digamos que uma onda eletromagnética incide oscilando em uma direção z e haja uma lente polarizadora inclinada de um ângulo θ em relação à essa direção. Se a intensidade do campo incidente é E_0 , a intensidade que atravessa é

$$E_{passa} = E_0 \cdot \cos \theta$$

- Como a intensidade da onda eletromagnética é proporcional ao quadrado do campo elétrico:

$$I_{passa} = I_0 \cdot \cos^2 \theta$$

- A polarização pode ocorrer por reflexão: quando o raio refratado forma um ângulo de 90° com o ângulo refletido, a polarização é máxima.



- Esta condição implica na chamada lei de Brewster. Vamos demonstrá-la.

Se o raio refratado forma 90° com o refletido, então, sendo i o ângulo de incidência e r o refratado, podemos escrever:

$$r + i = 90^\circ \Rightarrow \sin r = \cos i$$

Pela lei de Snell, supondo que o raio vai do meio A para o B:

$$n_A \cdot \sin i = n_B \cdot \sin r \Rightarrow n_A \cdot \sin i = n_B \cdot \cos i \Rightarrow$$

$$\tan i = \frac{n_B}{n_A}$$

Esta é conhecida como lei de Brewster.

(C) REFLETÂNCIA E TRANSMITÂNCIA

- Como vimos, quando a luz atinge uma interface ela pode sofrer reflexão e transmissão
- Sendo I_0 a intensidade da onda incidente, I_T a intensidade da onda transmitida e I_R a intensidade da onda refletida podemos definir a

Transmitância:

$$T = \frac{I_T}{I_0}$$

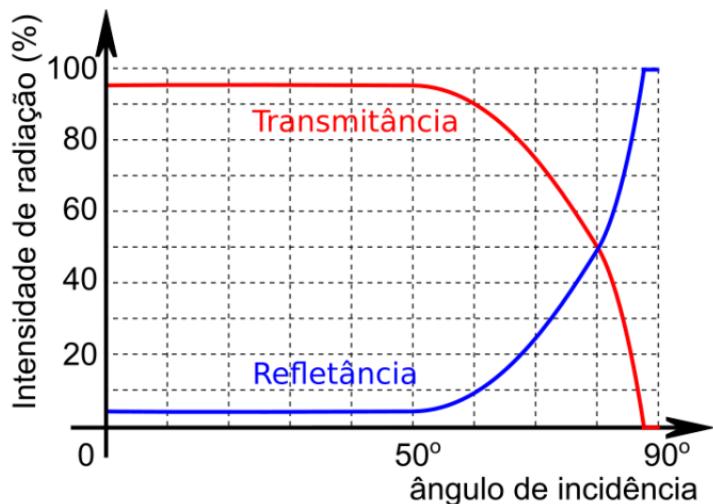
E
Refletância:

$$R = \frac{I_R}{I_0}$$

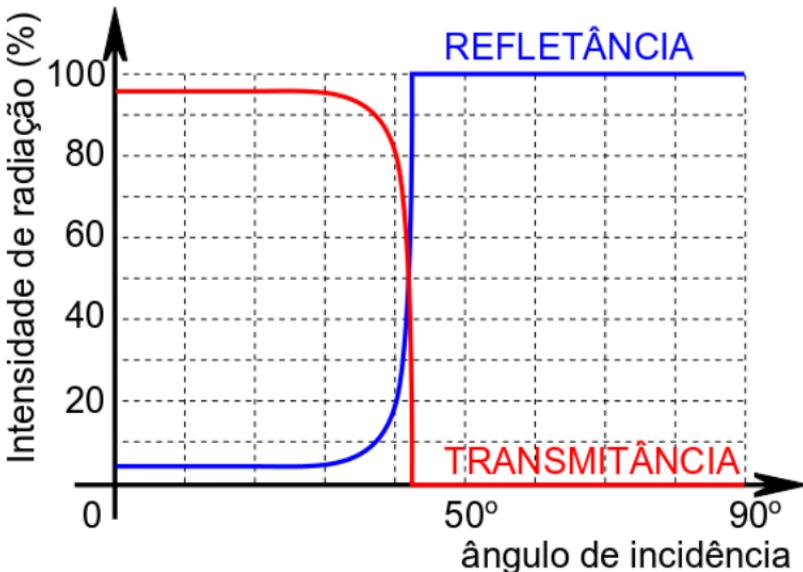
Note que se não houver absorção:

$$I_0 = I_T + I_R \Leftrightarrow 1 = T + R$$

O gráfico a seguir representa a transmitância e a refletância, de forma qualitativa, para um ângulo de incidência que varia de 0 à 90° quando a luz vai do meio menos refringente para o mais refringente.



O gráfico a seguir representa a situação em que a radiação vai do meio mais para o menos refringente.



Observe neste exemplo que o ângulo limite é um pouco maior que 40°.

(D) RESSONÂNCIA

Veremos por meio de exemplos.

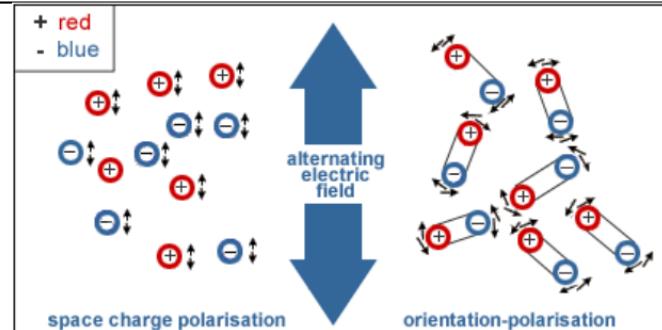
Exemplo 1:

Quando você balança alguém em um balanço, a força deve ser aplicada no momento certo.

Exemplo 2 (ATENÇÃO):

O forno de microondas aquece somente substâncias polares. Sendo a água polar e sabendo que um dipolo (tal como a molécula de água) se alinha ao campo elétrico, uma onda eletromagnética faz a água se alinhar ora em uma direção e ora em outra. É importante saber que a **frequência natural de oscilação da água é muito maior que a frequência do forno, portanto NÃO SE TRATA DE UM EXEMPLO DE RESSONÂNCIA**

Veja abaixo um esquema que representa cargas elétricas livres (a esquerda) e dipolos elétricos (lado direito). Em ambos os casos há transferência de energia da onda eletromagnética para as partículas. Não tendo partículas carregadas livres, o aquecimento não ocorre, tal como num prato de vidro vazio.



Exemplo 3

Quando sintonizamos uma radio ou quando recebemos um sinal eletromagnético através do nosso celular, estamos fazendo o uso da ressonância. Isso porque temos um circuito elétrico com pelo menos um capacitor e um indutor, o que faz com que as cargas elétricas fiquem se movendo no circuito.

$$\omega \cdot L = \frac{1}{\omega \cdot C} \rightarrow \omega^2 = \frac{1}{L \cdot C}$$

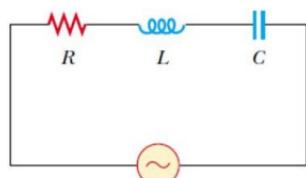
Sendo $\omega = 2\pi f$, tem-se: $f_{ress} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

$f_{ress} \rightarrow$ Frequência de Ressonância

O indutor é basicamente uma espira que é capaz de armazenar energia associada a um campo magnético (podemos contrapor à um capacitor que armazena energia associada à um campo elétrico. Quando um campo elétrico (ou mesmo magnético) variável atua de alguma forma no circuito, há corrente elétrica gerada. Se a frequência da onda atuante for igual à frequência de oscilação natural do circuito, temos a condição de ressonância.

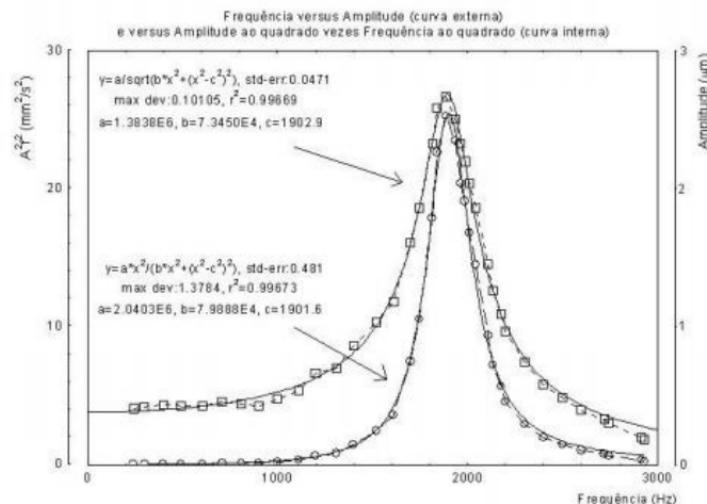
Abaixo temos uma figura que representa um circuito com uma fonte alternada de corrente elétrica. Nele, temos um indutor L e um capacitor C associados em série, permitindo assim que haja um circuito ressonante. A resistência R confere ao circuito uma propriedade de amortecimento, isto é, devido à resistência elétrica, parte da energia é dissipada. Fazendo um análogo mecânico, é como se você estivesse balançando uma pessoa em um balanço com algum atrito: se você parar de balançar, em algum tempo o balanço para.

A figura a seguir mostra os dados experimentais de ressonância de um alto falante. Note qua a ressonância corresponde ao pico da curva e



corresponde à frequência em que a taxa de transmissão de energia é máxima.

O curioso do deste é que alto falantes possuem um melhor desempenho (melhor qualidade do som) quando se encontram na faixa linear (para o gráfico acima, frequências menores que 1000 Hz). Como a curva de ressonância é diferente para cada modelo de alto falante, costumamos fazer uso de vários ao mesmo tempo (é o caso do tweeter – alta frequência – e do subwoofer – baixa frequência).



12. ACÚSTICA

(A) INTENSIDADE DE UMA ONDA

- Ondas tridimensionais se espalham por todo o espaço.
- Intensidade é a potência sobre uma área. É como uma densidade superficial de potência.
- Se a fonte for isotrópica (envia energia de forma uniforme em todas as direções) e o meio também for isotrópico, então a energia se espalha por todas as direções de forma igual

A intensidade dessa onda em um ponto é

$$I = \frac{P}{A}$$

Sendo P a potência e A a área. Se estivermos falando de uma fonte pontual em um meio isotrópico a energia se espalha de forma igualitária em todas as direções. A área pela qual ela se espalha corresponde à área de uma esfera de raio r . Assim

$$I = \frac{P}{4\pi r^2}$$

Relação entre intensidade e amplitude

$$I = \alpha f^2 A^2$$

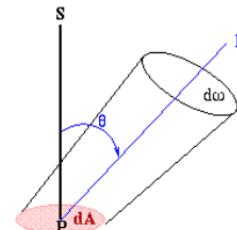
Exemplo 1:

Sabendo que a constante solar é $F = 1367 \text{ W/m}^2$ determine a potência do Sol. Dado: sabe-se que a distância do Sol à Terra é de $150.000.000 \text{ km}$ e que a constante solar é a intensidade da luz solar na Terra.

$$\begin{aligned} I &= \frac{P}{4\pi r^2} \Rightarrow \\ 1367 &= \frac{P}{4\pi(150 \cdot 10^9)^2} \Rightarrow \\ P &\approx 386 \cdot 10^{24} \text{ W} \end{aligned}$$

Se, no entanto, a direção de irradiação não for perpendicular temos uma modificação na fórmula

Seja I a intensidade incidente em uma superfície de área A conforme



a figura anterior. A intensidade I' na superfície depende da direção de incidência e da normal à superfície:

$$I' = I \cos \theta$$

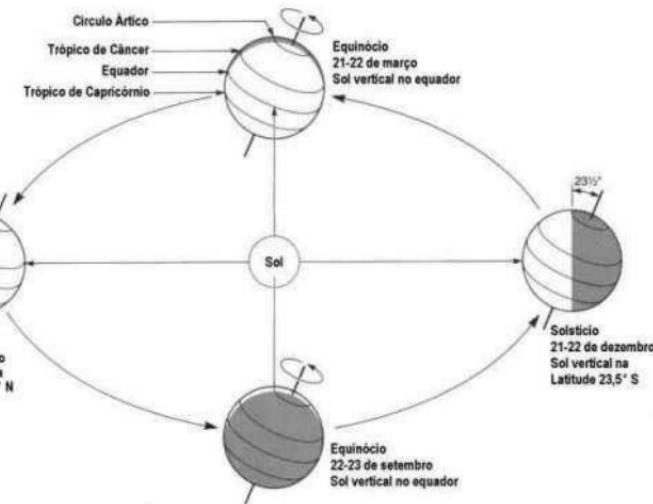
Isso explica as estações do ano e o porquê quando é verão no hemisfério norte, é inverno no hemisfério sul.

Exemplo 2:

Suponha que hoje seja o maior dia do ano no hemisfério norte, ou seja, é verão lá e o Sol está a pino no trópico de câncer, numa latitude de $23,5^\circ$ no hemisfério norte. Sabe-se que nestas condições, a intensidade luminosa, ao meio-dia, em uma cidade localizada no trópico de câncer é de $500\sqrt{2}$ W/m². Em uma cidade um pouco ao norte de Campinas, numa latitude de $21,5^\circ$, ao meio-dia, de quanto será a intensidade luminosa?

$$I' = I \cdot \cos \theta \Rightarrow$$

$$I' = 500\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \\ I' = 500 \text{ W}$$



Exemplo 3:

Duas fontes A e B, são percebidas com uma mesma intensidade por um observador distante x da fonte A e $2x$ da fonte B. Tanto o observador como as fontes estão alinhados e a potência da fonte A é de 100 W. Qual a potência da fonte B?

$$I_A = I_B \Rightarrow \frac{P_A}{4\pi x^2} = \frac{P_B}{4\pi(2x)^2} \Rightarrow 100 = \frac{P_B}{4} \Rightarrow P_B = 400 \text{ W.}$$

(B) NÍVEL SONORO

Nosso ouvido não detecta a intensidade sonora. Por exemplo, se dobrarmos a intensidade não percebemos dobrar o que estamos ouvindo.

Nosso ouvido tem sensibilidade que obedece a uma relação logarítmica, isto é, nosso ouvido percebe o que chamamos de nível sonoro β :

$$\beta = \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

unidade de medida: bel

Sendo I_0 uma intensidade sonora que utilizamos como padrão e vale

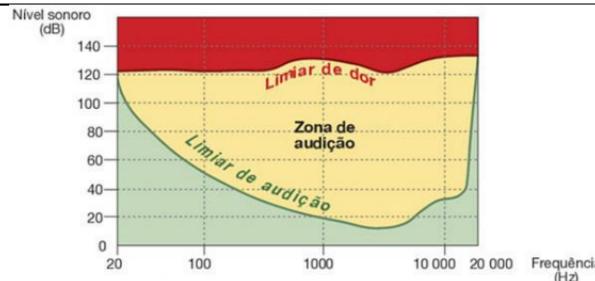
$$I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$$

Normalmente utilizamos a unidade de medida do nível sonoro em decibel

$$\beta = 10 \cdot \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

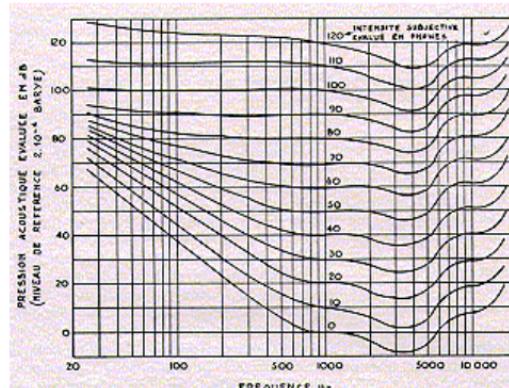
Em decibel

A intensidade de referência é a mínima audível em determinada frequência.



A sensibilidade varia, de pessoa para pessoa, com a frequência. Fatores como sexo e idade também influenciam. Como exemplo, mulheres e pessoas mais novas possuem sensibilidade maior para altas frequências.

Sensibilidade auditiva



(C) EFEITO DOPPLER DE UMA ONDA SONORA

- Seja uma onda sonora de comprimento de onda λ
- Note que este comprimento não pode depender da velocidade do observador
- Seja um observador se movendo na direção da fonte com velocidade v_{ob} , a velocidade com que ele vê a onda se aproximando será:

$$v_{som} \pm v_{ob}$$

O sinal considerado é o de “+” se o observador estiver se movendo contrário à velocidade do som e “-” se o observador estiver se movendo no mesmo sentido.

- Se a fonte estiver se movendo com velocidade v_{fnt} , em relação à fonte o som terá velocidade

$$v_{som} \pm v_{fnt}$$

Mesma regra de sinal anterior.

- Tanto fonte como observador concordam com o comprimento de onda. Da equação fundamental da ondulatória, sabemos que

$$\lambda = \frac{v_{som}}{f}$$

- Vamos igualar os comprimentos considerados, notando que agora a velocidade do som é diferente para cada observador:

$$\lambda_{ob} = \lambda_{fnt} \Rightarrow$$

$$\frac{v_{som} \pm v_{ob}}{f_{ob}} = \frac{v_{som} \pm v_{fnt}}{f_{fnt}} \Rightarrow$$

$$\boxed{\frac{f_{ob}}{v_{som} \pm v_{ob}} = \frac{f_{fnt}}{v_{som} \pm v_{fnt}}}$$

Esta é a equação do efeito Doppler. Note que a velocidade do som é medida em relação ao meio (ar) por onde ela se propaga. Assim se o ar estiver se movendo, devemos calcular tudo no referencial do ar.

Legenda:

v_{som} : módulo da velocidade do som em relação ao ar

v_{ob} : módulo da velocidade do observador em relação ao ar

v_{fnt} : módulo da velocidade da fonte em relação ao ar

f_{ob} : frequência observada pelo observador

f_{fnt} : frequência emitida pela fonte; é a frequência que o observador perceberia se estiver parado em relação à fonte.

Animação em

<https://www.desmos.com/calculator/80tpkllhu3>

(D) EFEITO DOPPLER DE ONDA ELETROMAGNÉTICA

$$\Delta f = \frac{\Delta v}{c} f_{fnt}$$

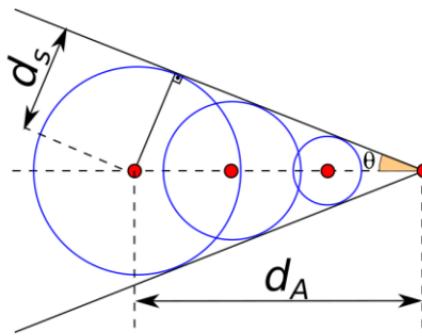
Sendo Δf a diferença entre as frequências emitida e observada; Δv a diferença entre as velocidades radiais da fonte e do observador; c é a velocidade da luz; e f_{fnt} é a frequência emitida pela fonte.

Usa-se efeito Doppler para medir velocidade de veículos, estrelas e em medicina.

Procure por ultrassonografia Doppler.

(E) CONE DE MACH

- Se uma fonte de ondas mecânicas viaja a uma velocidade superior às ondas produzidas, o conjunto de ondas produzidas permanecerão sempre dentro de um cone (caso tridimensional)
- Este cone é chamado de cone de Mach
- A figura a seguir representa tal ideia.



Veja animação em

<https://www.desmos.com/calculator/9qaa4pa6fp>

d_S : distância percorrida pela onda (som, por exemplo)

d_A : distância percorrida pela fonte (avião, por exemplo)

θ : ângulo de Mach

- Por geometria, temos:

$$\boxed{\sin \theta = \frac{d_S}{d_A}}$$

- Note que se o ângulo for medido e a velocidade da onda conhecida (esta hipótese é bem razoável) então podemos determinar a velocidade do avião:

$$d_A = \frac{d_S}{\sin \theta} \Rightarrow \frac{d_A}{\Delta t} = \frac{\frac{d_S}{\sin \theta}}{\Delta t} \Rightarrow$$

$$\boxed{v_A = \frac{v_S}{\sin \theta}}$$

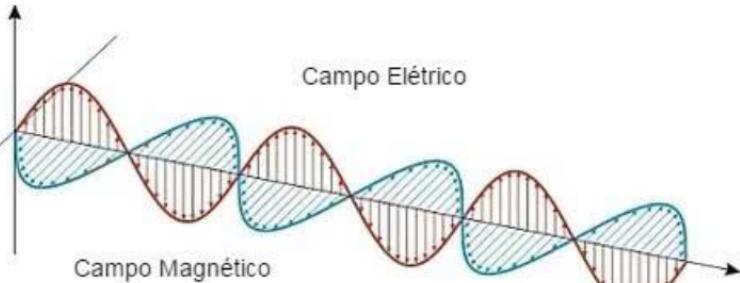
- Unidade MACH:

- É comum ouvir em filmes que a velocidade de um avião supersônico é MACH 1, por exemplo. Esta medida expressa de quantas velocidades do som corresponde à velocidade do avião. Por exemplo, MACH n significa que a velocidade do avião é $v_{avião} = n \times v_{som}$

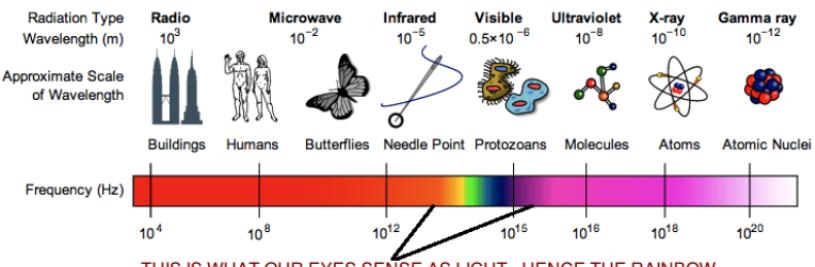
- Note como o ângulo se relaciona com a unidade MACH:

$$v_A = \frac{v_S}{\sin \theta} \Rightarrow n \cdot v_S = \frac{v_S}{\sin \theta} \Rightarrow \\ n = \frac{1}{\sin \theta} \Leftrightarrow \sin \theta = \frac{1}{n}$$

13. ONDAS ELETROMAGNÉTICAS



Fonte: <https://static.todamateria.com.br/upload/57/dc/57dc0a05e97d3-ondas-eletromagneticas.jpg>



Fonte:

<https://i.pinimg.com/originals/b9/05/88/b90588b273d6d018779dad9201cb9023.png>



Em um ponto o campo Elétrico e Magnético oscila.

No vácuo a velocidade da luz é constante, bem como qualquer onda eletromagnética

$$c \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Em meios materiais a velocidade das ondas eletromagnéticas é a velocidade da luz no vácuo pelo índice de refração n do meio

$$v = \frac{c}{n}$$

Em cada instante, a razão entre o campo elétrico e o campo magnético é constante

$$\frac{E}{B} = c$$

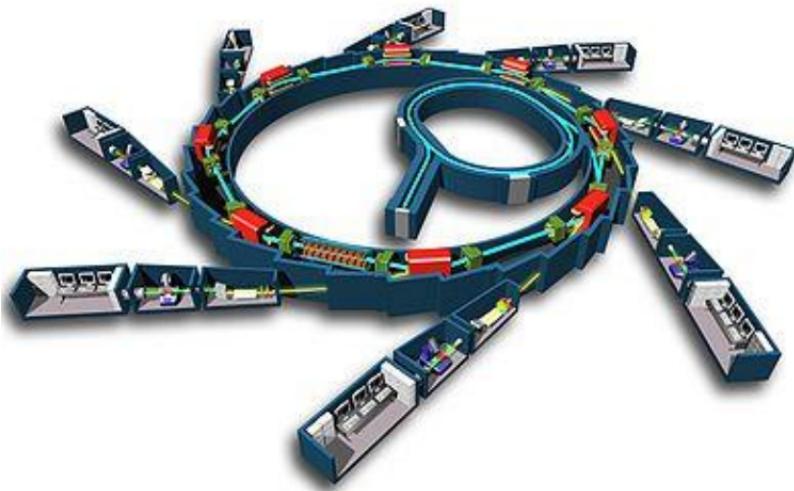
Nunca confunda:

Raios gama e raios X são ondas eletromagnéticas bem como ondas de rádio, tv, infravermelho, luz visível e micro-ondas.

Uma carga acelerada emite radiação eletromagnética.

A diferença entre Raios X e raios gama é que raios X são produzidos por aceleração de elétrons, como num tubo de tv antiga, enquanto raios gama são produzidos por decaimento radioativo (reação nuclear).

Uma carga em movimento circular emite radiação, pois está acelerada mesmo que o módulo da velocidade seja constante. A essa radiação damos o nome de radiação sincrotron.



Fonte:

https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/6/60/Sch%C3%A9ma_de_principe_du_synchrotron.jpg/400px-Sch%C3%A9ma_de_principe_du_synchrotron.jpg

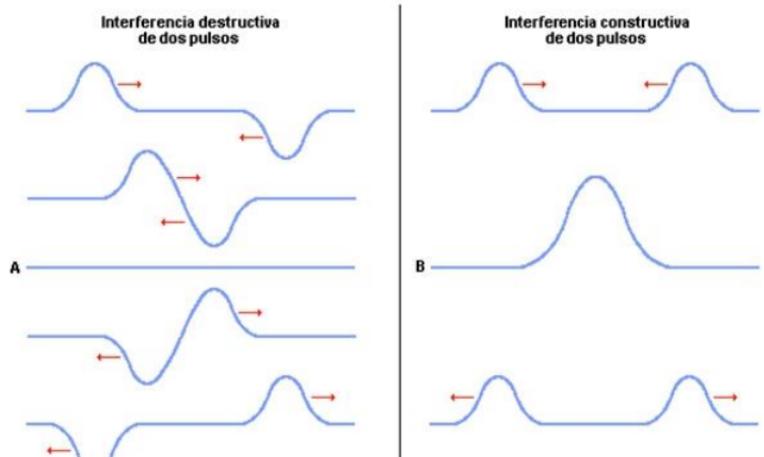
Essa radiação é utilizada para estudar estrutura de materiais assim como os raios X.

Veremos um pouco sobre isso quando estudarmos interferência.

14. INTERFERÊNCIA DE ONDAS

(A) INTRODUÇÃO

- Sabemos que uma onda pode ser descrita matematicamente através de funções
- Da experiência, sabemos que quando duas ondas se superpõem, o resultado equivale à soma das duas funções que descrevem as duas ondas
- Não faremos isso matematicamente, apenas geometricamente



- Quando duas ondas estão em fase e se interferem, a amplitude final será a soma das duas ondas e chamamos isso de **interferência construtiva**
- Quando duas ondas estão em oposição de fase se superpõem (interferem), a amplitude resultante será a diferença das duas amplitudes e a isso chamamos de **interferência destrutiva**. Particularmente, se as duas ondas possuem a mesma amplitude, quando a amplitude resultante dá zero, chamamos isso de **interferência totalmente destrutiva**.
- É importante destacar que a interferência é local: as duas ondas seguirão seus caminhos, após interagirem uma com a outra, como se nada tivesse acontecido.

Veja uma postagem com mais conteúdo para você em

<http://estudeadistancia.professordanilo.com/?p=1610>

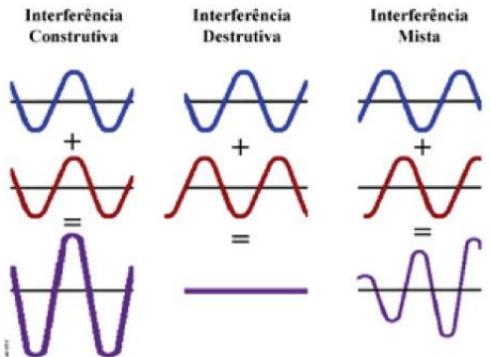
- Se as duas ondas que interferirem possuírem frequências próximas, ocorrerá um fenômeno chamado de batimento cuja frequência será f_{bat} .

$$f_{bat} = |f_1 - f_2|$$

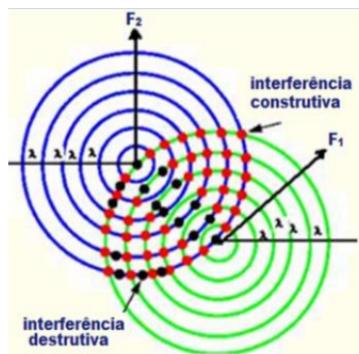
Enquanto a onda resultante terá frequência f_{result} dada por

$$f_{result} = \frac{f_1 + f_2}{2}$$

Observe alguns casos de interferências:



Em representação bidimensional, os vales são representados por linhas pontilhadas e as cristas por linhas cheias



Para animações sobre interferência, veja:

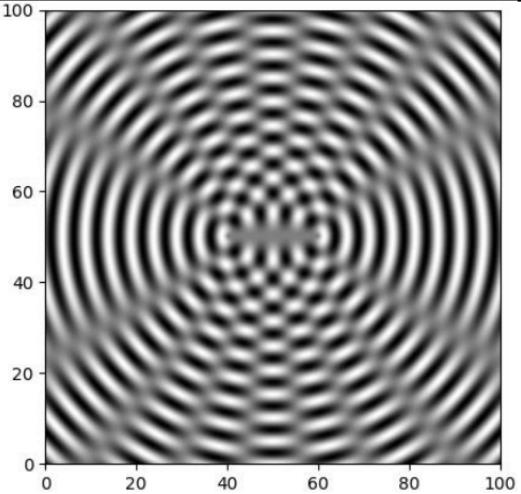
2) Interferência Construtiva

<https://www.glowscript.org/#/user/djkcond/folder/Ondas/program/Interferencia-Construtiva>

2) Interferência Destrutiva

<https://www.glowscript.org/#/user/djkcond/folder/Ondas/program/Interferencia-Destrutiva>

Um exemplo de representação gráfica, usando escala de cinza (quanto mais escuro, maior é o valor da ordenada da onda) é representado ao lado.



A imagem anterior foi gerada por um programa escrito em Python. Se tiver interesse, baixe-o aqui:

<http://fisica.professordanilo.com/download/diversos/programasPython/ripples.txt>

As duas animações anteriores também foram escritas em Python.

(B) INREFERÊNCIA EM DUAS DIMENSÕES

- Dadas duas fontes, a diferença de fase total é:
 - Devido à diferença de caminho:

$$\Delta\phi_{caminho} = \frac{|d_1 - d_2|}{\lambda} \cdot 2\pi$$

- Devido às reflexões:

$$\Delta\phi_{reflexão} = \pi \text{ para cada reflexão}$$

- A diferença de fase total será:

$$n \cdot \pi$$

- Se n for par, a interferência é construtiva
- Se n for ímpar, a interferência é destrutiva
- Soma-se ou subtrai uma fase dependendo das condições iniciais do problema.

(C) INTERFERÊNCIA DA LUZ

- Dupla fenda de Thomas Young

$$x = k \frac{\lambda D}{y}$$

(calculando a espessura de um fio de cabelo)

- Películas (filmes) finas
- Iridescentia

15. ONDAS ESTACIONÁRIAS

Mais detalhes em

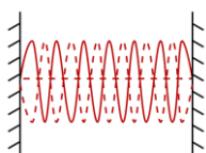
<http://estudeadistancia.professordanilo.com/?p=1664>

- Imagine uma onda produzida em uma corda com ambas as extremidades presas
- Quando refletida ela volta com inversão de fase



- Se o comprimento do fio tiver tamanho adequado dizemos que a onda no fio é uma onda estacionária, pois vemos a onda como se estivesse parada
- Vamos estudar os harmônicos nesse caso

	1º Harmônico	$\lambda_1 = \frac{2L}{1}$
	2º Harmônico	$\lambda_2 = \frac{2L}{2} = L$
	3º Harmônico	$\lambda_3 = \frac{2L}{3}$
	4º Harmônico	$\lambda_4 = \frac{2L}{4} = \frac{L}{2}$
...



nº Harmônico

$$\lambda_n = \frac{2L}{n}$$

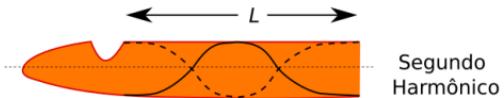
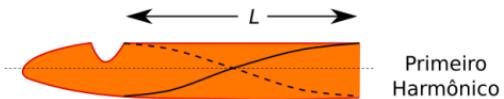
Para o n-ésimo harmônico temos:

$$\begin{cases} v = \lambda \cdot f \\ v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_n = \frac{2L}{n} \\ \lambda_n \cdot f_n = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \end{cases} \Rightarrow \frac{2L}{n} \cdot f_n = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow f_n = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

TUBOS SONOROS

- Instrumentos musicais cujo som é produzido por sopro segue a mesma lógica
- Em geral um dos lados é aberto e o outro é ou aberto ou fechado

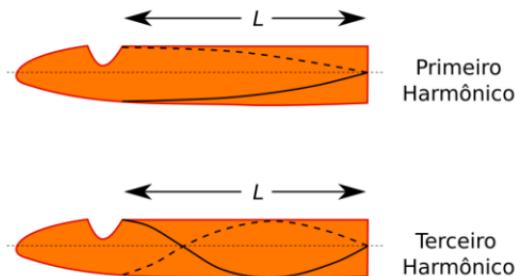
DUAS EXTREMIDADES ABERTAS



1º Harmônico	$L = 2 \frac{\lambda_1}{4} \Rightarrow \lambda_1 = \frac{4L}{2} \Rightarrow \lambda_1 = \frac{4L}{2 \cdot 1}$
2º Harmônico	$L = 4 \frac{\lambda_2}{4} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{4L}{2 \cdot 2}$
3º Harmônico	$\lambda_3 = \frac{4L}{2 \cdot 3}$
4º Harmônico	$\lambda_4 = \frac{2L}{4}$
...	...

nº Harmônico

$$\lambda_n = \frac{2L}{n}$$

UMA EXTREMIDADE ABERTA E OUTRA FECHADA

1º Harmônico	$L = 1 \frac{\lambda_1}{4} \Rightarrow \lambda_1 = \frac{4L}{1}$
2º Harmônico	Não existe
3º Harmônico	$\lambda_3 = \frac{4L}{3}$
4º Harmônico	Não existe
...	...
nº Harmônico	$\lambda_n = \frac{4L}{n}$

Note que não existe os harmônicos pares para tubos com uma extremidade aberta e outra fechada.

--* TERCEIRA PARTE: FÍSICA MODERNA *--

1. TEORIA DA RELATIVIDADE

(A) INTRODUÇÃO

No século XIX, a maior velocidade já observada era a velocidade da luz ($3 \cdot 10^8$ m/s)¹. Por volta de 1860, o britânico James Clerk Maxwell, trabalhando com as equações da eletrostática e do magnetismo, encontrou uma onda que se propagava com a velocidade $c = 1/\sqrt{\mu_0 \cdot \epsilon_0}$ no vácuo (sendo μ_0 a constante de permissividade magnética no vácuo e ϵ_0 a constante de permissividade elétrica no vácuo). Dessa forma, ele conseguiu mostrar que a luz e ondas de radiofrequência entre outras, eram ondas da mesma natureza: unificou-se assim a teoria do

magnetismo com a teoria da eletricidade, tornando-as numa única teoria, que é o eletromagnetismo.

Na mesma época (por volta de 1880) surgiu um outro problema: da mesma forma que o som se move com uma velocidade da ordem de 340 m/s em relação ao ar, a luz se move com velocidade c com relação a que? Qual o referencial para o qual as equações de Maxwell valeriam?

TRANSFORMAÇÕES GALILEANAS

Antes de continuar, vamos estudar o que já sabemos: vejamos como mudar de referencial utilizando as transformações de Galileu.

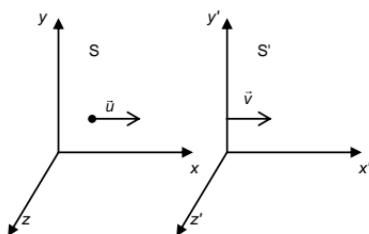


Figura 1: Referenciais S e S'. Este último se movendo para a direita com módulo da velocidade igual à v relativamente à S.

¹ Atualmente o valor da velocidade da luz é definido como sendo exatamente igual à 299.792.458 m/s. Isto porque a unidade de comprimento do S.I. (o metro) é definido como sendo a distância que a luz percorre em 1/299.792.458 s.

Seja um referencial S no qual nós nos encontramos e um referencial S' se movendo com velocidade \vec{v} na direção de x relativamente a S. Suponha que no instante $t = 0$ s a origem de ambos os referenciais fossem coincidentes e que os eixos x-x', y-y' e z-z' sejam paralelos, assim, para mudarmos de referencial, isto é, para obtermos a medida obtida por um observador em S', fazemos:

$$\begin{cases} \Delta x' = \Delta x - v\Delta t \\ \Delta y' = \Delta y \\ \Delta z' = \Delta z \\ \Delta t' = \Delta t \end{cases}$$

Agora, imaginemos um objeto se movendo em relação a S, na direção de x, com velocidade \vec{u} . Dividindo as equações pelo tempo:

$$\begin{cases} \frac{\Delta x'}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t} - \frac{v\Delta t}{\Delta t} \Rightarrow u' = u - v \\ \frac{dy'}{\Delta t} = \frac{\Delta y}{\Delta t} \Rightarrow 0 = 0 \\ \frac{\Delta z'}{\Delta t} = \frac{\Delta z}{\Delta t} \Rightarrow 0 = 0 \end{cases}$$

Observe que encontramos a equação da velocidade relativa $u' = u - v$. Agora, ao dividirmos esta equação pelo tempo (veja

que se as componentes da velocidade em y e z são nulas, também serão as componentes em y' e z'), obtemos a aceleração que, se multiplicada pela massa (supondo que não dependa do referencial), obtemos a equação da força:

$$\frac{\Delta u'}{\Delta t} = \frac{\Delta u}{\Delta t} - \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a' = a - 0 \Rightarrow ma' = ma \Rightarrow F' = F$$

Isto é, a força medida em um referencial inercial (uma vez que nosso sistema S' não está acelerado) é igual à força medida em outro referencial. Observe que esta é a primeira lei de Newton e uma das suas consequências é que as leis da Dinâmica são válidas em todos os referenciais Iniciais.

Observe que fizemos várias observações “óbvias”, como $t = t'$, $m = m'$, se o corpo não tem velocidade em y, então não terá em y'. Embora assim pareçam óbvias, assim também achou Newton quando formulou suas teorias, entretanto nem todas essas observações se comprovaram verdadeiras, isto é, o tempo e a massa podem depender do referencial.

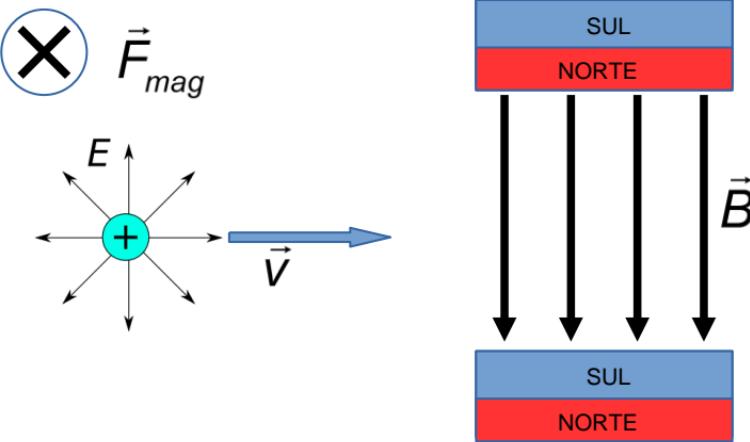
Por volta de 1900, muitas pessoas perceberam que as leis da Dinâmica eram todas invariáveis ao mudar de referencial. Entretanto, as novas descobertas de Maxwell não eram

invariáveis ao mudar de referencial: embora μ_0 e ϵ_0 não mudem de referencial para referencial, as suas equações mudam, o que sugeriria que a velocidade da onda eletromagnética c mudasse, gerando uma incoerência nas suas equações. Isso sugeria uma coisa: haveria um meio com repouso absoluto no qual a luz se propagaria sempre com a mesma velocidade c . Este meio ficou conhecido como Éter.

O PROBLEMA DA RELATIVIDADE DO MOVIMENTO NAS CARGAS ELÉTRICAS

Lembremos do eletromagnetismo: quando uma carga elétrica q com velocidade v se move em um campo magnético de intensidade B fica sujeita à uma força magnética F_{mag} dada por:

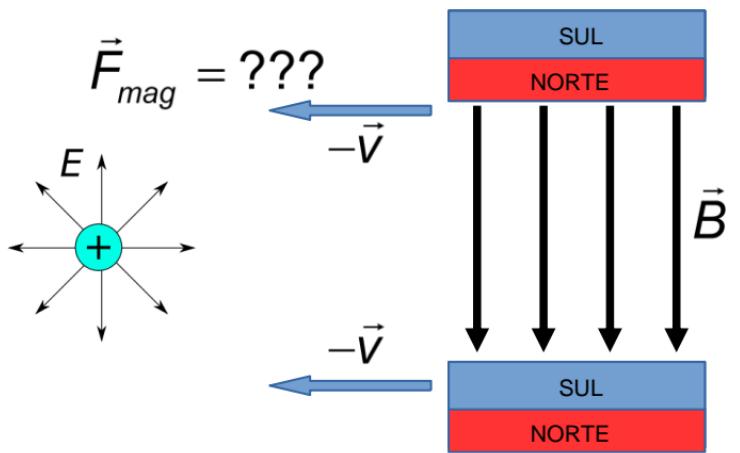
$$F_{mag} = q \cdot v \cdot B \cdot \sin\theta$$



Mas quem é esta velocidade v ? É medida em relação a quem? E se movermos a fonte de campo magnético, a força deveria ser a

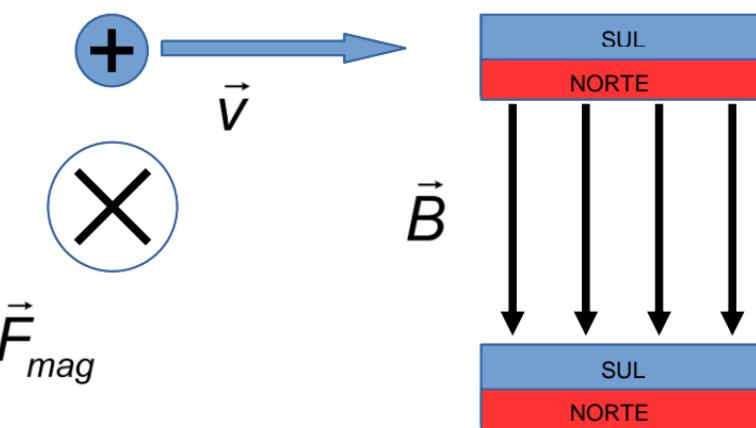
mesma, porém se adotarmos o referencial na carga elétrica então, segundo a equação anterior, a força magnética sobre a carga é nula. Encontramos aqui uma possível inconsistência.

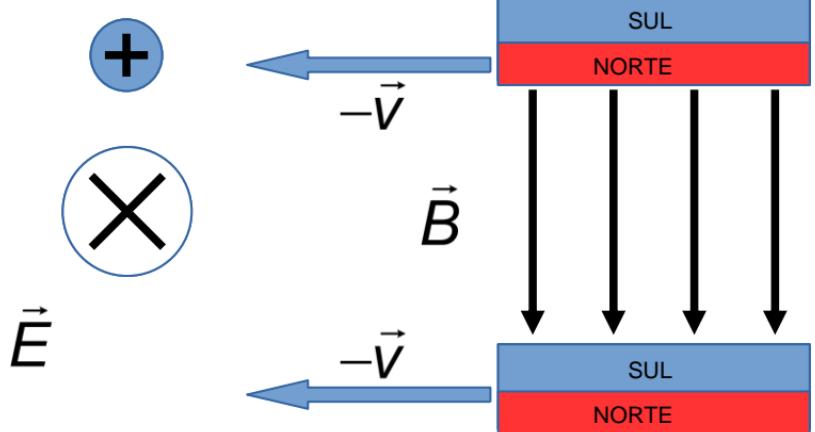
Você deve ter estudado em eletromagnetismo a lei de indução de Faraday-Neumann-Lenz, em que uma fonte de campo magnético em movimento pode induzir uma corrente em um condutor, mas o que seria induzir uma corrente elétrica se não a produção de um campo elétrico que produz uma força sobre as cargas livres em um condutor.



O resultado é que temos que usar uma teoria quando a carga se move e outra teoria quando a fonte de campo magnético se move, mas como bem sabemos, é bem verdade que esperamos que todas as leis da física devem valer em todos os referenciais inerciais, mas aqui tínhamos uma inconsistência.

A conclusão final é que campo magnético e campo elétrico são comportamentos distintos de uma mesma grandeza, ou seja, o campo magnético pode ser entendido como um campo elétrico visto em outro referencial.

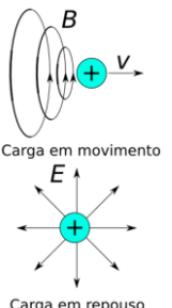




Ou seja, aqui temos uma ideia para embasar uma importante unificação das forças na natureza estudadas pela física: a unificação da força elétrica com a magnética.

Mas uma simples ideia é insuficiente: precisamos de resultados experimentais.

Para começar vamos voltar à teoria da relatividade de Galileu que, certamente, impõe que os resultados observados em um referencial inercial devem ser iguais aos obtidos em outros referenciais iniciais. Vamos então analisar como a luz poderia ser influenciada pelo éter.



MEDINDO A VELOCIDADE EM RELAÇÃO AO ÉTER

Muitos experimentos para medir a velocidade da luz em relação ao Éter foram criados, mas o mais preciso na época (± 1850 a 1890) e o mais conhecido era o interferômetro de Michelson e Morley. Antes de entendermos tal experimento, vamos procurar entender a ideia principal do experimento. Para isso, vamos substituir o éter por um rio que se move com velocidade \bar{v} paralelamente em relação à margem e dois barcos que percorrem dois caminhos perpendiculares entre si, ambos de comprimento L e ambos os barcos com velocidade c . A figura a seguir representa esta proposta.

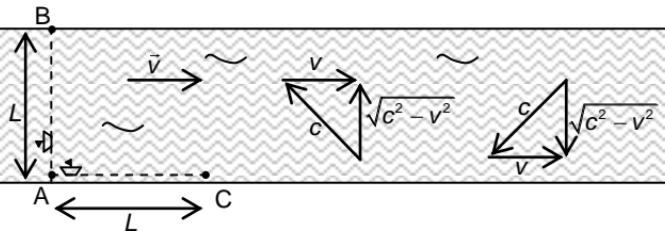


Figura 2: O problema dos dois barquinhos: um atravessando e voltando o rio com direção perpendicular à margem (de A a B) de largura L e o outro percorrendo uma distância L paralelamente à margem e voltando ao ponto inicial (de A à C).

Para o barco que saía de A até B e depois volta ao ponto A, podemos determinar o tempo de ida e volta com o auxílio dos triângulos também apresentados na figura acima. Observe que a velocidade, relativa à margem, é dada por $\sqrt{c^2 - v^2}$, assim o tempo t_1 pode ser calculado somando os tempos de ida e volta:

$$t_1 = t_{A \rightarrow B} + t_{B \rightarrow A} = \frac{L}{\sqrt{c^2 - v^2}} + \frac{L}{\sqrt{c^2 - v^2}} \Rightarrow t_1 = \frac{2L}{c} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2}$$

O barco que sai do ponto A e vai ao ponto C e depois volta leva um tempo t_2 para realizar o trajeto, que pode ser calculado por:

$$t_2 = t_{A \rightarrow C} + t_{C \rightarrow A} = \frac{L}{c+v} + \frac{L}{c-v} = \frac{2Lc}{c^2 - v^2} \Rightarrow t_2 = \frac{2L}{c} \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Podemos utilizar a aproximação

$$(1+x)^n \approx 1+nx \text{ se } x \ll 1$$

Quando a velocidade $v \ll c$, podemos utilizar tal aproximação:

$$\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2} \approx 1 - \left(-\frac{1}{2}\right) \frac{v^2}{c^2} = 1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} \text{ e}$$

$$\frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1} \approx 1 + \frac{v^2}{c^2}$$

Portanto:

$$\Delta t = t_2 - t_1 \approx \frac{2L}{c} \left(1 + \frac{v^2}{c^2}\right) - \frac{2L}{c} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2}\right) \Rightarrow \boxed{\Delta t = \frac{Lv^2}{c^3}}$$

Supondo que os dois barcos tenham partido do ponto A, esta é a diferença de tempos gastos entre os tempos de ida e volta para ambos os barcos, quando saírem ao mesmo tempo do ponto A até C e B e voltarem ao ponto A.

(B) O EXPERIMENTO DE MICHELSON E MORLEY

Michelson (em 1881) e posteriormente Michelson e Morley (em 1887) realizaram um experimento para medir a velocidade da luz em relação ao Éter. O experimento era muito parecido com o problema dos barquinhos descrito acima.

O esquema abaixo representa o aparelho utilizado por eles, conhecido como interferômetro de Michelson-Morley. E_s é um espelho semi-reflexivo que permite que parte da luz o atravesse e incida no espelho E_2 e parte seja refletido e atinja o espelho E_1 . Ao refletir nestes espelhos, os feixes luminosos voltam a incidir no espelho E_s e parte deles atingem o observador O . Em O será formada uma imagem de interferência e, se a teoria do Éter estiver correta, quando a fonte estiver se movendo relativamente ao Éter, podemos utilizar os resultados do problema dos barcos discutido anteriormente. Observe que se as distâncias entre E_s e E_1 e entre E_s e E_2 forem iguais, deveria observar uma diferença de tempo:

$$\Delta t = \frac{Lv^2}{c^3}$$

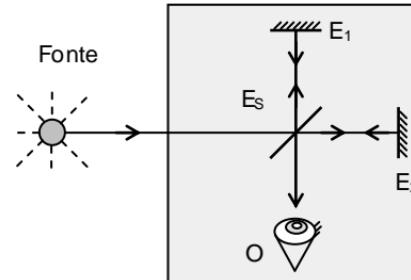


Figura 3: O interferômetro de Michelson-Morley é formado por uma fonte, um espelho semi-reflexivo (E_s) e dois espelho (E_1 e E_2).

A teoria do Éter estacionário implica que necessariamente, em algum momento, o interferômetro estará em movimento absoluto. Por exemplo, supondo que o Sol esteja em repouso absoluto (parado em relação ao Éter), a Terra está se movendo. Supondo que, por exemplo, a Terra esteja em determinado momento parada em relação ao Éter, então seis meses depois a Terra estará em movimento perpendicular ao Éter. O experimento descrito seria capaz de determinar este tempo mesmo para velocidades muito menores que a velocidade da Terra em torno do Sol (~ 30 km/s).

Ao contrário do que era esperado, o resultado foi

$$\Delta t = 0$$

Independente da velocidade da fonte, observador e espelhos, o resultado será sempre o mesmo! Com isso, concluiu-se que a velocidade da luz é a mesma em ambas as direções, assim surgiram muitas teorias para tentar explicar esses resultados. Dentre as teorias propostas, a que melhor explica esses e inúmeros outros resultados foi a Teoria da Relatividade. Vale a pena comentar que há fortes indícios de que Einstein, quando propôs esta teoria por volta de 1900 (em 1905 que seu artigo foi publicado), não sabia dos resultados da experiência de Michelson e Morley.

(C) A TEORIA DA RELATIVIDADE RESTRITA

O Alemão Albert Einstein, na tentativa de conservar as equações da onda de Maxwell, propôs dois postulados:

1. Todas as Leis da Física (e não mais somente a da Dinâmica) são as mesmas para todos os referenciais Inerciais. Ou seja, não existe nenhum referencial inercial preferencial, assim deixa-se de lado a ideia de Éter. (Princípio da Relatividade)
2. A velocidade da Luz no vácuo tem o mesmo valor c em todos os referenciais. (Princípio da constância da velocidade da luz)

Este segundo postulado é particularmente interessante se pensarmos que Einstein não teve conhecimento dos resultados experimentais de Michelson e Morley.

Einstein inicia seu artigo, publicado originalmente em alemão, discutindo o problema para sincronizar marcadores de tempo (poderíamos entender como relógios) em um sistema referencial.

Imaginando um sistema de referência qualquer, por exemplo, um laboratório no qual serão realizados vários experimentos que ocorrerão em pontos diferentes. Digamos que os resultados serão coletados automaticamente, por um computador localizado junto a cada experimento. Por simplicidade, assumimos que todos os eventos (experimentos) ocorram ao longo de uma linha no laboratório, que vamos chamar de referencial S' . Também por conveniência, supomos que este laboratório fique dentro de um vagão de trem que, inicialmente, se encontra em repouso relativamente à estação.

Como poderíamos sincronizar os relógios de todos os computadores, localizados nos pontos dos experimentos?

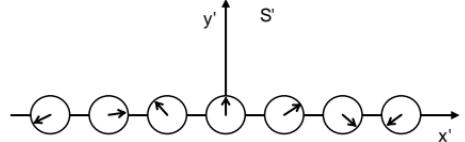


Figura 4: Relógios localizados na posição dos experimentos no referencial S' .

Se tivéssemos uma forma de enviar um sinal instantâneo para todos os relógios, garantiríamos que eles fiquem todos sincronizados. Entretanto, a maior velocidade observável é a da luz, logo poderíamos enviar um sinal luminoso partindo do

relógio contido na origem quando, este marca $t_0 = 0$, e ao receber o sinal, cada relógio ajusta o seu horário descontando o tempo gasto para a luz sair da origem e chegar no seu destino. Isto é, digamos que um relógio localizado na posição $x = L'$, ao receber o sinal ajustará o seu horário para $t' = L'/c$, que é o tempo gasto pela luz para percorrer a distância entre os dois relógios.

Assim, para o referencial S' poderíamos ajustar todos os relógios de tal forma que eles possam ficar sincronizados, conforme o esquematizado na figura 5.

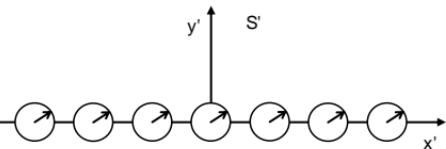


Figura 5: Todos os relógios no referencial S' estão sincronizados para um observador localizado na origem ($x = 0$ e $y' = 0$).

Agora, imaginemos que este laboratório localizado no trem esteja se movendo em relação à plataforma (referencial S). Como a velocidade da luz não depende do referencial, é bastante razoável afirmar que os relógios podem ser sincronizados utilizando-se deste método. De fato, para um observador localizado em S' todos os relógios estão sincronizados. Imagine um feixe luminoso emitido de dois pontos simétricos em relação

à origem de S' : um localizado no ponto A' e o outro em B' , ambos localizados a uma distância L da origem. Para facilitar o entendimento, imagine que a luz é proveniente da explosão de uma pequena bomba que permite fazer duas marcas no laboratório, uma em A' e outra em B' . Suponha que devido a esta explosão, duas marcas também aparecem no referencial S da plataforma, conforme o esquema da figura 7a, indicadas pelas letras A e B . Por fim, suponha que a velocidade do trem/laboratório seja comparável à da luz, porém menor que esta.

Na plataforma, da mesma maneira que no laboratório, estão localizados vários relógios que foram sincronizados utilizando-se do mesmo método (figura 6). Se estas duas bombas explodirem no mesmo instante para um referencial na plataforma, ocorrerá a sucessão de eventos descritas a seguir e representadas na figura 7.

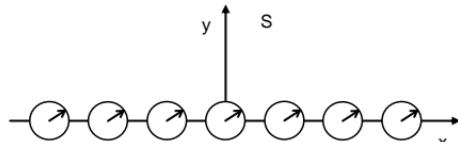


Figura 6: Todos os relógios no referencial S (plataforma) estão sincronizados para um observador localizado na origem ($x = 0$ e $y = 0$).

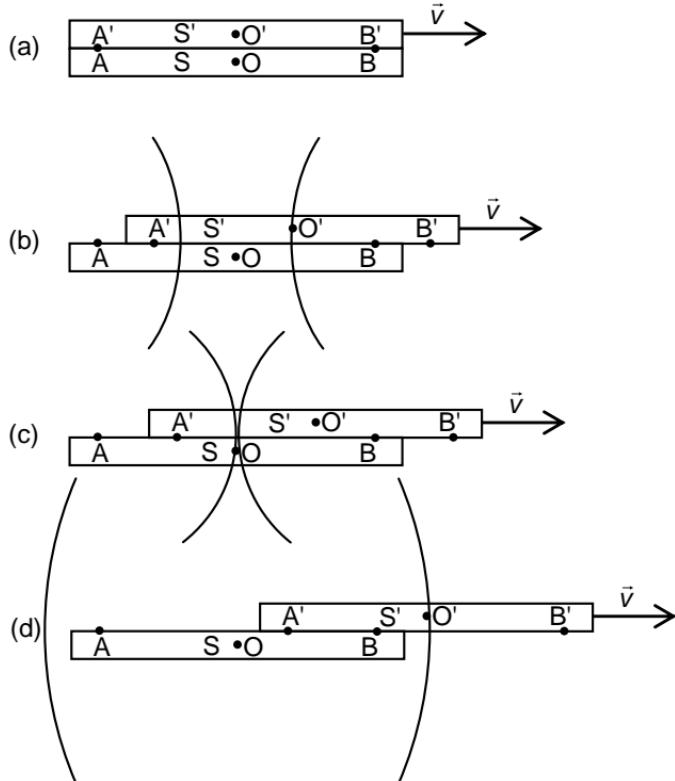


Figura 7: Duas pequenas bombas explodem no vagão deixando duas marcas A' e B' no vagão e duas marcas na plataforma A e B . (a) As duas bombas explodem e deixam suas marcas; (b) O sinal luminoso proveniente de B' chega na origem de S' . (c) Os sinais luminosos proveniente das duas explosões chegam simultaneamente em O . (d) O sinal proveniente de A' atinge o ponto O' .

Figura 7:

- (a) Duas bombas explodem simultaneamente para um observador localizado na plataforma S;
- (b) O Observador localizado na origem de S' vê um sinal luminoso chega do ponto A' ;
- (c) Os dois sinais, emitidos por A e B, chegam simultaneamente na origem O do sistema S, isto é, são observados simultaneamente;
- (d) O sinal emitido em A' finalmente chega ao observado O' localizado na origem do referencial S' .

Podemos concluir que dois eventos considerados simultâneos para um observador localizado na plataforma não serão considerados simultâneos para um referencial localizado no trem. As figuras a seguir ilustram os tempos para referenciais diferentes, isto é, para um observador em S, os relógios localizados em S' não estão sincronizados e para referenciais em S' , os relógios em S não estão sincronizados.

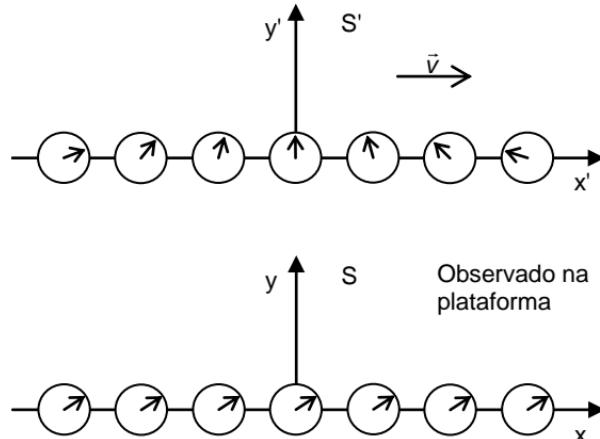


Figura 8: Para um observador em S (plataforma), o trem/laboratório se desloca para a direita com velocidade \bar{V} .

Observe na figura 8 que os relógios para $x' > 0$ estão atrasados em relação à origem de S' quando observado de S e os relógios em $x' < 0$ estão adiantados. O problema é simétrico para o referencial S, quando observado de S' : na figura 8, podemos ver que os relógios localizados em S, para um observador em S' ,

possuem seus relógios atrasados quando $x < 0$ (no sentido da velocidade da plataforma para um observador em S') e adiantados quando $x > 0$.

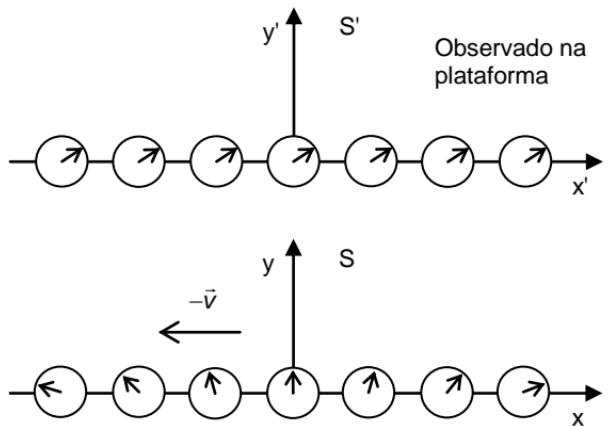


Figura 9: Para um observador em S' (trem/laboratório), a plataforma (S) se desloca para a esquerda com velocidade $-\vec{v}$.

É possível deduzir as equações de mudança de referencial, análogas às transformações de Galileu, para quais as equações do magnetismo de Maxwell são invariáveis. Não deduziremos aqui estas equações, apresentando apenas as transformações:

$$x' = \frac{x - v t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}; \quad y' = y; \quad z' = z; \quad t' = \frac{t - (\vec{v}/c^2) \cdot \vec{x}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Note que, como no esquema apresentado nas figuras 8 e 9, o tempo possui uma dependência com a posição e velocidade. Observe também que se $v \ll c$, então $v^2/c^2 \ll 1$, e as equações acima se resumem às apresentadas no início deste texto:

$$x' = x - v t; \quad y' = y; \quad z' = z; \quad t' = t$$

Algumas discussões pertinentes devem ser feitas. Dentre elas, temos que o comprimento de um objeto qualquer será sempre o máximo se medido de um referencial para o qual o objeto esteja em repouso e este comprimento é chamado de comprimento próprio e será o mesmo para todo referencial (cuidado, pois o comprimento próprio é o mesmo para todo o referencial). Digamos que obtemos um comprimento qualquer de um corpo qualquer que se move com velocidade constante. Ao fazermos a mudança de referencial podemos calcular o comprimento próprio, e este valor será o mesmo para qualquer referencial). Da mesma forma, um intervalo de tempo entre dois eventos (no mesmo ponto para um determinado referencial) será mínimo quando observado de um referencial parado em

relação aos eventos e este tempo é chamado de tempo próprio. Além disso, veremos que a massa varia de acordo com o referencial² e o mínimo valor para a massa será obtido quando medido no referencial para o qual ela esteja em repouso e esta massa é chamada de massa de repouso ou, de forma estendida, massa própria.

Se tivermos as coordenadas do sistema S' e quisermos passar para o sistema S , basta inverter o sinal de v e permutar as grandezas com linha e sem linha:

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}; \quad y = y'; \quad z = z'; \quad t = \frac{t' + (v/c^2)x'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Suponha que haja um objeto no referencial S' com velocidade u' na direção positiva de x' que medido do referencial S a velocidade seja u . A relação entre estas duas velocidades pode ser obtida substituindo a segunda equação abaixo na primeira:

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = u't \quad \text{e} \quad t' = \frac{t - (v/c^2)x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Obtemos
$$u = \frac{u' + v}{1 + u'v/c^2}.$$

Uma dedução muito comum em livros didáticos será apresentada a seguir.

Imagine que alguém dentro do trem/laboratório emita do chão um raio de luz que incide no teto do trem conforme o esquema a seguir.

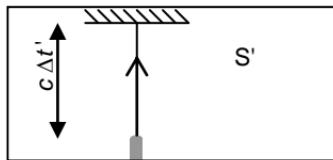


Figura 10: Um raio é emitido a partir do solo no referencial do trem. A distância entre o laser e o espelho é dada por $c\Delta t'$.

² Cabe aqui observar que alguns autores não entendem o aumento da inércia de um corpo com o aumento da velocidade como sendo um aumento da inércia. Entretanto

utilizamos a ideia de que é a massa que aumenta, pois não cabe uma discussão mais detalhada do assunto.

O mesmo evento observado por um observador fixo na plataforma pode ser representado pela figura a seguir.

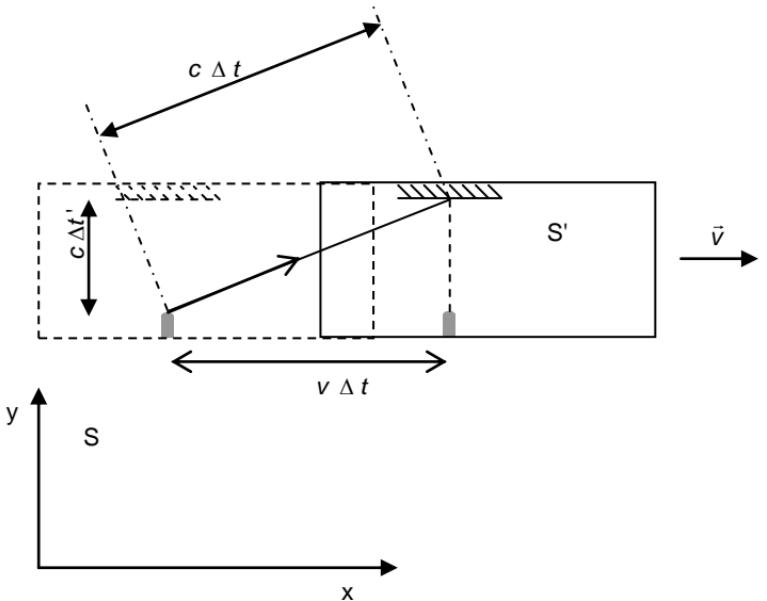


Figura 11: Um raio que foi emitido a partir do solo no referencial do trem observado por um observador na plataforma.

Na figura 11, podemos aplicar o teorema de Pitágoras:

$$(c \cdot \Delta t)^2 = (c \cdot \Delta t')^2 + (v \cdot \Delta t)^2$$

Resolvendo esta equação para Δt , obtemos:

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Este resultado não foi amplamente discutido, uma vez que esta discussão pode ser encontrada no livro texto utilizado no curso, entretanto vale mostrar que podemos obter o mesmo resultado utilizando as equações de mudança de referencial anteriormente apresentadas:

Sabendo que $t_f = \frac{t'_f + (v/c^2)x'}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$ e que $t_i = \frac{t'_i + (v/c^2)x'}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$, sendo t_i é o

instante final do evento (quando o feixe de luz atinge o espelho) e t_i quando o feixe é emitido. Assim temos que

$$\Delta t = t_f - t_i = \frac{t'_f + (v/c^2)x'}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - \frac{t'_i + (v/c^2)x'}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \frac{t'_f + (v/c^2)x' - t'_i - (v/c^2)x'}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{t'_f - t'_i}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \Rightarrow \boxed{\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1-v^2/c^2}}}$$

De uma maneira semelhante, podemos imaginar que existe um objeto de comprimento L quando medido em S e L' quando medido em S' . A relação entre L e L' será:

$$\boxed{L = L' \sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Por fim, também é possível obter uma relação entre as massas, que é dada por:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Sendo a massa m_0 medida no referencial de repouso da massa e v o módulo da velocidade da massa (ou do referencial para o qual a massa esteja em repouso).

(D) POSTULADOS DA RELATIVIDADE RESTRITA

Einstein criou dois postulados que pareciam resolver o problema do Eletromagnetismo, mas que carregava consigo resultados nenhum pouco intuitivos. São eles:

1 – Todas as leis da Física devem ter a mesma forma em todos os referenciais Inerciais

2 – A luz se propaga no vácuo com uma velocidade constante c , independente da velocidade da fonte ou do observador

Vamos agora para um resumo das principais equações, vistas anteriormente ou não.

Seja γ o chamado coeficiente de Lorentz, sendo

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \geq 1$$

Observe que para $v > 0$, então $\gamma > 1$. Com isso, vamos às equações.

CONTRAÇÃO DOS ESPAÇOS

Visto de um referencial parado, uma barra possui comprimento L_0 . Se esta barra for medida de um referencial que se move ao longo do comprimento da barra, a medida será menor, logo:

$$L = L_0 / \gamma$$

DILATAÇÃO DOS TEMPOS

Sejam dois eventos, ocorridos no mesmo lugar para um determinado referencial. O intervalo de tempo entre ambos os eventos será mínimo se medido desse referencial, sendo chamado de tempo próprio Δt_0 . Para qualquer outro referencial, se movendo relativamente àquele, o intervalo de tempo medido será maior:

$$\Delta t = \Delta t_0 \cdot \gamma.$$

AUMENTO DA MASSA

A mesma discussão do tempo vale para a massa:

$$m = m_0 \cdot \gamma.$$

Aqui, no entanto é possível que apareçam duas interpretações:

1 – a mais comum afirma que a massa m depende da velocidade³;

2 – outra interpretação afirma que a massa de um corpo é constante e vale m_0 , porém outras grandezas, como as que veremos a seguir, variam dependendo da velocidade.

EQUIVALENTE MASSA-ENERGIA

A energia total de um corpo é dada por

$$E = mc^2.$$

Isso amplia tudo o que estudamos a respeito de conservação de energia e conservação de massa, uma vez que o que agora é conservado é o equivalente massa-energia.

³ Note que ao dizer que há uma dependência da velocidade é sinônimo de dizer que há uma dependência de γ .

De acordo com as duas interpretações a respeito da massa, podemos escrever de forma mais geral que a energia total de um corpo é dada por:

$$E = \gamma m_0 c^2.$$

Ela fica melhor escrita como:

$$\Delta E = \Delta m \cdot c^2.$$

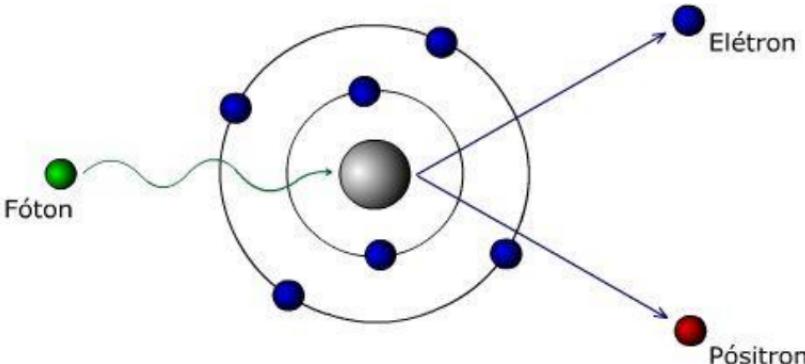
Esta equação relaciona, por exemplo, a energia dissipada numa fissão nuclear com a variação da massa de combustível da reação.

Ela é conhecida como o “Equivalente massa-energia”. É interessante notarmos, portanto, que o que Einstein fez foi unificar os conceitos de massa e energia em um só

IMPORTANTE: não podemos dizer que numa explosão nuclear, por exemplo, houve uma transformação de massa em energia, pois energia possui inércia e massa equivale à energia.

Vejamos alguns mais dois exemplos:

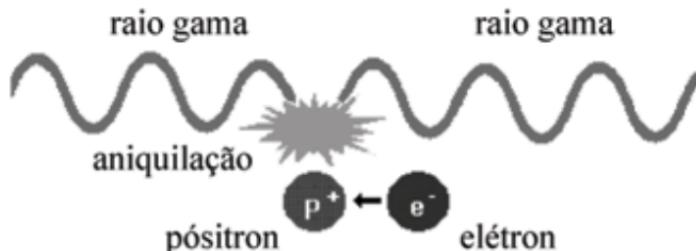
1 – PRODUÇÃO DE PARES: um fóton (veremos mais adiante que a radiação eletromagnética se comporta como partículas chamadas de fótons) ao interagir com uma partícula pesada, como o núcleo de um átomo, pode se decair transformando-se em um elétron e um antielétron.



É importante frisar que sem o núcleo não seria possível a conservação da energia e a quantidade de movimento simultaneamente.

O antielétron é conhecido como pósitron e possui mesma massa, mesmo spin, mas com carga oposta ao elétron e é uma dentre muitas partículas que constitui a antimateria.

2 – ANIQUILAMENTO: é o processo inverso da produção de pares que ocorre quando uma partícula e uma antipartícula se encontram. Quando isso ocorre, há um aniquilamento das partículas, produzindo fótons, não sendo necessário um terceiro corpo.



Vamos agora falar um pouco sobre uma unidade de medida muito usual no mundo das partículas de alta energia: o elétron-volt. Esta energia corresponde ao trabalho sofrido por um elétron ao atravessar uma diferença de potencial de 1 V. Como e é a carga de um elétron, temos:

$$1\text{eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1\text{V} \Rightarrow [1\text{eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}] .$$

A unidade de massa usual é a de energia pela velocidade da luz, mantendo a unidade de energia em elétron-volt, isto é:

$$E = mc^2 \Rightarrow m = \frac{E}{c^2} \Rightarrow [m] = \frac{1\text{ eV}}{c^2} .$$

Algumas massas de partículas conhecidas

$$m_{\text{elétron}} = 511 \text{ keV/c}^2 \text{ e } m_{\text{neutron}} = 940 \text{ MeV/c}^2 .$$

CORREÇÃO RELATIVISTICA DA FORÇA

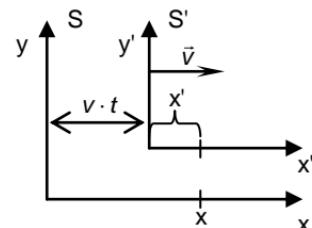
$$\vec{F} = \gamma^3 m_0 \cdot \vec{a} .$$

CORREÇÃO RELATIVISTICA DA QUANTIDADE DE MOVIMENTO

$$\vec{Q} = \gamma m_0 \cdot \vec{v} .$$

MUDANÇA DE COORDENADA

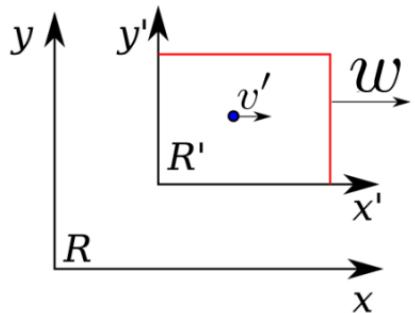
Utilizando-se do esquema ao lado, podemos determinar a relação de transformação. O comprimento x' medido de S será $x' \cdot \gamma$. Com isso:



$$x = v \cdot t + \frac{x'}{\gamma} \Rightarrow [x' = \gamma \cdot (x - v \cdot t)]$$

VELOCIDADE RELATIVA

Diferente da velocidade relativa de Galileu. Assim, seja um referencial R' , no qual há um corpo com velocidade v' ao longo do eixo x' conforme figura abaixo. Este referencial possui uma velocidade ω em relação a outro referencial R .



Assim, a velocidade v do móvel em relação à R é dada por:

$$v = \frac{v' + \omega}{1 + \frac{v' \cdot \omega}{c^2}}.$$

(E) SOBRE VIAGENS NO TEMPO

Como discutido no começo deste material, o problema se inicia quando passamos a ter certa dificuldade em sincronizarmos os relógios de um referencial. De forma muito simplificada, podemos imaginar um pulso supra luminar⁴ partindo da posição B' em direção à posição A' no sistema S' na figura 7. Suponha que em A' tenhamos um dispositivo que, ao receber este sinal, a bomba seja desativada. Se a velocidade for grande o suficiente, seria possível enviar um sinal impedindo que a bomba em A' não exploda.

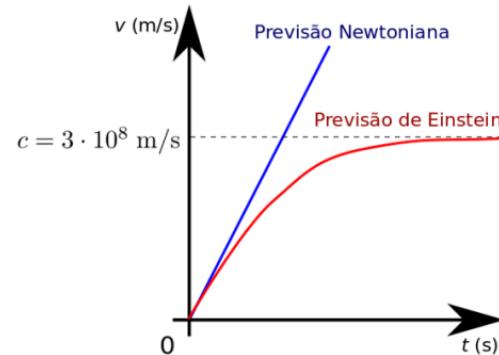
Agora, vamos ver o que é observado para o referencial S . Não faz sentido pensar que a bomba exploda em um referencial e exploda em outro, por isso admitimos que a bomba em A' não irá explodir. Assim sendo, como para um observador em S ambas as bombas explodem simultaneamente, então, para que o evento em A não ocorra, o pulso que foi emitido em B deverá viajar para o passado para informar ao dispositivo em A que a bomba não poderá explodir.

⁴ Com velocidade acima da velocidade da luz

Aqui, damos um exemplo de que o objeto com velocidade supra luminal poderia voltar no tempo, e por conta disso, muitos cientistas acreditam que seria impossível passar de tal velocidade. Note também que na equação da massa (acima), se $v > c$, a raiz no denominador será complexa! Além disso, se v se aproxima de c , a raiz tende a zero e a massa tende ao infinito. Muitos então acreditam que apenas partículas sem massa de repouso⁵ poderiam passar da velocidade da luz.

O nome dado a essas partículas supra luminares, se existirem, é de **táquion**... Além disso, existem muitas discussões a respeito de contradições as viagens no tempo, dentre elas, a possibilidade de mudar o passado e, por isso, o presente deixar de ser como é.

O gráfico a seguir representa o resultado esperado para a velocidade de um corpo quando submetido à uma força constante: de acordo com as leis de Newton, não há limite superior para a velocidade, mas de acordo com a teoria da relatividade, a velocidade da luz é o limite superior para a velocidade de um corpo.



(F) TEORIA DA RELATIVIDADE GERAL

O que vimos até agora é a Teoria da Relatividade Restrita: ela trabalha apenas com sistemas de referenciais iniciais. Mas e se quisermos trabalhar com referenciais acelerados? A Teoria da Relatividade Geral trabalha também com referenciais acelerados sendo possível entender melhor o paradoxo dos gêmeos.

A teoria da relatividade geral também possui dois postulados:

⁵ Partículas para as quais não existe um referencial no qual ela esteja em repouso. Como exemplo, podemos citar o fóton, uma vez que não existe nenhum referencial no qual o fóton esteja em repouso.

1 – Todas as leis da Física devem ter a mesma forma em todos os referenciais Inerciais e NÃO INERCIAIS.

2 – A luz se propaga no vácuo com uma velocidade constante, independente da velocidade da fonte ou do observador.

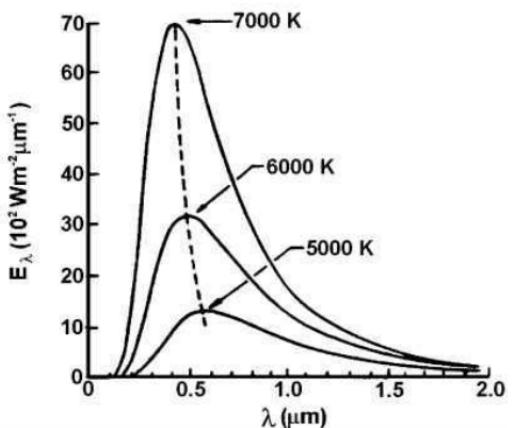
Assim, qualquer experimento feito em um laboratório deveria permitir tirar as mesmas conclusões independentemente do sistema de referência (laboratório) estar ou não com velocidade constante ou acelerado.

2. FÍSICA QUÂNTICA

(A) TEORIA DOS QUANTAS

Quando um corpo é aquecido, este emite ondas eletromagnéticas cuja frequência (e, consequentemente, do comprimento de onda) de maior intensidade tem um pico que depende da temperatura. A lei que descreve esta relação é chamada de Lei do deslocamento de Wien.

$$\lambda_{\text{máx}} = \frac{b}{T}$$



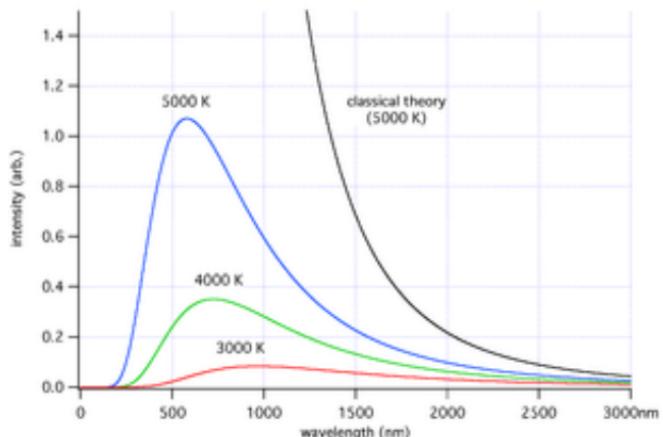
Sendo $b = 2,8977685 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$ a constante de Wien e T a temperatura do corpo, medida em kelvin. Note que o gráfico abaixo mostra esta relação: os picos das curvas de emissão estão contidos numa hipérbole.

Como este espectro não é uma característica que depende da composição química dos corpos, mas somente da temperatura dos corpos, podemos estudar um corpo ideal que não seja capaz de refletir nenhuma radiação, para que assim nenhuma radiação refletida nos faça confundir com a radiação emitida pelo corpo. Tal corpo ideal ficou conhecido como **corpo negro ideal**, por absorver toda a radiação incidente.

Até por volta de 1900, a teoria eletromagnética até então desenvolvida previa que um corpo aquecido emitia mais radiação do que o que se media experimentalmente. Tal problema ficou conhecido como a catástrofe do ultravioleta, uma vez que a previsão teórica concluía que a quantidade de energia emitida para corpos muito aquecidos (conforme figura abaixo) era absurdamente elevada.

A teoria até então utilizada considerava que a matéria era feita de pequenos osciladores harmônicos e, como era previsto pela

teoria do eletromagnetismo, as cargas elétricas oscilantes na matéria deveriam então emitir radiação.



Nota: o comprimento de onda do ultravioleta varia em torno de 10 a 400 nm.

Tal hipótese se mostrou falha, porém uma pequena adaptação, aparentemente um tanto quanto estranha, coincidia perfeitamente com o que era observado: se assumíssemos que a matéria oscilasse, tal como a teoria anterior, mas propunha que a energia de **oscilação poderia ter apenas alguns valores possíveis**. Mais tarde, tal ideia foi usada também para a luz, de modo que entendemos que a luz transporta energia em

quantidades determinadas conhecidas como fóton. A energia transportada por cada fóton é dada por:

$$E = h \cdot f .$$

Sendo E a energia transportada por cada fóton, f a frequência associada ao fóton (note que aqui misturamos a ideia de ondas com partículas, e esta frequência é também a frequência da onda eletromagnética) e $h = 6,62607004 \cdot 10^{-31} \text{ m}^2 \cdot \text{kg/s}$ é chamada de constante de Planck.

Radiação emitida por um corpo negro:

https://phet.colorado.edu/sims/html/blackbody-spectrum/latest/blackbody-spectrum_pt_BR.html

No link acima você confere uma simulação didática que mostra como varia o espectro de emissão de um corpo quando aquecido.

Acesse e verifique qual o comprimento de onda mais intenso emitido por nós, seres humanos.

Não podíamos deixar de falar que

(B) EFEITO FOTOELÉTRICO

As ideias de Planck foram de fundamental importância, muito embora muitas vezes referimos a elas como antiga mecânica quântica.

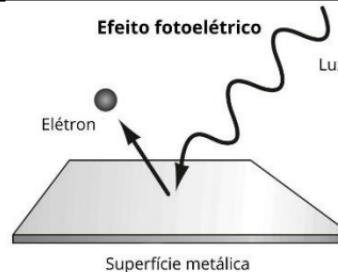
Como primeiro impacto, podemos ver a ideia de quantização da matéria permitiu à Einstein explicar um fenômeno que antes não era possível ser explicado: o efeito fotoelétrico.

Vamos separar este item em três partes:

- Primeiro, vamos entender o fenômeno;
- Depois, vamos usar as ideias da ondulatória para e verificar que elas não podem explicar o fenômeno;
- Por fim, vamos utilizar a ideia proposta por Planck e ver que neste caso a experiência condiz com a teoria.

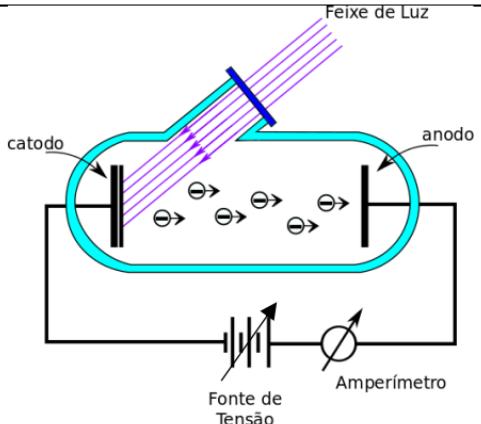
O FENÔMENO

Quando um material metálico é iluminado, este emite elétrons, ficando assim carregados positivamente. O elétron ejetado é chamado de fotoelétron (veja esquema abaixo).



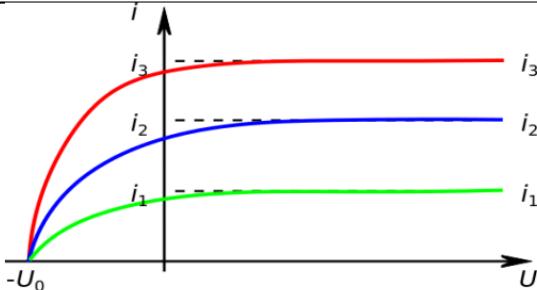
Vamos falar, sem nos atermos à realidade cronológica, de um experimento que permite fazer algumas medidas: o experimento de Linard.

Na figura abaixo, vemos uma fonte de tensão ligada à um catodo (conectado ao negativo de uma fonte de tensão), um anodo (conectado ao positivo), ambos dentro de um tubo onde se foi feito um vácuo. Podemos verificar que, como esperado, não há corrente elétrica dentro do tubo, pois não existe matéria, mas isso muda quando um feixe de luz ilumina o catodo: o amperímetro começa a medir uma certa corrente.



Sem a fonte de tensão for ajustável, podemos controlar este valor e montar um gráfico da corrente elétrica em função da tensão na fonte. Note que uma tensão negativa significa que o catodo terá uma tensão maior que o anodo.

Ao fazer os devidos testes, o resultado experimental é apresentado no gráfico abaixo.



Ao variar a intensidade da luz que ilumina o catodo você verifica as diversas correntes de saturação i_1 , i_2 e i_3 (quanto maior a intensidade da radiação, maior a corrente elétrica).

Note que se os elétrons são ejetados com determinada energia cinética, o potencial negativo U_0 implica uma corrente nula pois entendemos que todos os elétrons são freados e nenhum elétron consegue sair do catodo e chegar no anodo.

Este experimento simples permite calcularmos a energia cinética do elétron mais rápido:

$$E_{Cmáx} = q \cdot U_0 .$$

Outro resultado interessante é que se alterarmos a intensidade da luz, o potencial U_0 não se altera, permitindo-nos concluir

que a energia cinética do fotoelétron não depende da intensidade da radiação incidente.

Outro resultado interessante é que esse potencial é diferente para cada metal

Substância	U_0 (V)
rubídio	2,11
césio	2,15
potássio	2,20
sódio	2,28
alumínio	4,06
cobre	4,72
carbono	4,81

Tabela 1: potencial de corte para diversos materiais

Além disso, verificamos experimentalmente que a cor da luz incidente importa. Com isso, montamos uma tabela, com os mesmos materiais da tabela 1, mas com a frequência a partir da qual ocorre efeito fotoelétrico e também é indicado se a frequência está na faixa visível do espectro eletromagnético ou se corresponde ao ultravioleta.

Substância	f_c (10^{14} Hz)	Faixa
rubídio	5,10	Visível
césio	5,20	Visível
potássio	5,30	Visível
sódio	5,50	Visível
alumínio	9,80	Ultravioleta
cobre	11,40	Ultravioleta
carbono	11,60	Ultravioleta

Tabela 2: frequência de corte, a partir da qual ocorre o efeito fotoelétrico

Agora, temos que explicar tais fenômenos: como dito anteriormente, usando a teoria ondulatória, não conseguimos explicar tal fenômeno.

POSSÍVEL INTERPRETAÇÃO DA ONDULATÓRIA

Inicialmente tentaremos prever alguns resultados esperados, segundo nosso conhecimento de ondulatória.

- Podemos supor que a onda eletromagnética interage com os elétrons da mesma maneira que ocorre no aquecimento da água num forno de micro-ondas: uma

força elétrica surge nos elétrons e isso “chacoalha” os elétrons até dar energia suficiente para que ele seja removido do material.

- Sendo verdadeira a hipótese anterior, esperamos que quanto mais intensa é a onda (maior amplitude da onda), maior a força que a onda faz nas cargas e, por que não, mais elétrons são removidos.
- A energia dos elétrons ejetados devem ser proporcionais à energia da radiação incidente. Como esta energia é proporcional ao quadrado da amplitude e ao quadrado da frequência, devemos supor que, mesmo uma onda infravermelha, por exemplo, seria capaz de produzir o efeito fotoelétrico, bastando aumentar a intensidade da onda.

Veja que tais hipóteses **não condizem com os experimentos**, uma vez que **existe uma frequência de corte**, isto é, existe uma frequência da radiação incidente a partir da qual ocorre efeito fotoelétrico (se usarmos uma onda de menor frequência, mesmo aumentando a intensidade, o efeito fotoelétrico não ocorre). Além disso, a ondulatória não explica a tensão de corte U_0 depender unicamente da frequência (não depende da

intensidade). Vamos então para a explicação considerada hoje (e dada no início do século XX).

INTERPRETAÇÃO QUÂNTICA

Primeiramente, a palavra “quântica” e seus derivados (*quantum* – singular – e *quanta* – plural) se refere a algo “quantizável”, isto é, a algo empacotado. Como exemplo, imagine que a energia luminosa está para o refrigerante assim como o fóton (um *quantum* de luz) está para uma latinha de refrigerante. Talvez, um sinônimo aceitável é entender que coisas quantizáveis vão coisas contáveis (antônimo de incontável ou contínuo).

Agora vamos à nossa hipótese sensacional:

- E se, assim como propôs Planck, a luz transportasse energia como se fosse bolinhas e a energia destas bolinhas dadas pela relação de Planck:

$$E = h \cdot f$$

Uma segunda hipótese se faz necessário:

- Cada elétron absorve somente um único fóton que é transformado integralmente em energia mecânica.

Digamos que o fóton esteja ligado ao metal (não é uma ligação com o átomo, pois bem sabemos que em metais o elétron está livre) e a energia necessária para remover um elétron é chamada de função trabalho ϕ . Por conservação de energia, podemos concluir que:

$$E_{\text{fóton}} = E_{\text{cinética}} + \phi.$$

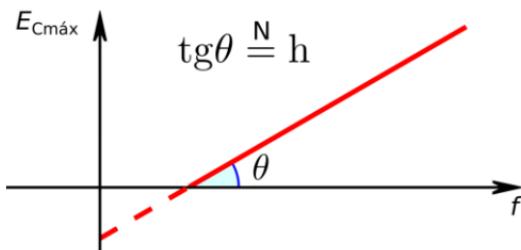
Isto é, se o fotoelétron absorve **toda** a energia do fóton, então a parcela de energia que o elétron não usar para vencer a sua energia de ligação com o metal (ϕ) será usada como energia cinética. Esta é justamente a ideia que rendeu o prêmio Nobel de Física à Albert Einstein em 1921.

Note que isso explica por que baixas frequências de radiação incidente não emite fotoelétrons ($E_{\text{fóton}} < \phi$), porque quanto maior a intensidade da luz maior a corrente elétrica (maior o número n de fótons que atingem uma determinada área iluminada a cada segundo) e explica o potencial de corte U_0 .

Seja $I = P/A$ a intensidade de uma onda (potência por área) que atravessa uma seção de área A e n o número de fótons que atravessam essa mesma área a cada segundo. Note a seguinte relação:

$$n = \frac{I}{E_{\text{fóton}}} = \frac{I}{h \cdot f}.$$

Voltando então a falar do experimento de Lenard: vamos variar a frequência da onda incidente e determinar a energia cinética do fotoelétron mais energético. Fazendo tal experimento, obteremos um gráfico linear, como o que se segue:



Conforme já discutido:

$$E_{\text{cmáx}} = q \cdot U_0.$$

Usando a relação de Planck e a ideia de Einstein, podemos escrever:

$$\begin{aligned} E_{\text{fóton}} &= E_{\text{cinética}} + \phi \Rightarrow \\ h \cdot f &= E_{\text{Cmáx}} + \phi \Rightarrow \\ E_{\text{Cmáx}} &= h \cdot f - \phi. \end{aligned}$$

Você deve ter se perguntado por que substituímos a energia cinética (qualquer uma) pela energia cinética máxima e a resposta é simples: porque esta é a energia que conseguimos medir com o experimento de Lenard. Vamos então comparar este resultado com a equação da reta:

$$E_{\text{Cmáx}} = h \cdot f - \phi.$$

eixo y eixo x
 coeficiente angular coeficiente linear

Note que, como mostrado na figura, o coeficiente angular é a constante de Planck. Além disso, o valor da frequência mínima (chamada de frequência de corte – ponto onde a reta cruza o eixo horizontal) e o valor da função trabalho podem ser obtidas a partir da análise deste gráfico.

Portanto, para além de explicar um problema até então incompreendido, a teoria elaborada por Einstein permitiu,

graças ao experimento de Lenard, medir a constante de Planck e determinar experimentalmente a função trabalho de diversos materiais.

Na tabela abaixo apresentamos os mesmos metais tratados anteriormente, mas agora apresentando o valor da função trabalho em eV.

Substância	ϕ (eV)	Faixa
rubídio	2,11	Visível
césio	2,15	Visível
potássio	2,20	Visível
sódio	2,28	Visível
alumínio	4,06	Ultravioleta
cobre	4,72	Ultravioleta
carbono	4,81	Ultravioleta

Tabela 3: função trabalho para diversos materiais

Compare os valores da tabela 1 com a tabela 3 e tente responder: porque é mais prático trabalharmos em eV (elétron-volt) no lugar de J (joule)?

A semente para uma revolução na Física foi plantada. Veremos mais algumas implicações destas ideias.

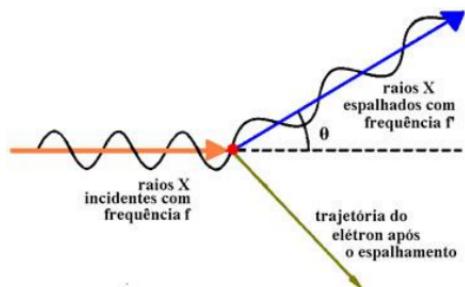
Apesar do fóton não ter massa de repouso, afinal a luz nunca está parada em referencial nenhum, ainda sim ele possui quantidade de movimento Q :

$$Q = \frac{h}{\lambda}.$$

Outros efeitos de interação entre fóton e matéria:

Efeito Compton

Um fóton interage com um elétron livre mudando sua direção e frequência dando energia ao fóton.



Efeito Thomson

Fóton interagem com elétron fortemente ligado ao átomo e não sofre mudança de sua frequência.

Experimento de Lenard:

https://phet.colorado.edu/sims/cheerpi/photoelectric/latest/photoelectric.html?simulation=photoelectric&locale=pt_BR

No link acima você confere uma simulação do experimento de Lenard e pode verificar “experimente” os resultados aqui apresentados.

(C) NATUREZA DUAL DA LUZ

A luz se comporta hora como onda (refração, difração, reflexão e interferência) e hora como partícula (espalhamentos Compton e Thomson, efeito fotoelétrico)

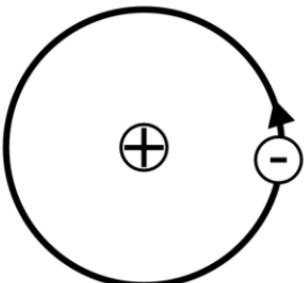
O que a luz é então? Onda ou partícula? O Princípio da Complementaridade de Niels Bohr explica:

Em cada fenômeno observado, a luz se comporta apenas como onda ou apenas como partícula, mas não como ambas simultaneamente. Assim, ambas as formas de descrever a luz são complementares.

(D) O ÁTOMO DE BOHR

Ficou conhecido como modelo planetário o modelo de átomo de Bohr. Este modelo deveria ser instável de acordo com as leis do eletromagnetismo clássico.

Bohr então postulou que o átomo deveria obedecer a algumas regras:



Primeiro postulado de Bohr

O elétron pode se mover em determinadas órbitas sem irradiar. Essas órbitas estáveis são denominadas estados estacionários.

Segundo postulado de Bohr

As órbitas estacionárias são aquelas nas quais o momento angular do elétron em torno do núcleo é igual a um múltiplo inteiro de $\hbar = \frac{h}{2\pi}$.

Isto é, $mvr = n \cdot \frac{h}{2\pi}$, sendo m a massa do elétron, v a velocidade do elétron, r o raio da órbita do elétron e, por fim, n é o número quântico principal que corresponde à um número inteiro positivo $n = 1, 2, 3, \dots$.

Terceiro postulado de Bohr

O elétron irradia quando salta de um estado estacionário para outro mais interno, sendo a energia irradiada dada por

$$E = h \cdot f = E_f - E_i$$

onde f é a frequência associada ao fóton emitido pelo elétron (ou absorvido pelo elétron), E_f a energia potencial final do elétron e E_i a energia potencial inicial do elétron.

Animação mostrando o experimento que levou Rutherford e Bohr a abandonarem o modelo de pudim com passas:

https://phet.colorado.edu/sims/html/rutherford-scattering/latest/rutherford-scattering_pt_BR.html

(E) DUALIDADE ONDA-PARTÍCULA

De Broglie, fascinado com a ideia de que a luz se comporta como partícula, se perguntou se o oposto não seria possível: partícula se comportando como onda.

De Broglie então propôs que a matéria deveria se comportar como onda e a equação da quantidade de movimento de um corpo (em geral, partículas como elétrons, prótons, nêutrons etc.) deveria obedecer a mesma equação que o fóton:

$$Q = \frac{h}{\lambda}.$$

Mas da mecânica sabemos que

$$Q = m \cdot v$$

portanto

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v}.$$

Assim, a matéria deve sofrer refração, difração e interferência.

Experimentos já foram realizados e foi possível verificar que elétrons podem se comportar como ondas, inclusive sofrer o

fenômeno da difração. Na figura abaixo temos uma imagem obtida pela interferência eletrônica quando um feixe de elétrons sofre difração.

Uma animação interessante pode ser acessada neste vídeo:

https://www.youtube.com/watch?v=zKiCEU6P3U0&ab_channel=QuantumAcademy

Podemos aplicar nossos conhecimentos de ondas estacionárias no modelo de Bohr: se considerarmos que o comprimento da órbita de um elétron em um átomo corresponde à um número inteiro de meios comprimentos de onda, nós obtemos o segundo postulado de Bohr. Veja isso nos desenhos a seguir.



Estado Fundamental
Número Quântico
principal $n = 1$

$$2\pi r = \lambda$$



Primeiro Estado
Excitado
Número Quântico
principal $n = 2$

$$2\pi r = 2\lambda$$



Segundo Estado
Excitado
Número Quântico
principal $n = 3$

$$2\pi r = 3\lambda$$

⋮

$$2\pi r = n\lambda$$

Note que o número n correspondente ao harmônico é equivalente ao número quântico principal.

(F) PRINCÍPIO DA CORRESPONDÊNCIA

Parece estranho a natureza e o comportamento de objetos minúsculos serem tão distintos do que nós estamos acostumados. Esta grande diferença não seria paradoxal?

Princípio da Correspondência de Bohr:

A mecânica Quântica se reduz à Mecânica Clássica quando aplicada ao comportamento de objetos macroscópicos.

(G) PRINCÍPIO DA INCERTEZA DE HEISENBERG

O princípio da incerteza de Heisenberg impõe imprecisões na medida de energia, tempo, posição e velocidade. Vamos dividi-lo em três partes.

Princípio da incerteza de Heisenberg – 1:

Não é possível saber, simultaneamente e com precisão arbitrária, a posição e a quantidade de movimento de uma partícula. Sendo Δx a incerteza na posição e Δp a incerteza na quantidade de movimento

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{\hbar}{4\pi}.$$

Princípio da incerteza de Heisenberg – 2:

Isso vale para a energia e o tempo:

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{h}{4\pi}.$$

É importante notar que este princípio não se refere ao método de se fazer a medida e que a imprecisão deve ser entendida como algo muito mais profundo.

Como exemplo, imagine que resfriamos um material até 0 K. A energia interna do átomo não poderá ser nula.

Texto complementar:

<https://www.scielo.br/j/rbef/a/yFLHKG9B4HWKZfPtDNgPsn/?lang=pt&format=pdf>

Princípio da incerteza de Heisenberg – 3:

A energia de um oscilador é dada por:

$$E = \left(1 + \frac{1}{2}\right) h \cdot f$$

ou seja, o corpo não terá energia nula.

1. PARTÍCULAS ELEMENTARES

Este é um tópico extra que não será muito aprofundado em aula. O principal objetivo aqui é trazer um panorama histórico para você ter uma ideia do tempo que faz que descobrimos algumas partículas elementares.

Vou então apresentar a partícula, o período de descobrimento e algumas características de tais partículas. Vou me basear no livro *Introduction to elementary particles* (Wiley, 1987) de Griffiths D.

(A) ERA CLÁSSICA (1887 – 1932)

Neste período temos basicamente tudo o que estudamos no ensino médio: dos modelos atômicos até elétrons e as partículas nucleares (prótons e nêutrons). O elétron, por exemplo, foi observado por Thomson (~1897) através dos raios catódicos (ele descobriu que estes “raios” possuíam cargas elétricas, portanto não poderia ser um tipo de luz ou raio x).

O experimento de Thomson fez ele pensar que a matéria deveria ter cargas positivas e negativas, mas as negativas certamente seriam mais fáceis de serem removidas da matéria,

chegando no famoso modelo de pudim com passas. Posteriormente, o experimento de espalhamento de Rutherford mostrou que a hipótese de Thomson não era suficiente para explicar o ocorrido com os raios alpha (o equivalente a feixes de núcleos do átomo de hélio) quando este passava por uma fina camada de ouro.

Entenda a diferença entre estes dois modelos na simulação abaixo:

https://phet.colorado.edu/sims/html/rutherford-scattering/latest/rutherford-scattering_pt_BR.html

Bohr entra na história e consegue explicar alguns dados experimentais usando as ideias de Planck, mas ainda tínhamos um problema: os isótopos, que consistia em átomos com mesma propriedade química, mas com massas diferentes. Daí temos a descoberta do nêutron, em 1932.

Pronto: descobrimos todas as partículas na natureza (elétrons, prótons, nêutrons e fôtons), correto?

Não... A aventura só está começando, pois temos dezenas de novas partículas descobertas.

(B) O FÓTON (1900 – 1924)

A história do fóton (γ) é extensa, mas já falamos sobre ela quando estudamos o efeito fotoelétrico e a catástrofe do ultravioleta. Sua descoberta não é tão simples, pois não foi uma simples proposição e constatação de sua existência. Deixemos isso para o início do capítulo 2, logo acima.

(C) MÉSONS (1934 – 1947)

Tentando responder à pergunta “o que mantém o núcleo de um átomo coeso?” é que chegamos à ideia da força forte (ou força nuclear forte)

Impondo a quantização na força nuclear forte, Yukawa (1932) calcula a massa de uma partícula mediadora (méson tem exatamente este significado).

Com isso, temos uma nova nomenclatura: partículas leves, como o elétron, é chamado de lépton; já as partículas pesadas, como o próton e o nêutron, são chamadas de bárions (pesado).

Em 1937, dois grupos independentes conseguem detectar, através do estudo dos raios cósmicos, partículas que se comportam como previsto por Yukawa.

O verdadeiro méson de Yukawa ficou conhecido como mísion píon ou méson π , porém outra partícula mediadora foi descoberta: o méson μ (ou múon).

(D) ANTIPARTÍCULAS (1930 – 1956)

Descoberto em 1931, mas proposto quase uma década antes, o pósitron é uma partícula muito similar ao elétron: mesma massa, mesmo spin e carga idêntica em módulo, mas positiva.

Quando um pósitron se encontra com um elétron, eles simplesmente se transformam em fóton, um aniquilando a existência do outro, como se um fosse a antítese do outro levando assim à ideia de antimateria.

Assim como feixe de elétrons era conhecido também como raios beta, os feixes de pósitrons ficaram conhecidos como raios beta mais ou raios β^+ , e os feixes de elétrons acabaram sendo chamados de raios beta menos ou raios β^- .

Mas, imagine que possa existir uma antipartícula para toda partícula conhecida. Pois é isso que muitos físicos de partículas pensaram e eles não estavam errados: a chuva de descobertas ainda estava por vir.

Vamos entender uma notação importante: seja um próton, denotado pela letra p , então chamaremos o antiproton pela mesma letra com uma barra em cima \bar{p} . Podemos fazer isso para o nêutron (n para o nêutron e \bar{n} para o antinêutron). Algumas partículas, por possuírem uma carga elétrica, é usual diferenciar a partícula da antipartícula pelo seu sinal, assim o elétron costuma ser representado por e^- e o pósitron (antielétron) por e^+ ; o mesmo vale para o múon (μ^-) com sua antipartícula, o antimúon (μ^+). Em alguns casos, quando uma partícula não possui carga, então a sua partícula é idêntica a ela mesma, como ocorre com o fóton, portanto fóton e antifóton é a mesma coisa e representado por γ .

Aqui você deve estar se perguntando: mas se o nêutron é uma partícula sem carga, o que seria um antinêutron?

Responderemos isso quando falarmos dos quarks. Mas por hora vamos resumir o que foi visto acima em uma tabela.

Note que na tabela a seguir não incluímos o píon e isso porque existem três: π^+ , π^0 e π^- . Mas não deveria ser somente partícula e antipartícula? Pois é, veremos mais adiante que sim, mas outras partículas devem entrar nessa história.

Partículas		Antipartículas	
Nome	Símbolo	Nome	Símbolo
Próton	p	Antiprotons	\bar{p}
Nêutron	n	Antinêutrons	\bar{n}
Elétron	e^-	Antielétrons	e^+
Múon	μ^-	Antimúon	μ^+
Fóton	γ	Fóton	γ

A história começa a ficar séria agora, pois podemos ter uma partícula se transformando em outra, como ocorre quando um pósitron e um elétron se encontram:

$$e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma .$$

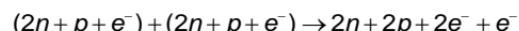
Mas fique tranquilo, pois não entraremos em detalhes nisso aqui.

(E) O NEUTRINO (1930 – 1962)

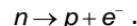
Vamos começar com o problema do decaimento beta: algumas reações nucleares emitem elétrons, conhecido também como raios beta; como exemplo, seja a fusão de dois hidrogênios (trítios) se fundindo e se transformando em hélio:



Como você deve se lembrar das aulas de química, sendo o tritio um elemento de massa atômica 3 e número atômico 1, ele terá 2 nêutrons, 1 próton e 1 elétron; o hélio possui 2 prótons, 2 nêutrons e 2 elétrons. Assim, a reação acima pode ser reescrita como:



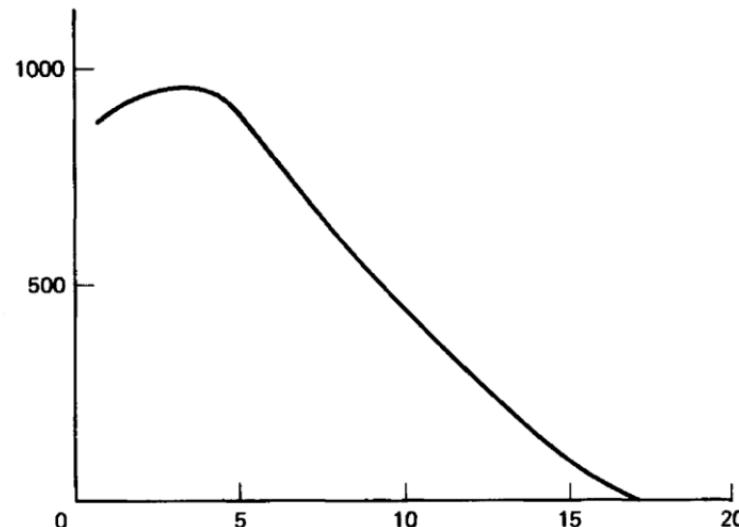
que simplificando fica:



Ou seja, na fusão de dois trítios temos a transformação de um nêutron em um próton e um elétron.

Não somente na reação apresentada acima, mas em várias outras reações nucleares com decaimento beta, a energia

esperada para o elétron era de um valor constante. Novamente, indo contra a teoria até então desenvolvida, a energia detectada dos elétrons varia, de forma que aparentemente a energia total do sistema não é conservada.



A figura acima apresenta o número de contagem de elétrons por faixa de energia (eixo y) por energia (eixo x). O que importa aqui é que tem algo estranho na teoria: ou o princípio da conservação de energia não pode ser aplicado aqui

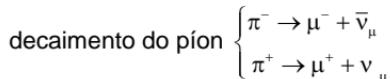
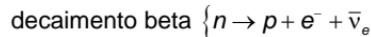
(considerado por Bohr) ou o decaimento beta emite uma partícula (apoiado por Pauli). O problema é que esta partícula deveria ter massa muito menor que a massa de um elétron, carga nula e ser muito, mas muito difícil de ser detectada. Tal partícula foi chamada de neutrino e somente foi detectado em 1950.

O símbolo do neutrino é a letra ν ("nu"); o antineutrino é $\bar{\nu}$; quanto o neutrino é produzido junto com a emissão de um elétron, temos a formação de um antineutrino do elétron simbolizado por $\bar{\nu}_e$; e assim por diante.

Temos três tipos de antineutrinos: um associado ao elétron, outro ao múon e outro ao tau⁶. Temos três neutrinos: um associado ao pósitron, outro ao antimúon e outro ao antitaon. Vejamos todos os símbolos aqui apresentados:

Neutrino	Antineutrino
ν_e	$\bar{\nu}_e$
ν_μ	$\bar{\nu}_\mu$
ν_τ	$\bar{\nu}_\tau$

Vejamos algumas reações possíveis:



Existem muitas outras reações, mas por hora vamos parar por aqui.

⁶ O tau foi descoberto em 1975, portanto ele e o neutrino associado ao tau foram colocados aqui apenas para ficar mais completo.

(F) O MODELO DOS QUARKS (1964)

Uma partícula fundamental não é formada de subpartículas e todos os léptons são partículas fundamentais.

Léptons		Antiléptons	
Nome	Símbolo	Nome	Símbolo
Elétron	e^-	Antielétron	e^+
Neutrino do elétron	ν_e	Antineutrino do elétron	$\bar{\nu}_e$
Múon	μ	Antimúon	$\bar{\mu}$
Neutrino do múon	ν_μ	Antineutrino do múon	$\bar{\nu}_\mu$
Tau	τ	Antitau	$\bar{\tau}$
Neutrino do tau	ν_τ	Antineutrino do tau	$\bar{\nu}_\tau$

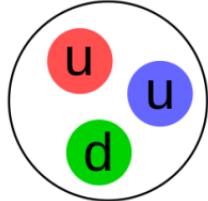
Os quarks são as partículas que compõem os mésons e os barions, uma vez que estas duas não partículas fundamentais. As partículas que constituem estas duas classes de partículas são chamadas de quarks (e antiquarks). São elas:

Quarks		Antiquarks	
Nome	Símbolo	Nome	Símbolo
Up	u	Antiup	\bar{u}
Down	d	Antidown	\bar{d}
Charm	c	Anticharm	\bar{c}
Strange	s	Antistrange	\bar{s}
Top	t	Anttop	\bar{t}
Botton	b	Antibotton	\bar{b}

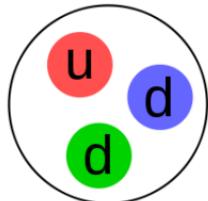
Observe na tabela abaixo o valor da carga elétrica dos quarks.

Quarks	I	II	III	
	massa → 2.4 MeV carga → $\frac{2}{3}$ spin → $\frac{1}{2}$ nome → u	1.27 GeV $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{2}$ charme	171.2 GeV $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{2}$ top	0 1 fóton
d	4.8 MeV $-\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ down	104 MeV $-\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ estrano	4.2 GeV $-\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ bottom	0 0 gluôn
e	< 2.2 eV 0 $\frac{1}{2}$ elétron neutrino	< 0.17 MeV 0 $\frac{1}{2}$ múon neutrino	< 15.5 MeV 0 $\frac{1}{2}$ tau neutrino	91.2 GeV 0 1 força fraca
Léptons	0.511 MeV -1 $\frac{1}{2}$ elétron	105.7 MeV -1 $\frac{1}{2}$ múon	1.777 GeV -1 $\frac{1}{2}$ tau	80.4 GeV ± 1 $\frac{1}{2}$ W força fraca
Bosons (Forças)				

Os bários são sempre formados por três quarks e os antibarios são formados por três antiquarks. O próton é um barion e é constituído de dois quarks up (de carga +2/3 cada um⁷) e um quark down (de carga -1/3) totalizando $+2/3 + 2/3 - 1/3 = +1$.



Representação do próton, constituído de dois quarks up e um down.



Representação do nêutron, constituído de um quark up e dois quarks down.

Com isso, podemos montar uma nova tabela com os barions mais comuns: próton, nêutron, antiproton e antinêutron.

Barion/antibarion	Quarks/antiquarks constituintes
Próton	uud
Antiproton	$\bar{u}\bar{u}\bar{d}$
Nêutron	udd
Antinêutrons	$\bar{u}\bar{d}\bar{d}$

Os mésons, aquelas partículas mediadoras, são sempre formadas por um quark e um antiquark. Veja abaixo alguns exemplos:

Meson	Quark e antiquarks constituintes
π^0	$u\bar{u}$
π^+	$u\bar{d}$
π^-	$d\bar{u}$
η	$d\bar{d}$
K^0	$d\bar{s}$
K^+	$u\bar{s}$
K^-	$s\bar{u}$
\bar{K}^0	$s\bar{d}$

⁷ Note que a carga aqui é medida em termos da carga do elétron