



# ADATSZERKEZETEK ÉS ALGORITMUSOK

Python nyelven  
Fa adatszerkezetek II.  
Kiegyensúlyozott fák  
Piros-feketa fa  
AVL fa  
B-fa adatszerkezet.

- Def. Ha minden csúcsnak a bal és a jobb oldali részfájában lévő csúcsok száma legfeljebb eggyel tér el.

### Kiegyensúlyozás

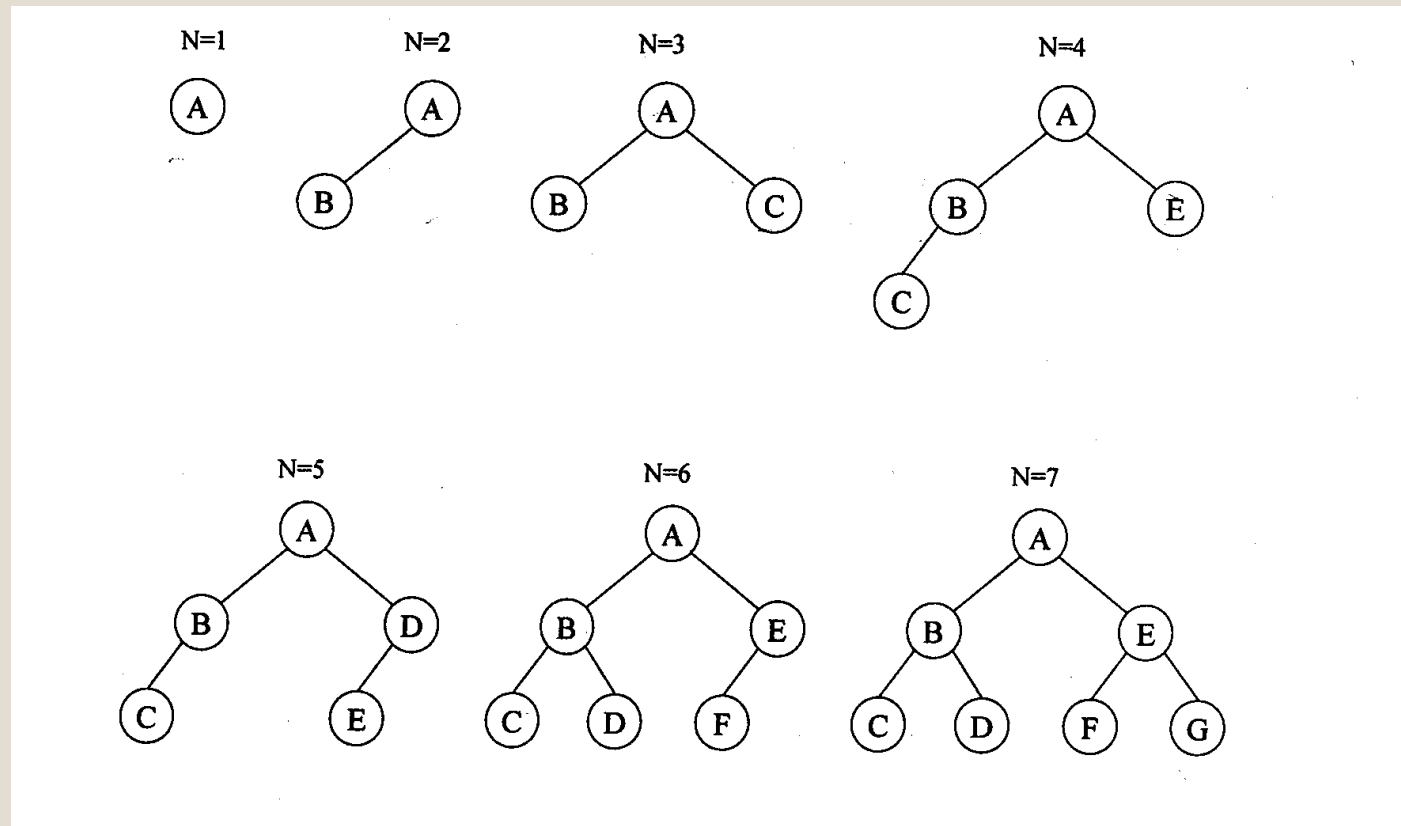
Ha  $N=0$  a fa üres

Ha  $N>0$

1. Használjunk el egy csúcsot gyökérnek
2. Készítsük el az  $N/2$  csúcsból álló bal részfát
3. Készítsük el az  $N-(N/2)-1$  csúcsból álló jobb részfát

Tökéletesen  
kiegyensúlyozott  
fák

# Kiegyensúlyozás



# Kiegyensúlyozott fák

Def. Ha minden csúcsra legfeljebb egy a különbség a bal és a jobboldali részfa magassága között.

Ha a keresőfában nagy a magasságbeli különbség a szintek között, akkor a keresés időigénye függ a keresendő elem értékétől.

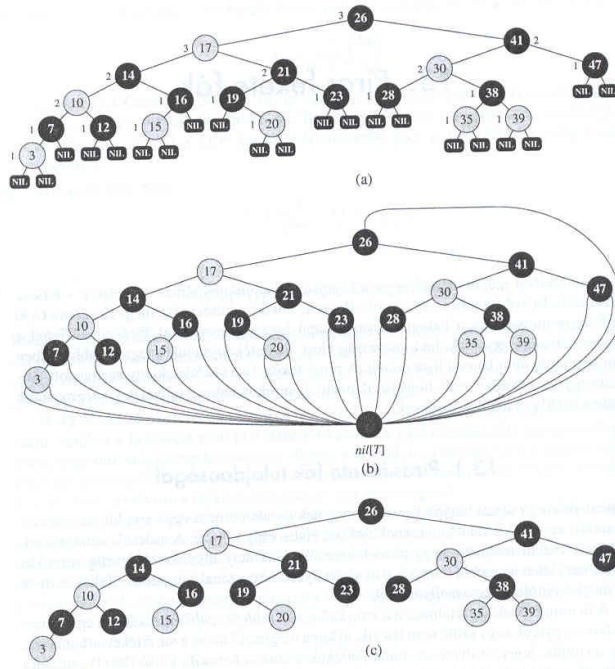
# Piros-fekete fák

- Piros-fekete fa olyan bináris keresőfa, melynek minden csúcsa egy extra bit információt hordoz.
- A színek korlátozásával biztosítható, hogy a gyökértől a levélig vezető út hossza nem lehet nagyobb, mint a legrövidebb ilyen út hosszának a kétszerese
- Piros-fekete fák megközelítőleg kiegyensúlyozottak.
- Csúcs adatai: szín, kulcs, bal, jobb, szülő

# Tulajdonságok

1. Minden csúcs színe piros vagy fekete
2. Gyökér színe fekete
3. Levél: fekete (gyakran nem is ábrázoljuk)
4. Piros csúcs mindkét gyereke fekete
5. Bármely csúcsból bármely levélig vezető úton ugyanannyi fekete csúcs van.

# Piros-fekete fa



- Fekete mélység: Adott csúcsból, ahol ő maga nem számít az eredménybe, a levélig vezető úton a fekete csúcsok száma.

# Műveletek

- Forgatások (balra, jobbra forgat)
- Beszúrás
- Törlés

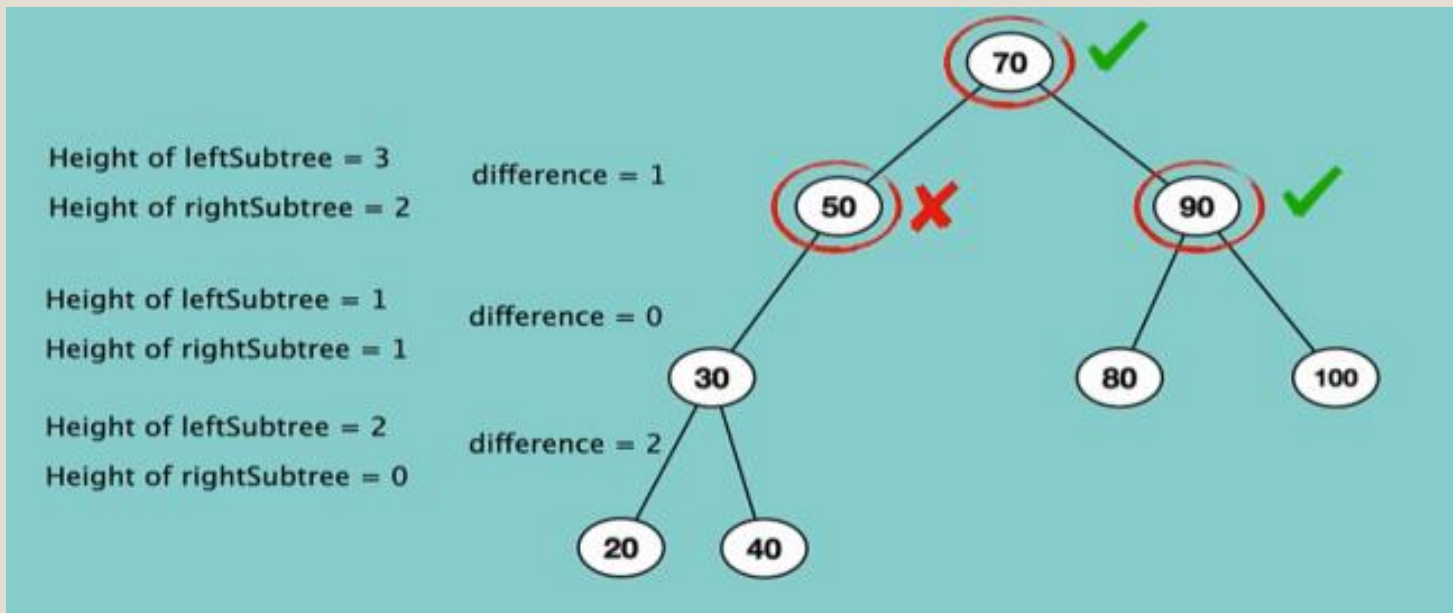


- Az AVL fa olyan bináris keresőfa amely magasság kiegyensúlyozott:
  - A bal és jobb részfa magassága legfeljebb 1-gyel különbözik.
- Megvalósítás +mező :magasságkülönbség

## AVL-fa

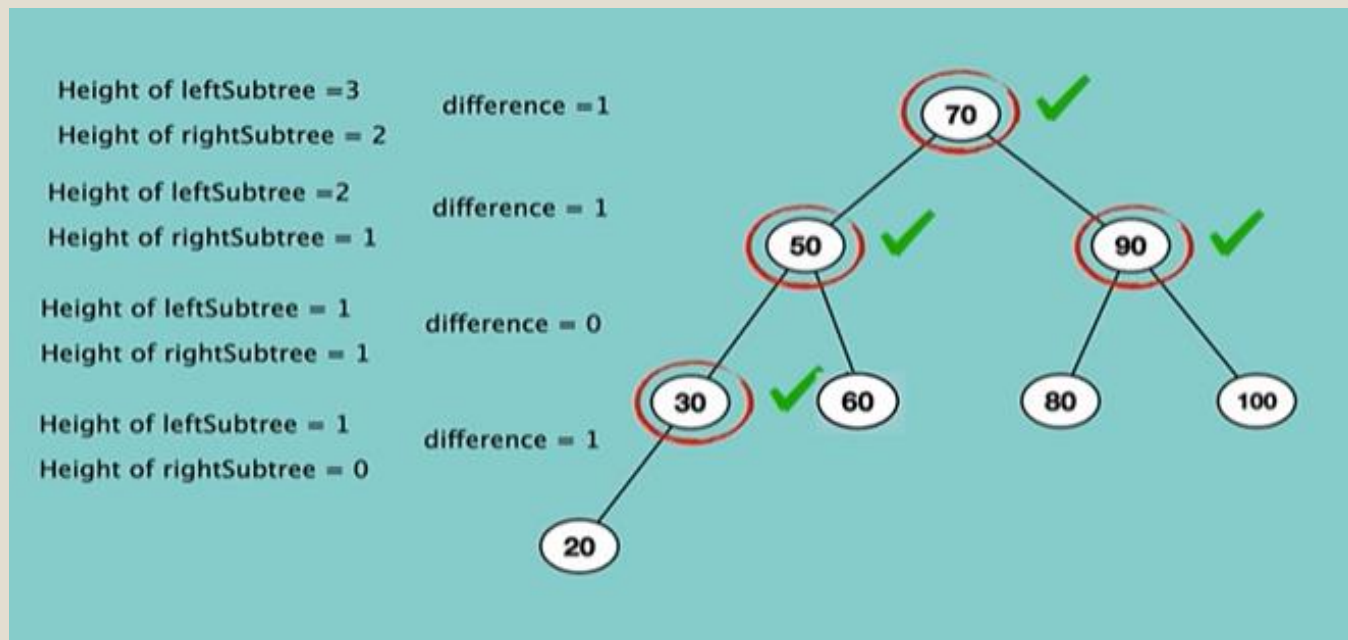
# AVL fa

- Magasság-kiegyensúlyozott bináris keresőfa



# AVL tulajdonság ellenőrzése

- Magasság-különbség maximum 1 lehet.



# Miért előnyös az AVL fa

- Keresés időbonyolultság garantáltan  $O(\log N)$
- Egyenlítés sem vez túl sok műveletet igénybe

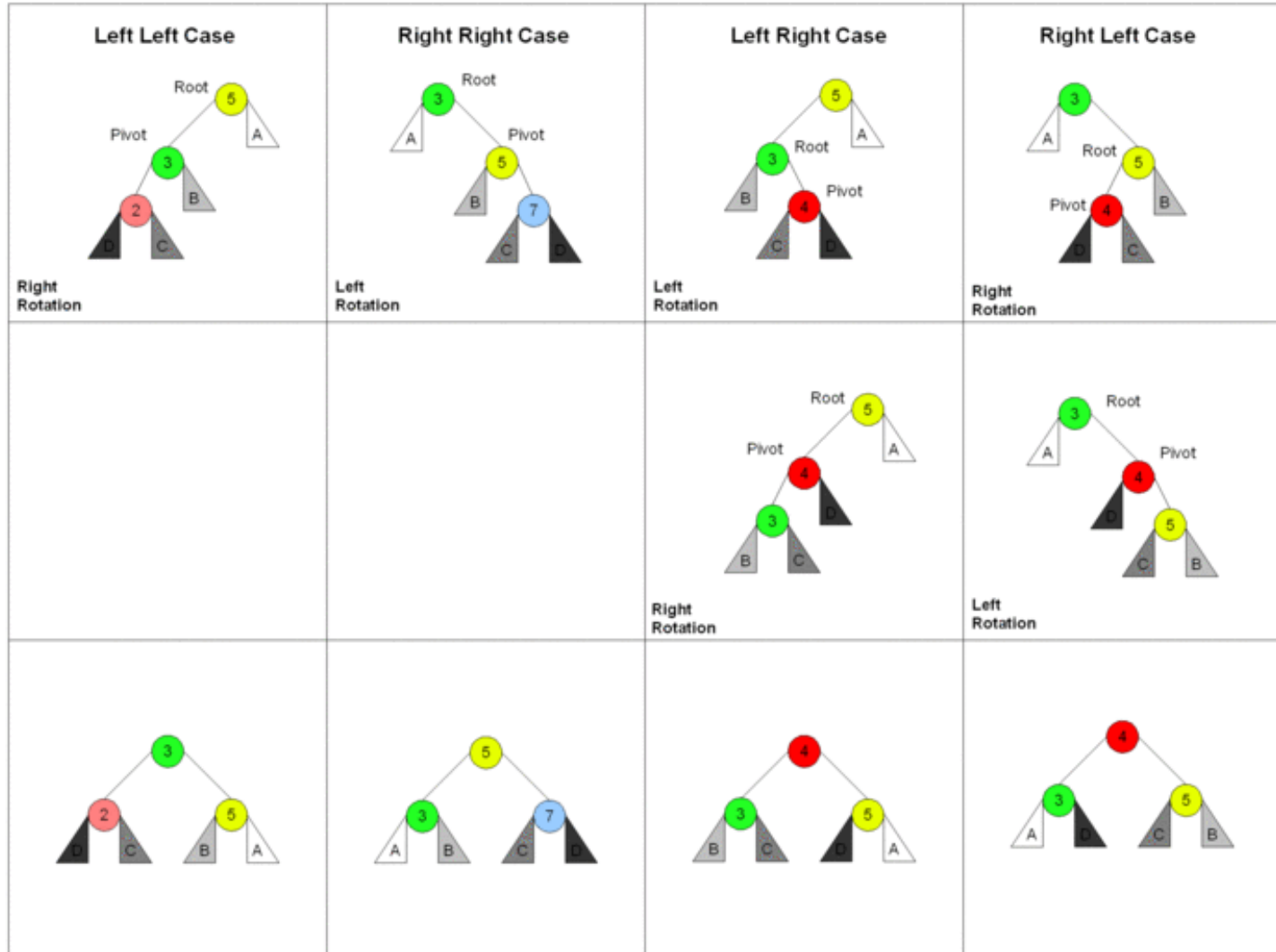
# Műveletek AVL fával

- Létrehozás
- Beszúrás
- Keresés
- Bejárás
- Törlés fából
- Fa törlése

# AVL fa műveletei - Beszúrás

There are 4 cases in all, choosing which one is made by seeing the direction of the first 2 nodes from the unbalanced node to the newly inserted node and matching them to the top most row.

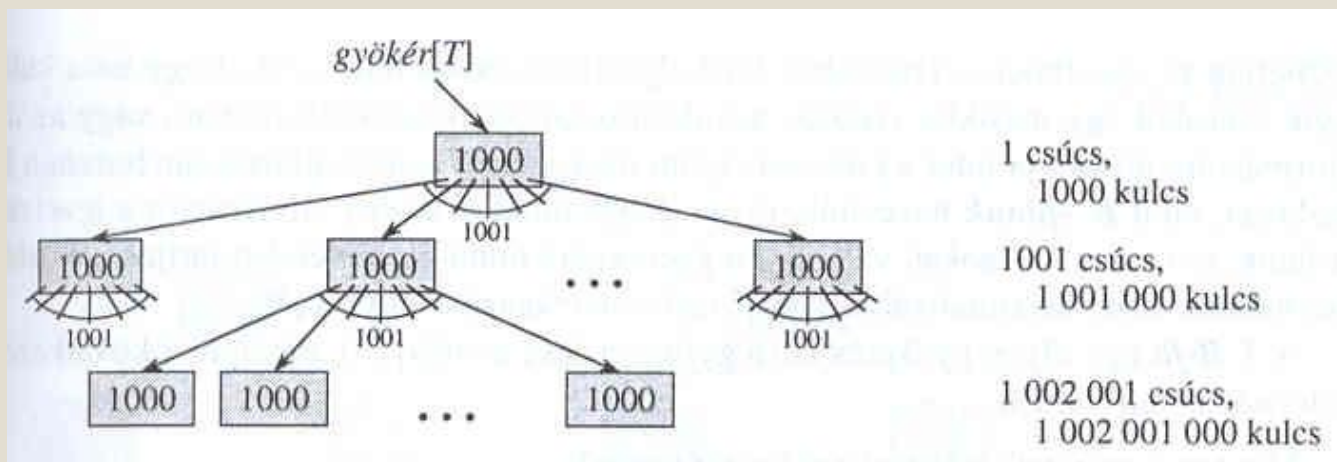
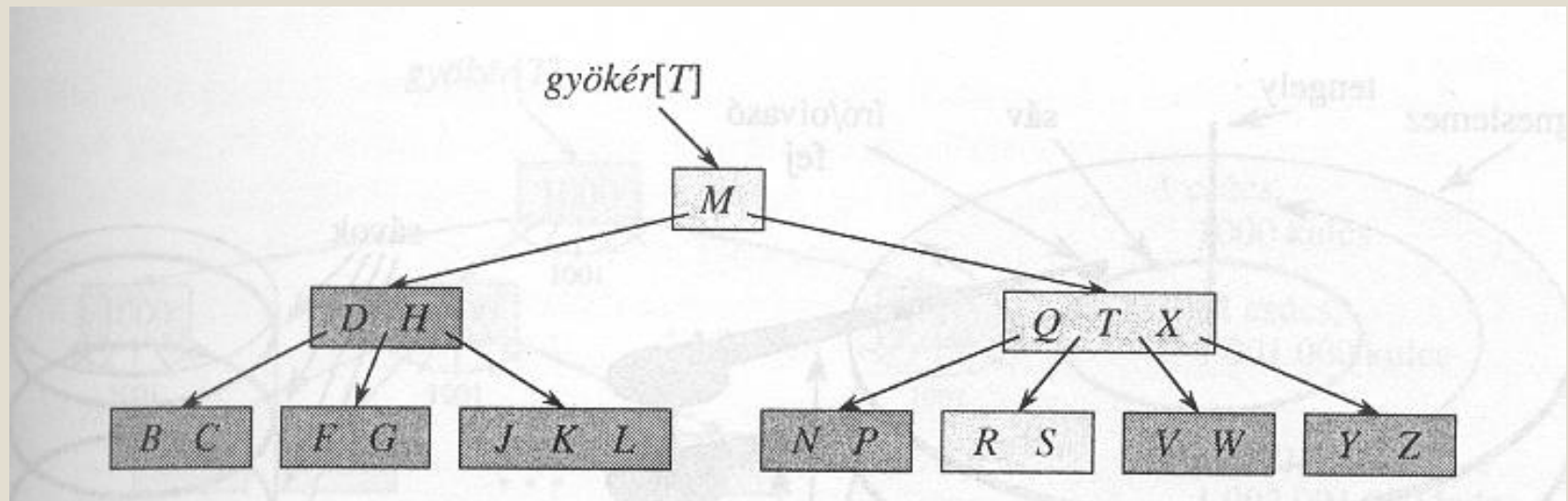
**Root** is the initial parent before a rotation and **Pivot** is the child to take the root's place.



# B-fa

- Nagyméretű keresőfák esetén előfordul, hogy az egész fa nem fér el az operatív tárban.
- A fát részfákra bontjuk, és a részfákat (lapoknak nevezzük) olyan egységként ábrázoljuk, amelyek elemeire együtt hivatkozhatunk.
- Minden lap  $n$  és  $2n$  közötti tételt tartalmaz

# B-fa definíciója

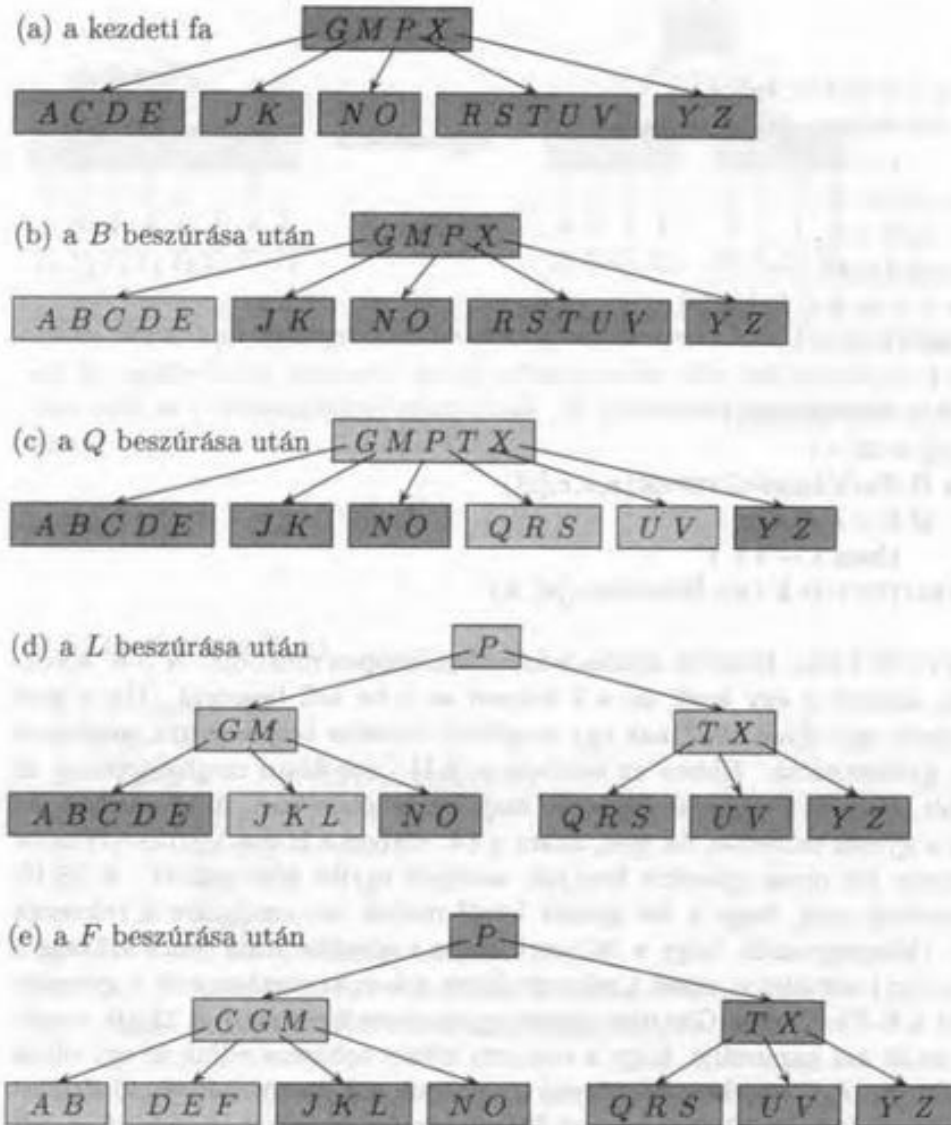




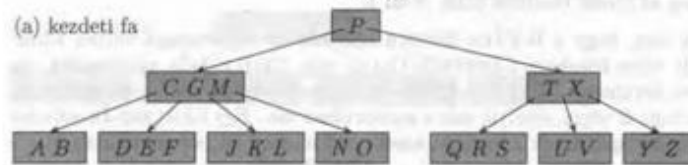
# B-fa tulajdonságai

1. Minden lap legfeljebb  $2n$  tételt tartalmaz
2. Minden lapon a gyökér lapjának kivételével legalább  $n$  tétel van.
3. Egy lap lehet levéllap (utód nélküli), vagy  $m+1$  utóddal rendelkezik, ahol  $m$  a lapon levő kulcsok száma
4. Minden levéllap ugyanazon a szinten helyezkedik el.

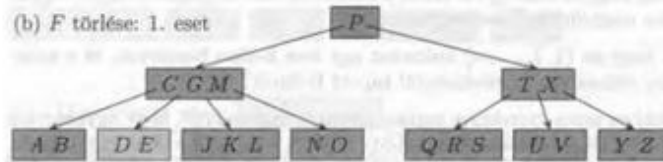
## Beszűrés



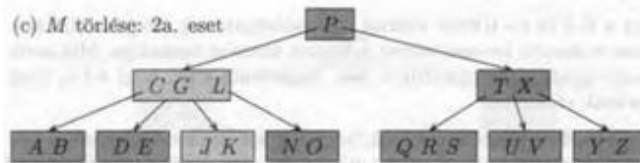
(a) kezdeti fa



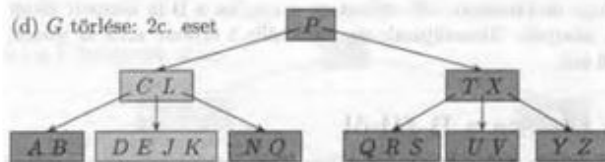
(b) F törlése: 1. eset



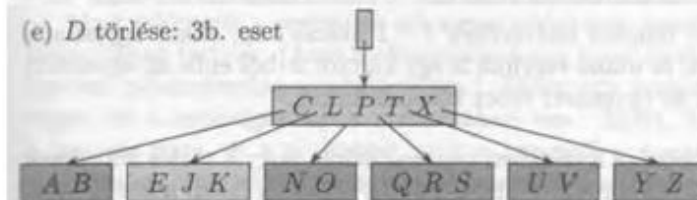
(c) M törlése: 2a. eset



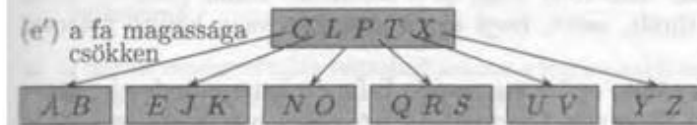
(d) G törlése: 2c. eset



(e) D törlése: 3b. eset



(e') a fa magassága csökken



(f) B törlése: 3a. eset



# Köszönöm a figyelmet!