LABORATORIO de INGENIERÍA de CONTROL

Práctica 9. (3-6/Mayo/2022)

Diseño de Reguladores en el dominio temporal.

El objetivo de esta práctica es afianzar los conocimientos relacionados con el diseño de controladores bajo especificaciones temporales, mediante la herramienta interactiva Sisotool de Matlab.

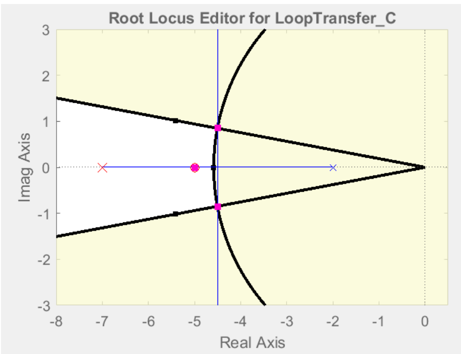
Trabajos previos (1A-1B)

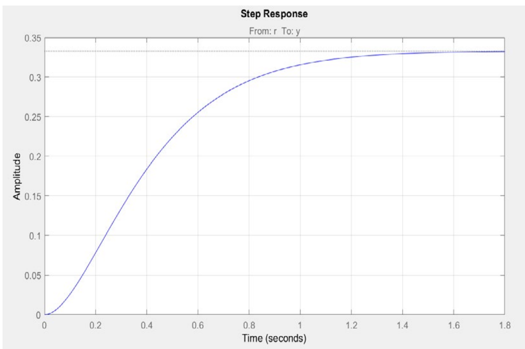
Para un modelo P(s) de un sistema mecánico, se diseña un controlador C(s) para cumplir ciertas características, tanto del transitorio, que sitúan los polos dominantes deseados de lazo cerrado (realimentación unitaria) en las posiciones indicadas en Pd, como del estacionario e_∞. Una vez realizado el diseño, se comprueban los resultados simulando la respuesta a escalón del sistema en LC que se proporciona en las figuras para cada uno de los casos.

Para los ejercicios 1A y 1B:

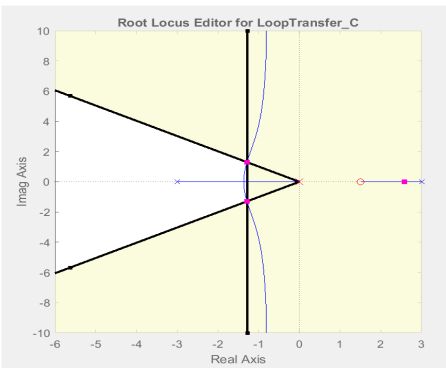
1) Indicar de forma razonada, el tipo de controlador utilizado y si se cumplen los objetivos de diseño.
2) En caso contrario, rediseñar C(s) para que se cumplan. (Se piden los cálculos analíticos para determinar ganancia/polo/cero del nuevo controlador).

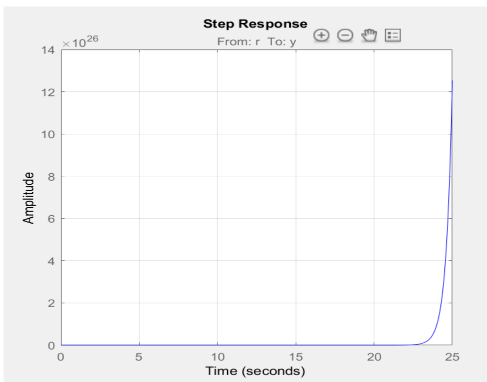
1A) $P(s)=\dfrac{1}{(s+2)(s+5)}$, $\quad C(s)=7\dfrac{(s+5)}{(s+7)}$ $\quad$ i)$e_\infty \approx 0.1$ (escalón), ii)Pd =-4.5±j0.866





1B) $P(s)=\dfrac{1}{(s-3)(s+3)}$, $\quad C(s)=5.7039\dfrac{(s-1.5)}{s}$ $\quad$ i)$e_\infty \approx 0$ (escalón), ii)Pd =-1.29±j1.29





Trabajos previos (2A-2B)

Conocidos los ceros-polos de lazo cerrado G_{LC} de un sistema de control con realimentación H(s)≠1, con el controlador C(s) diseñado para cumplir ciertas especificaciones dadas por un par de polos complejos dominantes:

$$G_{LC} = \frac{CG}{1+CGH} = \frac{K_c(s+c)}{(s+p)\cdot[(s+\sigma)^2+\omega_d^2]}, \qquad H \neq 1,$$

2A) c=2, p=2.4, σ=0.801, ω_d=0.384

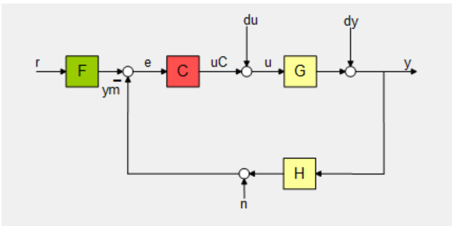
2B) c=2, p=2.71, σ=0.644, ω_d=2.21

Para los ejercicios 2A y 2B:

1) Diseñar un prefiltro (con ganancia en función de K_c) para que el lazo cerrado mantenga las características del transitorio dadas por los polos complejos dominantes, y que además, permita obtener un valor estacionario de la salida igual a la entrada que se aplica, que es un escalón unitario.
2) Calcular la sobreoscilación y el tiempo de establecimiento que presentará el sistema de control.

Trabajo (1) del alumno en laboratorio:

Se considera el sistema de control de la posición lateral de un vehículo en una maniobra suave de cambio de carril con velocidad constante, donde se considera la planta simplificada *G*(s) y la estructura de la figura con H(s) = 1:



$$G(s) = \frac{(s+20)}{s^2}$$

Diseñar el controlador implementable más sencillo C(s) y el prefiltro F(s) si es necesario, de forma que el sistema en lazo cerrado ante una entrada escalón unitario, cumpla las condiciones siguientes:

i) Tiempo de establecimiento (2%): $t_s \leq$ 20+20*(rand-0.5) seg.

ii) Error estacionario nulo: e(∞)=0 (entrada escalón)

iii) Sobreoscilación: SO≈10 %

Se pide:

a) Razonar la elección de un PD real como controlador.

b) Definir en la ventana de comandos y acceder a la sisotool:

```
clear all;
dni =        ; % Números del DNI del alumno
rng(dni);
ts=20+20*(rand-0.5) % Anotar el valor obtenido
s=tf('s');
G=…
```

Nota *sisotool*: Para diseño en tiempo, conviene modificar en (Preferences-Options) el formato de C seleccionando "Zero/pole/gain". Las ventanas que deben estar activas son: el Editor de Lugar de raíces, la respuesta a escalón del sistema en lazo cerrado (LC) y el mapeado cero/polo de LC.

c) Una vez importada G, añadir los requerimientos de diseño (ts, SO) en el Editor de LR para incorporar en C(s) el cero, polo y ganancia que se necesita para cumplir los objetivos. Anotar los resultados: polos deseados de LC (Pd) y C(s).

d) Definido C(s), comprobar los valores que se obtienen de SO y t_s en la respuesta a escalón. Ver la coherencia de los resultados obtenidos analizando los ceros/polos de lazo cerrado del sistema controlado. Anotar SO, t_s y $e(\infty)$ obtenido y análisis dominancia polos/ceros.

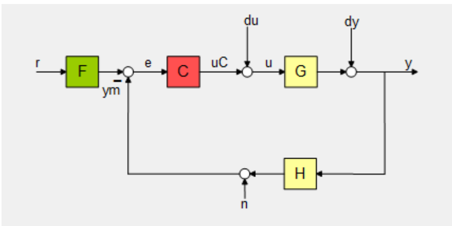
e) Diseñar el prefiltro F(s) si es necesario, y en caso afirmativo:

- Anotar F(s). Verificar el cumplimiento de los objetivos de diseño en la respuesta a escalón del sistema en LC. Anotar SO, t_s y $e(\infty)$ finales.

f) Una vez terminado el ejercicio, y anotados los resultados para entregar que se piden en los apartados anteriores, mostrar al Profesor/a las gráficas de la sisotool que permiten comprobar el cumplimiento de las especificaciones: el Editor de LR, la respuesta a escalón LC y el mapeado cero/polo de LC.

Trabajo (2) del alumno en laboratorio:

A partir de la dinámica simple de una maqueta de tren con movimiento longitudinal (unidimensional) en llano, que considera la fuerza aplicada, la fuerza de fricción por rodadura y la fuerza elástica del acoplamiento, se modela la función de transferencia del sistema con entrada la fuerza aplicada y salida la velocidad de la máquina:



$$G(s) = \frac{(s^2 + 0.2s + 2)}{(s + 0.2)(s^2 + 0.2s + 3)}$$

Diseñar el controlador implementable más sencillo C(s) y el prefiltro F(s) si es necesario, de forma que el sistema en lazo cerrado ante una entrada escalón unitario, cumpla las condiciones siguientes:

i) Tiempo de establecimiento (2%): $t_s \leq 32+10*(\text{rand}-0.5)$ seg.

ii) Error estacionario nulo: $e(\infty)=0$ (entrada escalón)

iii) Sobreoscilación: SO≈0,5 %

Se pide:

a) Razonar la elección de un PI ideal como controlador.

b) Definir en la ventana de comandos y acceder a la sisotool:

```
clear all;
dni =        ; % Números del DNI del alumno
rng(dni);
ts=32+10*(rand-0.5) % Anotar el valor obtenido
s=tf('s');
G=…
```

Nota *sisotool*: Para diseño en tiempo, conviene modificar en (Preferences-Options) el formato de C seleccionando “Zero/pole/gain”. Las ventanas que deben estar activas son: el Editor de Lugar de raíces, la respuesta a escalón del sistema en lazo cerrado (LC) y el mapeado cero/polo de LC.

c) Una vez importada G, añadir los requerimientos de diseño (ts, SO) en el Editor de LR para incorporar en C(s) el cero, polo y ganancia que se necesita para cumplir los objetivos. Anotar los resultados: polos deseados de LC (Pd) y C(s).

d) Definido C(s), comprobar los valores que se obtienen de SO y t_s en la respuesta a escalón. Ver la coherencia de los resultados obtenidos analizando los ceros/polos de lazo cerrado del sistema controlado. Anotar SO, t_s y $e(\infty)$ obtenido y análisis dominancia polos/ceros.

e) Diseñar el prefiltro F(s) si es necesario, y en caso afirmativo:

- Anotar F(s). Verificar el cumplimiento de los objetivos de diseño en la respuesta a escalón del sistema en LC. Anotar SO, t_s y $e(\infty)$ finales.

f) Una vez terminado el ejercicio, y anotados los resultados para entregar que se piden en los apartados anteriores, mostrar al Profesor/a las gráficas de la sisotool que permiten comprobar el cumplimiento de las especificaciones: el Editor de LR, la respuesta a escalón LC y el mapeado cero/polo de LC.

Trabajos previos (1A-1B)

Para un modelo P(s) de un sistema mecánico, se diseña un controlador C(s) para cumplir ciertas características, tanto del transitorio, que sitúan los polos dominantes deseados de lazo cerrado (realimentación unitaria) en las posiciones indicadas en Pd, como del estacionario e_∞. Una vez realizado el diseño, se comprueban los resultados simulando la respuesta a escalón del sistema en LC que se proporciona en las figuras para cada uno de los casos.

Para los ejercicios 1A y 1B:

1) Indicar de forma razonada, el tipo de controlador utilizado y si se cumplen los objetivos de diseño.
2) En caso contrario, rediseñar C(s) para que se cumplan. (Se piden los cálculos analíticos para determinar ganancia/polo/cero del nuevo controlador).

1A) $P(s) = \dfrac{1}{(s+2)(s+5)}$, $\quad C(s) = 7\dfrac{(s+5)}{(s+7)}$ $\quad$ i)$e_\infty \approx 0.1$ (escalón), ii)Pd =-4.5±j0.866

$e_\infty = 0'1$ $\qquad$ $Pd = -4'5 \pm j0'866$

$P(s) = \dfrac{1}{(s+2)(s+5)}$

$C(s) = 7\dfrac{(s+5)}{(s+7)}$

red de adelanto

1) El controlador utilizado es un PD real, pues se introduce un par cero/polo que desplaza el LR hacia la izquierda.
Además de lo anterior, si igualamos C(s) a la ecuación de un PD real vemos que:

$C_{PDR}(s) = K_c\dfrac{(s+c)}{(s+d)} = 7\dfrac{(s+5)}{(s+7)}$ $\left\{\begin{array}{l} c=5 \\ d=7 \end{array}\right\}$ $\rightarrow$ vemos que $|c|<|d| \Rightarrow$ se cumple la condición de PD$_{REAL}$

$\rightarrow$ Para comprobar el error estacionario

$G_{LA}(s) = \dfrac{7}{(s+2)(s+7)} \rightarrow K_p = \lim\limits_{s\to 0} \dfrac{7}{(s+2)(s+7)} = \dfrac{7}{14} \rightarrow e_\infty = \dfrac{1}{1+0'5} = 0'667 > e_{\infty\,deseado}$

$Pd = -\delta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\delta^2} = -4'5 \pm j0'866$

$t_s = \dfrac{4}{\delta\omega_n} \rightarrow t_s = 0'889 \rightarrow$ No cumple

$M_p = e^{-\pi/tg\theta}$ $\qquad \hookrightarrow \omega_n = \dfrac{4}{\delta\, 0'889}$

$\delta = \cos\theta$

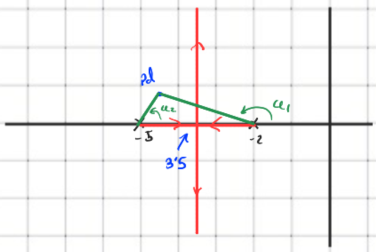
$\omega_n\sqrt{1-\delta^2} = 0'866 \rightarrow \omega_n = \dfrac{0'866}{\sqrt{1-\delta^2}}$

$\rightarrow$ $\delta = 0'9822 \rightarrow \theta = 10'8266 \rightarrow M_p = 0 \rightarrow$ si que se cumple

$\omega_n = 4'58$

2)

$G_p(s) = \dfrac{1}{(s+2)(s+5)}$ $\qquad$ $Pd = -4'5 \pm j0'866$



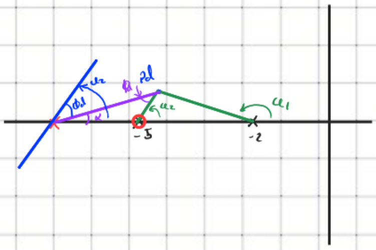
$\varphi_1 = 180 - \text{arctg}\,\dfrac{0'866}{4'5-2} = 160'8939$

$\varphi_2 = \text{arctg}\,\dfrac{0'866}{5-4'5} = 60^\circ$

$\Phi_d = 180 + 160'8939 + 60 = 40'8939 \rightarrow$ No cumple con el transitorio

$\rightarrow$ PD$_{REAL}$ $\rightarrow$ Red de adelanto $\rightarrow$ $G_c = K_c\dfrac{(s+c)}{(s+d)}$ $\quad |c|<|d|$

→ sitúo el cero c en -5 para anular el polo y calculo d que me verifique Φ_d



$\alpha = \alpha_2 - \Phi_d = 60° - 40'8939° = 19'1061$

$tg\ 19'1061 = \dfrac{0'866}{d - 4'5} \rightarrow \boxed{d = 7}$

$G_c(s) = K_c \dfrac{(s+5)}{(s+7)}$

→ <u>Calculamos la ganancia con el módulo</u>

$G_{LA}(s) = \dfrac{K_c}{(s+2)(s+7)} \rightarrow \left| \dfrac{K_c}{(s+2)(s+7)} \right|_{s=Pd} = 1$ $\left\{ \begin{array}{l} |s+1|_{Pd} = \sqrt{(2-4'5)^2 + 0'866^2} = 2'6457 \\ |s+7|_{Pd} = \sqrt{(7-4'5)^2 + 0'866^2} = 2'6457 \end{array} \right\}$ $\dfrac{K_c}{2'6457^2} = 1 \rightarrow K_c = 7$

→ $C(s) = \dfrac{7}{(s+2)(s+7)}$

→ <u>Diseño una acción integral</u>

$G_{c_2}(s) = K_c \dfrac{(s+a)}{(s+b)}$ $|a| > |b|$ $K_c = 7$ $Pd = -4'5 \pm j0'866$

→ El punto a se situa a $\frac{1}{10}$ de la distancia del Pd con el eje Imag → $a = \frac{4'5}{10} = 0'45$

→ Para calcular b calculamos la Kp necesaria para obtener $e_\infty = 0'1$

$K_p = \lim_{s \to 0} \dfrac{7}{(s+2)(s+7)} \dfrac{(s+0'45)}{(s+b)} = \dfrac{3'15}{14b}$

$0'1 = \dfrac{1}{1+K_p} \rightarrow K_p = 9$

$b = 0'025$

$G_c(s) = 7 \dfrac{(s+5)}{(s+7)} \dfrac{(s+0'45)}{(s+0'025)} \rightarrow G_{LA}(s) = \dfrac{7(s+0'45)}{(s+2)(s+7)(s+0'025)}$

$(s^2 + 7'025s + 0'175)(s+2)$

$\cancel{s^3} + \cancel{7'025s^2} + \cancel{0'175s} + \cancel{2s^2} + \cancel{14'05s} + 0'35$

$s^3 + 9'025s^2 + 14'225s + 0'35 + 7s + 3'15$

$s^3 + 9'025s^2 + 21'225s + 3'5$

$G_{LC}(s) = \dfrac{7(s+0'45)}{s^3 + 9'025s^2 + 21'225s + 3'5}$

$\left. \dfrac{-b}{2a} \right]_{a=1} = -4'5 \rightarrow b = 9$

$\dfrac{3'5}{21} = 0'16667$

$\left. \dfrac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \right]_{a=1} = j0'866 \rightarrow 1'732j = \sqrt{9^2 - 4c} \rightarrow c = \dfrac{9^2 - (1'732j)^2}{4} = 21$

$G_{LC}(s) = \dfrac{7(s+0'45)}{(s^2+9s+21)(s+0'16667)}$ → Necesito un prefiltro

$F(s) = K_F \dfrac{(s+0'16667)}{(s+0'45)} \rightarrow \lim_{s \to 0} F(s) = 1 \rightarrow \dfrac{K_F \cdot 0'16667}{0'45} = 1 \rightarrow K_F = 2'7$

$F(s) = 2'7 \dfrac{(s+0'16667)}{(s+0'45)}$

1B) $P(s) = \dfrac{1}{(s-3)(s+3)}$, $\quad C(s) = 5.7039\dfrac{(s-1.5)}{s}$ $\quad$ i)$e_\infty \approx 0$ (escalón), ii)Pd =-1.29±j1.29

1B) El controlador utilizado es un PI ideal, pues se introduce un polo en el origen y un cero en 1'5,

Además de o anterior, si igualamos $C(s)$ a la ecuación de un PI ideal vemos que:

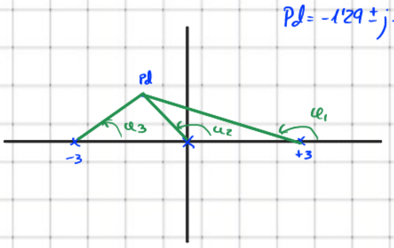
$$C_{PI}(s) = K_c \frac{(s+a)}{s} = 5'7039\frac{(s-1'5)}{s} \quad \begin{cases} K_c = 5'7039 \\ a = -1'5 \end{cases}$$

→ A la vista de las simulaciones ya se ve que no cumple las especificaciones, pues sale un sistema inestable

→ La $C(s)$ escogida fué un PI ideal, pero como no se cumple el transitorio vamos a diseñar un PID ideal

$$G_c(s) = K_c \frac{(s+b)^2}{s}$$ donde cada cero aportará 1/2 de la fase

$Pd = -1'29 \pm j1'29$



$$\varphi_1 = 180 - \text{arctg}\frac{1'29}{4'29} = 163'264$$

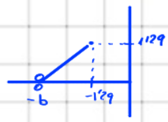
$$\varphi_2 = 180 - \text{arctg}\frac{1'29}{1'29} = 135^\circ$$

$$\varphi_3 = \text{arctg}\frac{1'29}{3-1'29} = 37'03$$

$\Phi_b = 180 + 163'264 + 135 + 37'03$

$\Phi_b = 155'294^\circ$

→ Cada cero aportará $77'647^\circ$



$$\text{tg}\, 77'647 = \frac{1'29}{b - 1'29} \rightarrow b = 1'5725$$

$$G_c(s) = K_c \frac{(s+1'5725)^2}{s}$$

$$\left| K_c \frac{(s+1'5725)^2}{s} \cdot \frac{1}{(s+3)(s-3)} \right|_{s=Pd} = 1$$

$$\begin{cases} |s+1'5725|_{s=Pd} = \sqrt{(1'5725-1'29)^2 + 1'29^2} = 1'32 \\ |s|_{s=Pd} = \sqrt{1'29^2 + 1'29^2} = 1'82 \\ |s+3|_{s=Pd} = \sqrt{(3-1'29)^2 + 1'29^2} = 2'142 \\ |s-3|_{s=Pd} = \sqrt{(-3-1'29)^2 + 1'29^2} = 4'48 \end{cases} \quad K_c = \frac{1'82 \cdot 2'142 \cdot 4'48}{1'32^2} = 10'02$$

$$G_c(s) = 10'02 \frac{(s+1'5725)^2}{s}$$

$$G_{LA}(s) = \frac{10'02\,(s+1'5725)^2}{s(s+3)(s-3)}$$

→ Compruebo la ec característica para ver si me queda un sistema estable

$$G_{LC}(s) = \frac{10'02\,(s+1'5725)^2}{s^3 + 10'02 s^2 + 22'51 s + 24'78}$$

$s^3 - 9s + 10'02(s^2 + 3'145 s + 2'4727)$

$s^3 \cancel{- 9s} + 10'02 s^2 + \cancel{31'51 s} + 24'78$

s^3	1	22'51
s^2	10'02	24'78
s^1	A	
s^0	B	

$A = 20'04 > 0$ ✓
$B = 24'78 > 0$ ✓
sistema estable

Trabajos previos (2A-2B)

Conocidos los ceros-polos de lazo cerrado G_{LC} de un sistema de control con realimentación $H(s)\neq 1$, con el controlador C(s) diseñado para cumplir ciertas especificaciones dadas por un par de polos complejos dominantes:

$$G_{LC} = \frac{CG}{1+CGH} = \frac{K_c(s+c)}{(s+p)\cdot[(s+\sigma)^2+\omega_d^2]}, \qquad H\neq 1,$$

2A) c=2, p=2.4, σ=0.801, ω_d=0.384 $s^2+2\delta\omega_n s+\omega_n^2$

2B) c=2, p=2.71, σ=0.644, ω_d=2.21

Para los ejercicios 2A y 2B:

1) Diseñar un prefiltro (con ganancia en función de K_c) para que el lazo cerrado mantenga las características del transitorio dadas por los polos complejos dominantes, y que además, permita obtener un valor estacionario de la salida igual a la entrada que se aplica, que es un escalón unitario.
2) Calcular la sobreoscilación y el tiempo de establecimiento que presentará el sistema de control.

2A)

error salida = entrada $\to e_\infty = 0$

$$G_{LC}(s) = \frac{K_c\,(s+2)}{(s+2'4)\,[(s+0'801)^2+0'384^2]}$$

$\underline{s^2+1'602s+0'789}$

$\omega_d = 0'384$

$\sigma = 0'801$

s+2 anula a s+2'4 $\quad 0'8 < \frac{2}{2'4} < 1'12$

$\to$ Ya sé que $F(s)=K_F$

$$y_\infty = \lim_{s\to 0} F(s)\cdot G_{LC}(s) = 1 \to$$

$$y_\infty = \lim_{s\to 0} K_F \cdot \frac{K_c\,(s+2)}{(s+2'4)\,[(s+0'801)^2+0'384^2]} = 1$$

$$\frac{K_F\cdot K_c\cdot 2}{2'4\,[0'801^2+0'384^2]} = 1 \to K_F = \frac{0'94687}{K_c}$$

$$\boxed{F(s) = \frac{0'94687}{K_c}}$$

b)

$s^2+2\delta\omega_n s+\omega_n^2 = s^2+1'602s+0'789$

$2\delta\omega_n = 1'602$

$\omega_n^2 = 0'789 \to \omega_n = 0'8883$

$\delta = 0'9$ $\quad \delta\omega_n = 0'801$

$$\boxed{t_s = \frac{4}{0'801} = 5s}$$

$M_p = e^{-\pi/\tan\theta}$

$\delta = \cos\theta \to \theta = 25'84$

$$\boxed{M_p = 0'1523\% = 0'001523}$$

2B)

$$G_{LC}(s) = \frac{K_c\,(s+2)}{(s+2'71)[(s+0'644)^2+2'21^2]}$$

$\to$ lo puedo cancelar

$$F(s) = K_F\,\frac{(s+2'71)}{(s+2)}$$

$$y_\infty = \lim_{s\to 0} K_F\,\frac{\cancel{(s+2'71)}}{\cancel{(s+2)}}\,\frac{K_c\,\cancel{(s+2)}}{\cancel{(s+2'71)}[(s+0'644)^2+2'21^2]} = \frac{K_F\cdot K_c\cdot 2'21}{0'644^2+2'21^2} = 1 \to \boxed{K_F = \frac{1'9553}{K_c}}$$

$$\boxed{F(s) = \frac{1'9553}{K_c}\cdot\frac{(s+2'71)}{(s+2)}}$$

b) $s^2+2\delta\omega_n s+\omega_n^2 = s^2+1'288s+5'2988$

$2\delta\omega_n = 1'288 \to \delta\omega_n = 0'644$

$\omega_n^2 = 5'2988 \to \omega_n = 2'302 \to \delta = 0'279766$

$t_s = \frac{4}{\delta\omega_n}$

$M_p = e^{-\pi/\tan\theta}$

$\delta = \cos\theta$

$\theta = 73'754$

$\boxed{M_p = 0'4 = 40\%}$

$\boxed{t_s = 6'21\ s}$