



ADATSZERKEZETEK ÉS ALGORITMUSOK

Python nyelven

Hasító tábla

Hasító táblázat

Tömb adatszerkezet általánosítása

Jól alkalmazható **adatszerkezet**, ha Beszúr(), Keres() és Töröl() műveleteket megvalósító **dinamikus** halmazra van szükség.

Beszúr(), Keres(), Töröl()- szótárműveletek $O(1)$ időbonyolultsággal

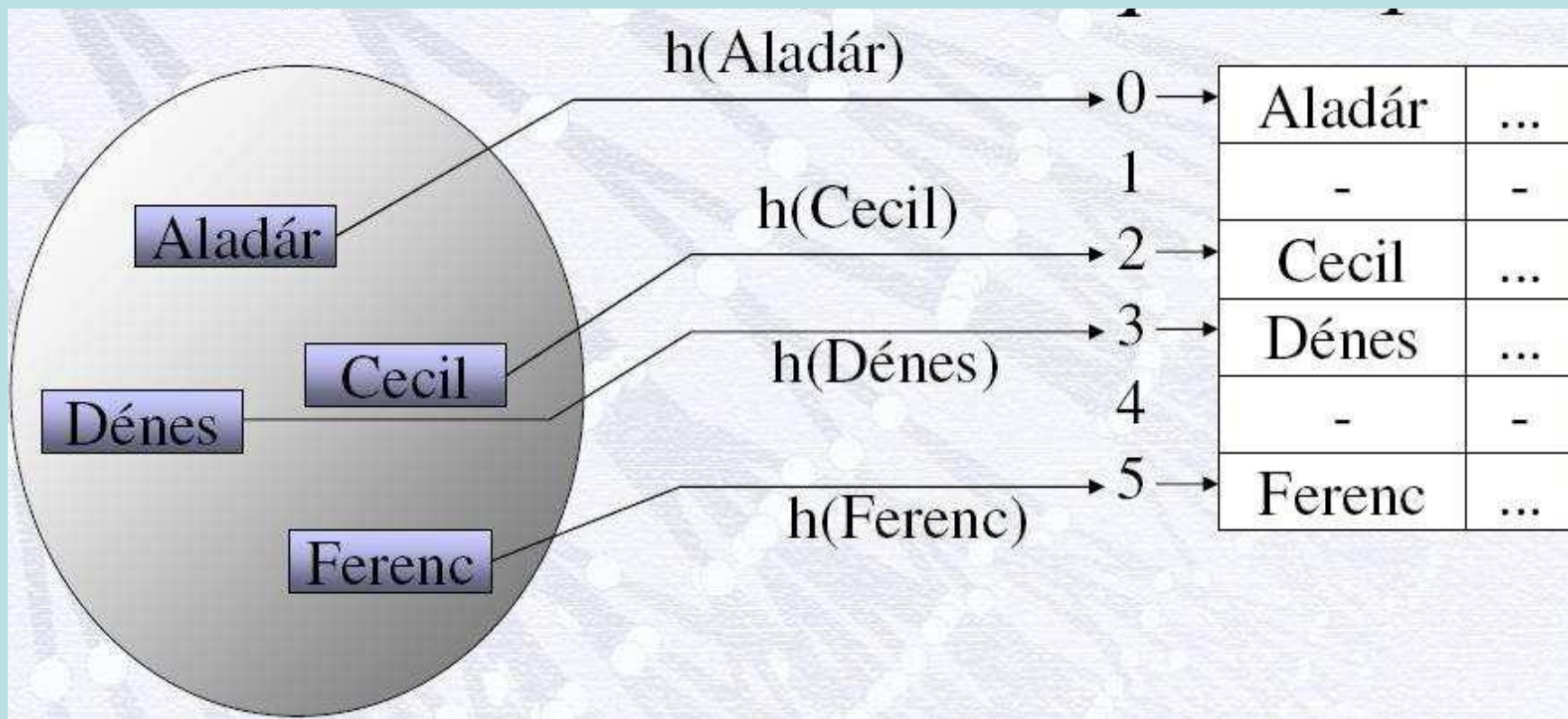
Hasítótáblák felhasználása

Adatbázisokban

Fordítóprogramok
szimbólumtábláiban

A hasítótáblák alapelve

- Minden adatrekordhoz egy a kulcsból számítható címet rendelünk, és ide fogjuk eltárolni
- A számítást hasítófüggvény végzi



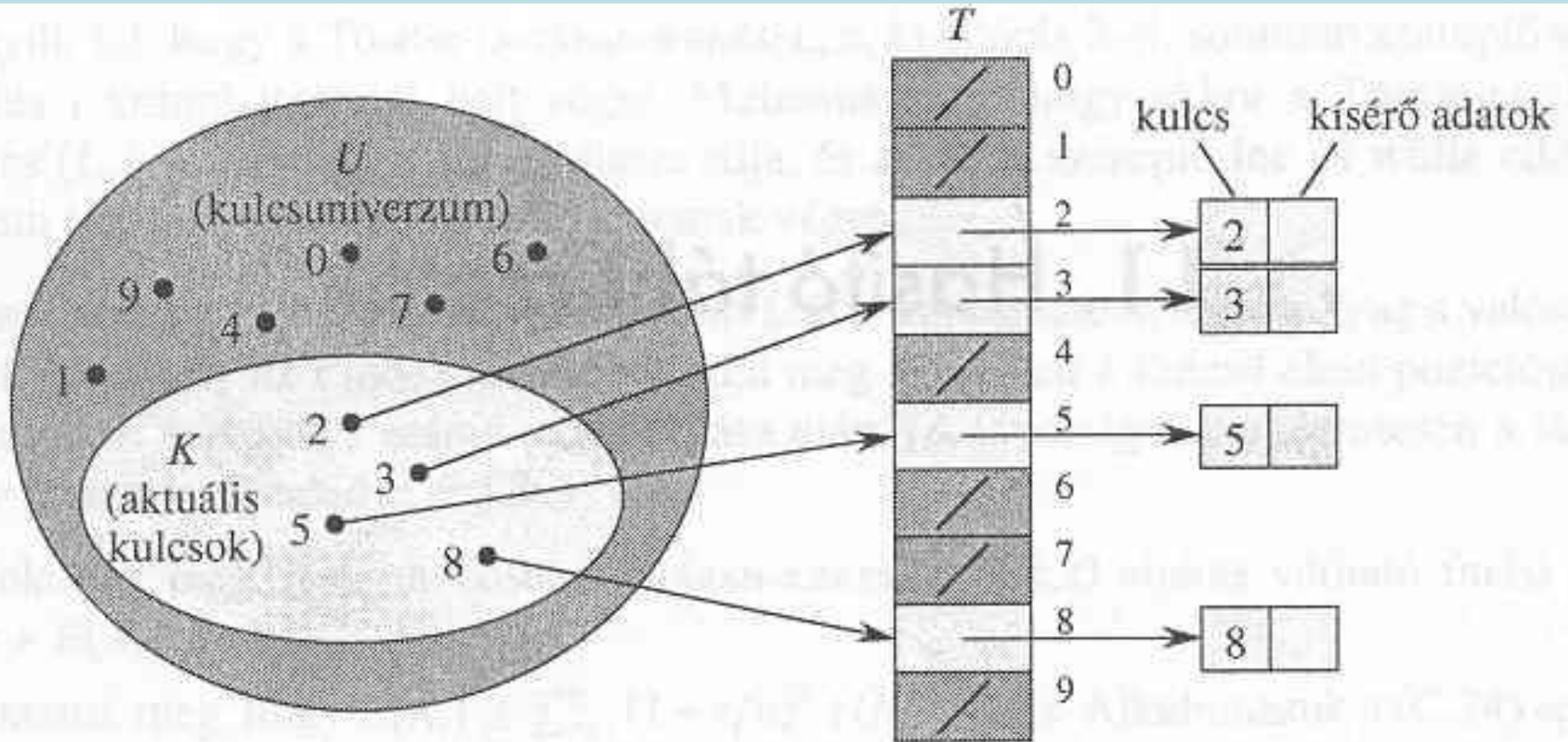


HASÍTÓTÁBLÁK MEGVALÓSÍTÁSÁNAK LEHETŐSÉGEI

Dr. Hajnal Éva: Algoritmusok és adatszerkezetek

5

Halmaz megvalósítása közvetlen címzésű táblázattal



Feltételek:

Kisméretű kulcsuniverzum

Nincs két egyforma kulcsú elem

Adatelemek tárolása

Magában a közvetlen címzésű táblázatban, gyakran a kulcsmező tárolása sem szükséges

- Visszakeresés index alapján
- Ha nem tároljuk a kulcsmezőt, el kell tudni dönteni, hogy a rés üres-e

A réshez mutatóval kapcsolt külső objektumban

Közvetlen címzésű táblázat

```
Keres (T, k)  
return T[k]
```

```
Beszúrás (T, x  
/*adat*/)  
T[kulcs[x]] ← x
```

```
Törlés (T, x/*adat*/)  
T[kulcs[x]] = null
```

T[0...m-1] tömb segítségével

Táblázat helyei – rés –
megfelelnek a kulcsoknak

K. rés a halmaz k kulcsú
elemére mutat.

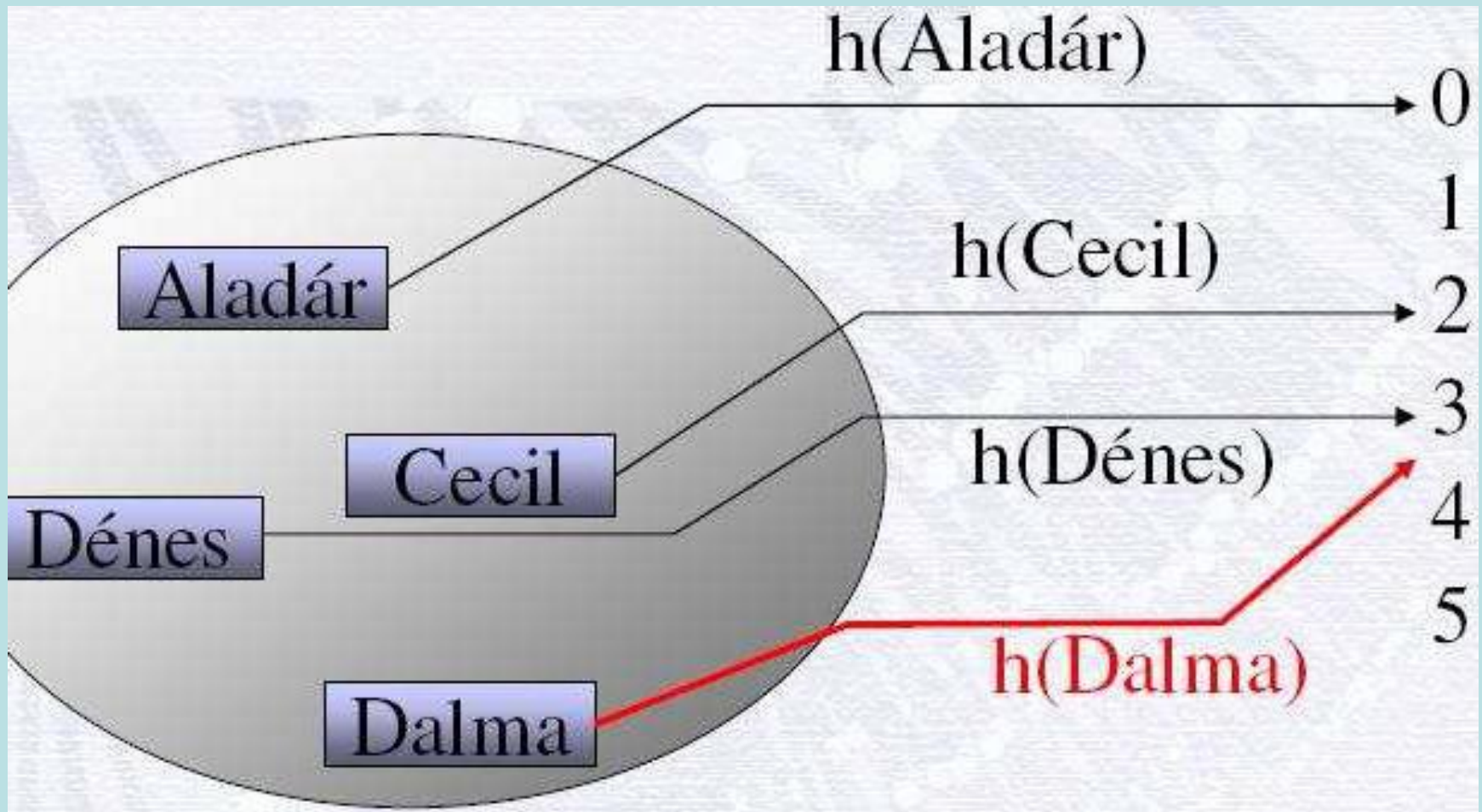
Ha nincs k kulcsú elem akkor
T[k]=null

Műveletek – Közvetlen
címzéssel – végrehajtási idő
O(1)

Közvetlen címzés problémája

- Ha az U univerzum nagy és a tárolt elemek K halmaza U -hoz képes kicsi, akkor a T táblázat nagy helyet foglal, de nagy része üres, a kihasználtság kicsi
- Memóriaigény leszorítható egy alkalmasan választott függvény segítségével, amely a k kulcsú elemet egy k' részben tárolja ahol $k'=h(k)$, vagyis **hasító függvényt** használunk a k' kiszámításához.
- $h:U \rightarrow \{0,1,\dots,m-1\}$
- Új probléma: kulcsütközés

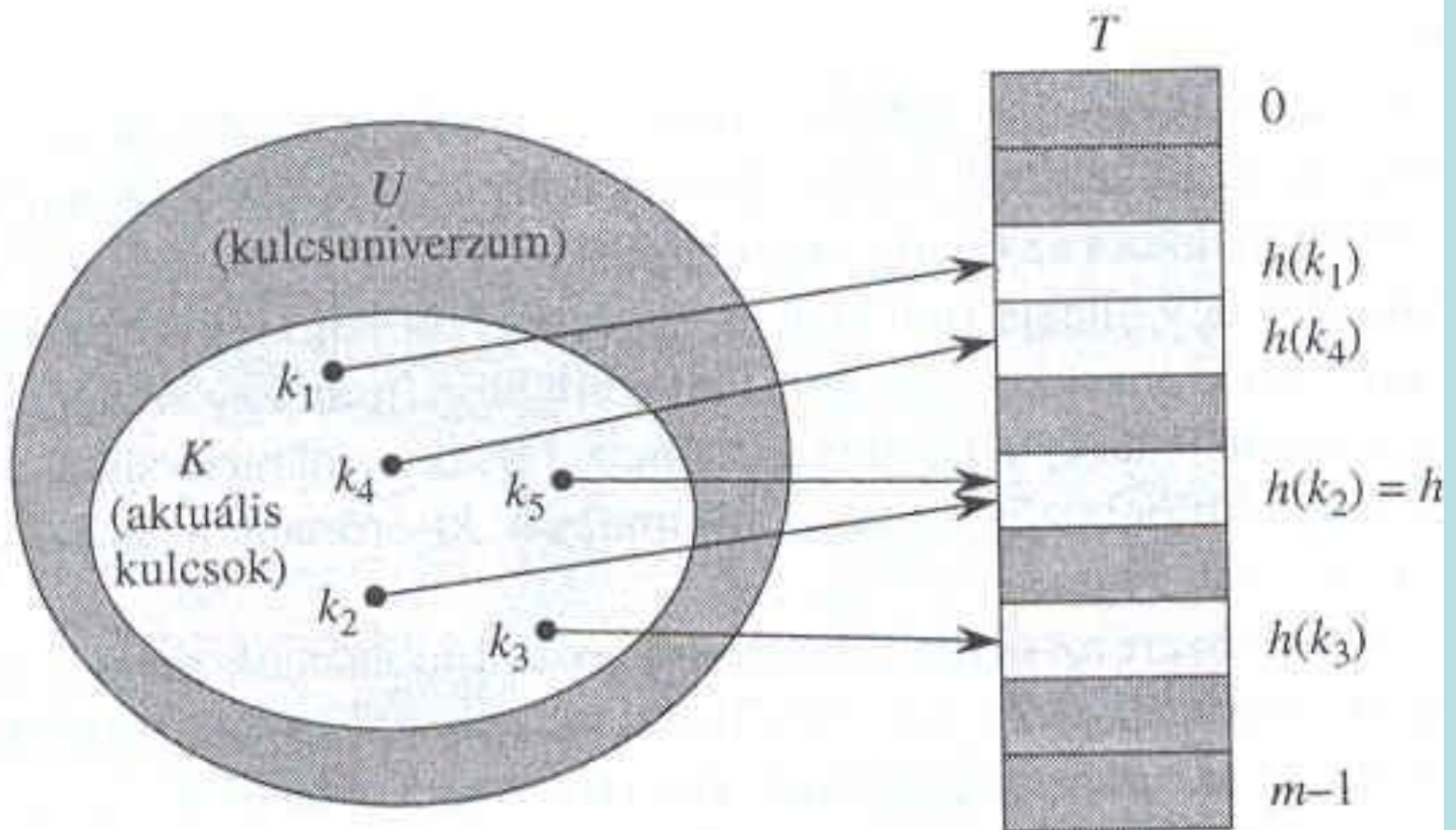
Kulcsütközés fogalma



Kulcsütközés

- Ha két kulcs ugyanarra a résre képződik le
- Kulcsütközés elvileg sem küszöbölhető ki, mert $U > m$, tehát mindenképp kell lennie legalább két kulcsnak, amelyek ugyanarra a résre képződnek le.

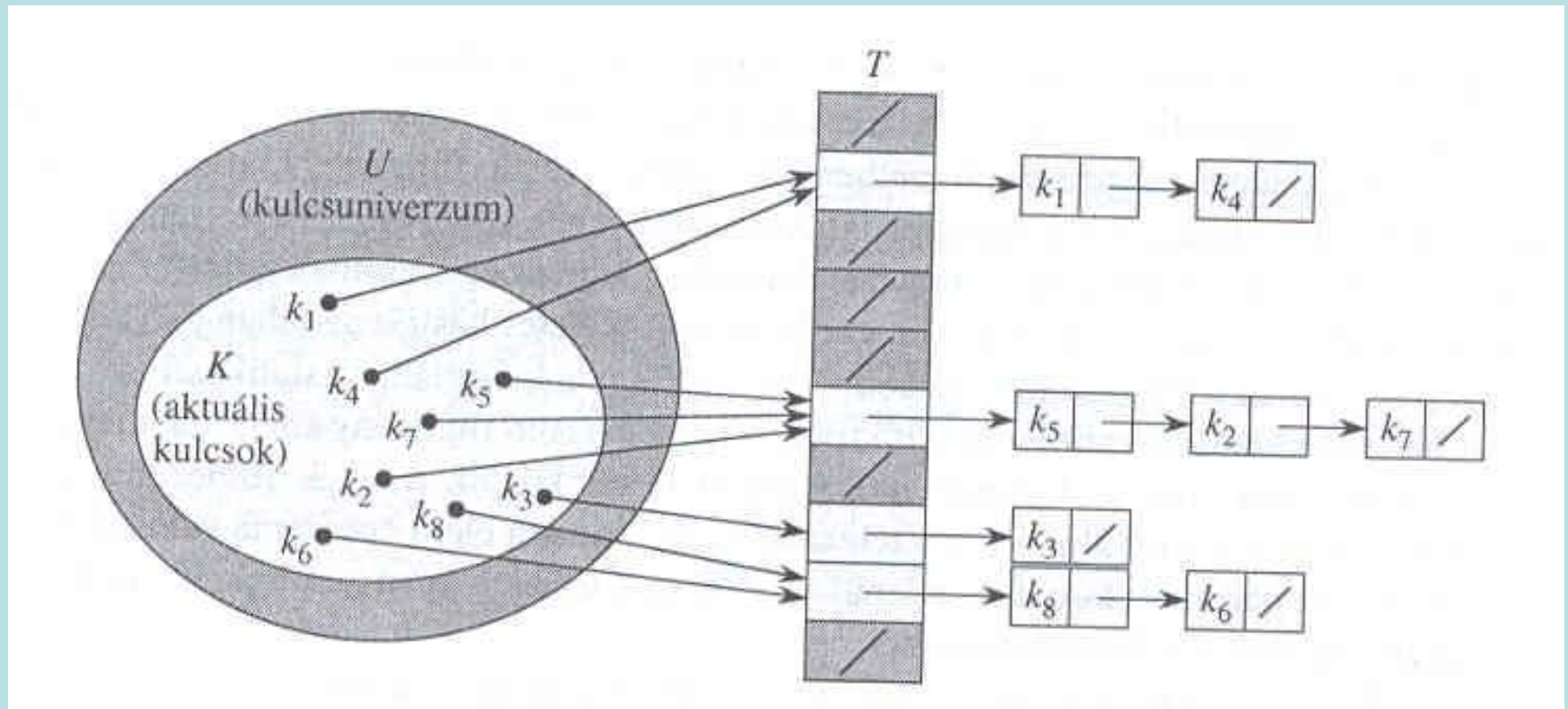
Hasítófüggvények



Kulcsütközés feloldása I.

- Túlcsordulási terület használatával
- Csak akkor alkalmazható ha nagyon kevés a kulcsütközés
- Beszúrás:
 - a, $T[h(k)] = \text{null} \rightarrow$ beszúrás $T[h(k)]$ -ba
 - b, $T[h(k)] \neq \text{null} \rightarrow$ beszúrás túlcsordulási területre
- Keresés:
 - a, $T[h(k)] = \text{keresett} \rightarrow$ megvan
 - b, $T[h(k)] = \emptyset \rightarrow$ nincs
 - c, $T[h(k)] \neq \text{keresett}$
 - keresett túlcsordulási terület \rightarrow megvan
 - keresett túlcsordulási terület \rightarrow nincs

Kulcsütközés feloldása II. Láncolással



Példa

- Kövessük végig láncolósos ütközésfeloldás esetén az 5,28,19,15,20,33,12,17,10 kulcsok hasító táblázatba való beszúrását. Legyen a rések száma 9 és a hasító függvény $h(k)=k \bmod 9$

Ütközésfeloldás láncolással II.

- Ugyanarra a résre leképződő elemeket összefogjuk egy láncolt listába

Láncolt-hasító-beszúrás(T, x)

1 beszúrás a $T[h(\text{kulcs}[x])]$ lista elejére

Láncolt-hasító-keresés(T, k)

1 a k kulcsú elem keresése a $T[h(k)]$ listában

Láncolt-hasító-törlés

1 x törlése a $T[h(\text{kulcs}[x])]$ listából.

Beszúrás és törlés műveletigénye: $O(1)$

Rendezés?

Keresés időigénye

- Legrosszabb esetben a keresés időigénye $O(n)$
- Jó esetben:
 - Legyen $\alpha = n/m$ (α a kitöltési tényező, vagyis a láncba fűzött elemek átlagos száma)
 - Egyenletes hasítás esetén $O(1 + \alpha)$, vagyis a keresés átlagos ideje állandó

Hasító függvények

- Hogyan működik egy jó hasító függvény?
 - Egyenletességi feltétel: egyenletesen ossza szét a kulcsokat
 - Ehhez ismerni kellene a kulcsok eloszlás függvényét
 - A hasonló kulcsokat véletlenszerűen ossza szét
 - Kevés kulcsütközést produkáljon
 - Egyszerűen kiszámítható legyen
 - A hasítófüggvény kötelezően determinisztikus

A kulcsok természetes
számokkal való
megjelenítése

A kulcsokat természetes
számként kezeljük,

Ha nem természetes szám
akkor természetes
számmá kell alakítani pl.
ASCII kódok...

$h(k) = \sum \text{Karakterkód}(k_i)$
 $(k \in \text{Szöveg})$

Osztásos módszer

$$h(k) = k \bmod m$$

Jellemzői

- Gyors hasítás
- Jó, ha m egy kettőhatványhoz nem közeli prim.
- Rések száma m
- Példa: 2000 db adat van a kitöltési tényező lehet ~ 3 , tervezzük meg a hasítófüggvényt!

Szorzásos módszer

$$h(k) = \text{Közepe}^M(A * k)$$

$\text{Közepe}^M(x)$ visszaadja az x középső M darab helyiértékét

Nevezetes módszer a négyzetközép módszer: $h(k) = \text{Közepe}^M(k * k)$

Az univerzális hasítás

- Véletlenszerűen kiválasztott hasítófüggvénnyel próbálja minimalizálni a kulcsütközést.

Kulcsütközés feloldása – Nyílt címezés III.

A duplikátumot egy előre definiált szisztematikus üres hely kereséssel helyezzük el!

- Beszúrás: Ha $T[h(uj)]$ foglalt, egy/több lépés előre/hátra amíg nem találunk egy üres helyet, ide elmentjük
- Keresés: Ha $T[h(keresett)]$ nem a keresendő elem, a beszúrásnál használt azonos lépések végrehajtása, amíg nem találjuk meg, vagy az első üres helyig. Ha az induló vagy bármelyik elem üres, akkor nincs a táblázatban
- Törlés: Keresés után az elem bejelölése töröltnek (nem üres!)

Kulcsütközés feloldása IV. – Dupla hasítás

Használjunk két hasító függvényt (h_1 , h_2)!

Beszúrás: Ha a h_1 függvény alkalmazásával kulcsütközés lépne fel,
próbáljuk egy másik h_2 függvénnyel, ami máshova képez

Keresés: Ha a h_1 által megadott helyen nem találjuk a keresett elemet, keressük a h_2 szerint is

Törlés: A fenti kereséssel megtalált elemet töröljük

Köszönöm a figyelmet!

- Vizsga információ!

Példa

- Készítsünk 3 jegyű számok rendezésére alkalmas radix rendező algoritmust. A szétválogatáshoz foglaljunk egy $\text{int}[10, n]$ T mátrixot, az egyes sorokban levő elemszám tárolására alkalmazzunk egy $\text{int}[10]$ index vektort. Javasoljon más, hatékony adatszerkezetet a feladat megoldásához.