

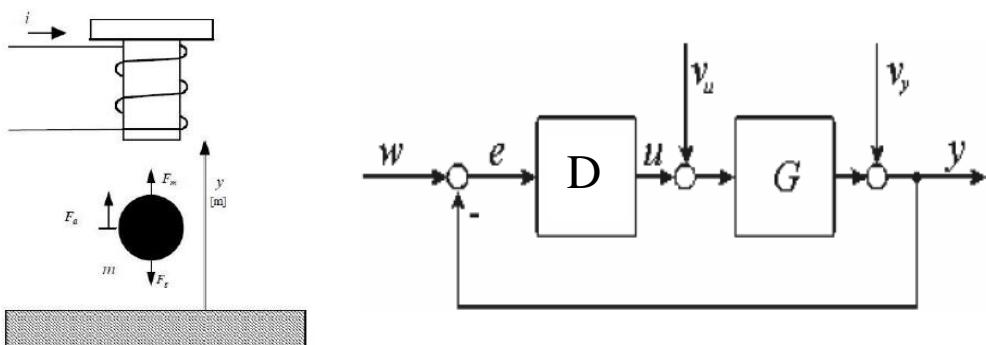
Práctica 5:
Síntesis directa de controladores digitales para levitador magnético

En esta práctica se trabaja con el diseño por síntesis directa de controladores para el sistema de levitación magnética introducido en la práctica anterior.

La diferencia con la práctica anterior es que allí se proponía una estructura (PID) para el regulador $D(z)$, mientras que aquí se propone una estructura para el lazo cerrado $F(z)$.

La ventaja ahora es que ciertos objetivos de diseño (estabilidad, transitorio) se formulan directamente a través de $F(z)$. La limitación es que $F(z)$ está sometido a algunas restricciones, especialmente duras para plantas $G(z)$ con polos o ceros ‘inestables’ (de módulo ≥ 1):

- (a) CAUSALIDAD Y GRADO RELATIVO $\text{gr. rel.}(F) \geq \text{gr. rel.}(G)$
- (b) RÉGIMEN PERMANENTE $F(1)=1$
- (c) ROBUSTEZ respecto POLOS de $G(z)$ INESTABLES $z=\text{po}$: $F(\text{po})=1$
- (d) ROBUSTEZ respecto de CEROS de $G(z)$ ‘INESTABLES’ $z=\text{co}$: $F(\text{co})=0$



Al comienzo de la práctica se explica un diseño inicial basado en una elección concreta del lazo cerrado $F(z)$, evaluando la respuesta a escalón alcanzada (SO , tp , ts).

A continuación, como trabajo, se propondrá en el laboratorio:

- (i) el estudio de otros ajustes posibles, variando algún parámetro de $F(z)$
- (ii) el estudio de otras especificaciones complementarias, que miden el rendimiento del sistema de control.

-1- Planta muestreada. Trabajaremos con un periodo de muestreo de 1ms. La planta muestreada es:

```
s=tf('s'); P=8620/(s+76.03)/(s-73.64);
Ts=0.001; z=tf('z',Ts); G= c2d(P,Ts,'zoh');
zpk(G),
0.0043086 (z+0.9992)
-----
(z-1.076) (z-0.9268)
```

Se observa un cero en -1 (aprox.), un polo estable y otro inestable. El polo inestable es el que nos creará dificultades, para obtenerlo hacemos:

```
polosG=roots(G.den{1}); px= polosG(1),
```

-2- Lazo Cerrado Deseado. En Síntesis Directa el punto de partida es el lazo cerrado deseado, proponemos:

$$\frac{(Az+B)(z+1)}{(z-p_3)[(z-u)^2 + v^2]}$$

Usar un tercer orden da más flexibilidad que un segundo orden. Explicar por qué este formato de $F(z)$ cumple ya las restricciones (a)(d) listadas en la página anterior.

Quedan por cumplir (b)(c). Como son dos condiciones y $F(z)$ tiene cinco grados de libertad, fijaremos 3 de los 5 valores A,B,p_3,u,v . Por motivos de estabilidad, fijamos los polos y dejamos (A,B) ajustables para que cumplan las restricciones (b)(c). Elegimos, por ejemplo:

```
p3= 0.93; r= 0.95; q= 8; % modulo r, fase q, polos complejos
u= r*cos(q*pi/180); v= r*sin(q*pi/180);
```

Factorizando $F(z) = (Az+B)/H(z)$ (¿quién sería $H(z)$?) las restricciones $1=F(1)$ y $1=F(px)$ dan lugar a dos ecuaciones con dos incógnitas ($A^*1+B=H(1)$ & $A^*px+B=H(px)$), cuya solución está dada por $A=0.0235$, $B=-0.022765$.

¿Cómo se programaría el cálculo anterior? Declarar: $H=(z-p_3)*[(z-u)^2+v^2]/(z+1)$. Usar `evalfr(H,px)` para evaluar $H(z)$ en un valor $z=px$, y formar el sistema 2x2: $M*X=N$ donde $X=\text{col}(A,B)$, que se resuelve con $x= \text{inv}(M)*N$.

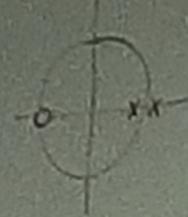
-3- Controlador y comprobación final.

Una vez obtenido $F(z)$, falta obtener el controlador $D(z)=(F/(1-F))/G$, tomando cuidado con las cancelaciones entre raíces inestables. El controlador inicial $Di(z)$ sería:

```
H=(z-p3)*[(z-u)^2+v^2]/(z+1); A=0.0235; B=-0.022765;
F= (A*z+B)/H; Di= feedback(F,-1)/G; zpk(Di),
```

El controlador inicial `Di` contiene las siguientes raíces:

PLANTA



$$a) \text{grado } F \geq 1 \quad \times$$

$$b) F(1) = 1$$

$$c) F(p_x) = 1$$

$$d) F(c_x) = 0 \quad \times$$

Restricciones
#2

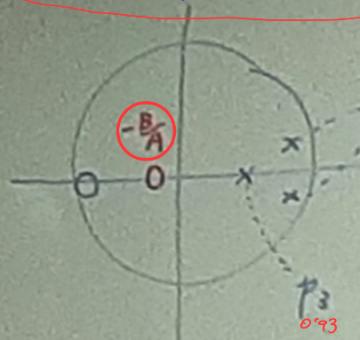
$$p_x = 1.07 j_{xx}$$

$$c_x \approx -1$$

$$\frac{(Az+B)(z+1)}{(z-p_3)(z-\alpha)^2 + \omega^2} = \frac{(Az+B) \cdot 1 / j\omega}{(z-p_3)(z-\alpha)^2 + \omega^2}$$

\rightarrow Nos interesa más fijar los polos y a partir de ellos sacar A, B

Fijamos #3 \rightarrow polos LC



$$-u+jv = r \angle \varphi$$

$$0.951 \pm 8^\circ$$

$$F(1) = 1 \rightarrow A \cdot 1 + B = H(1)$$

$$F(p_x) = 1 \rightarrow A \cdot p_x + B = H(p_x)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ p_x & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H(1) \\ H(p_x) \end{pmatrix}$$

$$M \quad X \quad N \rightarrow X = \text{inv}(M) \cdot N$$

$$\Rightarrow X = M^{-1} \cdot N$$

\rightarrow No esté en el PDF

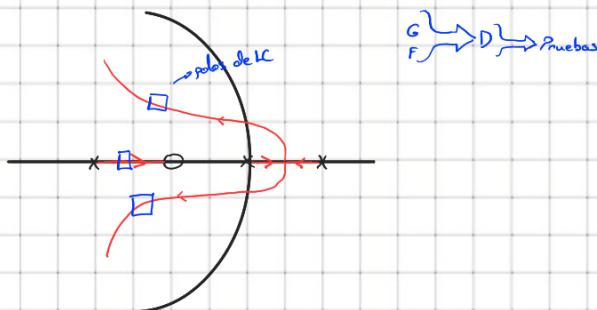
```
N= [ evalfr(H,1);
      evalfr(H,px)];
M= [ 1, 1;
      px, 1];
X= inv(M)*N;
A= X(1); B=X(2);
```

\rightarrow Controlador

$$D = \frac{F}{1-F} \cdot \frac{1}{G} \quad \xrightarrow{\text{minreal}(CD, \text{tolerancia})}$$

$$\frac{G}{F} \xrightarrow{D} \frac{D \cdot G}{1+DG} = F$$

\rightarrow Las plantas inestables generan sobreoscilaciones altas



$$\begin{array}{cccc}
 5.4542 & (z+1) & (z-0.9687) & (z-0.9268) \\
 \hline
 & & (z-1.076) & \\
 & (z+0.9992) & (z-1) & (z-1.076) & (z-0.7586)
 \end{array}$$

La raíz inestable 1.076 aparece duplicada en $D(z)$ (triplicada contando la planta $G(z)$) y es necesario cancelarla del lado del controlador (podemos hacerlo, lo que no se permite es una cancelación entre controlador y planta)

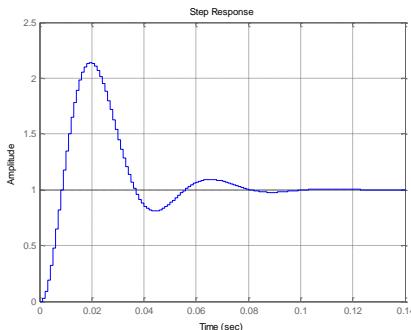
También ocurre algo similar con la raíz $z=-0.9992$ ($z=-1$). Para cancelarlas, hay que usar el comando `minreal`, eligiendo con cuidado la tolerancia (proximidad cero-polo cancelables):

```
D= minreal(Di , 0.001) ; zpk(D) ,
```

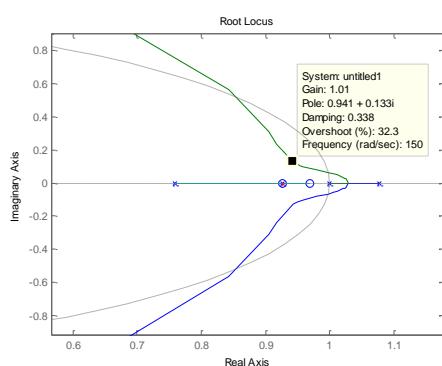
$$\begin{array}{c}
 5.4542 \ (z-0.9687) \ (z-0.9268) \\
 \hline
 (z-1) \ (z-0.7586)
 \end{array}$$

El regulador digital $D(z)$ sale un PID real. El lazo final resultante $F_2(z)$ (que tiene que ser igual al $F(z)$ postulado al inicio, comprobarlo) da lugar a una respuesta a escalón como:

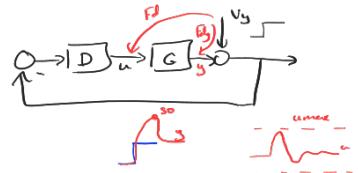
```
F2= feedback(D*G,1) ; step(F2) ; grid;
```



Tiene un tiempo de establecimiento de 7 centésimas, pero una sobreoscilación del 115%. Rastreando la causa, nos encontramos un cero muy lento, $-B/A=0.9687$ ($>>rlocus(D*G)$):



La sobreoscilación podría eliminarse con un prefiltro, aunque el prefiltro solo es posible aplicarlo a las señales de referencia. Las perturbaciones, como V_y , V_u , en la figura de pág.1, no son accesibles y no pueden prefiltrarse, por tanto las perturbaciones pueden generar transitorios con SO=115%. Este tipo de problemas con la SO son inevitables, cuando trabajamos con plantas inestables.



Trabajo de Laboratorio. Diseño del Controlador Digital

En esta práctica se randomizarán dos enteros r_1, r_2 . Elegir como periodo de muestreo:

$$T_s = 0.002 \text{ (si } r_1=1\text{)}, \quad T_s = 0.003 \text{ (si } r_1=2\text{)}, \quad T_s = 0.004 \text{ (si } r_1=3\text{).}$$

Se quiere estudiar también, en lugar de un $F(z)$ único, una gama de lazos cerrados $F(z)$ obtenida por barrido de uno de los tres parámetros (polo real, módulo/fase del par complejo):

- Si $r_2=1$, hacer un barrido de p_3 ($0 < p_3 < 1$),
- Si $r_2=2$, hacer un barrido de r ($0 < r < 1$),
- Si $r_2=3$, hacer un barrido de q ($0 < q < 30$).

Al barrer un parámetro, los otros dos se fijarán a los valores nominales usados en la página 2
($p_3 = 0.93$; $r = 0.95$; $q = 8$;)

El trabajo consistirá en resolver los siguientes apartados:

- 1- Obtener la planta discreta $G(z)$ a partir de la continua $P(s)$ con el periodo T_s elegido.
Obtener el polo inestable **px** y el cero ‘inestable’ **cx**, para incluirlos en el diseño
- 2- Hacer un barrido (bucle for) de $F(z)$ en función del parámetro elegido (p_3, r, q), y para cada valor paramétrico programar el cálculo de $D(z)$ como se explicó en el ejemplo anterior.

Elegir razonadamente el rango de barrido (mínimo, máximo e incremento, $p_{min}:dp:p_{max}$)

- 3- Para cada $D(z)$, obtener el valor SO en la respuesta a escalón de **Fdg=feedback(D*G, 1)** ; (desde V_y hasta la salida de la planta), y el valor del máximo módulo de la actuación, U_{max} , en la respuesta a escalón de **fd=feedback(D, G)** ;(desde V_y hasta la salida del controlador).

Sugerencias: **Info= stepinfo(Fdg); SO = Info.Overshoot;**
tmax=0.3; U= step(Fd, tmax); Umax= max(abs(U));

Hacer una gráfica de U_{max} (horiz.) contra SO (vertical), para ver el compromiso de diseño.

- 4- El valor de U_{max} es para un escalón unitario en V_y . En realidad los escalones en V_y son de menor altura, pero de todos modos hay que imponer un límite a la actuación. Elegir:

$$U_{max} = 3.5 \text{ (si } r_2=1\text{)}, \quad U_{max}= 5.5 \text{ (si } r_2=2\text{)}, \quad U_{max}=4.5 \text{ (si } r_2=3\text{).}$$

- 5- En base a lo anterior, de todos los controladores $D(z)$ estudiados, elegir el que produce menor sobreoscilación SO, restringido a un máximo módulo de actuación U_{max} .

Para este controlador elegido, hacer un estudio de raíces basado en el LR. Relacionar las posiciones de polos y ceros de $G(z)$, $D(z)$, $F(z)$, con el gráfico de **>>rlocus(D*G)**.

Hoja de resultados:

Apellidos y nombre: DNI=

r1= r2=

-1- $T_s = \dots$, $G(z) = \dots$

-2- Rango de barrido del parámetro (min: paso: max)

-3- Hacer a mano una gráfica aproximada de U_{max} (horiz.) contra SO (vert.)

-4- U_{max} elegida, SO asociada. Controlador $D(z)$ elegido

-5- Estudio de lugar de raíces de la solución

- Gráfico aproximado a mano de LR (con zoom, si es necesario)
- Discusión de polos y ceros de D^*G y de F (usar comando zpk)
- Ubicación de las anteriores raíces en el gráfico de LR