LABORATORIO de INGENIERÍA de CONTROL

Práctica 7. (19-22/Abril/2022)

Análisis frecuencial con sisotool de Matlab

El objetivo de esta práctica es ampliar los conocimientos relacionados con la herramienta interactiva de análisis y diseño de sistemas de control sisotool de Matlab. Para ello se pedirá al alumno que complete una serie de cálculos y simulaciones relacionados con el análisis frecuencial de sistemas.

Ejercicio previo (1)

Un circuito RLC presenta una función de transferencia aproximada:

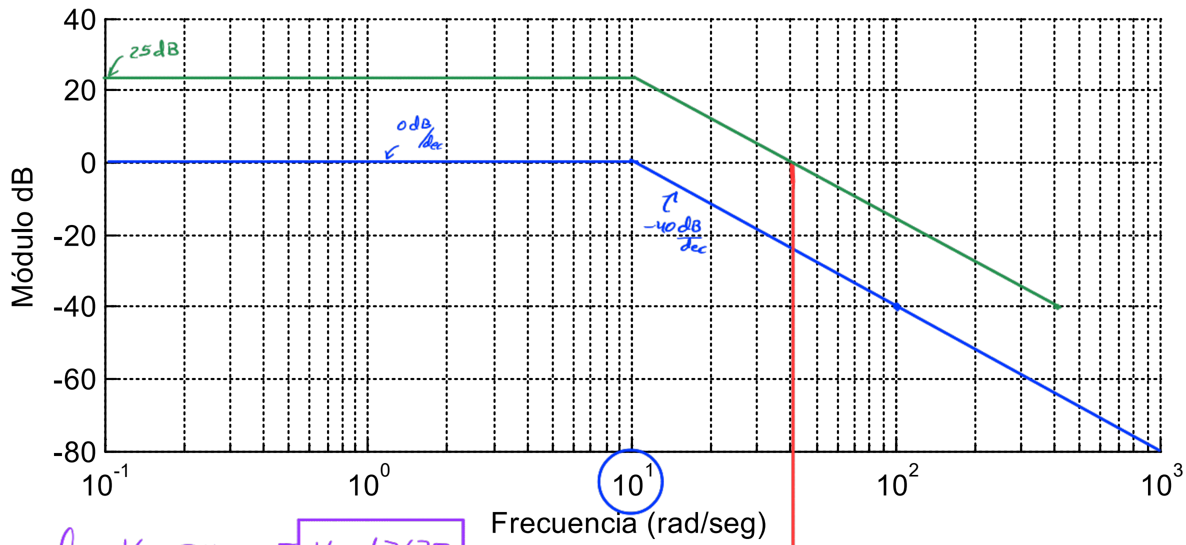
$20 \log K = 20 \log 1 = 0$

$$\boxed{G_p(s) = \frac{100}{(s+10)^2}} = \frac{100}{100(1+s/10)^2} = \frac{1}{(1+s/10)^2} \xrightarrow{s=j\omega} G(j\omega) = \frac{1}{(1+j\omega/10)^2}$$

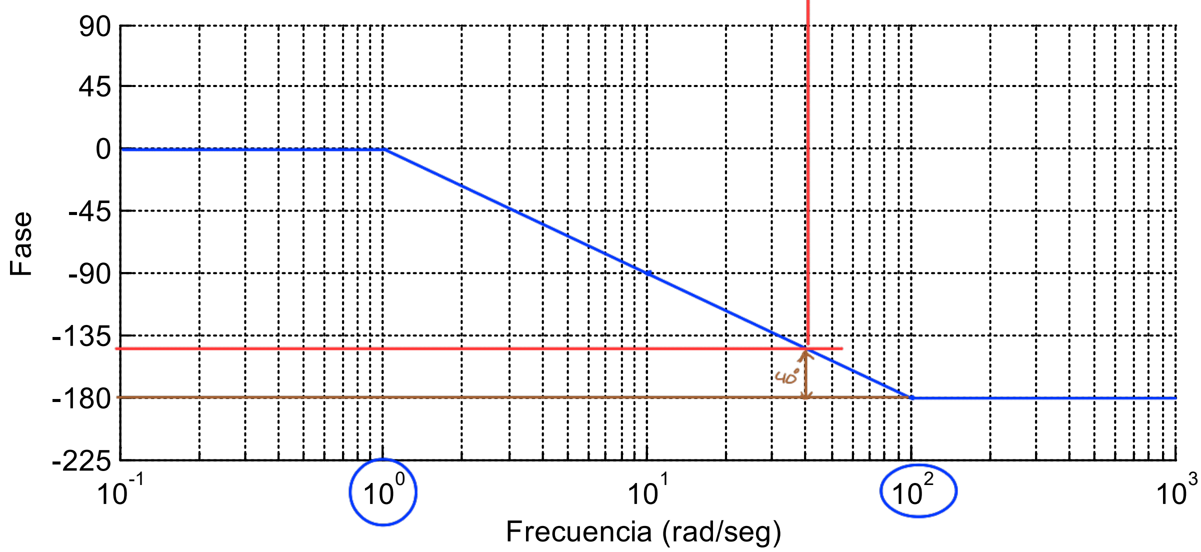
$(1+j\omega/10)^2 \rightarrow$ polo doble $\rightarrow -40\frac{dB}{dec}$ en 10

$\rightarrow -90°/dec$ $(10^0$ y $10^2)$

Trazar el diagrama de Bode asintótico en la plantilla adjunta y calcular la ganancia que proporciona un MF aproximado de 40°.



$20 \log K = 25 \rightarrow \boxed{K = 17'78}$



Ejercicio previo (2)

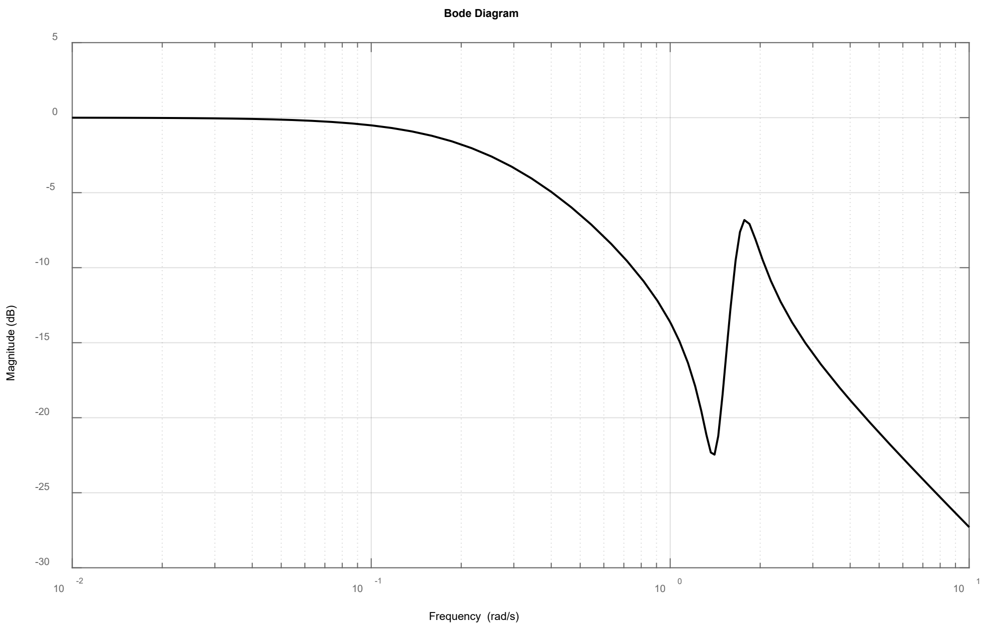
Un proceso térmico admite el modelo:

$$G_p(s) = \frac{0.17\ e^{-1.5\,s}}{s},$$

a) Obtener la respuesta en frecuencia de lazo abierto (sistema con realimentación unitaria), su módulo y su fase.
b) Obtener la frecuencia ω=ωf para la cual la fase de G_p es de -180º.
c) Obtener el margen de ganancia.

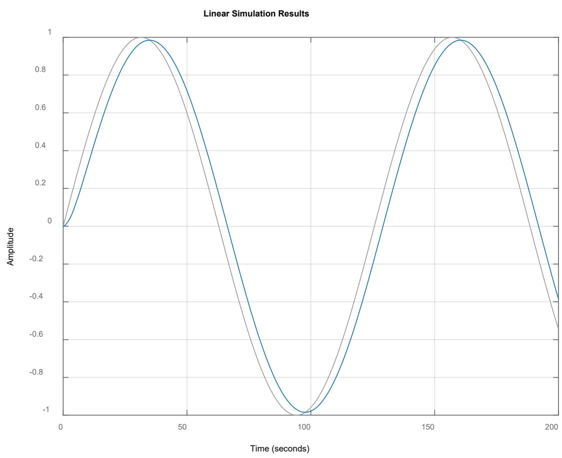
Ejercicio previo (3)

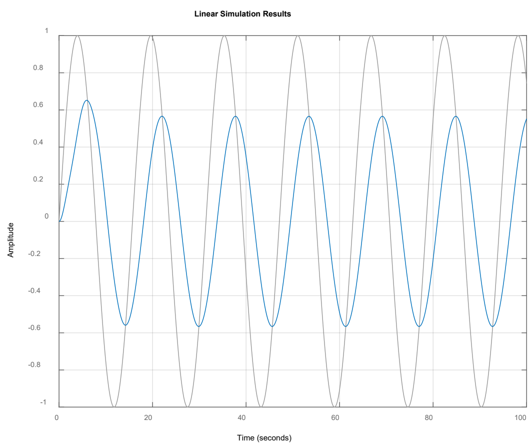
La figura siguiente muestra el diagrama de módulo de lazo cerrado de un sistema de control de velocidad de la máquina de una maqueta de tren con movimiento longitudinal en llano que cumple ciertos objetivos impuestos.



a) Calcular el ancho de banda
b) Las figuras siguientes representan la salida que se obtiene del sistema en LC, cuando se aplican las entradas:

$u_1 = \sin(0.05t)$ $\qquad$ $u_2 = \sin(0.4t)$





A partir del diagrama de módulo de LC, calcular (y verificar en las simulaciones) los valores de la amplitud de la salida en ambos casos.

Ejercicio previo 2

$$G_p(s) = \frac{0.17\ e^{-1.5s}}{s},$$

a) Obtener la respuesta en frecuencia de lazo abierto (sistema con realimentación unitaria), su módulo y su fase.
b) Obtener la frecuencia ω=ωf para la cual la fase de G_p es de -180º.
c) Obtener el margen de ganancia.

$$G_p(s) = \frac{0'17\, e^{-1'5s}}{s} \xrightarrow{s=j\omega} G_p(j\omega) = \frac{0'17\, e^{-1'5j\omega}}{j\omega} = \frac{0'17\cos(1'5\omega) - j\,0'17\,\mathrm{sen}(1'5\omega)}{j\omega} = \frac{0'17\, e^{0} \angle -1'5\omega}{j\omega}$$

$$|G_p(j\omega)| = \frac{0'17}{\omega} \leftarrow |e^{-1'5j\omega}| = |\cos(1'5\omega) - j\,\mathrm{sen}(1'5\omega)| = 1$$

$$\angle G_p(j\omega) = \mathrm{arctg}\left(\frac{\cancel{0'17}\,\mathrm{sen}(1'5\omega)}{\cancel{0'17}\cos(1'5\omega)}\right) - \mathrm{arctg}\left(\frac{\omega}{0}\right) = -1'5\omega - 90^\circ$$

b)

→ $\omega = \omega_f$ = frecuencia de cruce de fase ⇒ dónde la fase corta a $\pm 180^\circ$

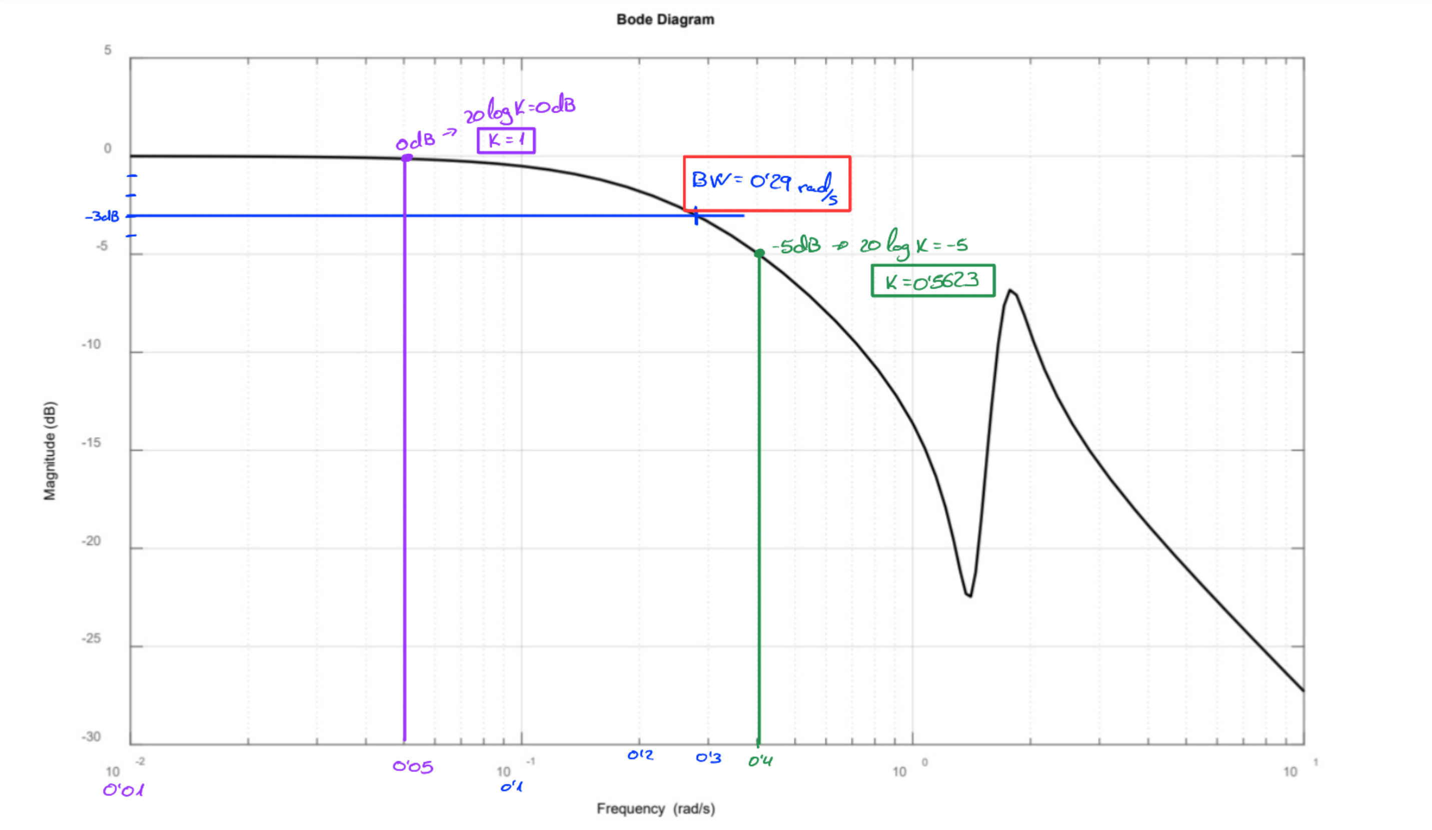
$$-180 = -90 - 1'5\omega_f \rightarrow \boxed{\omega_f = 60}$$

c)

$$\text{Margen de ganancia} = M_G = 20\log\left(\frac{1}{|G_p(j\omega_f)|}\right)$$

$$M_G = 20\log\left(\frac{1}{0'17/60}\right) \rightarrow \boxed{M_G = 50'95}$$

Ejercicio previo 3



→ El ancho de banda mide hasta qué frecuencia ω_B el módulo se mantiene próximo a 0dB o mayor. Por convenio, se define ω_B como la frecuencia que cumple:

$$|G(j\omega_B)|_{dB} = -3dB \rightarrow |G(j\omega_B)| = 1/\sqrt{2}$$

→ Cuanto mayor sea ω_B más rápido será el sistema de control

b)

$U_1 = \sin(0'05t) \rightarrow \omega = 0'05$ ⊛ → Amplitud salida = 1

$U_2 = \sin(0'4t) \rightarrow \omega = 0'4$ ⊛ → Amplitud salida = 0'5623

Trabajo del alumno en laboratorio:

1. Programar en un "script" de Matlab las instrucciones siguientes para generar los datos iniciales de los ejercicios:

```
clear all
s = tf('s');
DNI =          ;  % números DNI del alumno
rng(DNI);

K1 = 1 + 9*rand
p1 = 2 + 3*rand
K2 = 1 + 9*rand
p2 = 4 + 3*rand

Ga = K1*5/(s*(s+1)*(s/p1+1)); zpk(Ga)
Gb = K2/8/((s/2+1)*(s/p2+1)); zpk(Gb)

dv = 0.01*rand
```

2. Ejecutar el archivo para tener los datos en la memoria de trabajo de Matlab

Ejercicio 1 en laboratorio:

Desde la ventana de comandos:

```
>> sisotool
```

Nota general: Utilizar en la ventana de diseño el Editor de Bode (lazo abierto) y la respuesta en lazo cerrado a escalón (r to y), eliminar el editor de LR y añadir un nuevo diagrama (new plots): diagrama de Bode en LC (r to y).

Hacer una tabla para registrar los datos siguientes, obtenidos desde los diagramas de sisotool:

MF, MG, ω_c (cruce 0 dB), M_r, ω_{BW}, t_r, M_p, y_∞

Nota: MF, MG y ω_c se obtienen desde el Editor de Bode (LA)
Mr y ω_{BW} se obtienen de Bode en LC
Mp=S.O. (overshoot), t_r= tiempo de subida (rise time), y_∞ (steady state) de escalón LC (step r to y)

a) Importar en sisotool la función de transferencia directa Ga y realimentación unitaria. Completar la tabla para los siguientes valores de ganancia en C, si existen:
   - C = 1;
   - C = ¿? Sistema críticamente estable.
   - C = ¿? Sistema con MF=45º

b) Importar en sisotool la función de transferencia directa Gb y realimentación unitaria. Completar la tabla para los siguientes valores de ganancia en C, si existen:
   - C = 1;
   - C = ¿? Sistema críticamente estable.
   - C = ¿? Sistema con e_∞ (escalón)= 0.01.
   - C = ¿? Sistema con MF = 60º

Ejercicio 2 en laboratorio:

Se desea estudiar las relaciones entre las características frecuenciales y temporales de un sistema de segundo orden normalizado. Programar para ello en la ventana de comandos de Matlab las cuatro FT directas $\omega_n^2/(s*(s+2\zeta\omega_n))$ de los sistemas de 2º orden con ω_n=1, ζ={0.2+dv, 0.5+dv, 0.7+dv, 0.9+dv} necesarias para representar en sisotool (con realimentación unitaria) los distintos diagramas de frecuencia y respuesta temporal. Completar una tabla que registre para los cuatro casos los datos siguientes:

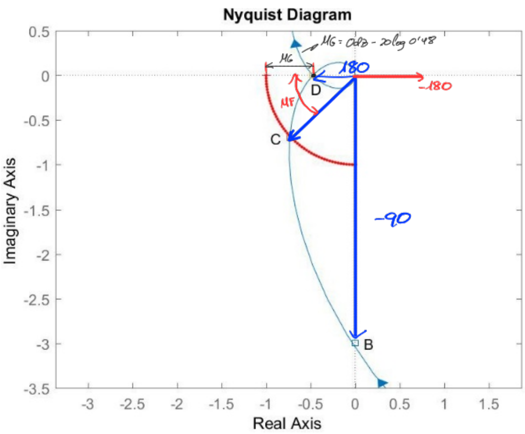
ζ , **MF, ω_c (cruce 0 dB), ω_{BW}, t_r, M_p,** MF/100, pi/(2*ω_c), 70-MF

NOTA: Los datos en negrita se obtienen de la sisotool, el resto se calcula a partir de éstos.

Ejercicio previo (4):

Se considera un sistema de control estable con lazo abierto L(s) y trazado de Nyquist L(jω) como muestra la figura:

$$L(s) = \frac{K}{(1+T_1 s)} \frac{(1-T_2 s)}{(1+T_2 s)}$$



donde K=10, T_1=1 seg., T_2=0,05 seg.

El punto 'B' vale ≈0−j3, y aparece para ω≈3,15 rad/seg.

El punto 'D' vale ≈−0,48+j0, y aparece para ω ≈ 21,2.

Se pide:

a) Calcular módulo y fase de L(jω).

b) Calcular la posición del punto 'C' (corte con módulo unidad) y la frecuencia asociada. Sea 'A' el punto de baja frecuencia (ω→0). Decir dónde estaría localizado el punto 'A'.

c) Calcular los márgenes MG (dB), MF(º) y MR (seg.)

Ejercicio 3 en laboratorio:

Una vez resueltos los apartados teóricos anteriores, comprobar los resultados obtenidos con la instrucción nyquist(L) (visualizando también los "márgenes de estabilidad mínimos" desde "características").

a)

$$L(s) = \frac{10}{(1+s)} \cdot \frac{(1-0'05s)}{(1+0'05s)}$$

$$L(j\omega) = \frac{10}{(1+j\omega)} \cdot \frac{(1-0'05j\omega)}{(1+0'05j\omega)}$$

$$\boxed{|L(j\omega)| = \frac{10}{\sqrt{1+\omega^2}}}$$

$$\underline{\angle L(j\omega)} = +\,\mathrm{arctg}(-0'05\omega) - \mathrm{arctg}\,\omega - \mathrm{arctg}(0'05\omega) = \boxed{-2\mathrm{arctg}(0'05\omega) - \mathrm{arctg}\,\omega}$$

b) Calcular C y A (ω→0)

ω	R+jI	M∠φ
3'15	0 - j3	3 ∠-90
21'2	-0'48+j0	0'48 ∠180
ω_c		1 ∠φ
0	10+0j	10 ∠0

$$1 = \frac{10}{\sqrt{1+\omega^2}} \rightarrow 10 = \sqrt{1+\omega^2}$$

$$1+\omega^2 = 100$$

$$\omega^2 = 99$$

valor de ω en el pto C

$$\boxed{\omega = +\sqrt{99} \approx 9'95}$$

$$\varphi_c = -2\mathrm{arctg}(9'95 \cdot 0'05) - \mathrm{arctg}(9'95) = -137'6^\circ$$

$$\boxed{C = 1 \angle -137'6 = -0'733 - j0'68}$$

c)

→ Ganancia

$$-180^\circ = -2\mathrm{arctg}(0'05\omega_f) - \mathrm{arctg}(\omega_f)$$

$$\omega_f = 20'97$$

$$M_G = 20\log\frac{1}{|L(j\omega_f)|} = 6'44\,dB$$

→ Fase

$$\frac{10}{\sqrt{1+\omega_c^2}} = 1 \rightarrow 1+\omega_c^2 = 100 \rightarrow \omega_c = 9'95$$

$$M_F = 180 - 2\mathrm{arctg}(0'05 \cdot 9'95) - \mathrm{arctg}(9'95) \rightarrow M_F = 42'84^\circ$$

$$M_R = \frac{M_{F_{fin}}(^\circ) \cdot \pi/180}{\omega_c\,(rad/s)} = \frac{42'84 \cdot \pi/180}{9'95} = 0'075 \text{ segundos}$$