Marcos López López

PRÁCTICA 5

1. Un sistema de control de levitación magnética tiene por lazo abierto L(s):

$$L(s)=\frac{K\cdot(s+c)}{s\cdot(s-0.1)},$$

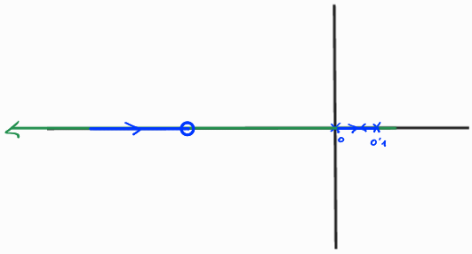
a) Dibujar el LR aproximado, colocando el cero en una posición –c<0.
b) Obtener el valor mínimo de K para que el lazo cerrado sea estable.
c) Obtener los puntos de corte del LR con el eje imaginario en función de c.

$L_1(s)=\frac{K(s+c)}{s(s-0'1)}$ Ec caract LC $=1+LA=0 \rightarrow s^2-0'1s+K(s+c)=0 \rightarrow s^2+(K-0'1)s+Kc=0$

1) nº ramos = 2
2) Lugar sobre eje real
3) Inicio / final
4) Simetría eje Real
5) Asíntotas

$n^o_{as}=n_p-n_z=1$

$\theta_K=\frac{(2q+1)\pi}{1}=\pi\,(180^\circ)$



$L_1(s)=\frac{K(s+c)}{s(s-0'1)}$

6) Salida / llegada polos/zeros complejos → No hay
7) Corte eje imag

$c=1 \rightarrow$ Ec caract $\rightarrow s^2+(K-0'1)s+K\cdot c=0 \rightarrow$ Cardano-Vietta $\rightarrow K-0'1>0 \rightarrow K>0'1$

s^2	1	$K\cdot c$
s^1	$K-0'1$	
s^0	A	

$A=\frac{K(K-0'1)}{K-0'1}=K\cdot c$

$A>0$

→ Ganancia crítica

$s^1=0 \rightarrow \boxed{K_c=0'1}$ ← Valor mínimo de K para sist estable

→ Ptos corte

$s^2+K\cdot c$, $K=K_c$, $s^2=\omega j$ $\Big\}\ -\omega^2\,0'1c \rightarrow \omega=\pm\sqrt{0'1c}$ → $S_1=+\sqrt{0'1c}$, $S_2=-\sqrt{0'1c}$

$\rightarrow c=1 \rightarrow \omega=\pm 0'3162 \rightarrow s_{1,2}=\pm j\,0'3162$

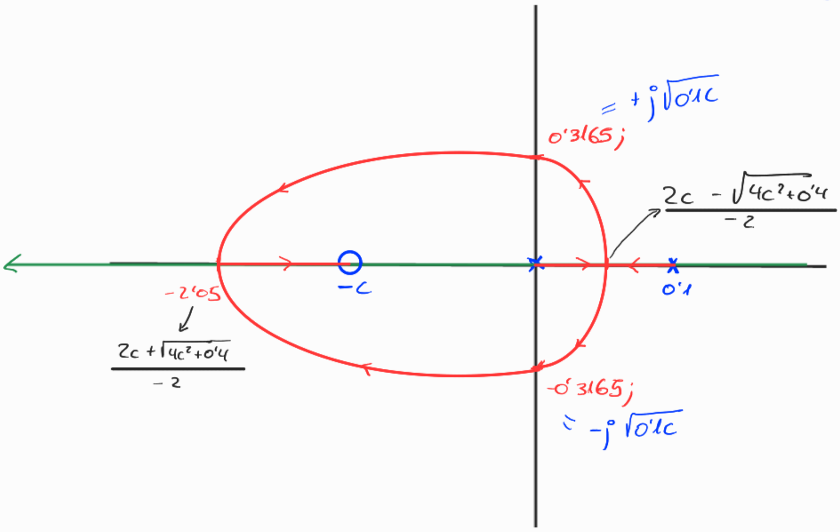
8) Ptos ruptura

$s^2+Ks-0'1s+K\cdot c=0 \rightarrow s^2-0'1s+K(s+c)=0 \rightarrow K=\frac{0'1s-s^2}{s+c}$

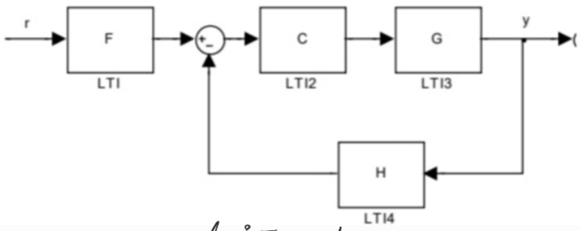
$\frac{dK}{ds}=\frac{(0'1-2s)(s+c)-0'1s+s^2}{(s+c)^2}=0 \rightarrow \cancel{0'1s}+0'1c-\cancel{2s^2}-2cs-\cancel{0'1s}+\cancel{s^2}=0 \rightarrow -s^2-2cs+0'1c=0$

$$\boxed{s=\frac{+2c\pm\sqrt{4c^2+4\cdot 0'1}}{-2}}$$

$c=1 \rightarrow S_1=0'05$
$S_2=-2'05$



2. Para el sistema con realimentación (según figura inferior) G=(s+2)/(s*(s+p1)), H=10/(s+a), con p1 conocido (F =C=1) calcular la función de transferencia de lazo abierto auxiliar G2a_LA necesaria para trazar el contorno de raíces en función de a (parámetro desconocido).



$p_1 \rightarrow$ conocido ; $F = C = 1$

$$G(s) = \frac{s+2}{s(s+p_1)}$$

$$H(s) = \frac{10}{s+a}$$

$\rightarrow$ Calculamos la ecuación característica

$$1 + G \cdot H = 0$$

$$1 + \frac{10(s+2)}{s(s+a)(s+p_1)} = 0 \rightarrow s(s+a)(s+p_1) + 10(s+2) = 0 \rightarrow s(s^2 + p_1 s + as + ap_1) + 10(s+2) = 0$$

$$s^3 + p_1 s^2 + a s^2 + a p_1 s + 10 s + 20 = 0$$

$\rightarrow$ Despejamos en función de a

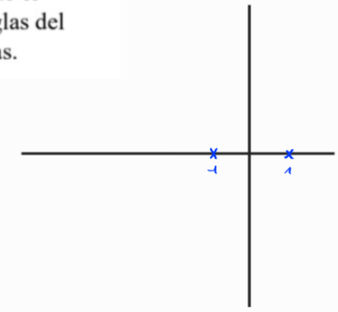
$$(s^3 + p_1 s^2 + 10s + 20) + a(s^2 + p_1 s) = 0 \rightarrow 1 + \frac{a(s^2 + p_1 s)}{s^3 + p_1 s^2 + 10s + 20} = 0$$

$$\boxed{G_{2a\_LA} = \frac{a(s^2 + p_1 s)}{s^3 + p_1 s^2 + 10s + 20} \qquad G_{2a\_LA} = \frac{a \cdot s(s+p_1)}{s^3 + p_1 s^2 + 10s + 20}}$$

3. Se considera un sistema de control típico con actuadores bien dimensionados, lo que permite trabajar con ganancias K muy altas, es decir, aplicar un control de alta ganancia. El lazo abierto (controlador × planta) tiene la forma:

$$L(s)=\left(\frac{K\cdot(s+c)}{(s+p_1)}\right)\left(\frac{1}{(s+1)\cdot(s-1)}\right),$$

Decir qué condiciones sencillas deben cumplir las raíces $-c$, $-p_1$, del controlador para que el lazo cerrado sea estable con alta ganancia, o sea para $K\to\infty$. Recordar que, según las reglas del Lugar de Raíces, para $K\to\infty$ los polos de lazo cerrado tienden a los ceros y a las asíntotas.

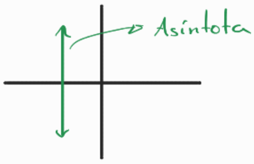


$$L_A(s)=\frac{K(s+c)}{(s+p_1)(s+1)(s-1)}$$

$z=-c$ $\quad n^{o}_{z}=1$

$-p_1,\ -1,\ 1$ $\quad n^{o}_{p}=3$

5) nº Asíntotas $=3-1=2$



$$\theta_K=\frac{(2q+1)\pi}{n^{o}as}\ \begin{cases} q=0\to \pi/2\\ q=1\to \frac{3\pi}{2}\end{cases}$$

$$\sigma=\frac{\Sigma p-\Sigma z}{n^{o}as}=\frac{-p_1-1+1+c}{2}=\frac{-p_1+c}{2}$$

7) corte eje Img

$$1+L_A=0\Rightarrow (s+p_1)(s+1)(s-1)+K(s+c)=0\Rightarrow s^3+p_1s^2+(K-1)s+K\cdot c-p_1=0$$

$$\begin{cases}\boxed{p_1>0}\\ K>1\\ K\cdot c-p_1>0\to c>\frac{p_1}{K}>0\end{cases}$$

s^3	1	$K-1$
s^2	p_1	$K\cdot c-p_1$
s^1	A	
s^0		

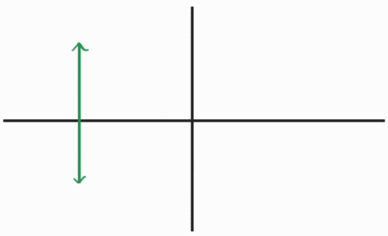
$$A=\frac{p_1(K-1)-K\cdot c+p_1}{p_1}$$

$\boxed{p_1>0}$

$A>0\to p_1(K-1)-K\cdot c+p_1>0\to p_1(K-1)+p_1>K\cdot c$

$p_1(K-1+1)>K\cdot c\to \boxed{p_1>c}$

Recopilación de datos:



$\boxed{p_1>0\to -p_1<0}$

$\boxed{p_1>c\to -p_1<-c}$

$\boxed{c>0}$

→ El punto de corte de las asíntotas con el eje real era:

$\sigma=\frac{-p_1+c}{2}$ → como $p_1>c$ ya sabemos que estarán en la parte negativa real