

1 Kinetische Gastheorie

1.1 Energieverteilung und wahrscheinlichste Energie

Wir betrachten die Energieverteilung (E_K ist die kinetische Energie)

$$f(E_K) dE_K = \frac{2\pi}{(\pi kT)^{3/2}} \cdot \sqrt{E_K} \cdot e^{-\frac{E_K}{kT}} dE_K, \quad (1)$$

die sich aus $f(v)dv$ ergibt. Die erste Ableitung

$$f'(E_K) = \frac{2\pi}{(\pi kT)^{3/2}} \cdot e^{-\frac{E_K}{kT}} \left(\frac{1}{2\sqrt{E_K}} - \frac{\sqrt{E_K}}{kT} \right) \stackrel{!}{=} 0 \quad (2)$$

wird null gesetzt, woraus folgt, dass $E_K = \frac{1}{2}kT$. Daraus folgt, wie bereits des öfteren erwähnt, dass die Temperatur ein Maß für die Kinetische Energie ist. Für $T = 20^\circ\text{C}$ ist $E_K = 2.02 \times 10^{-21} \text{ J}$.

1.2 Zusammenstöße in einem N_2 Kolben

Wir betrachten einen Kolben mit reinem N_2 bei einer Temperatur von 217 K und einem Druck von 0.05 atm, $\sigma = 0.43 \text{ nm}^2$. Bewegt sich nur ein Teilchen, so kann die Zahl der Zusammenstöße pro Sekunde mit

$$z_1 = \sqrt{2}\sigma <v> \frac{p}{kT} \quad (3)$$

berechnet werden. Die mittlere Geschwindigkeit

$$<v> = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} \quad (4)$$

ergibt sich aus der Boltzmann Verteilung. Es ergeben sich $z_1 = 4.8 \times 10^8$ Stöße/s. Die Gesamtzahl aller Zusammenstöße kann mit

$$z_{11} = \frac{1}{\sqrt{2}}\sigma <v> \left(\frac{p}{kT} \right)^2 \quad (5)$$

berechnet werden. Es ergeben sich also $z_{11} = 4.02 \times 10^{32}$ Stöße/s.

1.3 Freiheitsgrade und Beitrag zur inneren Energie

Die Anzahl an möglichen Freiheitsgraden setzt sich aus den Freiheitsgraden der Translation, Rotation und Schwingung zusammen ($FG_G = FG_T + FG_R + FG_S$). Für die Freiheitsgrade der Schwingung gilt $FG_S = 3N - 3 - FG_R$. Jeder Freiheitsgrad trägt mit $\frac{1}{2}kT$ zur inneren Energie bei, also $U = \frac{1}{2}(FG_T + FG_R + 2FG_S)kT$. In der folgenden Tabelle wird dies für einige Moleküle festgehalten (U bei 1000 K).

Tabelle 1: Moleküle und ihre zugehörigen Freiheitsgrade

	FG_T	FG_R	FG_S	FG_G	U
CO ₂	3	2	4	9	8.97×10^{-20} J
Ar	3	0	0	3	2.07×10^{-20} J
C ₂ H ₂	3	2	7	12	1.31×10^{-19} J
N ₂	3	2	1	6	4.83×10^{-20} J
H ₂ O	3	3	3	9	8.28×10^{-20} J