LABORATORIO de INGENIERÍA de CONTROL

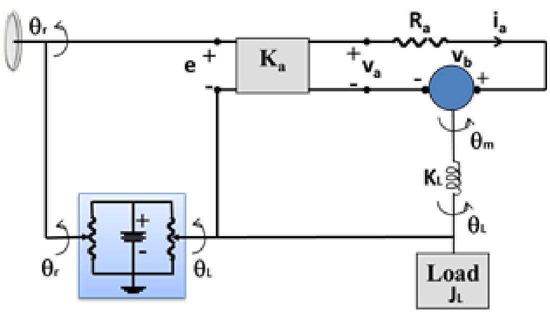
Práctica 1. (15-18/Febrero/2022)

Introducción a Simulink

El objetivo de esta práctica es modelar y simular sistemas de control con la librería Simulink de Matlab.

EJERCICIO 1

El conjunto de ecuaciones siguientes describe la aplicación de un motor de continua en un sistema para controlar la posición angular de cierta carga acoplada mediante una línea elástica, y sometida a perturbaciones (T_L). Se mide el ángulo θ_L y se compara con un potenciómetro diferencial con el ángulo deseado θ_R. Una señal $v_a(t)$, que es proporcional al error angular, se aplica al motor:



(1) Potenciómetro $e(t) = K_p \cdot (\theta_R(t) - \theta_L(t))$

(2) Amplificador $v_a(t) = K_A \cdot e(t)$

(3) Circuito eléctrico **L** $i_a(t) = \dfrac{v_a(t) - v_b(t)}{R_a}$

(4) Tensión motor $v_b(t) = K_m \cdot \dot{\theta}_m(t)$

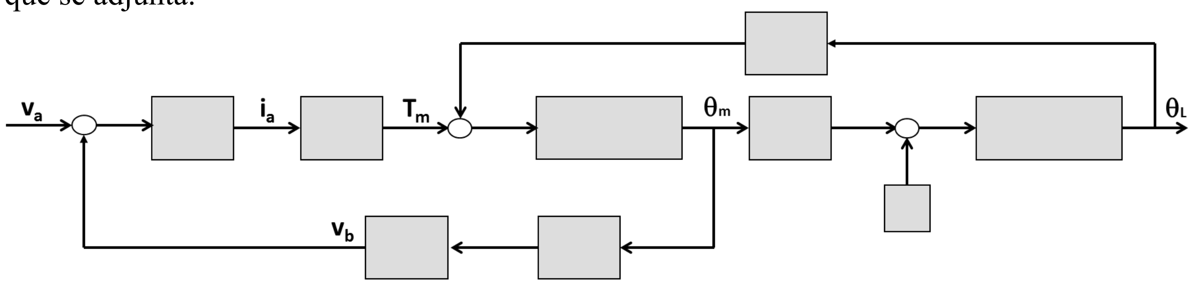
(5) Par motor $T_m(t) = K_m \cdot i_a(t)$

(6) Línea $J_m \cdot \ddot{\theta}_m(t) = T_m(t) - B_m \cdot \dot{\theta}_m(t) - K_L(\theta_m(t) - \theta_L(t))$

(7) Carga $J_L \cdot \ddot{\theta}_L(t) = -T_L(t) + K_L(\theta_m(t) - \theta_L(t))$

Trabajo (1) previo a la sesión de laboratorio:

a) Representar en diagrama de bloques (entrada v_a, salida θ_L) el sistema en lazo abierto (ecuaciones 3 a 7) una vez aplicada la transformada de Laplace. Nota: completar el diagrama que se adjunta.



Trabajo en el laboratorio:

b) Definir datos en la ventana de comandos:

```
Km = 10; KL = 500; JL = 10; Jm = 1; Ra = 1; Kp = 3;      % Constantes
rng(dni);                              % escribir dni (sólo números) del alumno
KA = 7*(rand+0.5);                                       % Ganancia amplificador de tensión
Bm = 2*rand;                                             % Constante de rozamiento
TL = 5*((5*rand)+1);                                     % Par en la carga
```

c) Programar en Simulink el diagrama de bloques del sistema en LA del apartado a) sin perturbación (T_L=0). Utilizando el intervalo de simulación $0 \leq t \leq 4$ seg., representar las señales θ_L, θ_m al aplicar en la entrada v_a en el instante t=0 un escalón unitario.

d) Completar el diagrama obtenido en a) para representar el sistema en lazo cerrado (entrada θ_R, salida θ_L). Es decir, añadir las ecuaciones 1 y 2.

e) Completar el diagrama de Simulink para representar el sistema en LC sin perturbación (T_L=0). Utilizando el intervalo de simulación $0 \leq t \leq 30$ seg., representar las señales θ_r, θ_L, θ_m al aplicar en la entrada θ_r en el instante t=0 un escalón unitario.

f) Añadir una perturbación que afecte al sistema en LC programado en e) desde el instante t= 15 seg., que consiste en un escalón (en el instante t = 15) de valor T_L. Utilizando el intervalo de simulación $0 \leq t \leq 30$ seg., representar las señales θ_r, θ_L, θ_m al aplicar en la entrada θ_r en el instante t=0 un escalón unitario.

EJERCICIO 2

La dinámica simple de una maqueta de tren con movimiento longitudinal (unidimensional) en llano, viene dada por las ecuaciones diferenciales siguientes, donde F es la entrada de fuerza aplicada, $F_r = -\mu m_i g v_i$ es la fuerza de fricción por rodadura proporcional a la velocidad, y $F_{el} = -K(x_1 - x_2)$ la fuerza elástica del acoplamiento, proporcional a la diferencia de posiciones x_1 de la máquina (de masa m_1) y x_2 del vagón (de masa m_2), que circulan respectivamente con velocidades v_1, v_2 y aceleraciones a_1, a_2:

$$\begin{aligned} &\textit{Máquina} \equiv \quad F - \mu\, m_1\, g v_1 - K(x_1 - x_2) = m_1 a_1 \\ &\textit{Vagón} \equiv \quad K(x_1 - x_2) - \mu\, m_2\, g v_2 = m_2 a_2 \end{aligned}$$

Trabajo (2) previo a la sesión de laboratorio:

a) Modelar en variables de estado $z = [z_1\ z_2\ z_3\ z_4]^T$, el sistema con entrada u(t) la fuerza aplicada, salida y (t)= v_1(t) la velocidad de la máquina.

b) Aplicar la transformada de Laplace a las ecuaciones diferenciales, escritas en función de las velocidades, para modelar en función de transferencia el sistema con entrada U(s) la fuerza aplicada y salida la velocidad de la máquina $V_1(s)$.

c) Representar en un diagrama de bloques canónico (sólo integradores y constantes) la dinámica del sistema con entrada u(t) la fuerza aplicada y salida la velocidad de la máquina v_1(t).

Trabajo en el laboratorio:

d) Programar simultáneamente en Simulink los tres modelos obtenidos para m_1=1; m_2 = 0,5; K =1; mu = 0,02; g = 9,8 (definir estas constantes en la ventana de comandos), utilizando:

- Bloque Simulink *State-Space*: para el modelo en VE obtenido en a).
- Bloque *Transfer Fcn*: para el modelo función de transferencia obtenido en b).
- Bloques necesarios de *Integrator, gain*: para el modelo canónico obtenido en c).

y comprobar que se obtiene la misma salida (velocidad de la máquina) cuando se aplica a la entrada una fuerza de 1Nw. en el instante t=0. Simular un tiempo de 50 segundos y calcular en la gráfica el valor final de la salida.

Marcos López López
21050001-x
A22

Trabajo previo ejercicio 1

(1) $e(t) = K_p \cdot [\theta_R(t) - \theta_L(t)]$

(2) $V_a(t) = K_A \cdot e(t)$

(3) $i_a(t) = \dfrac{V_a(t) - V_b(t)}{R_a}$

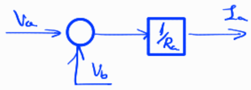
(4) $V_b(t) = K_m \cdot \dot{\theta}_m(t)$

(5) $T_m(t) = K_m \cdot i_a(t)$

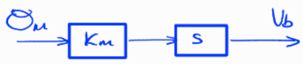
(6) $J_m \cdot \ddot{\theta}_m(t) = T_m(t) - B_m \dot{\theta}_m(t) - K_L [\theta_m(t) - \theta_L(t)]$

(7) $J_L \cdot \ddot{\theta}_L(t) = -T_L(t) + K_L [\theta_m(t) - \theta_L(t)]$

(3) $I_a(s) = \dfrac{V_a(s) - V_b(s)}{R_a}$



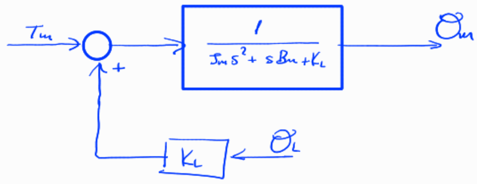
(4) $V_b(s) = K_m \cdot s \cdot \theta_m(s)$



(5) $T_m(s) = K_m \cdot I_a(s)$

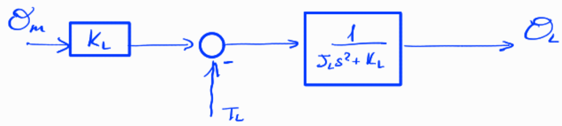
(6) $J_m \cdot s^2 \theta_m(s) = T_m(s) - s B_m \theta_m(s) - K_L [\theta_m(s) - \theta_L(s)]$

$[J_m \cdot s^2 + s \cdot B_m + K_L] \theta_m(s) = T_m(s) + K_L \theta_L(s)$

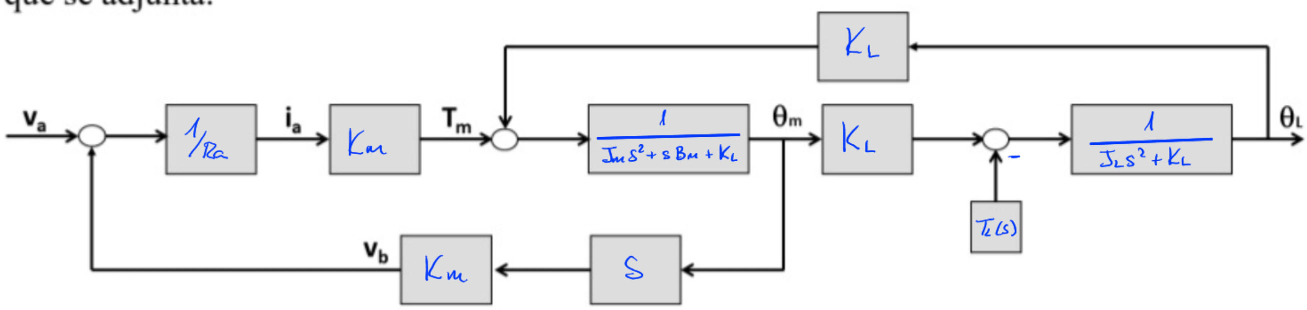


(7) $J_L \cdot s^2 \theta_L(s) = -T_L(s) + K_L [\theta_m(s) - \theta_L(s)]$

$[J_L s^2 + K_L] \theta_L(s) = -T_L(s) + K_L \theta_m(s)$



a) Representar en diagrama de bloques (entrada v_a, salida θ_L) el sistema en lazo abierto (ecuaciones 3 a 7) una vez aplicada la transformada de Laplace. Nota: completar el diagrama que se adjunta.



EJERCICIO 2

Marcos López López
21050001-X
A22

La dinámica simple de una maqueta de tren con movimiento longitudinal (unidimensional) en llano, viene dada por las ecuaciones diferenciales siguientes, donde F es la entrada de fuerza aplicada, $F_r = -\mu m_i g v_i$ es la fuerza de fricción por rodadura proporcional a la velocidad, y $F_{el} = -K(x_1 - x_2)$ la fuerza elástica del acoplamiento, proporcional a la diferencia de posiciones x_1 de la máquina (de masa m_1) y x_2 del vagón (de masa m_2), que circulan respectivamente con velocidades v_1, v_2 y aceleraciones a_1, a_2:

$$\begin{aligned} Máquina &\equiv \quad F - \mu m_1 g v_1 - K(x_1 - x_2) = m_1 a_1 \\ Vagón &\equiv \quad K(x_1 - x_2) - \mu m_2 g v_2 = m_2 a_2 \end{aligned}$$

a) Modelar en variables de estado $z = [z_1\ z_2\ z_3\ z_4]^T$, el sistema con entrada u(t) la fuerza aplicada, salida $y(t) = v_1(t)$ la velocidad de la máquina.

b) Aplicar la transformada de Laplace a las ecuaciones diferenciales, escritas en función de las velocidades, para modelar en función de transferencia el sistema con entrada U(s) la fuerza aplicada y salida la velocidad de la máquina $V_1(s)$.

c) Representar en un diagrama de bloques canónico (sólo integradores y constantes) la dinámica del sistema con entrada u(t) la fuerza aplicada y salida la velocidad de la máquina $v_1(t)$.

$$F - \mu m_1 g \dot{x}_1 - K(x_1 - x_2) = m_1 \ddot{x}_1 \qquad \ddot{x}_1 = \frac{F}{m_1} - \mu g \dot{x}_1 - \frac{K}{m_1} x_1 + \frac{K}{m_1} x_2$$

$$K(x_1 - x_2) - \mu m_2 g \dot{x}_2 = m_2 \ddot{x}_2 \qquad \ddot{x}_2 = \frac{K}{m_2} x_1 - \frac{K}{m_2} x_2 - \mu g \dot{x}_2$$

$$\begin{aligned} z_1 &= x_1 \\ z_2 &= \frac{dx_1}{dt} = V_1 = \dot{x}_1 \\ z_3 &= x_2 \\ z_4 &= \frac{dx_2}{dt} = V_2 = \dot{x}_2 \end{aligned} \qquad \begin{cases} \dot{z}_1 = \dot{x}_1 = z_2 \\ \dot{z}_2 = \ddot{x}_1 \\ \dot{z}_3 = \dot{x}_2 = z_4 \\ \dot{z}_4 = \ddot{x}_2 \end{cases}$$

$$\dot{z}_2 = -\frac{K}{m_1} z_1 - \mu g z_2 + \frac{K}{m_1} z_3 + \frac{1}{m_1} F$$

$$\dot{z}_4 = \frac{K}{m_2} z_1 - \frac{K}{m_2} z_3 - \mu g z_4$$

a

$$\boxed{\begin{pmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \\ \dot{z}_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -K/m_1 & -\mu g & K/m_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ K/m_2 & 0 & -K/m_2 & -\mu g \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1/m_1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} F}$$

$$y(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \end{pmatrix}$$

b)

$$\mathcal{L}[(1)] \to F(s) - \mu g m_1 V_1(s) - \frac{K}{s} V_1(s) + \frac{K}{s} V_2(s) = m_1 s V_1(s) \to V_1(s)[\underbrace{s m_1 + \mu g m_1 + \tfrac{K}{s}}_{a}] = F(s) + V_2(s) \underbrace{\tfrac{K}{s}}_{b}$$

$$\mathcal{L}[(2)] \to \frac{K}{s} V_1(s) - \frac{K}{s} V_2(s) - \mu m_2 g V_2(s) = m_2 s V_2(s) \longrightarrow V_2(s)[\underbrace{s \cdot m_2 + \mu g m_2 + \tfrac{K}{s}}_{c}] = V_1 \underbrace{\tfrac{K}{s}}_{b} \xrightarrow{*}$$

$$\xrightarrow{*} V_2 = \frac{K/s}{s \cdot m_2 + \mu g m_2 + K/s} V_1(s) \to V_2(s) = \frac{K \cdot V_1(s)}{m_2 s^2 + \mu g m_2 s + K}$$

$$\begin{cases} V_2(s) = V_1(s)\ c/b \\ V_1(s)\, a = F(s) + V_2(s)\, b \end{cases} \qquad \begin{cases} \to V_1(s)\, a = F(s) + V_1(s) \cdot b^2/c \\ V_1(s)[a - b^2/c] = F(s) \to \dfrac{V_1(s)}{F(s)} = \dfrac{1}{a - b^2/c} \end{cases}$$

$$\boxed{\frac{V_1(s)}{F(s)} = \frac{1}{s m_1 + \mu g m_1 + K/s - \dfrac{K^2/s^2}{s m_2 + \mu g m_2 + K/s}}}$$

c)

Marcos López López
21050001-x
A22

$$u(t) - \rho g m_1 \dot{x}_1(t) - K x_1 + K x_2 = \ddot{x}_1 m_1 \quad \rightarrow \quad \ddot{x}_1 = \frac{1}{m_1} u(t) - \rho g \dot{x}_1 - \frac{K}{m_1} x_1 + \frac{K}{m_2} x_2$$

$$K x_1 - K x_2 - \rho g m_2 \dot{x}_2(t) = \ddot{x}_2 m_2 \quad \rightarrow \quad \ddot{x}_2 = \frac{K}{m_2} x_1 - \frac{K}{m_2} x_2 - \rho g m_2 \dot{x}_2$$