

LABORATORIO de INGENIERÍA de CONTROL

Práctica 6 (5-8/Abril/2022)

Respuesta en frecuencia y gráficas frecuenciales

Ejercicio previo (1):

Se quiere hacer el diagrama de Bode aproximado de un sistema:

$$L(s) = \frac{K}{(1+T_1s)(1+T_2s)} \frac{(1-T_2s)}{(1-T_1s)}, \quad \text{con } K=20, T_1=10 \text{ seg., } T_2=0,01 \text{ seg.}$$

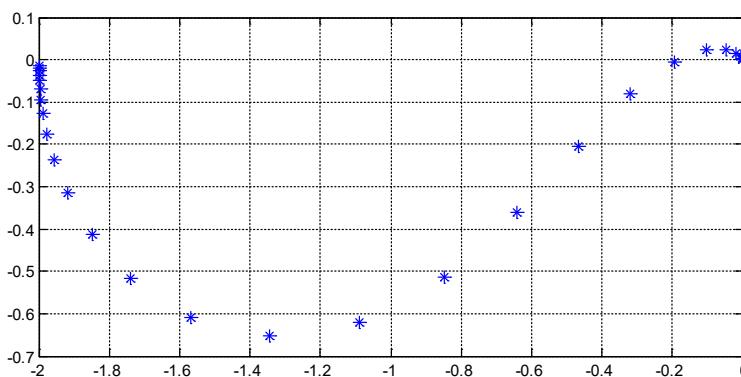
a) Indicar cuáles son las dos frecuencias $\omega_1 \ll \omega_2$ de cambio de tendencia del módulo. Hacer las gráficas de tramos rectos, para $0 < \omega < 10\omega_1$, de módulo y fase del Bode.

b) Deducir el efecto en módulo y fase de las raíces de alta frecuencia (en $\omega = \omega_2$) y hacer los diagramas de Bode completos, en todo el rango de frecuencias.

Ejercicio previo (2):

Un sistema de levitación magnética contiene un lazo abierto $L(s)$ con 1 polo inestable ($\text{Real}(\lambda) > 0$), y el resto estables ($\text{Real}(\lambda) < 0$). Sobre el lazo cerrado estable, $T(s) = L(s)/(1+L(s))$, se hacen ensayos frecuenciales que permiten obtener $T(j\omega)$ y $L(j\omega)$ para varias frecuencias. La figura muestra dichos valores de $L(j\omega)$, en el plano complejo.

a) Aplicar el criterio de Nyquist y deducir la estabilidad del lazo cerrado.



b) Si se incluye una ganancia $K > 0$ (es decir, $L(j\omega)$ se cambia por $KL(j\omega)$), volver a aplicar el criterio de Nyquist y deducir el rango de valores $0 < K_1 < K < K_2 < \infty$ que mantienen estable el lazo cerrado.

Trabajo introductorio

En la primera parte se explicará cómo obtener, a partir de ensayos senoidales, las características de atenuación y desfase de un sistema estable, y se mostrarán distintas formas de graficarlas. Se abrirá un script nuevo de Matlab, donde se almacenará y depurará el código. Se comienza por:

```
clear all; clc; format compact; s=tf('s');
% 1- SISTEMA, ENTRADAS y SALIDAS
c= 2; p=10;
G= (p/c)*(c-s)/(p+s); % sistema a estudiar
w1= 2; w2=5; w3=10; % frecuencias de prueba
tmax= 2*(2*pi/w1); % dos períodos de la frecuencia más baja
t=linspace(0,tmax,5000);
u1= sin(w1*t); u2= sin(w2*t); u3= sin(w3*t);
y1= lsim(G,u1,t); y2= lsim(G,u2,t); y3= lsim(G,u3,t);
figure(1)
subplot(311);plot(t,u1,'r',t,y1,'b');grid;
subplot(312);plot(t,u2,'r',t,y2,'b');grid;
subplot(313);plot(t,u3,'r',t,y3,'b');grid;
```

Marcos López López

Práctica 6

Ejercicio previo (1):

Se quiere hacer el diagrama de Bode aproximado de un sistema:

$$L(s) = \frac{K}{(1+T_1s)(1+T_2s)} \cdot (1 - \frac{s}{\omega_1}) \cdot (1 + \frac{s}{\omega_2})$$

a) Indicar cuáles son las dos frecuencias $\omega_1 << \omega_2$ de cambio de tendencia del módulo. Hacer las gráficas de tramos rectos, para $0 < \omega < 10 \omega_1$, de módulo y fase del Bode.

b) Deducir el efecto en módulo y fase de las raíces de alta frecuencia (en $\omega = \omega_2$) y hacer los diagramas de Bode completos, en todo el rango de frecuencias.

$$\angle L(s) = \angle \left(\frac{20}{(1+10s)(1+0.01s)} \cdot (1 - \frac{s}{100}) \right)$$

$$\angle L(j\omega) = \angle \left(\frac{20 \cdot (1 - \frac{j\omega}{100})}{(1 + j\omega/0.01)(1 + j\omega/100)} \right)$$

$$20 \log K = 20 \log 20 = 26.02 \rightarrow \text{pend. } \phi$$

Frecuencias de cambio de tendencia:

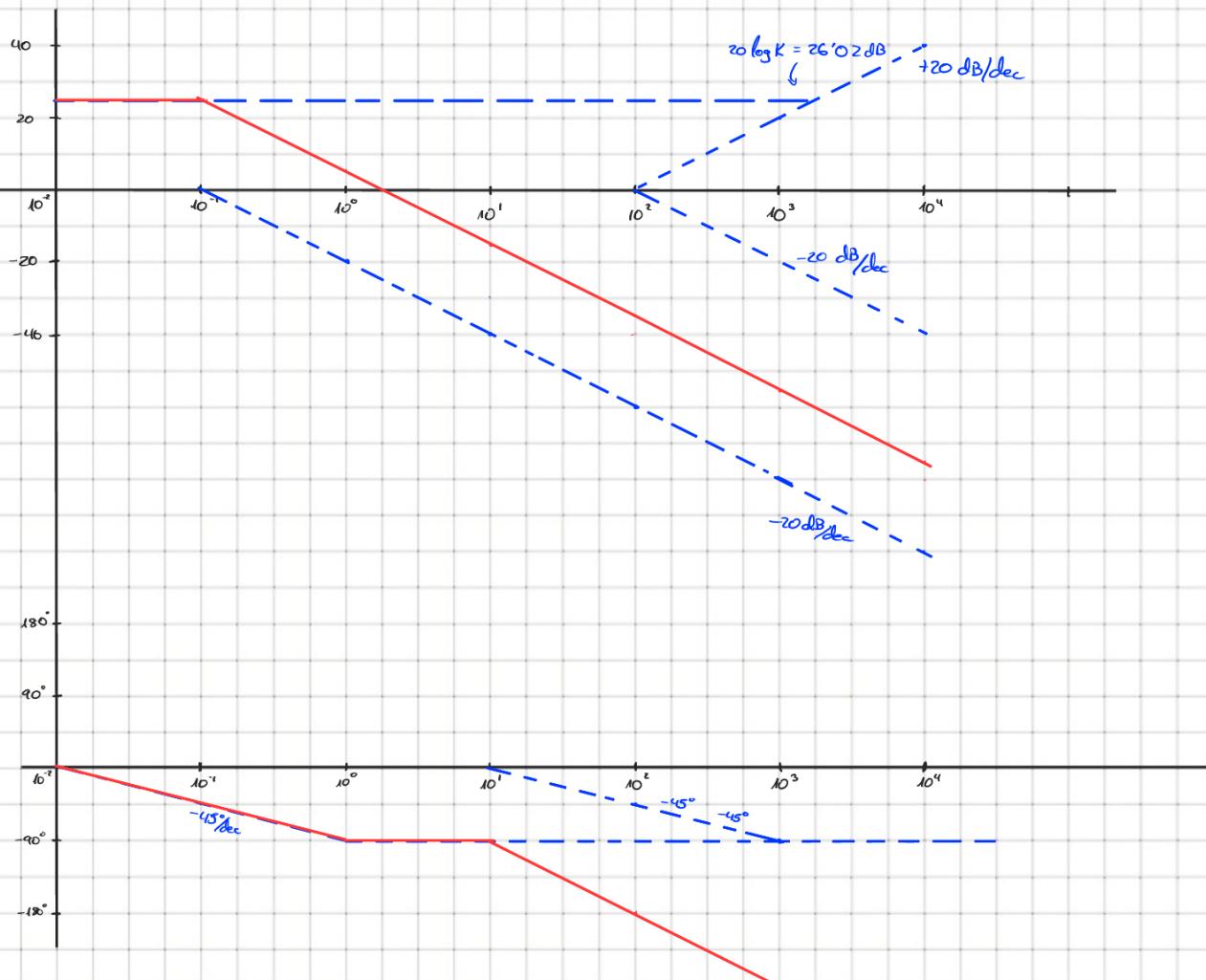
$$\omega_1 = 0.1$$

$$\omega_2 = 100$$

$(1 + j\omega/0.1)^{-1}$ → polo simple → -20 dB/dec en 10^{-1} → pend. $-45^\circ/\text{dec}$ ($10^2, 10^\circ$)

$(1 + j\omega/100)^{-1}$ → polo simple → -20 dB/dec en 10^2 → pend. $-45^\circ/\text{dec}$ ($10^1, 10^3$)

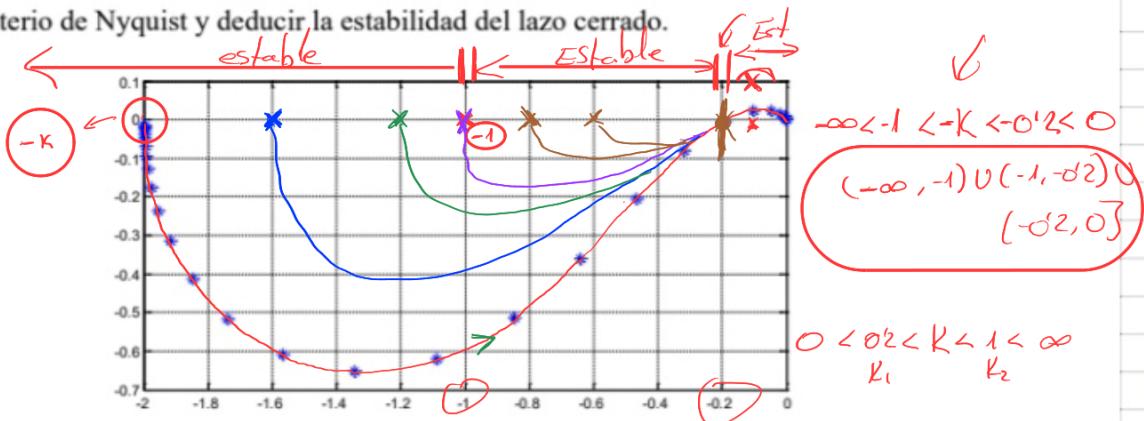
$(1 - j\omega/100)$ → cero simple → $+20 \text{ dB/dec}$ en 10^2 → pend. $-45^\circ/\text{dec}$ ($10^1, 10^3$)
↓ fase no mínima



Ejercicio previo (2):

Un sistema de levitación magnética contiene un lazo abierto $L(s)$ con 1 polo inestable ($\text{Real}(\lambda) > 0$), y el resto estables ($\text{Real}(\lambda) < 0$). Sobre el lazo cerrado estable, $T(s) = L(s)/(1+L(s))$, se hacen ensayos frecuenciales que permiten obtener $T(j\omega)$ y $L(j\omega)$ para varias frecuencias. La figura muestra dichos valores de $L(j\omega)$, en el plano complejo.

a) Aplicar el criterio de Nyquist y deducir la estabilidad del lazo cerrado.



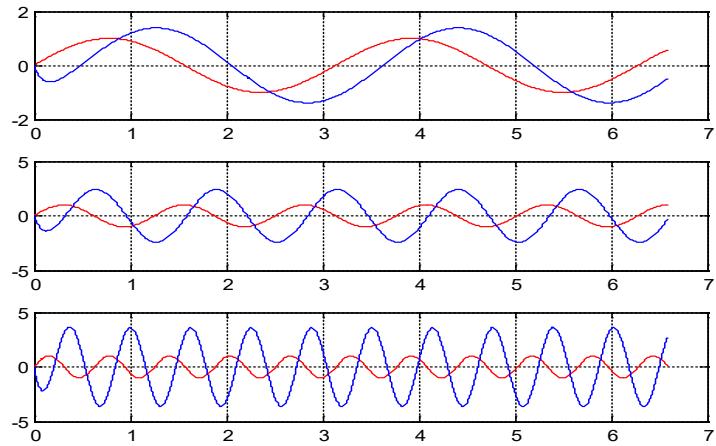
b) Si se incluye una ganancia $K > 0$ (es decir, $L(j\omega)$ se cambia por $KL(j\omega)$), volver a aplicar el criterio de Nyquist y deducir el rango de valores $0 < K_1 < K < K_2 < \infty$ que mantienen estable el lazo cerrado.

a)

$$n_p = 1 \quad \left\{ \begin{array}{l} n_z = 0 \Leftrightarrow N = -1 \Rightarrow \text{Giro antihorario} \Rightarrow n_z = -1 + 1 = 0 \quad \rightarrow \text{Estable} \\ N = \pm 1 \end{array} \right.$$

b) \rightarrow Con $K=1$ es críticamente estable

$$\left. \begin{array}{l} \rightarrow \text{Con } -K > -0.2 \text{ se vuelve inestable} \\ 0 < 0.2 < K < 1 < \infty \end{array} \right\}$$



El siguiente código permite obtener la amplificación y el desfase fácilmente. Hay que aplicarlo para cada frecuencia (se indica para $w=w1$). Está basado en la función `ginput`, que lee las coordenadas horizontal y vertical de un punto en pantalla (leer la ayuda de `ginput` para entender su funcionamiento). Hay que pinchar en un máximo de $u(t)$ (curva color rojo) y a continuación en el máximo de $y(t)$ (curva azul) inmediatamente siguiente.

```
figure(2)
w=w1; plot(t,u1,'r',t,y1,'b');
[hor,ver] = ginput(2); % pinchar aquí sobre max-u y sobre max-y
tu = hor(1); ty = hor(2);
umax = ver(1); ymax = ver(2);
M1 = ymax/umax, phi1 = -(ty-tu)*w1*180/pi,
```

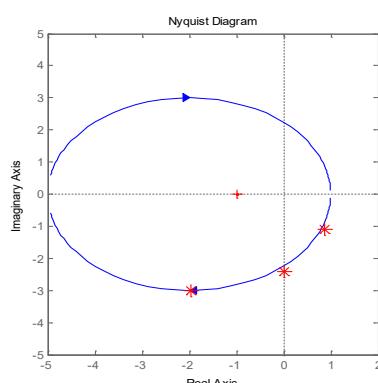
Esto se repite con las otras frecuencias y se almacenan los resultados.....

```
M2 = ... phi2 = ...
M3 = ... phi3 = ...

% almacenar los tres experimentos
Mk = [M1, M2, M3];
phik = [phi1, phi2, phi3];
% convertir módulo y fase a parte real y parte imaginaria
rek = Mk .* cos(phik*pi/180);
imk = Mk .* sin(phik*pi/180);
wk = [w1, w2, w3];
```

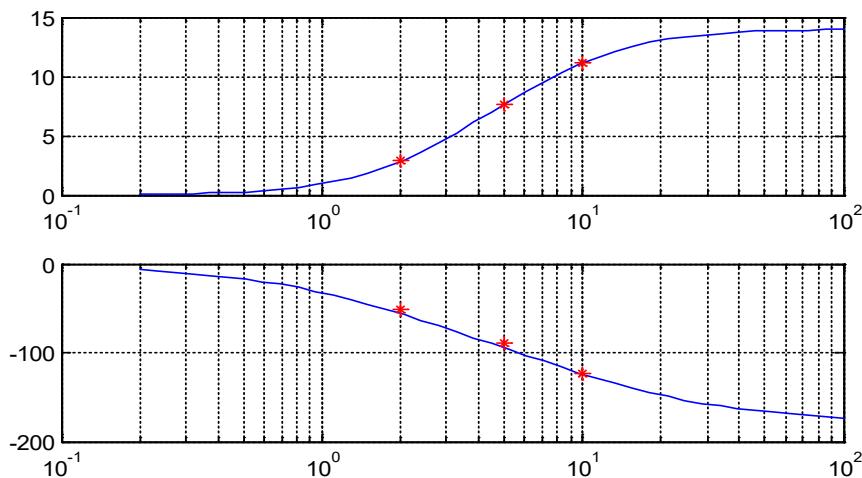
El siguiente código compara los puntos obtenidos con el trazado exacto de NYQUIST:

```
wmin= w1/10; wmax=w3*10; % rango de frecuencias a estudiar
figure(3)
nyquist(G, {wmin, wmax});
hold on
plot(rek,imk,'r*', 'MarkerSize',10);
hold off;
axis([-5,2,-5,5]);
```



... y lo mismo se hace usando gráficos de BODE:

```
figure(4)
[mag,phase,freq]=bode(G,{wmin,wmax});
mag=mag(:); magdB= 20*log10(mag); % cálculo del módulo en dB
phase=phase(:); freq=freq(:);
MkdB = 20*log10(Mk); % cálculo del módulo en dB
subplot(211);
semilogx(freq,magdB,'b-',wk,MkdB,'r*');
grid;
subplot(212);
semilogx(freq,phase-360,'b-',wk,phik,'r*');
grid;
```

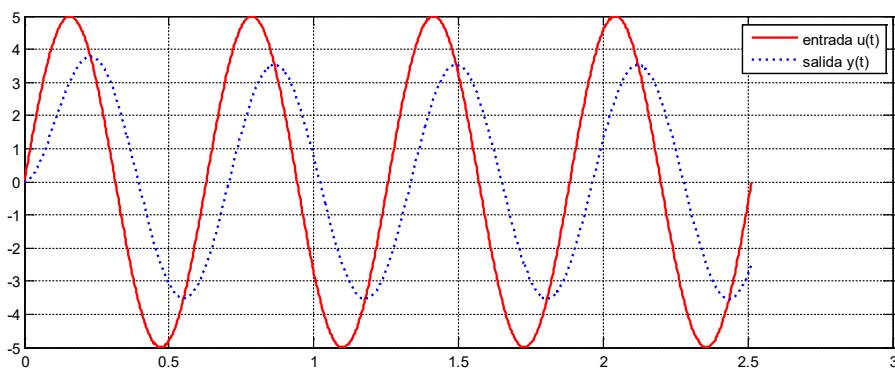


Ejercicio 1 de laboratorio:

Una vez entendido lo anterior, se pedirá a cada alumno que realice estos cálculos y gráficas, para otras plantas $G(s)$ indicadas en el laboratorio. El alumno deberá elegir adecuadamente las frecuencias de prueba, rangos de variables, etc., automatizando con `>>ginput` las lecturas, creando un script que se ejecute completo y que produzca figuras similares a las anteriores.

Ejercicio 2 de laboratorio:

La tensión $U(s)$ y corriente $Y(s)$ de un elemento eléctrico tipo R-L vienen relacionadas por $Y(s)=U(s) \cdot G(s)$, donde $G(s)=1/(R+L \cdot s)$. La figura representa la tensión $u(t)$ aplicada y la corriente $y(t)$ resultante.



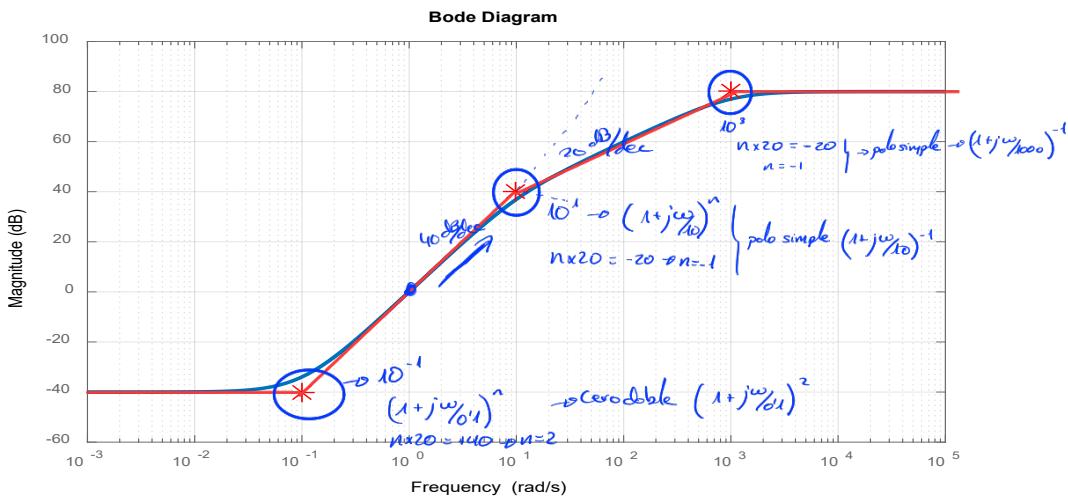
El máximo de $y(t)$ es aproximadamente 3,54. Los cruces por cero de entrada y salida están distanciados unos 0,08 segundos.

- Obtener la frecuencia de operación $\omega=2\pi f$, y la amplificación y desfase relativos entre entrada y salida.
- Obtener los valores de R, L .

Una vez calculada la función de transferencia, obtener la gráfica anterior programando en Matlab. Comprobar resultados.

Ejercicio 3 de laboratorio:

Para una aplicación de filtrado de bajas frecuencias, se desea generar la característica de la figura, aproximable por tramos rectos entre los vértices marcados con asteriscos. Obtener el sistema $G(s)$ que consigue dicha curva de módulos. Considerar sólo sistemas $G(s)$ con polos estables y ceros de semiplano izquierdo.



Una vez calculada la función de transferencia, obtener la gráfica anterior programando en Matlab. Comprobar resultados.

Zona bajas frecuencias

\rightarrow Pendiente = 0 \rightarrow No hay polo en el origen

\rightarrow Ganancia $\omega=1 \rightarrow 0 \text{dB}$ $\left. \begin{array}{l} \omega=0'1 \rightarrow -40 \text{dB} \\ \omega=10 \rightarrow 10 \text{dB} \end{array} \right\} 20 \log K = 40 - 0$

$$K = 100$$

$$G(j\omega) = \frac{100 (1 + j\omega/10)^2}{(1 + j\omega/10)(1 + j\omega/1000)} \rightarrow G(s) = \frac{100 (1 + \frac{s}{10})^2}{(1 + \frac{s}{10})(1 + \frac{s}{1000})}$$