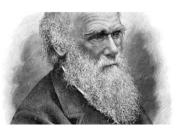
### FÍSICA FRENTE II Professor Danilo





1º ANO DO ENSINO MÉDIO Turmas Gregor Mendel e Charles Darwin Consulte nova versão após 15/Mar/2022 em <a href="http://fisica.professordanilo.com/">http://fisica.professordanilo.com/</a>

	nsica. professordarnio.	COIII			
	DICE	_			
PRIMEIRO BIMESTRE5					
1.	INTRODUÇÃO À FRENTE 2				
	a) AVALIAÇÃO				
b	o) CONTEÚDO				
2.	INTRODUÇÃO À FÍSICA E À FRENTE 2				
3.	INTRODUÇÃO À ÓTICA	6			
4.	ARCO-ÍRIS, MEIOS, FENÔMENOS E CORES	9			
a	a) AS CORES DO ARCO-ÍRIS	9			
b	) TIPOS DE MEIOS	9			
C	c) FENÔMENOS ÓPTICOS	9			
C	i) COR DE UM CORPO POR REFLEXÃO	10			
5.	PRINCÍPIOS DA ÓPTICA GEOMÉTRICA	14			
	a) SOMBRA E PENÚMBRA	14			
	b) CÂMARA ESCURA	15			
	c) A LUA	15			
	d) ÂNGULO VISUAL	16			
6.	LEIS DA REFLEXÃO (ESPELHOS PLANOS)	18			
F	PRIMEIRA LEI DA REFLEXÃO	18			
5	SEGUNDA LEI DA REFLEXÃO	18			
	a) REFLEXÃO EM SUPERFÍCIE PLANA	18			
	b) REFLEXÃO EM SUPERFÍCIE CURVA				
7.	IMAGENS EM ESPELHOS PLANOS	19			
a	a) IMAGENS DE OBJETOS PONTUAIS	19			
	o) IMAGENS DE OBJETOS EXTENSOS				
8.					
CO	MPLETO	23			
9.	CAMPO VISUAL	24			
10.	TRANSLAÇÃO DE UM ESPELHO PLANO	24			
11.	ROTAÇÃO DE UM ESPELHO PLANO	29			
12.	IMAGEM FORMADA POR DOIS ESPELHOS	29			
1.	OS ESPELHOS ESFÉRICOS	32			
a) RAIOS NOTÁVEIS33					
	RAIOS NOTÁVEIS NO ESPELHO CÔNCAVO	33			
	RAIOS NOTÁVEIS NO ESPELHO CONVEXO	34			
h	S) LOCALIZANDO O FOCO SECUNDÁDIO	25			

<u>fi</u>	sica.professordanilo.com
c) FORMAÇÃO DE IMAGENS: CONSTRUÇ	ÃO GEOMÉTRICA 38
d) FORMAÇÃO DE IMAGENS: EQUAÇÃO [	DE GAUSS41
i – O REFERENCIAL DE GAUSS	41
ii – PADRÕES IMPORTANTES	41
iii – EQUAÇÃO DE GAUSS:	42
iv – EQUAÇÃO DO AUMENTO LINEAR T	RANSVERSAL42

### NOTA DO AUTOR AOS LEITORES

Este material foi desenvolvido como notas de aula para o ensino médio do colégio Elite Col, Campinas, SP.

O Conteúdo deste material é livre para ser utilizado por qualquer pessoa para fins educacionais. A cópia e divulgação é livre.

O presente arquivo é a terceira edição (primeira em 2018, segunda em 2019, terceira em 2021 e agora estamos na quarta edição), que está sendo revisada, revista e reformulada ao longo de todo ano e você pode contribuir com isso enviando e-mail para o professor Danilo para:

danilo@professordanilo.com

Se você viu alguma figura com direitos autorais sem as devidas referências, por gentileza, envie e-mail para o endereço acima que providenciarei o quanto antes a adequação do material.

Campinas, 31 janeiro de 2022.

#### NOTA DO AUTOR AOS ALUNOS

O material de 2022 não será idêntico ao material de 2021 devido à algumas mudanças no cronograma, portanto, acompanhe a edição deste arquivo ao longo do ano bem como anote todo o conteúdo apresentado na aula: ao copiar você irá estudar e treinar fazer alguns desenhos, por exemplo.

Ao longo do ano, conforme as aulas forem sendo dadas, o professor irá modificar este material, adicionando links, figuras e textos que antes não tinham bem como melhorando ou corrigindo o conteúdo deste arquivo. Você poderá visualizar as melhorias semanais deste material acessando o link

fisica.professordanilo.com

Erratas e contato com o professor: danilo@professordanilo.com

Campinas, 31 janeiro de 2022.

### PRIMEIRO BIMESTRE

### 1. INTRODUÇÃO À FRENTE 2

- a) AVALIAÇÃO
- ⊢-Prova

### b) CONTEÚDO

- →Parte 1: ótica
  - Lentes, espelhos, microscópio, lunetas, olhos humanos, problemas da visão etc.
- →Parte 2: termologia, calorimetria e dilatação
  - Escalas de temperaturas, como o calor altera a temperatura, fusão, ebulição, variação de comprimento, área e volume em função da temperatura etc.

### 2. INTRODUÇÃO À FÍSICA E À FRENTE 2

●Física

Do grego physis: natureza

A Física trata do mundo real

O descrevemos usando a Matemática

Modo de estudo

●Princípios

Assume-se como verdade sem poder ser demonstrado

●Teoremas

Podem ser demonstrados

●Leis

L**→**Ótica

➤ Do grego *optiké*: visão
O termo ótica (sem "p") está relacionado ao ouvido (exemplo: otite) mas a grafia ótica muitas vezes é

Podem ser Princípios ou Teoremas

empregada como sinônimo de óptica

→ Divisões

Óptica geométrica

O que estudaremos neste semestre

Trata a luz como raio

Ferramenta principal: Geometria

Óptica ondulatória

⇒Veremos no ano que vem

Trata a luz como uma onda

Explica a difração da luz (se você apontar um laser verde para um fio de cabelo irá obter as figuras a seguir)

### fisica.professordanilo.com

a) Fio de cabelo	<b>b)</b> Grafite 0,3 mm	c) Grafite 0,5 mm
		NAME OF THE OWNER OWNER OF THE OWNER OWNE
d) Grafite 0,7 mm	e) Grafite 0,9 mm	f) Grafite 2 mm
a annum <mark>a m</mark> umasuses	And the second second	**

Fonte: http://www.scielo.br/img/revistas/rbef/v37n4//0102-4744-rbef-37-4-4311-af04.ipa

●Óptica física

⇒Vocês verão no ano que vem, mas com outro professor

Trata a luz como partícula

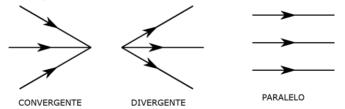
Explica por que quando a luz com determinada cor consegue retirar elétrons de alguns metais (efeito fotoelétrico)

### 3. INTRODUCÃO À ÓTICA

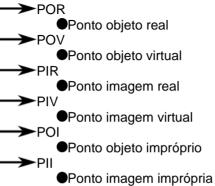
Conceitos fundamentais

Raios de luz:

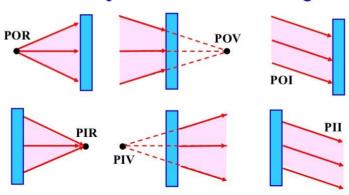
Linhas orientadas que representam o caminho percorrido pela luz, indicando também o sentido



└→Veja na figura a seguir diversos tipos de pontos que serão muito importantes para entendermos o que é imagem e objeto reais, virtuais ou impróprios. Siga a legenda abaixo para melhor entender o que está na figura:



# Ponto Objeto e Ponto Imagem



- →Fontes de luz
  - Primárias (emitem luz como o Sol, lâmpadas, estrelas etc.)
  - Secundárias (que refletem luz como a Lua, o caderno, os planetas etc.)
- →A luz pode ser
  - Simples ou Monocromática (uma só cor)
  - Composta ou Policromática (duas ou mais cores superpostas a luz do Sol é a mistura de todas as cores visíveis)
- └-Velocidade da luz
  - No vácuo é 3·108 m/s e representado pela letra c.
  - Uma **ano-luz** é a distância percorrida pela luz em um ano. Isto é:

sendo 
$$v = c = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Leftrightarrow \Delta s = c \cdot \Delta t$$

Substituindo os dados:

1 a.l. = 
$$3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot (365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60)$$
 s  $\approx 9,46 \cdot 10^{15}$  m

Ou

1 a.l.  $\approx 9,46 \cdot 10^{12} \text{ km} \approx 240.000.000 \text{ de voltas na Terra}$ 

Você também pode pensar que ao dizer anos-luz (sem o artigo "por", como em metros **por** segundo) então temos uma multiplicação:

$$1a.l. = 1 ano \times c.$$

Mapa mental do que acabamos de ver

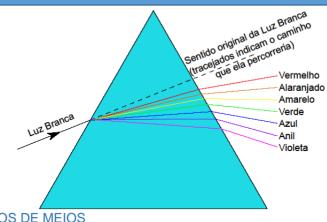
### fisica.professordanilo.com



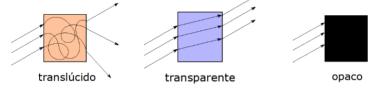
- ARCO-ÍRIS, MEIOS, FENÔMENOS E CORES
- a) AS CORES DO ARCO-ÍRIS

### L-DECORE:

Vermelho, alaranjado, Amarelo, Verde, Azul, Anil, Violeta VAAVAAV



### b) TIPOS DE MEIOS



### Exemplos de meios

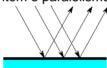
- Translúcidos
  - Vidro canelado, papel de seda etc.
- -Transparentes
  - •Lâmina de água limpa, vidro liso, ar etc.
- ►Opacos
  - Cimento, lousa, madeira etc.

### c) FENÔMENOS ÓPTICOS

REFLEXÃO: quando a luz incide em um objeto e volta para o meio de propagação original, como quando incidimos uma luz laser no espelho.

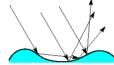
➤Reflexão regular

Feixe paralelo incidente em uma superfície plana e polida mantém o paralelismo



→ Reflexão difusa

• Feixe de raios paralelos incidentes em uma superfície não mantém o paralelismo



REFRAÇÃO: quando a luz incide em um meio e o atravessa.



→ ABSORÇÃO: quando a luz, ao incidir em um meio, não é refletida e não é refratada dizemos que o meio absorveu a luz.



→TODOS OS TRÊS FENÔMENOS ACIMA PODEM OCORRER
SIMULTANEAMENTE



### d) COR DE UM CORPO POR REFLEXÃO

L

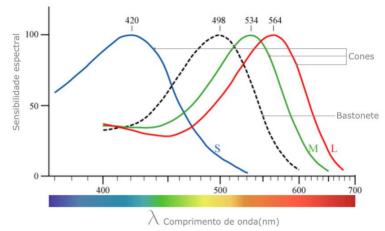
Células da visão

Células da visão

**→**Bastonetes

- ●Células mais finas e responsáveis por detectar presença e ausência de luz, independentemente da cor
- Em ambientes mais escuros somente usamos estas células
- ●Por isso enxergamos branco e preto no escuro

  Cones
  - ●Três tipos
    - Responsáveis por vermos cores
    - Menos sensíveis: por isso só enxergamos cores quando há maior intensidade luminosa (mais luz)
    - •Maior sensibilidade nas cores Red (Vermelho), Green (Verde) e Blue (Azul)
    - ●Por isso televisores, celulares e projetores utilizam apenas estas três cores, cujo padrão é chamado de RGB (*Red*, *Green*, *Blue*)



Fonte: https://muralcientifico.files.wordpress.com/2017/10/000.jpg

### Cores primárias aditivas

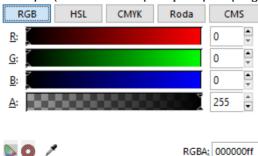
São chamadas de aditivas por se tratar da soma das cores adicionando luz

Chamamos de cores primárias aditivas estas três cores (RGB) que sensibilizam os cones

Se misturarmos todas elas obtêm o branco

→ Disco de Newton (vídeo YouTube)

→ Inkscape (download e explicações pelo programa)



Acima vemos o print das opções de cores de um programa de desenho: Inkscape. Note a opção de escolha baseada nas cores RGB. A é o fator Alfa que representa a transparência do desenho.

### Cores primárias subtrativas

É chamada subtrativa porque a tinta absorve (subtrai) cores

Consideraremos as cores da impressora

●Cyan (Ciano)

Não absorve (reflete) somente as cores Azul e Verde

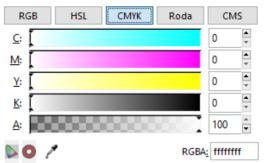
●Magenta (Magenta)

Não absorve (reflete) somente as cores Azul e Vermelho

● Yellow (Amarelo)

Não absorve (reflete) somente as cores Vermelho e Verde

- ●blacK (Preto Key)
  - ⇒Absorve Todas as cores
- •Abreviando: CMYK
- Note que se misturarmos:
  - ●CIANO e MAGENTA as cores Vermelho e Verde serão absorvidas, restando apenas o AZUL
  - ●MAGENTA e AMARELO as cores Verde e Azul serão absorvidas, restando apenas o VERMELHO
  - ●CIANO e AMARELO as cores Vermelho e Azul serão absorvidas, restando apenas o VERDE
  - ●Se misturarmos todas as cores, então o Vermelho, o Verde e o Azul serão absorvidos, resultando em preto.

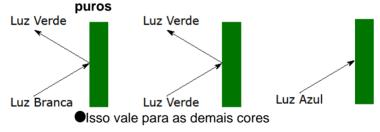


Acima vemos o print das opções de cores de um programa de desenho: Inkscape. Note a opção de escolha baseada nas cores CMYK. A é o fator Alfa que representa a transparência do desenho. Note também que é apresentado um número hexadecimal que se refere às cores escolhidas usando o padrão RGBA, sendo A o fator Alfa. Cada dois dígitos representa a intensidade da cor indo de 00 até ff. Os primeiros números hexadecimais são: 00, 01, 02, 03, 04, 05, 06, 07, 08, 09, 0a, 0b, 0c, 0d, 0e, 0f, 10, 11 etc.

### →Pigmentos Puros

Pigmentos puros são pigmentos ideias que absorvem todas as cores, menos uma: a que ele reflete ou permite que atravesse o material

Ouma superfície é verde porque ela reflete somente a cor verde se a substância for feita de **pigmentos** 



Mapa mental do que acabamos de ver



### 5 PRINCÍPIOS DA ÓPTICA GEOMÉTRICA

### → Princípio da propagação retilínea da luz

Em meios homogêneos e transparentes, a luz se propaga em linha reta

### → Princípio da reversibilidade dos raios de luz

Se a luz percorre um caminho ao ir de um ponto A para um ponto B, então ao ir do ponto B para o A ela fará o mesmo caminho.

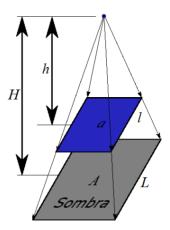
### → Princípio da independência dos raios luminosos

Quando raios de luz se cruzam, eles se interferem mutuamente apenas na região onde se cruzam, mas cada um segue seu caminho como se os demais não existissem.

### APLICAÇÕES DO PRINCÍPIO DA PROPAGAÇÃO RETILÍNEA DA LUZ:

### a) SOMBRA E PENÚMBRA

### Fonte pontual



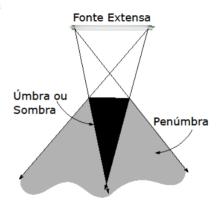
### Semelhança de triângulos

$$\frac{I}{L} = \frac{h}{H} = k$$

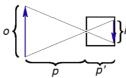
Há uma relação também para as áreas:

$$\frac{a}{A} = k^2$$

### Fonte extensa



### b) CÂMARA ESCURA

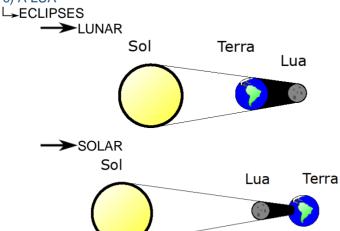


Novamente semelhança de triângulo

$$\frac{i}{o} = \frac{p'}{p}$$

Veja um vídeo sobre isso feito pelo professor Danilo: https://youtu.be/zIGH3LrsKMc

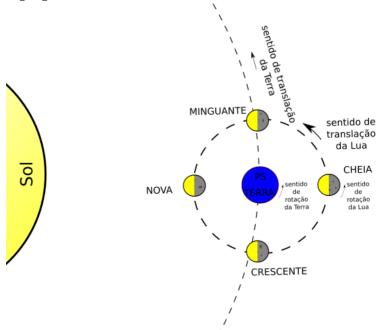




### **L**→FASES DA LUA

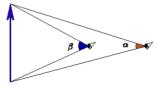
→ O sentido de rotação da Terra em torno do próprio eixo, da Lua em torno do próprio eixo, de translação da Terra em torno do Sol e o de translação da Lua em torno da Terra são os mesmos

→ Usando a "regra da mão direita" você pode determinar este sentido de rotação apontando seu dedão para o norte geográfico

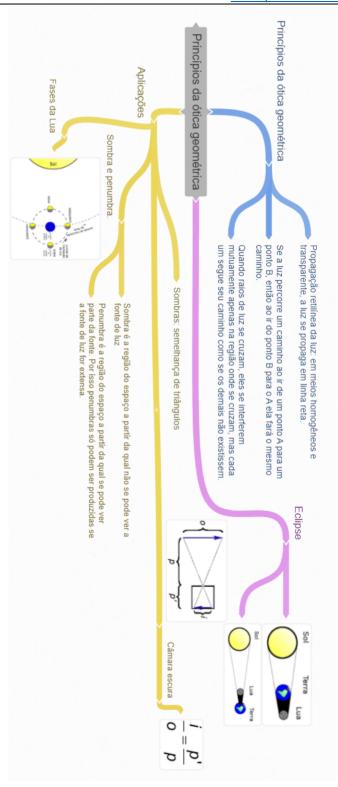


### d) ÂNGULO VISUAL

Angulo formado entre os raios que saem das extremidades do objeto e atingem o observador



No SisQ, toda a lista de nome "Introdução ao estudo da óptica" podem ser resolvidos



### 6. LEIS DA REFLEXÃO (ESPELHOS PLANOS) PRIMEIRA LEI DA REFLEXÃO

O raio refletido, a normal e o raio incidente estão situados no mesmo plano.

### SEGUNDA LEI DA REFLEXÃO

O ângulo de reflexão é igual ao ângulo de incidência.

→ Vamos ver alguns vídeos sobre o assunto.

Se você gosta de game, que tal dar uma olhada em como os espelhos são criados em jogos eletrônicos https://youtu.be/\b7wFW4u7zs

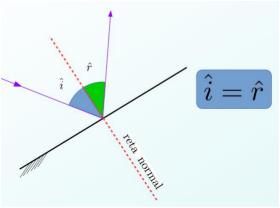
Ainda nesta linha de games, veja um pouco sobre *Ray Tracing* 

https://youtu.be/IGZaBwk-o0M

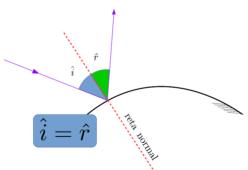
Veja agora um vídeo do professor Danilo onde ele mostra, na prática, as leis da reflexão

https://youtu.be/8bqNJmZw5dE

a) REFLEXÃO EM SUPERFÍCIE PLANA



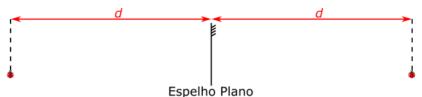
### b) REFLEXÃO EM SUPERFÍCIE CURVA



No SisQ, faça os exercícios de 1 à 8 da lista "Os Espelhos Planos".

### 7. IMAGENS EM ESPELHOS PLANOS a) IMAGENS DE OBJETOS PONTUAIS

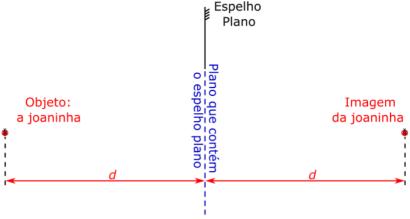
- Vamos aprender um método geométrico para obtermos a imagem de um objeto real e pontual à frente de um espelho plano
  - Como exemplo, imaginemos uma pequena joaninha à frente de um espelho plano



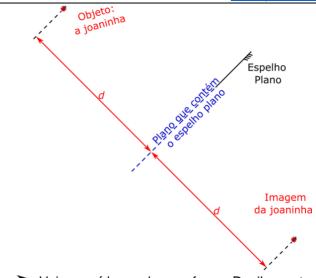
Basta medirmos a distância até o plano que contém o espelho e replicarmos esta distância atrás do plano: veja isso na figura acima.

E se o objeto não estiver diante do espelho?

●Prolongue o espelho para encontrar o plano que contém o espelho e repita o método acima.



- ●Note que a imagem existe mesmo que o objeto, imagem e espelho não estejam todos alinhados.
- Observe também que o método é o mesmo no caso de inclinarmos o espelho. A figura a seguir apresenta este resultado.



Veja um vídeo onde o professor Danilo mostra a formação da imagem de um objeto e a sua simetria <a href="https://youtu.be/4-oKwSkkLMU">https://youtu.be/4-oKwSkkLMU</a>

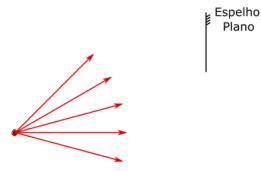
Vamos verificar que as duas leis da reflexão, vistas acima, levam à esta conclusão.

● Por simplicidade, comecemos com o caso da joaninha não logo adiante do espelho, mas um pouco abaixo

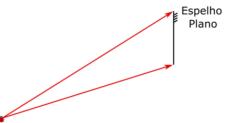


Objeto: a joaninha

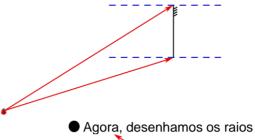
■ A joaninha é um objeto real, portanto, vamos tratá-la assim, representando alguns raios de luz que partiram dela:



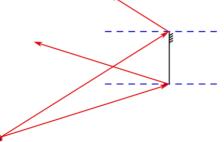
Dentre estes raios, vamos escolher dois que atingem as extremidades do espelho:



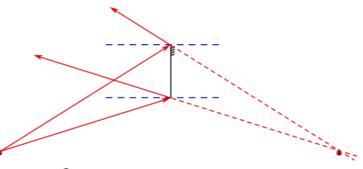
Vamos desenhar as normais ao espelho nos pontos onde estes raios o atinge:



Agora, desenhamos os raios refletidos:

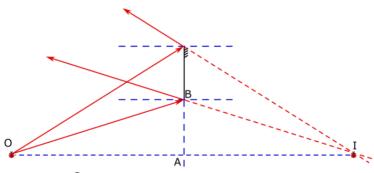


Observe que os raios refletidos não se encontram. Portanto, para encontrarmos a imagem formada por este espelho devemos prolongar os raios refletidos. O ponto de encontro destes prolongamentos é onde se encontra a imagem da joaninha.



Por fim, observe que se prolongarmos o espelho e desenharmos um segmento de reta que liga objeto e

imagem, teremos dois triângulos semelhantes: ΔOAB e ΔIAB:



Portanto, concluímos que:

$$\overline{OA} = \overline{IA} = d$$

sendo *d* a distância entre objeto e o plano que contém o espelho, como havíamos considerado no início deste item.

- Agora você sabe: para encontrar a imagem de um objeto pontual, siga os seguintes passos:
  - prolongue o espelho;
  - meça a distância entre o objeto pontual e o plano que contém este espelho:
  - replique esta distância outro lado do espelho;
  - A imagem está contida na normal do plano do espelho que contém objeto e imagem (na figura acima, OI).

### b) IMAGENS DE OBJETOS EXTENSOS

Para determinar a imagem de um objeto extenso, podemos escolher um dos três métodos abaixo:

### → Método 1:

- desenhe diversos pontos no objeto;
- localize a imagem de cada ponto do objeto utilizando o método aprendido no item acima (imagens de objetos pontuais) e ligue-os.

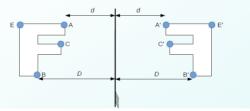
### → Método 2:

- se o que você tem é um desenho numa folha de papel, você pode olhar no verso do papel para saber como fica a imagem.
- Uma alternativa é dobrar o papel exatamente ao longo do espelho e passar com a caneta por cima do desenho com força. Quando você abrir o papel novamente, o decalque que fica corresponde exatamente à imagem que você procura.

### → Método 3:

● Parece bobo, mas que tal colocar o objeto diante do espelho e ver como ele fica?

◆ Você também pode verificar se o aplicativo da câmera de seu celular tem a funcionalidade "espelhar". Normalmente a câmera frontal já vem com esta funcionalidade ativa.



→ A imagem fica com uma inversão estranha.

O nome disto é enantiomorfíssimo.

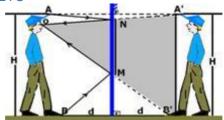
Se um desenho é enantiomorfo em relação a outro, significa que você não pode recuperar o desenho original utilizando apenas simples rotações.

A exceção seria um desenho simétrico

Desenho original	Desenho enantiomorfo	Desenho enantiomorfo rotacionado
Z	Z	Z
0	0	0

A imagem de uma imagem (espelho plano) recupera a imagem original. Portanto, você pode olhar no espelho para saber se seu desenho está certo, pois ele, visto no espelho, deve voltar a ser como era.

### 8. TAMANHO MÍNIMO DE UM ESPELHO PARA SE VER POR COMPLETO



→Sabe-se que você tem altura *H* e está a uma distância *d* do espelho.

Qual o tamanho mínimo de um espelho para que você possa se ver por completo? O tamanho do espelho depende da distância d?

$$\frac{H}{\overline{MN}} = \frac{2d}{d} \Rightarrow \overline{MN} = \frac{H}{2}$$

- O tamanho mínimo do espelho é metade da sua altura
- O tamanho mínimo do espelho não depende da distância entre o observador e o espelho ( d )

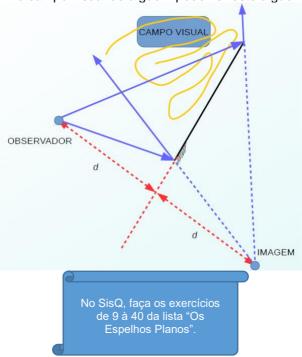
E qual a distância que o espelho deve ficar do chão? Sabe-se que a altura dos seus olhos é *h*.

$$\frac{h}{\overline{MC}} = \frac{2d}{d} \Rightarrow \overline{MC} = \frac{h}{2}$$

O espelho deve ficar com sua base à uma distância do chão que corresponde à metade da altura dos seus olhos.

### 9. CAMPO VISUAL

→É a região que um observador pode ver através de um espelho. Note que tudo o que está no campo visual é visto pelo observador e, devido ao princípio da reversibilidade dos raios luminosos, qualquer observador no campo visual de alguém pode ver este alguém.



### 10. TRANSLAÇÃO DE UM ESPELHO PLANO

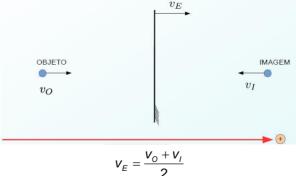
Seja um espelho e um observador que podem se mover APENAS NA DIREÇÃO NORMAL do espelho plano

 $v_E$  é a velocidade do espelho medida num referencial perpendicular ao espelho, isto é, ela pode ser positiva (para direita, de acordo com o referencial da figura abaixo) ou negativa (para a esquerda, no mesmo referencial abaixo).

 $\rightarrow$   $v_i$  é a velocidade da imagem, também medida neste referencial.

Existe alguma relação matemática entre estas velocidades?

Sim. Veja a relação após a figura abaixo.



→Vamos aprofundar este assunto a seguir. Esta discussão não será feita em sala de aula

### APROFUNDANDO O ASSUNTO: TRANSLAÇÃO DE ESPELHOS PLANOS

Vamos estudar a relação da velocidade da imagem de um objeto com a velocidade do espelho e a velocidade do objeto. Para isso, podemos analisar o problema de duas maneiras: uma vetorial, tal como foi feito em sala de aula, e outra geométrica.

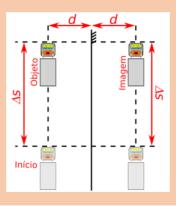
Para apresentar uma outra maneira, talvez mais simples, vamos apresentar aqui apenas a análise geométrica.

### ANÁLISE GEOMÉTRICA

Vamos dividir o problema estudando o movimento somente do objeto e depois somente da imagem e por fim compor o movimento final que considera o movimento do objeto e do espelho.

### **OBJETO SE MOVENDO PARALELAMENTE AO ESPELHO**

Imagine um caminhão de fronte do espelho e se move ao longo do espelho. Nesse caso, a velocidade da imagem é igual à velocidade do objeto, pois a distância percorrida pelo objeto é igual à distância percorrida pela sua imagem. Veja isso em dois instantes diferentes:



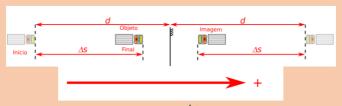
Observe que se o objeto se desloca  $\Delta S$ , a imagem se desloca da mesma quantidade  $\Delta S$ . Logo concluímos que:

$$V_{//\,\text{objeto}} = V_{//\,\text{imagem}} \tag{1}$$

O símbolo "//" representa "paralelo", isto é,  $V_{//objeto}$  é a velocidade do objeto paralela ao espelho e  $V_{//objeto}$  é a velocidade da imagem paralela ao espelho.

### OBJETO SE MOVENDO PERPENDICULARMENTE AO ESPELHO

Seja este mesmo caminhão agora se aproximando do espelho. Nesse caso, a velocidade da imagem é igual ao módulo da velocidade do objeto, pois a distância percorrida pelo objeto é igual à distância percorrida pela sua imagem. Veja isso em dois instantes diferentes:



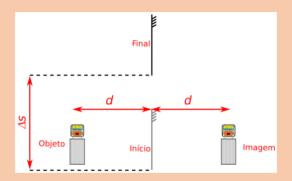
Observe que se a imagem se desloca  $\Delta s$ , a imagem se desloca da mesma quantidade  $\Delta s$ . Podemos dizer então que:

$$V_{\perp \text{ objeto}} = -V_{\perp \text{ imagem}} \tag{2}$$

Aqui, o símbolo " $_{\perp}$ " quer dizer "perpendicular ao espelho", assim a velocidade do objeto na direção perpendicular ao espelho é  $V_{_{\perp}\,objeto}$  e a velocidade da imagem, na direção perpendicular ao espelho, é  $V_{_{\perp}\,imagem}$ . Observe também que, em módulo, a velocidade da imagem é igual à do objeto, porém elas estão em sentidos opostos, por isso há um sinal negativo na equação (2).

### ESPELHO SE MOVENDO PARALELAMENTE AO SEU PRÓPRIO PLANO

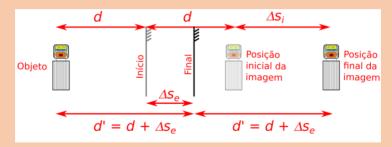
Ainda pensando no esquema anterior, pense no caminhão parado e o espelho se movendo com velocidade  $V_{//\text{espelho}}$ . O que acontece com a imagem do caminhão?



A resposta é: NADA. Ou seja, a imagem do caminhão não muda sua posição quando o espelho se move na direção indicada, assim o movimento do espelho ao longo de seu plano não influencia na posição da imagem.

### ESPELHO SE MOVENDO PERPENDICULARMENTE AO SEU PRÓPRIO PLANO

Agora suponha que o espelho esteja indo para a direita  $V_{\perp \, \text{espelho}}$ . O que acontece com a imagem do caminhão?



Observe a imagem acima e note que:

$$d+d+\Delta s_{i} = d'+d' \Rightarrow$$

$$2d+\Delta s_{i} = 2d' \Rightarrow$$

$$2d+\Delta s_{i} = 2(d+\Delta s_{e}) \Rightarrow$$

$$\Delta s_{i} = 2\Delta s_{e}$$

Com isso podemos dizer que a velocidade da imagem é o dobro da velocidade do espelho, portanto:

$$V_{\perp imagem} = 2V_{\perp espelho}$$
 (3)

Note que não há sinal negativo na relação, como na equação (2), isso porque a velocidade da imagem é na mesma direção e sentido que a velocidade do espelho.

#### **SOBREPONDO TODOS OS EFEITOS**

Agora, imagine que tanto objeto como espelho se movam. Podemos fazer uma composição de movimento:

- 1. Considere que o objeto possui velocidade  $V_{//\ objeto}$  paralela ao espelho e  $V_{\perp\ objeto}$  a velocidade perpendicular ao espelho. Isso implica que a velocidade da imagem é  $V_{//\ imagem} = V_{//\ objeto}$  paralela ao espelho e  $V_{\perp\ imagem} = -V_{\perp\ objeto}$ .
- 2. Se o espelho se move com velocidade  $V_{\perp espelho}$  na direção perpendicular ao seu plano, a velocidade da imagem será  $V_{\perp imagem} = 2V_{\perp espelho}$ .
- 3. Por superposição, a velocidade da imagem deve ser a soma das velocidades da imagem devido aos movimentos do espelho e do objeto, assim a velocidade da imagem será:

$$V_{//imagem} = V_{//objeto}$$
 (4)

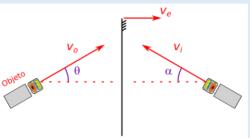
е

$$V_{\perp imagem} = 2V_{\perp espelho} - V_{\perp objeto} \Rightarrow V_{\perp espelho} = \frac{V_{\perp imagem} + V_{\perp objeto}}{2}$$
(5)

Note que a velocidade do espelho ao longo se seu plano, isto é,  $V_{//espelho}$ , não é relevante neste caso.

### Vamos para um exemplo:

Seja um caminhão se aproximando com velocidade de 30 m/s na direção indicada na figura abaixo com  $\theta$  = 30°. O espelho se move para a direita com 10 m/s. Determine:



- a)  $V_{//objeto}$  e  $V_{\perp objeto}$ .
- b)  $V_{//imagem}$ .
- c)  $V_{\perp imagem}$ .
- d) O ângulo  $\alpha$ .
- e) o módulo da velocidade da imagem.

### **RESOLUÇÃO:**

a) Decompomos a velocidade do objeto:

$$V_{//\ objeto} = v_0 \operatorname{sen} \theta \Rightarrow V_{//\ objeto} = 30 \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow V_{//\ objeto} = 15 \text{ m/s}$$

Agora para a outra direção:

$$V_{\perp \, objeto} = v_{0} \cos \theta \Rightarrow V_{\perp \, objeto} = 30 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow V_{\perp \, objeto} = 15\sqrt{3} \text{ m/s}$$

 b) A velocidade da imagem, paralela ao espelho, é igual à velocidade do objeto na direção paralela ao espelho:

$$V_{//imagem} = V_{//objeto} = 15 \text{ m/s}$$

c) Para calcular V<sub>⊥ imagem</sub> , usamos a equação (5):

$$\begin{split} V_{_{\perp\, espelho}} = \frac{V_{_{\perp\, imagem}} + V_{_{\perp\, objeto}}}{2} & \Rightarrow 10 = \frac{V_{_{\perp\, imagem}} + 15\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \\ \hline V_{_{\perp\, imagem}} = 5(4 - 3\sqrt{3}) \text{ m/s} \end{split}$$

d) Vamos usar a tangente de  $\alpha$ :

$$\tan\alpha = \frac{v_{y \; imagem}}{v_{x \; imagem}} \Rightarrow \; \tan\alpha = \frac{\mid V_{// \; imagem} \mid}{\mid V_{\perp \; imagem} \mid} \Rightarrow \; \tan\alpha = \frac{15}{5(3\sqrt{3} - 4)} \Rightarrow$$
 
$$\boxed{\alpha = \arctan\left(\frac{3}{3\sqrt{3} - 4}\right)}$$

Note que como  $3\sqrt{3} > 4$  , o módulo de  $V_{\perp imagem}$  é  $5(3\sqrt{3}-4)$  .

e) Por fim, para determinarmos a velocidade da imagem utilizamos o Teorema de Pitágoras:

$$\begin{aligned} v_i^2 &= V_{\text{// imagem}}^2 + V_{\text{\perp imagem}}^2 \Rightarrow V_i^2 = 15^2 + \left(5(4 - 3\sqrt{3})\right)^2 \Rightarrow v_i^2 = 225 + 25(4 - 3\sqrt{3})^2 \Rightarrow \\ v_i^2 &= 225 + 25(16 - 12\sqrt{3} + 27) \Rightarrow v_i^2 = 225 + 400 - 300\sqrt{3} + 675 \Rightarrow \\ v_i^2 &= 1300 - 300\sqrt{3} \Rightarrow \boxed{v_i = 10\sqrt{13 - 3\sqrt{3}} \text{ m/s}} \end{aligned}$$

Não entendeu? Penguantaê: danilo@professordanilo.com

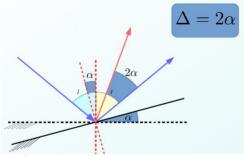
### 11. ROTAÇÃO DE UM ESPELHO PLANO

Seja um raio de luz incidindo em um espelho plano.

Seja a normal *n* a reta perpendicular ao espelho no ponto onde o raio atinge o espelho.

Seja *r* a reta perpendicular à esta normal, contida no plano deste espelho.

Se o espelho plano girar de um ângulo  $\alpha$  em torno da reta r, o raio refletido girará  $2\alpha$  em torno da mesma reta r e no mesmo sentido de rotação do espelho (horário ou anti-horário).

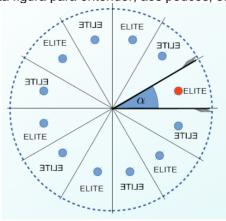


https://youtu.be/nIP4tjTyhjw

### 12 IMAGEM FORMADA POR DOIS ESPELHOS

ightharpoonup Sejam dois espelhos planos que formam um setor circular  $\alpha$ . Quantas imagens serão formadas?

Utilizaremos a figura a seguir. Portanto, a cada item lido, volte à esta figura para entender, aos poucos, sua construção.



Para responder à esta pergunta, vamos primeiramente determinar quantos setores circulares, como o formado pelos dois espelhos, serão necessários para formar uma circunferência inteira

número de setores circulares = 
$$\frac{360^{\circ}}{g}$$

Imagine um objeto colocado no setor circular formado por estes dois espelhos. Imagine um letreiro onde está escrito a palavra ELITE.

Note, na figura, que o número de setores corresponde à soma do número de imagens mais o objeto. Portanto, sendo *n* o número de imagens, este pode ser calculado por:

$$n = \frac{360^{\circ}}{\alpha} - 1$$

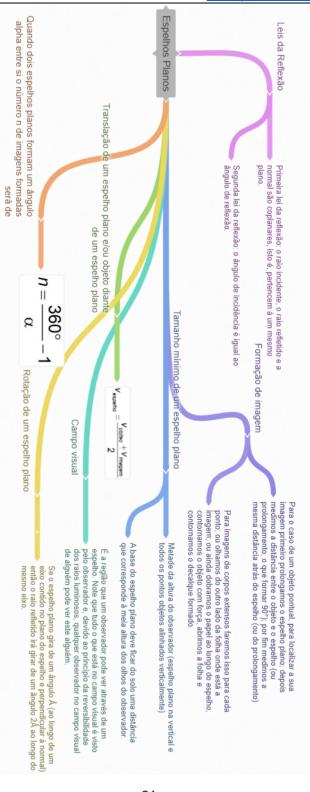
Neste sentido, quais imagens são enantiomorfas e quais não são?

● Observe a figura, novamente, e perceba que a palavra ELITE alterna com sua forma enantiomorfa ∃TIJ∃. Veja que isso ocorre pois temos imagens de imagens, conforme visto em sala de aula.

Veja vídeo do professor Danilo sobre este assunto:

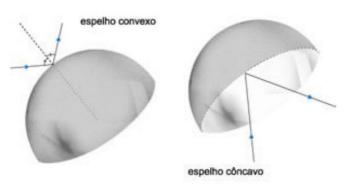
https://youtu.be/u4yzLhi3ryk



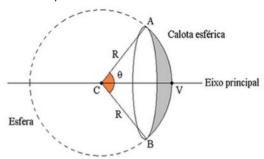


### 1. OS ESPELHOS ESFÉRICOS

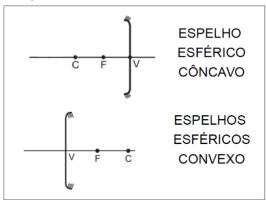
Definição



Elementos do espelho esférico



Representação usual



- O ponto C é o centro do espelho
- O ponto V é a intersecção entre o eixo principal e o espelho (vértice)
- O foco (F) é o ponto médio entre o vértice (V) e o centro (C) do espelho
- Quando  $\theta$  é muito pequeno ( $\theta$  < 15 graus) dizemos que o espelho é gaussiano

### a) RAIOS NOTÁVEIS

RAIOS NOTÁVEIS NO ESPELHO CÔNCAVO

<u>https://youtu.be/4-MXnlosUtY</u> (vídeo mostrando os raios notáveis do espelho esférico côncavo)

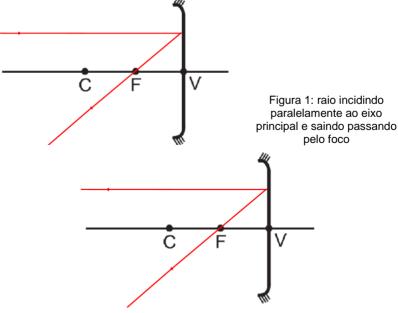


Figura 2: raio incidindo no foco e saindo paralelo ao eixo principal.

Note que se usarmos o princípio da reversibilidade dos raios de luz concluímos que o que é representado na figura 1 corresponde ao que é apresentado na figura 2.

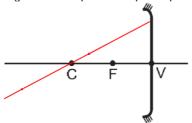


Figura 3: raio incidindo passando pelo centro do espelho e voltando pelo mesmo caminho

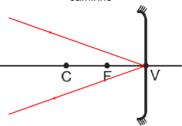


Figura 4:raio incidindo no vértice V do espelho. O ângulo entre o raio incidente e o eixo principal é igual ao ângulo entre o raio emergente (raio refletido) e o eixo principal

RAIOS NOTÁVEIS NO ESPELHO CONVEXO

https://youtu.be/0kFHhT5ZFMk (vídeo mostrando os raios notáveis do espelho esférico côncavo)

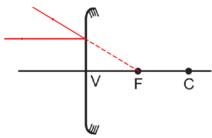


Figura 5: raio incidindo paralelamente ao eixo principal sairá na direção do foco. Note que o raio refletido não pode passar sobre o foco.

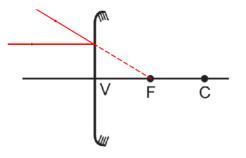


Figura 6: raio incidindo na direção do foco do espelho sai paralelamente ao eixo principal

Novamente, pelo princípio da reversibilidade dos raios de luz podemos concluir que a figura 5 e a figura 6 são equivalentes.

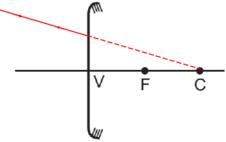


Figura 7: raio incidindo na direção do centro de curvatura volta pelo mesmo caminho que chegou

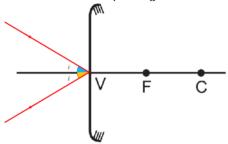


Figura 8: raio incidindo no vértice V do espelho. O ângulo entre o raio incidente e o eixo principal é igual ao ângulo entre o raio emergente (raio refletido) e o eixo principal

### b) LOCALIZANDO O FOCO SECUNDÁRIO

### **ESPELHO CÔNCAVO**

Seja um raio incidente num espelho esférico côncavo tal como na figura a seguir. Note que este raio, pelo que se pode perceber pela figura, não é um raio notável, assim não podemos saber, a priori, para onde o raio vai.

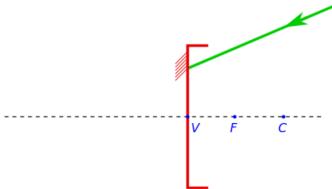


Figura 9: Raio incidindo em um espelho esférico côncavo. O raio não é nenhum dos casos de raio notável.

Para sabermos onde este raio vai utilizamos um eixo secundário e determinamos um foco secundário, assim o raio passará pelo foco secundário. Vamos ao método:

- Trace uma linha tracejada paralela ao raio incidente passando pelo centro C do espelho, conforme figura 10, assim você terá obtido o eixo secundário;
- Trace uma linha também tracejada perpendicular ao eixo principal passando pelo foco. O encontro das duas retas é o local onde se encontra o foco secundário, conforme figura 11.
- Por fim, o raio incidente irá passar pelo foco secundário assim obtido, conforme figura 12.

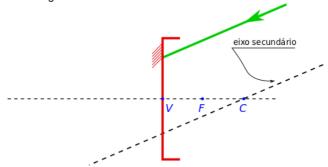


Figura 10: A linha tracejada passando pelo centro de curvatura do espelho e é paralela ao raio incidente corresponde ao eixo secundário.

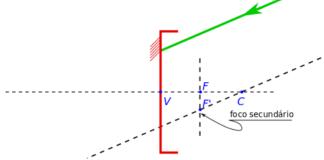


Figura 11: Ao traçarmos a linha vertical obtemos o foco secundário, pois este é a interseção entre o eixo secundário essa reta vertical.

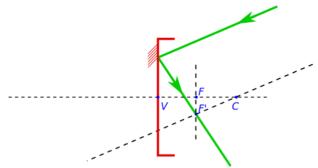


Figura 12: O raio incidente, que é paralelo ao eixo secundário, ao ser refletido irá passar pelo foco secundário.

Chamamos de F' o foco secundário localizado no eixo secundário do espelho esférico côncavo.

### **ESPELHO CONVEXO**

O processo é praticamente o mesmo, mas vamos repeti-lo.

Seja um raio incidente num espelho esférico tal como na figura a seguir. Note que este raio, pelo que se pode perceber pela figura, não é um raio notável, assim não podemos saber a priori para onde o raio vai.

Seja um raio incidente num espelho esférico tal como na figura a seguir. Note que este raio, pelo que se pode perceber pela figura, não é um raio notável, assim não podemos saber a priori para onde o raio vai.

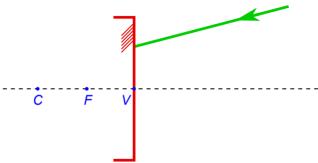


Figura 13: Raio incidindo em um espelho esférico côncavo. O raio não é nenhum dos casos de raios notáveis.

Para sabermos onde este raio vai utilizamos um eixo secundário e determinamos um foco secundário, assim o raio passará pelo foco secundário. Vamos ao método:

- Trace uma linha tracejada paralela ao raio incidente passando pelo centro C do espelho, conforme figura 14, assim você terá obtido o eixo secundário;
- Trace uma linha também tracejada perpendicular ao eixo principal passando pelo foco. O encontro das duas retas é o local onde se encontra o foco secundário, conforme figura 15.
- Por fim, o raio incidente <u>sairá na direção do foco secundário</u> assim obtido, conforme figura 16.

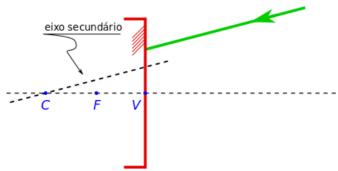


Figura 14: A linha tracejada passando pelo centro de curvatura do espelho e é paralela ao raio incidente corresponde ao eixo secundário.

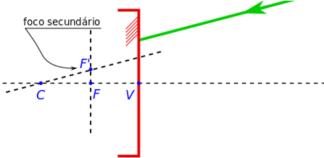


Figura 15: Ao traçarmos a linha vertical obtemos o foco secundário, pois este é a interseção entre o eixo secundário essa reta vertical.

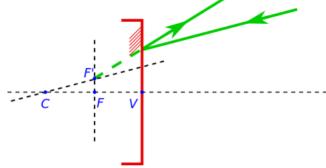


Figura 16: O raio incidente, que é paralelo ao eixo secundário, ao ser refletido irá sair na direção do foco secundário, uma vez que é um espelho esférico convexo.

Chamamos de F' o foco secundário localizado no eixo secundário do espelho esférico convexo.

Note que podemos ter novos raios notáveis. Resumindo para o caso dos espelhos côncavos:

- Um raio que incide paralelo ao eixo secundário, ao ser refletido, sai passando pelo foco secundário;
- Um raio que incide passando pelo foco secundário sai paralelo ao eixo secundário.

Agora para espelhos convexos:

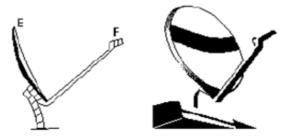
- Um raio que incide paralelo ao eixo secundário, ao ser refletido, sai na direção do foco secundário:
- Um raio que incide na direção do foco secundário, ao ser refletido, sai paralelo ao eixo secundário.

Note que o "centro de curvatura secundário" continua sendo no mesmo lugar, como tinha que ser.

Por fim, lembre-se que estamos falando de um espelho esférico gaussiano, ou seja, válido apenas para a aproximação paraxial (ângulos pequenos).

#### **CAIU NO VESTIBULAR**

(UFSCAR) Os refletores das antenas parabólicas funcionam como espelhos esféricos para a radiação eletromagnética emitida por satélites retransmissores, localizados em órbitas estacionárias, a cerca de 36.000 km de altitude. A figura à esquerda representa esquematicamente uma miniantena parabólica, cuja foto está à direita, onde E é o refletor e F é o receptor, localizado num foco secundário do refletor.

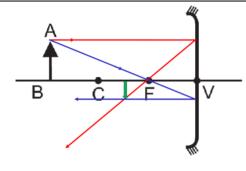


- a) Copie o esquema da figura da esquerda e represente o traçado da radiação eletromagnética proveniente do satélite retransmissor que incide no refletor E e se reflete, convergindo para o foco secundário F (faça um traçado semelhante ao traçado de raios de luz). Coloque nessa figura uma seta apontando para a posição do satélite.
- b) Nas miniantenas parabólicas o receptor é colocado no foco secundário e não no foco principal, localizado no eixo principal do refletor, como ocorre nas antenas normais. Por quê?

(Sugestão: lembre-se que a energia captada pelo refletor da antena é diretamente proporcional à área atingida pela radiação proveniente do satélite.)

### c) FORMAÇÃO DE IMAGENS: CONSTRUÇÃO GEOMÉTRICA

Figura 17: objeto além do centro de curvatura C no espelho esférico



côncavo. [Natureza: real; Orientação: invertida; Tamanho: menor.]

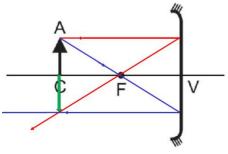


Figura 18: objeto localizado exatamente sobre o centro de curvatura C do espelho esférico côncavo.

[Natureza: real; Orientação: invertida; Tamanho: igual]

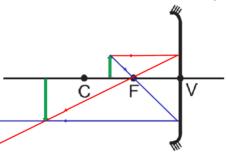


Figura 19: objeto entre o centro de curvatura C e o foco F de um espelho esférico côncavo. [Natureza: real; Orientação: invertida; Tamanho: maior.]

IMPORTANTE: se o objeto estiver sobre o foco, os raios que saírem de um ponto do objeto e atingirem o espelho sairão todos paralelos entre si, portanto não há encontro dos raios e, com isso, não haverá formação imagem.

Com isso dizemos que a imagem é imprópria.

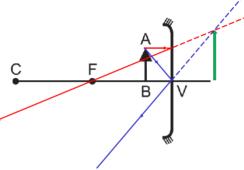


Figura 20: objeto entre o foco e o vértice V de um espelho esférico côncavo. [Natureza: virtual; Orientação: direita; Tamanho: maior.]

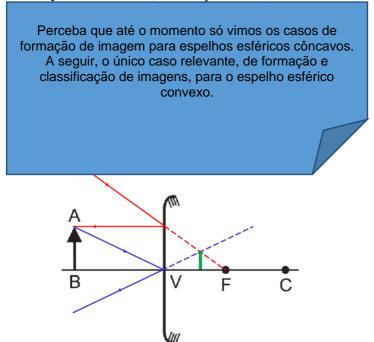
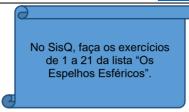
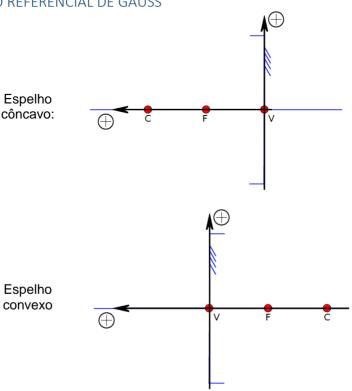


Figura 21: objeto diante de um espelho esférico convexo. Todos os casos de formação de imagem para um objeto em frente à um espelho esférico convexo serão iguais. [Natureza: virtual; Orientação: direita; Tamanho: menor.]

IMPORTANTE: perceba que toda imagem real é invertida e toda imagem virtual é direita



## d) FORMAÇÃO DE IMAGENS: EQUAÇÃO DE GAUSS i — O REFERENCIAL DE GAUSS



### ii – PADRÕES IMPORTANTES

p: abscissa do objeto

p': abscissa da imagem

y = o: ordenada do objeto

y' = i: ordenada da imagem

f: abscissa do foco

2f. abscissa do centro do espelho

p > 0: Objeto Real

p' > 0: Imagem Real

p < 0: Objeto Virtual

p' < 0: Imagem Virtual

Se *i* e *o* tiverem o mesmo sinal, então a imagem é direita, já se tiverem sinais opostos ela é invertida. Segue então que:

 $i \cdot o > 0$ : Imagem Direita

 $i \cdot o < 0$ : Imagem Invertida

Com relação ao tipo de espelho:

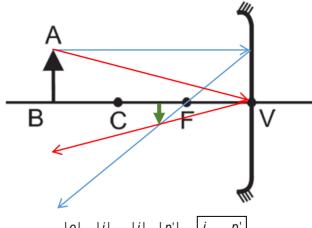
f > 0: Espelho Côncavo

f < 0: Espelho Convexo

iii – EQUAÇÃO DE GAUSS:

$$\boxed{\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}}$$

### iv – EQUAÇÃO DO AUMENTO LINEAR TRANSVERSAL



$$\frac{|o|}{|p|} = \frac{|i|}{|p'|} \Rightarrow \frac{|i|}{|o|} = \frac{|p'|}{|p|} \Rightarrow \frac{i}{o} = -\frac{p'}{p}$$

$$A = \frac{i}{o} = -\frac{p'}{p} = \frac{f}{f - p}$$

No SisQ, faça os exercícios de 24 a 52 da lista "Os Espelhos Esféricos".
O 51 é um bom desafio.

