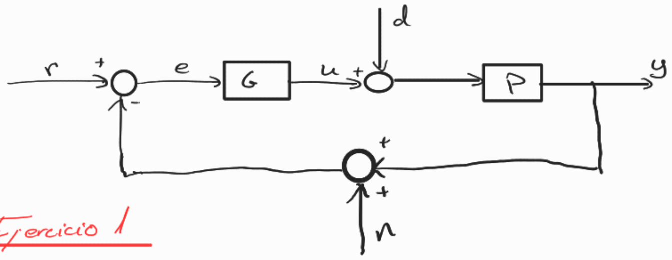
Marcos López López

A-22

PRÁCTICA 8



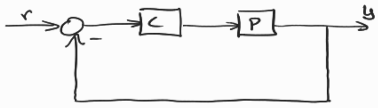
$$P(s) = \frac{1'3}{s+0'01}$$

$$C(s) = K\,\frac{s+0'2}{s}$$

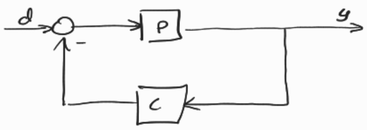
Ejercicio 1

1a)

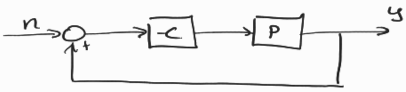
$$Y(s) = \frac{C(s)\,P(s)}{1+C(s)\,P(s)}\,R(s)$$



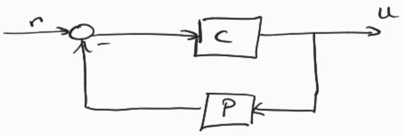
$$Y(s) = \frac{P(s)}{1+C(s)P(s)}\,D(s)$$



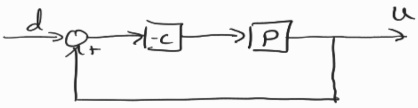
$$Y(s) = \frac{-C(s)\,P(s)}{1+C(s)P(s)}\,N(s)$$



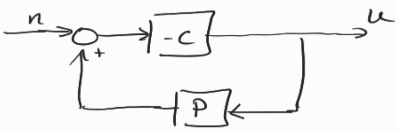
$$U(s) = \frac{C(s)}{1+C(s)P(s)}\,R(s)$$



$$U(s) = \frac{-C(s)P(s)}{1+C(s)P(s)}\,D(s)$$



$$U(s) = \frac{-C(s)}{1+C(s)P(s)}\,N(s)$$



1b)

$$E(s) = \underbrace{\frac{1}{1+C(s)P(s)}}_{G_{er}(s)}\,R(s) + \underbrace{\frac{-P(s)}{1+C(s)P(s)}}_{G_{ed}(s)}\,D(s) + \underbrace{\frac{-1}{1+C(s)P(s)}}_{G_{en}(s)}\,N(s)$$

Ejercicio 2

→ Inmunidad al ruido $|G_{yn}(j\omega_n)| \approx 0 \rightarrow \left|\frac{-CP}{1+CP}\right| \approx 0$ → Necesitamos una C muy baja para que el módulo se aproxime a 0

→ Moderación del control (ó Esfuerzo de Control) $|G_{ur}(j\omega_r)| \approx 0 \rightarrow \left|\frac{C}{1+CP}\right| \approx 0$ → C debe ser muy pequeña

Ejemplo 1 → Rechazo de perturbaciones

$f_d = 0'1\,Hz \to \omega_d = 2\pi f_d = 0'628\ rad/s$

1a)

$$G_{yd}(s) = \frac{P}{1+CP} = \frac{\frac{1'3}{s+0'01}}{1+\frac{1'3K(s+0'2)}{s(s+0'01)}} = \frac{1'3s}{s^2+(0'01+1'3K)s+0'26K}$$

$$G_{yd}(j\omega_d) = \frac{1'3j\omega_d}{-\omega_d^2+(0'01+1'3K)j\omega_d+0'26K} \to |G_{yd}(j\omega_d)| = \frac{1'3\omega_d}{\sqrt{(-\omega_d^2+0'26K)^2\,(0'01+1'3K)^2\omega_d^2}}$$

1b) $K = 0'5$

$$|G_{yd}(j\omega_d)| = 1'6606 \to |G_{yd}(j\omega_d)|_{dB} = 4'405\,dB$$

1c)

$A_d = 0'5$

$$A_y = A_d\,|G_{yd}(j\omega_d)| = 0'5 = 1'6606 = 0'8303\ m/s \approx 3\,Km/h$$

→ La salida y oscilará $\pm 3Km/h$ con respecto a la V_o fijada $\Rightarrow$ $\boxed{87\frac{Km}{h} \le y \le 93\frac{Km}{h}}$

Ejemplo 2 → Rechazo de perturbaciones y moderación del control $d(t) \to u(t)$

$\omega_d = 0'628\ rad/s$

$$G_{ud}(s) = \frac{-CP}{1+CP} = \frac{-\frac{1'3K(s+0'2)}{s(s+0'01)}}{1+\frac{1'3K(s+0'2)}{s(s+0'01)}} = -\frac{1'3K(s+0'2)}{s^2+(0'01+1'3K)+0'26K}$$

$$G(j\omega_d) = \frac{-1'3K(j\omega+0'2)}{-\omega^2+(0'01+1'3K)j\omega+0'26K} \longrightarrow |G_{ud}(j\omega_d)| = \frac{1'3K\sqrt{0'2^2+\omega_d^2}}{\sqrt{(-\omega_d^2+0'26K)^2+(0'01+1'3K)^2\omega_d^2}}$$

Ejemplo 3 → Inmunidad al ruido y moderación de control

3a)

$$G_{un}(s) = \frac{-C}{1+CP} = \frac{-\frac{K(s+0'2)}{s}}{1+\frac{1'3K(s+0'2)}{s(s+0'01)}} = \frac{-K(s+0'2)(s+0'01)}{s^2+(0'01+1'3K)s+0'26K} = \frac{-K(s^2+0'21s+0'002)}{s^2+(0'01+1'3K)s+0'26K}$$

3b)

$$G_{un}(j\omega_n) = \frac{-K(-\omega_n^2+0'21j\omega_n+0'002)}{-\omega_n^2+(0'01+1'3K)j\omega_n+0'26K} \longrightarrow |G_{un}(j\omega_n)| = \frac{K\sqrt{(0'002-\omega_n^2)^2+0'21^2\omega_n^2}}{\sqrt{(0'26K-\omega_n^2)^2+(0'01+1'3K)^2\omega_n^2}}$$

3c)

$\omega_n = 100\ rad/s$

$K = 0'5$

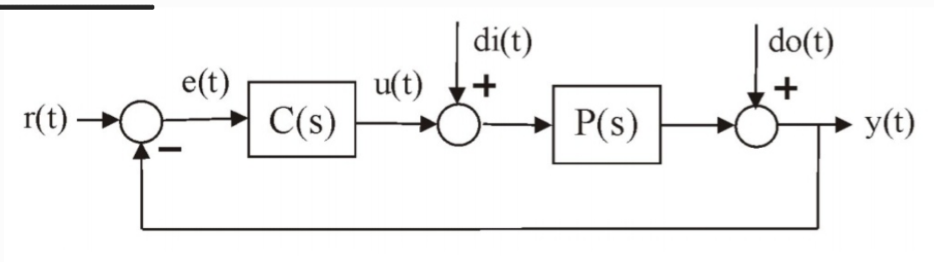
$|G_{un}(j\omega_n)| = 0'5$

$|G_{un}(j\omega_n)|_{dB} = -6\,dB$

Marcos López López

A-22

PRÁCTICA 8



$P = 1/s$

$C = \frac{K(s+1)}{s}$

$r(t) = 0$

$d_i(t) = 0$

En $d_o(t)$ aparece una perturbación $\quad d_o = 0'5 \text{ sen}(2\pi t)$

→ El estado del mar es de olas de 1m y frecuencia 1Hz

2A) Rechazo de perturbaciones:

1)Obtener la función de transferencia de lazo cerrado G_{de}(s) desde $d_o(t)$ hasta $e(t)$ en función de K.

2)Frente al oleaje indicado antes, obtener la amplitud E de $e(t) \approx E\sin(2\pi t + \phi_e)$ en régimen permanente, como función de K.

3)Particularizar lo anterior para $K \to 0$ y para $K \to \infty$, determinando la amplitud E[m] en ambos casos, comentando qué consecuencias se tendrían en el sistema de control.

1) $G_{de}(s) = \frac{-1}{1+CP} = \frac{-1}{1+\frac{K(s+1)}{s^2}} = \boxed{\frac{-s^2}{s^2+Ks+K}}$

2)

$G_{de}(j\omega) = \frac{\omega^2}{-\omega^2 + Kj\omega + K} \longrightarrow |G_{de}(j\omega)| = \frac{\omega^2}{\sqrt{(-\omega^2+K)^2 + K^2\omega^2}}$

$E = |G_{de}(j\omega)|\,D = \frac{0'5\,\omega^2}{\sqrt{(-\omega^2+K)^2 + K^2\omega^2}}$

$\omega = 2\pi f = 2\pi$

$$\boxed{E = \frac{2\pi^2}{\sqrt{(-4\pi^2+K)^2 + 4\pi^2K^2}} = \frac{19'7392}{\sqrt{(K-39'478)^2 + 39'478K}}}$$

3)

$\lim_{K\to 0} E = \frac{2\pi^2}{\sqrt{(-4\pi^2)^2}} = \frac{2\pi^2}{4\pi^2} = 1/2$

$\lim_{K\to\infty} E = 0$

→ Como K está en el denominador de $G_{de}(s)$ nos interesa que sea muy grande, para que $|G_{de}(j\omega)| \approx 0$.
Se puede ver que cuando K toma valores muy grandes $(K \to \infty)$ el valor de la amplitud E tiende a ϕ.
Que el valor de E sea próximo a ϕ quiere decir que a altas ganancias la perturbación $d_o(t)$ va a tener una influencia nula sobre la señal e(t).

→ A bajas ganancias la amplitud de E es de 0'5, lo que implica que la señal $d_o(t)$ va a hacer variar la señal e(t) en ±0'5.

2B) Rechazo de perturbaciones y moderación del control:

1)Obtener la función de transferencia de lazo cerrado $G_{du}(s)$ desde $d_o(t)$ hasta $u(t)$ en función de K.

2)Frente al oleaje indicado arriba, obtener la amplitud U de $u(t) \approx U \sin(2\pi t + \phi_u)$ en régimen permanente, como función de K.

3)Particularizar lo anterior para $K \to 0$ y para $K \to \infty$, determinando la amplitud U [m/s] en ambos casos, comentando qué consecuencias se tendrían en el sistema de control.

1)

$$G_{du} = \frac{-C}{1+CP} = \frac{-\frac{K(s+1)}{s}}{1+\frac{K(s+1)}{s^2}} = \frac{-\frac{K(s+1)}{\cancel{s}}}{\frac{s^2+Ks+K}{s^{\cancel{2}}}} = \frac{-Ks(s+1)}{s^2+Ks+K}$$

2)

$$G_{du}(j\omega) = \frac{-Kj\omega(1+j\omega)}{(-\omega^2)+Kj\omega+K} \longrightarrow |G_{du}(j\omega)| = \frac{K\omega\sqrt{1+\omega^2}}{\sqrt{(K-\omega^2)^2+K^2\omega^2}}$$

$$\left.\begin{aligned} &U = |G_{du}(j\omega)|D \\ &D = 0'5 \\ &\omega = 2\pi \end{aligned}\right\} \quad U = \frac{K \cdot 2\pi\sqrt{1+4\pi^2}}{\sqrt{(K-4\pi^2)^2+4\pi^2K^2}} \cdot 0'5$$

3)

$$\lim_{K\to 0} U = \frac{0}{4\pi^2} = 0 \text{ m/s}$$

$$\lim_{K\to\infty} U = \lim_{K\to\infty} \frac{K\pi\sqrt{1+4\pi^2}}{\sqrt{\cancel{K^2}\left(1-\frac{8\pi}{K}+\frac{16\pi^4}{K^2}+4\pi^2\right)}} = \frac{\pi\sqrt{1+4\pi^2}}{\sqrt{1+4\pi^2}} = \pi$$

→ Para bajos valores de ganancia la perturbación $d_o(t)$ no afecta a la velocidad de elevación $u(t)$

→ Para altos valores de ganancia la velocidad de elevación de la carga presenta una desviación de $\pm\pi$ m/s, debido a la perturbación $d_o(t)$