LABORATORIO de INGENIERÍA de CONTROL

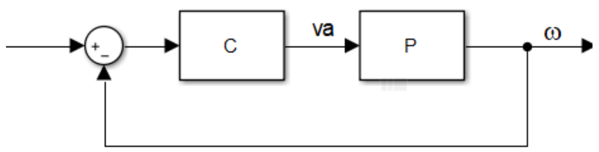
Práctica 4. (22-25/Marzo/2022)

Análisis temporal: estabilidad y estacionario o régimen permanente

El objetivo de esta práctica es el análisis temporal de sistemas estables en estado estacionario o régimen permanente.

Ejercicio previo (1)

Para el sistema de control de velocidad con planta P(s), formada por el motor de CC y la carga, de segundo orden y tipo cero con el que se trabajó en las Prácticas 2 y 3, se pide:



$$P(s) = \frac{b}{s^2 + a_1 s + a_2},$$

Análisis de estabilidad

a) Para C(s) un PI ideal $C(s) = K_p + \frac{K_I}{s} = \frac{K_P s + K_I}{s}$, determinar los rangos de valores de K_P, K_I que estabilizan el sistema, siendo $a_1>0$, $a_2>0$ y $b>0$

b) Para C(s) un controlador P $C(s) = K$, determinar el rango de valores de K que estabilizan el sistema, siendo $a_1>0$, $a_2>0$ y $b>0$.

Estacionario de Seguimiento de consigna: cálculo del error estacionario

c) Para C(s) un PI ideal $C(s) = K_p + \frac{K_I}{s} = \frac{K_P s + K_I}{s}$ (con K_P,K_I seleccionados para obtener un sistema estable) y una entrada de referencia escalón unitario:

-Calcular el valor final de la salida aplicando el teorema del valor final:

$$\omega(\infty) = \lim_{s\to 0} s\omega(s) = \lim_{s\to 0} sG_{LC}(s)\omega_{ref}(s)$$

-Conocido el valor final de la salida, calcular el error estacionario a partir de:

$$e(\infty) = \omega_{ref}(\infty) - \omega(\infty)$$

-Comprobar que se obtiene el mismo valor del error estacionario si se hace el cálculo a partir de la constante de error asociada a la entrada escalón y fórmula del error:

$$kp = \lim_{s\to 0} L_{LA}(s), \qquad e(\infty) = \frac{1}{1+kp}$$

d) Para C(s) un controlador P $C(s) = K$, (con K seleccionada para obtener un sistema estable) y una entrada de referencia escalón unitario, aplicando las fórmulas indicadas en el apartado a):

-Calcular el valor final de la salida aplicando el teorema del valor final,

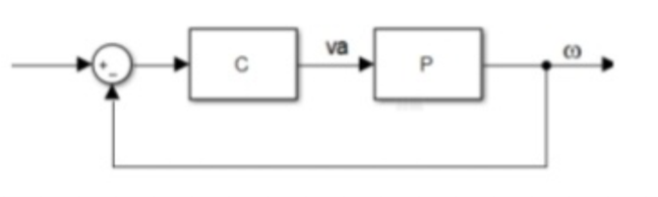
-Conocido el valor final de la salida, calcular el error estacionario,

-Comprobar que se obtiene el mismo valor del error estacionario si se hace el cálculo a partir de la constante de error asociada a la entrada escalón y fórmula del error.

Marcos López López

A 22

Trabajo previo 1



$$P(s) = \frac{b}{s^2 + a_1 s + a_2}$$

→ Análisis de estabilidad

a) $C(s) = \frac{K_p s + K_I}{s}$ determinar K_p y K_I que estabilizan el sistema

$$\boxed{\begin{matrix} a_1 > 0 \\ a_2 > 0 \\ b > 0 \end{matrix}}$$

$$G(s) = \frac{\frac{K_p s + K_I}{s} \cdot \frac{b}{s^2 + a_1 s + a_2}}{1 + \frac{b(K_p s + K_I)}{s(s^2 + a_1 s + a_2)}}$$

→ Ec característica → $s(s^2 + a_1 s + a_2) + b(K_p s + K_I) = 0$

$s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + bK_p s + K_I \cdot b = 0 \rightarrow s^3 + a_1 s^2 + (a_2 + bK_p)s + bK_I = 0$

si $a_1, a_2, b > 0 \Rightarrow K_p, K_I > 0 \Rightarrow$ sistema estable (Cardano - Vietta)

→ Criterio de Routh

s^3	1	$a_2 + bK_p$
s^2	a_1	bK_I
s^1	A	
s^0	B	

$A = \frac{[a_1(a_2 + bK_p)] - bK_I}{a_1}$

$B = \frac{A \cdot bK_I}{A} = bK_I$

$1 > 0$

$a_1 > 0$

$A > 0 \rightarrow \frac{a_1 a_2 + a_1 bK_p - bK_I}{a_1} > 0 \rightarrow a_1 a_2 + a_1 bK_p - bK_I > 0 \rightarrow \boxed{K_p > \frac{bK_I - a_1 a_2}{a_1 b}}$

$K_p > \frac{K_I}{a_1} - \frac{a_2}{b}$

$B > 0 \rightarrow bK_I > 0 \rightarrow \boxed{K_I > 0}$

→ Ganancia crítica → $s^1 = 0$

$A = 0 \rightarrow \frac{a_1 a_2 + a_1 bK_p - bK_I}{a_1} = 0 \rightarrow a_1 a_2 + a_1 bK_p - bK_I = 0 \rightarrow a_1 bK_p = bK_I - a_1 a_2 \rightarrow \boxed{K_p = \frac{bK_I - a_1 a_2}{b \cdot a_1}}$

→ Las raíces se sitúan

$a_1 s^2 + bK_I = 0 \rightarrow a_1 j^2 \omega^2 + bK_I = 0 \rightarrow -a_1 \omega^2 + bK_I = 0 \rightarrow \omega^2 = \frac{bK_I}{a_1} \rightarrow \boxed{\omega = \pm\sqrt{\frac{bK_I}{a_1}}}$

b) $C(s) = K \rightarrow G_K(s) = \frac{\frac{Kb}{s^2 + a_1 s + a_2}}{1 + \frac{Kb}{s^2 + a_1 s + a_2}}$

→ Ecuación característica → $s^2 + a_1 s + a_2 + Kb = 0$ $K > 0$

s^2	1	$a_2 + Kb$
s^1	a_1	
s^0	A	

$\rightarrow A = \frac{a_1(a_2 + Kb)}{a_1} = a_2 + Kb > 0 \rightarrow Kb > a_2 \rightarrow \boxed{K > -\frac{a_2}{b}}$

$\boxed{K > 0}$

→ Ganancia crítica $s^1 = 0 \rightarrow a_1 = 0$

→ Raíces $\left.\begin{matrix} s^2 + a_2 + Kb = 0 \\ s = j\omega \end{matrix}\right\} \rightarrow \omega^2 = a_2 + Kb \rightarrow \boxed{\omega = \pm\sqrt{\frac{a_2}{Kb}}}$

c) $C(s) = \frac{K_p \cdot s + K_I}{s}$; $P(s) = \frac{b}{s^2 + a_1 s + a_2}$; $\omega_{ref}(s) = 1/s$ (Escalón)

$$\omega(\infty) = \lim_{s \to 0} s\, G_{LC}(s) \cdot \omega_{ref}(s)$$

$$G_{LC}(s) = \frac{b K_p s + b K_I}{s^3 + a_1 s^2 + (a_2 + bK_p) + bK_I}$$

$$\boxed{\omega(\infty) = \lim_{s \to 0} \cancel{s} \cdot \frac{1}{\cancel{s}} \cdot G_{LC}(s) = 1}$$

$$\boxed{e(\infty) = \omega_{ref}(\infty) - \omega(\infty) = \lim_{s \to 0} s \cdot \frac{1}{s} - 1 = 0}$$

$$K_p = \lim_{s \to 0} G_{LA}(s)$$

$$e(\infty) = \frac{1}{1 + K_p}$$

$$G_{LA}(s) = P(s) \cdot C(s) \cdot \overset{=1}{H(s)} = \frac{b}{s^2 + a_1 s + a_2} \cdot \frac{K_p s + K_I}{s}$$

$$K_p = \lim_{s \to 0} \left(\frac{b}{s^2 + a_1 s + a_2} \cdot \frac{K_p s + K_I}{s} \right) = \frac{b \cdot K_I}{0} = \infty$$

$$\boxed{e(\infty) = \frac{1}{\infty} = 0}$$

d)

$$C(s) = K$$

$$G_{LC}(s) = \frac{\frac{K \cdot b}{s^2 + a_1 s + a_2}}{1 + \frac{K \cdot b}{s^2 + a_1 s + a_2}} = \frac{K \cdot b}{s^2 + a_1 s + a_2 + K \cdot b}$$

$$\omega(\infty) = \lim_{s \to 0} s \cdot G_{LC}(s) \cdot \omega_{ref}(s) = \lim_{s \to 0} s \cdot 1/s \cdot G_{LC}(s) \rightarrow \boxed{\omega(\infty) = \frac{K \cdot b}{a_2 + K \cdot b}}$$

$$e(\infty) = \omega_{ref}(\infty) - \omega(\infty) = \lim_{s \to 0} s \frac{1}{s} - \frac{K \cdot b}{a_2 + K \cdot b} \Rightarrow e(\infty) = 1 - \frac{K \cdot b}{a_2 + Kb} = \frac{a_2 + \cancel{Kb} - \cancel{Kb}}{a_2 + Kb} \rightarrow \boxed{e(\infty) = \frac{a_2}{a_2 + K \cdot b}}$$

→ Comprobación

$$K_p = \lim_{s \to 0} G_{LA}(s)$$

$$e(\infty) = \frac{1}{1 + K_p}$$

$$G_{LA}(s) = P(s) \cdot C(s) \cdot \overset{1}{H(s)} = \frac{K \cdot b}{s^2 + a_1 s + a_2}$$

$$K_p = \lim_{s \to 0} \frac{K \cdot b}{s^2 + a_1 s + a_2} = \frac{K \cdot b}{a_2}$$

$$e(\infty) = \frac{1}{1 + K_p} = \frac{1}{1 + \frac{K \cdot b}{a_2}} \Rightarrow \boxed{e(\infty) = \frac{a_2}{a_2 + K \cdot b}}$$

Ejercicio (1) en laboratorio

Con el código que se proporcionó en la práctica 3 (se reproduce a continuación) generar la planta P(s) y un controlador C(s) que es un PI ideal que cumple ciertos objetivos del transitorio:

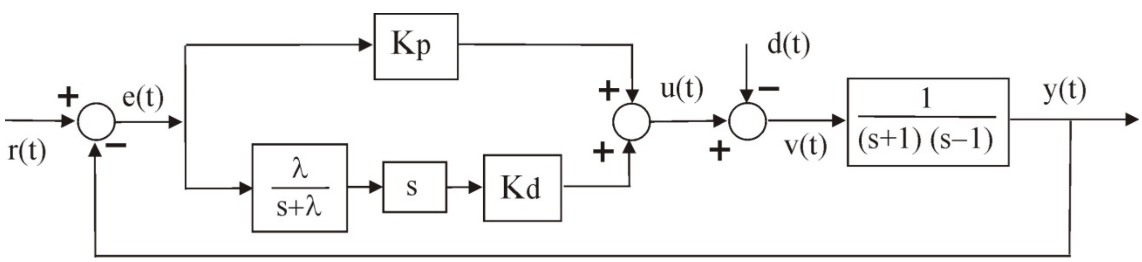
```
clear all
close all

s  = tf('s');
dni=          ;  % Incluir números DNI alumno
rng(dni);
dv = 0.05;

R = 2.0;
L = 0.5;
Km = 0.1;
Kb = 0.1+2*dv*(rand-0.5);
Kf = 0.2;
J = 0.02;
b =Km/L/J;
a1=(L*Kf+R*J)/L/J;
a2= (R*Kf+Km*Kb)/L/J;
P = b/(s^2+a1*s+a2)

so = 0.01;

% Cálculo C = PI ideal con cancelación (método Pr2b)
delta = cos(atan(-pi/(log(so))));
alfa  = (a1-sqrt((a1^2)-4*a2))/2
wn    = (a1-alfa)/(delta*2)
ts    = 4/(wn*delta)

Kp = (wn^2+2*alfa*delta*wn-a2)/b;
KI =(alfa*wn^2)/b;
C= (Kp*s+KI)/s

T = feedback(P*C,1);
```

a) Programar este código en un *script* de Matlab y completar dicho código programando otros dos controladores PI ideales que mantienen el mismo valor de KI, pero con ganancias proporcionales distintas: para C2, Kp2 = KI/a1-a2/b y para C3, Kp3= KI/a1-a2/b-rand. Calcular los sistemas T2, T3 en lazo cerrado, obtener la respuesta a escalón unitario y el mapeado cero/polo de cada sistema en lazo cerrado. Analizar los resultados obtenidos.

b) Añadir al código el cálculo de un controlador proporcional C4=4. Calcular el lazo cerrado T4 y comparar en una misma figura la respuesta a escalón unitario de T (sistema con PI ideal C) y T4 (sistema con controlador proporcional). Obtener los valores de SO, t_s, $\omega(\infty)$ y $e(\infty)$ de ambos sistemas.

Ejercicio previo (2)

La figura representa un sistema de control de una pequeña planta mecánica inestable. El controlador es de tipo PD, con un filtro en la parte derivativa.



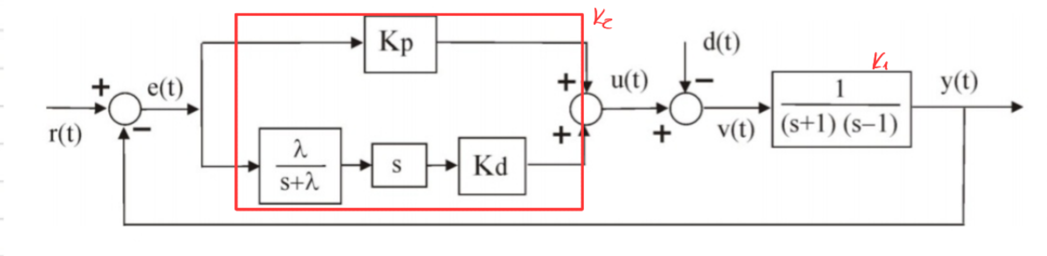
a) Obtener la F.T. del controlador (numerador y denominador).

Se seleccionan valores de Kp>1, Kd>0, λ>0, de forma que el sistema de control descrito es estable según el criterio de Routh-Hurwitz. Las variables y(t), r(t), e(t) se miden en centímetros (posiciones), mientras que las variables u(t), d(t), v(t) se miden en gramos (fuerzas). Partiendo del reposo, aparece una perturbación escalón en d(t) de 20gr.

Marcos López López

122

Trabajo Previo 2



$e = r - y$; $y = K_1[u-d] = K_1[K_2 e - d]$

$e = r - K_1[K_2 e - d] \Rightarrow e = r - K_1K_2 e + d \Rightarrow e(1+K_1K_2) = r+d \Rightarrow e = \frac{1}{1+K_1K_2} r + \frac{1}{1+K_1K_2} d$

$\frac{e}{r+d} =$

$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_1K_2}{1+K_1K_2}$

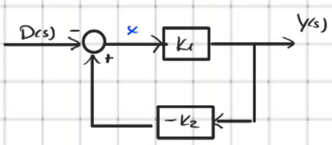
$K_2 = K_p + \frac{\lambda K_d \cdot s}{s+\lambda} = \frac{K_p s + \lambda K_p + \lambda K_d s}{s+\lambda} = \frac{(K_p+\lambda K_d)s + \lambda K_p}{s+\lambda}$

$K_1 \cdot K_2 = \frac{(K_p+\lambda K_d)s+\lambda K_p}{s+\lambda} \cdot \frac{1}{(s+1)(s-1)}$

$1+K_1K_2 = \frac{(s+\lambda)(s+1)(s-1) + (K_p+\lambda K_d)s + \lambda K_p}{(s+\lambda)(s+1)(s-1)}$

$$\boxed{G(s) = \frac{(K_p+\lambda K_d)s + \lambda K_p}{(s+\lambda)(s-1)(s+1) + (K_p+\lambda K_d)s + \lambda K_p}}$$

b)



$x = -d - K_2 y$
$y = K_1 x$

$x = -d - K_2K_1 x \Rightarrow (1+K_1K_2)x = -d$

$y = \frac{-K_1 d}{1+K_1K_2} \Rightarrow \frac{y}{d} = \frac{-K_1}{1+K_1K_2}$

$$\boxed{G(s) = \frac{-(s+\lambda)}{(s+\lambda)(s+1)(s-1) + (K_p+\lambda K_d)s + \lambda K_p}}$$

c)

$y(\infty) = \lim_{s\to 0} s\, G(s) \cdot D(s) = \lim_{s\to 0} s \cdot \frac{20}{s} \cdot \frac{-(s+\lambda)}{(s+\lambda)(s+1)(s-1) + (K_p+\lambda K_d)s + \lambda K_p} = \frac{-20\lambda}{-\lambda + \lambda K_p} = \frac{-\lambda 20}{-\lambda(1-K_p)} \Rightarrow \boxed{y(\infty) = \frac{20}{1-K_p}}$

d)

$\left|\frac{20}{1-K_p}\right| < 1 \Rightarrow 20 < 1-K_p \Rightarrow 20-1 < -K_p$

$K_p > -19$

$-20 < 1-K_p \Rightarrow -K_p > -20-1 \Rightarrow -K_p > -21$

$\boxed{K_p > 21}$

Ecuación característica

$(s+\lambda)(s^2-1) + K_p s + \lambda K_d s + \lambda K_p = 0$

$s^3 - s + \lambda s^2 - \lambda + K_p s + \lambda K_d s + \lambda K_p = 0$

$s^3 + \lambda s^2 + (K_p + \lambda K_d - 1)s + \lambda K_p - \lambda = 0$

$\Rightarrow$ Cardano - Vietta

$\lambda > 0$

$\lambda K_p - \lambda > 0 \Rightarrow K_p > 1$

$K_p + \lambda K_d - 1 > 0 \Rightarrow$ como $K_p > 1$ y $\lambda > 0 \Rightarrow K_d > 0$

Routh - Hurwitz

s^3	1	$K_p+\lambda K_d-1$
s^2	λ	$\lambda K_p - \lambda$
s^1	A	
s^0	B	

$A = \frac{\lambda(K_p+\lambda K_d-1) - \lambda(K_p-1)}{\lambda} = \cancel{K_p} + \lambda K_d \cancel{-1} \cancel{-K_p} \cancel{+1} = \lambda K_d$

$B = \frac{A(\lambda K_p - \lambda)}{A} = \lambda(K_p-1)$

$\boxed{\lambda > 0}$

$A > 0 \Rightarrow \lambda K_d > 0 \Rightarrow \boxed{K_d > 0}$

$B > 0 \Rightarrow \lambda(K_p-1) > 0 \Rightarrow K_p > 1$

b) Obtener la F.T. G_{dy} desde D(s) hasta Y(s) (numerador y denominador)
c) Deducir el valor permanente $y(\infty)$ (cm.) como consecuencia del escalón de 20gr. en *d*.
d) ¿Qué condiciones deben cumplir Kp, Kd, para que $|y(\infty)| < 1$cm.?

Ejercicio (2) en laboratorio

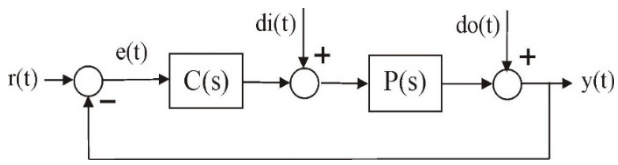
Programar en un *script* de Matlab la función de transferencia de la planta, y definir:

```
dni=          ;  % Incluir DNI alumno
rng(dni);
Kp=21;
Kd=6+2*(rand-0.5);
lambda=20+2*(rand-0.5);
```

Continuar el código para definir el controlador, la función de transferencia en lazo cerrado G_{ry} desde R(s) a Y(s), y la G_{dy} desde D(s) hasta Y(s), estas últimas utilizando la instrucción *feedback.* Obtener la respuesta a escalón unitario de G_{ry}, y la respuesta a un escalón de 20 de G_{dy}. Calcular en ambas respuestas la SO, el tiempo de subida y el valor final. Verificar los resultados teóricos obtenidos en el apartado d) del ejercicio previo.

Ejercicio previo (3)

La figura muestra un sistema de control de un vehículo en modo ACC (Control Adaptativo de Crucero). La planta es un doble integrador $P(s)=1/s^2$. El controlador C(s) es un PID. La referencia (distancia intervehicular) se pone al valor nominal (r(t)=0), pero puede haber perturbaciones di(t) a la entrada de la planta (fuerzas) y perturbaciones do(t) a su salida (cambio de posición del vehículo precedente).



Estacionario de Rechazo de perturbaciones: $P(s)=1/s^2$

Para C(s) un PID con derivada filtrada:

$$C(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + \frac{K_d s}{1 + s/N}$$

a) Si aparece una perturbación en rampa unitaria en do(t) (mientras que di(t) y r(t) son nulas), obtener el valor permanente del error, e_∞.
b) Si aparece una perturbación en rampa unitaria en di(t) (mientras que do(t) y r(t) son nulas), obtener el valor permanente del error, e_∞.

Para C(s) un PD real:

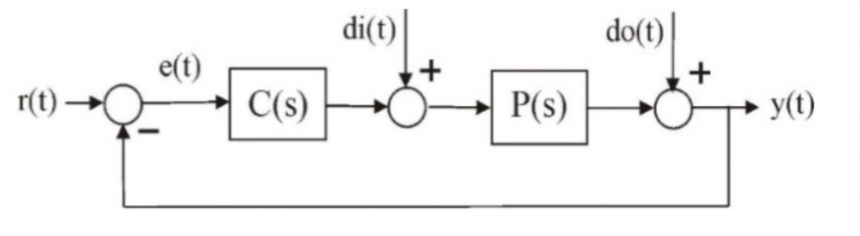
$$C(s) = K_p + \frac{K_d s}{1 + s/N}$$

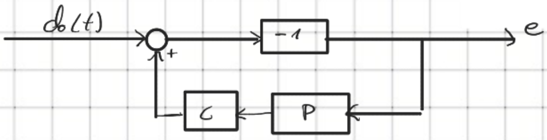
c) Si aparece una perturbación en rampa unitaria en do(t) (mientras que di(t) y r(t) son nulas), obtener el valor permanente del error, e_∞.
d) Si aparece una perturbación en rampa unitaria en di(t) (mientras que do(t) y r(t) son nulas), obtener el valor permanente del error, e_∞.

Marcos López López

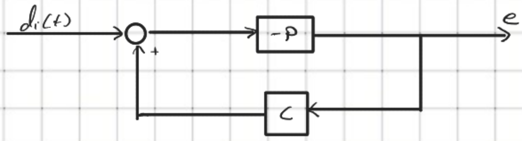
122

Trabajo previo 3





$G_{ec}(s) = \frac{-1}{1-C\cdot P(-1)} = \frac{-1}{1+PC}$



$G_{ic} = \frac{-P}{1-C(-P)} = \frac{-P}{1+CP}$

$C(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + \frac{K_d s}{1+s/N} = K_p + \frac{K_i}{s} + \frac{NK_d\cdot s}{N+s} = \frac{K_p\cdot s(s+N)+K_i(s+N)+NK_d\cdot s^2}{s(s+N)}$

a) $d_i(t)=0$, $r(t)=0$ { valor permanente e_∞

$e_\infty = \lim_{s\to0} \cancel{s}\cdot\frac{1}{\cancel{s}}\cdot G_{ec}(s)$

$1+C\cdot P = 1+\frac{1}{s^2}\,\frac{K_p\cdot s(s+N)+K_i(s+N)+NK_d\cdot s^2}{s(s+N)} = \frac{s^3(s+N)+K_p\cdot s(s+N)+K_i(s+N)+NK_d\cdot s^2}{s^3(s+N)}$

$e_\infty = \lim_{s\to0} \frac{1}{\cancel{s}}\cdot\frac{-s^{\cancel{3}}(s+N)}{s^3(s+N)+K_p\cdot s(s+N)+K_i(s+N)+NK_d\cdot s^2} = \frac{0}{+K_i\cdot N} = 0$

b) $d_o(t)=0$, $r(t)=0$ { valor permanente e_∞

$e_\infty = \lim_{s\to0} \cancel{s}\cdot\frac{1}{\cancel{s}}\cdot\frac{-P}{1+PC}$

$C(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + \frac{K_d\cdot s}{1+s/N}$

$P = 1/s^2$

$1+PC = \frac{s^3(s+N)+K_p\cdot s(s+N)+K_i(s+N)+NK_d\cdot s^2}{s^3(s+N)}$

$e_\infty = \lim_{s\to0} \frac{1}{\cancel{s}}\cdot\frac{-\frac{1}{\cancel{s^2}}\cancel{s^3}(s+N)}{s^3(s+N)+K_p\cdot s(s+N)+K_i(s+N)+NK_d\cdot s^2} = \frac{N}{K_i\cdot N} = \frac{1}{K_i}$

c) $d_i(t)=0$, $r(t)=0$ { valor permanente e_∞

$C(s) = K_p + \frac{K_d\cdot s}{1+s/N} = K_p + \frac{NK_d\cdot s}{s+N} = \frac{K_p(s+N)+NK_d\cdot s}{s+N}$

$G_{ec}(s) = \frac{-1}{1+CP}$

$e_\infty = \lim_{s\to0} \cancel{s}\cdot\frac{1}{\cancel{s}}\,G_{ec}(s)$

$1+CP = 1+\frac{1}{s^2}\,\frac{K_p(s+N)+NK_d\cdot s}{s+N} = \frac{s^2(s+N)+K_p(s+N)+NK_d\cdot s}{s^2(s+N)}$

$e_\infty = \lim_{s\to0} \frac{1}{\cancel{s}}\,\frac{-s^{\cancel{2}}(s+N)}{s^2(s+N)+K_p(s+N)+NK_d\cdot s} = \frac{0}{K_p\cdot N} = 0$

d) $d_o(t)=0$, $r(t)=0$ { valor permanente e_∞

$G_{ic} = \frac{-P}{1+PC}$

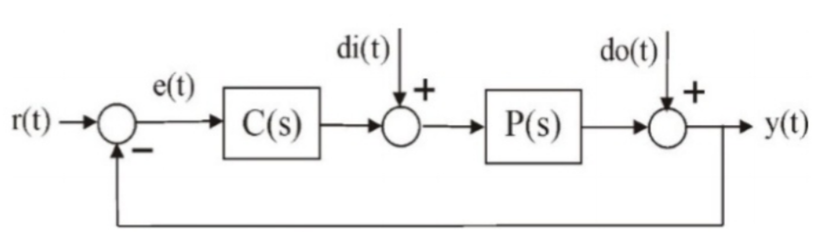
$1+PC = \frac{s^2(s+N)+K_p(s+N)+NK_d\cdot s}{s^2(s+N)}$

$e_\infty = \lim_{s\to0} \frac{1}{s}\,\frac{-\frac{1}{\cancel{s^2}}\cdot\cancel{s^2}(s+N)}{s^2(s+N)+K_p(s+N)+NK_d\cdot s} = \frac{-N}{0} = \infty$

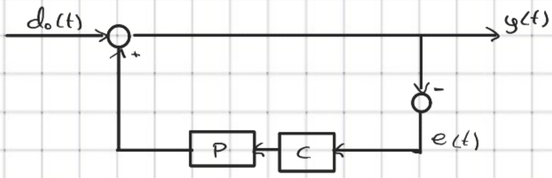
Marcos López López

122

Trabajo previo 3



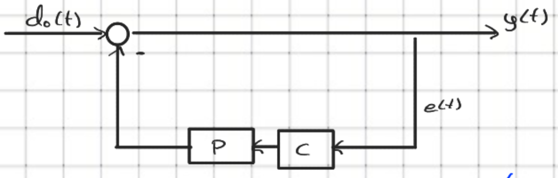
a) $\left.\begin{matrix} d_i(t)=0 \\ r(t)=0 \end{matrix}\right\}$ Valor permanente e_∞



$C(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + \frac{K_d \cdot s}{1+s/N}$ $\qquad y(\infty) = -e_\infty$

$P = 1/s^2$

$G_{LC}(s) = \frac{1}{1+C\cdot P}$



$y_\infty = \lim_{s\to 0} \cancel{s} \cdot \left(\frac{1}{1+CP}\right)\frac{1}{s^{\cancel{2}}} = \lim_{s\to 0}\left(\frac{1}{1+CP}\right)\frac{1}{s}$

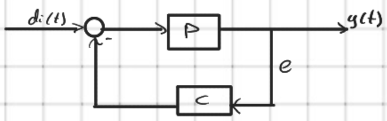
$1+C\cdot P = 1+\left(K_p + \frac{K_i}{s} + \frac{K_d \cdot s}{1+s/N}\right)\cdot\frac{1}{s^2} = 1+\left(K_p+\frac{K_i}{s}+\frac{K_d\cdot N\cdot s}{s+N}\right)\cdot\frac{1}{s^2} =$

$= 1+\left(\frac{K_p s(s+N) + K_i(s+N) + K_d N s^2}{s(s+N)}\right)\frac{1}{s^2} = \frac{s^3(s+N) + K_p\cdot s(s+N) + K_i(s+N) + K_d N s^2}{s^3(s+N)}$

$G_{LC}(s) = \frac{s^3(s+N)}{s^3(s+N) + K_p s(s+N) + K_i(s+N) + K_d N s^2}$

$$\boxed{y(\infty) = \lim_{s\to 0}\frac{1}{\cancel{s}}\frac{s^{\cancel{3}\,2}(s+N)}{s^3(s+N)+K_p s(s+N)+K_i(s+N)+K_d N s^2} = \frac{0}{K_i\cdot N} = 0}$$

b) $\left.\begin{matrix} d_o(t)=0 \\ r(t)=0 \end{matrix}\right\}$ Valor permanente e_∞



$y(\infty) = -e(\infty)$

$C(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + \frac{K_d \cdot s}{1+s/N}$

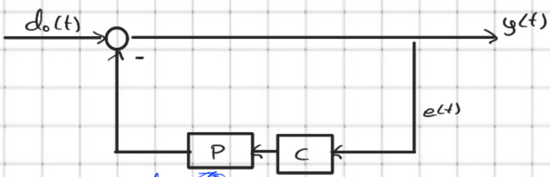
$P = 1/s^2$

$G_{LC} = \frac{P}{1+CP} = \frac{s(s+N)}{s^3(s+N) + K_p s(s+N) + K_i(s+N) + K_d N s^2}$

$y(\infty) = \lim_{s\to 0} \cancel{s}\cdot\frac{1}{s^{\cancel{2}}}\cdot G_{LC} = \frac{s+N}{s^3(s+N)+K_p s(s+N)+K_i(s+N)+K_d N s^2} = \frac{N}{K_i\cdot N} \to y(\infty) = \frac{1}{K_i}$

$\boxed{e(\infty) = -y(\infty) = -\frac{1}{K_i}}$

c) $C(s) = K_p + \frac{K_d\cdot s}{1+s/N} = K_p + \frac{N K_d\cdot s}{s+N} = \frac{K_p(s+N) + N K_d\cdot s}{s+N}$



$y(\infty) = d_o(\infty)^{\to 0} - e(\infty)$

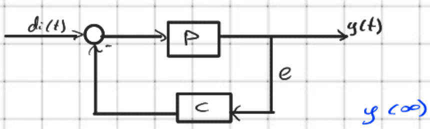
$G_{LC} = \frac{1}{1+PC}$

$1+PC = 1+\frac{1}{s^2}\cdot\left(\frac{K_p(s+N)+N K_d\cdot s}{s+N}\right) = \frac{s^2(s+N) + K_p(s+N) + N K_d\cdot s}{s^2(s+N)}$

$G_{LC} = \frac{s^2(s+N)}{s^2(s+N) + K_p(s+N) + N K_d\cdot s}$

$y(\infty) = \lim_{s\to 0}\cancel{s}\cdot\frac{1}{s^{\cancel{2}}}\cdot G_{LC} = \lim_{s\to 0}\frac{s(s+N)}{s^2(s+N)+K_p(s+N)+N K_d\cdot s} = 0$ $\qquad \boxed{e_\infty = 0}$

d)



$G_{LC} = \frac{P}{1+PC} = \frac{s+N}{s^2(s+N) + K_p(s+N) + N K_d\cdot s}$

$y(\infty) = \lim_{s\to 0}\cancel{s}\frac{1}{s^{\cancel{2}}}G_{LC} = \lim_{s\to 0}\frac{1}{s}G_{LC} = \infty$

Ejercicio (3) en laboratorio

Programar en un *script* de Matlab la función de transferencia de la planta, y definir:

```
dni=         ;  % Incluir DNI alumno
rng(dni);
Kp= 0.2+0.04*(rand-0.5);
Ki=0.01;
Kd=4.32;
N= =5+2*(rand-0.5);
```

Continuar el código para definir los controladores (PID con derivada filtrada y PD real), las funciones de transferencia (utilizando la instrucción *feedback*) G_{die} desde $D_i(s)$ a $E(s)$, y G_{doe} desde $D_o(s)$ hasta $E(s)$, para ambos controladores. Obtener las respuestas a rampa unitaria de G_{die}, y de G_{doe}. Verificar los resultados teóricos obtenidos en los apartados a), b), c) y d) del ejercicio previo.