Marcos López López P9

Trabajos previos (1A-1B)

Para un modelo P(s) de un sistema mecánico, se diseña un controlador C(s) para cumplir ciertas características, tanto del transitorio, que sitúan los polos dominantes deseados de lazo cerrado (realimentación unitaria) en las posiciones indicadas en Pd, como del estacionario e_∞. Una vez realizado el diseño, se comprueban los resultados simulando la respuesta a escalón del sistema en LC que se proporciona en las figuras para cada uno de los casos.

Para los ejercicios 1A y 1B:

1) Indicar de forma razonada, el tipo de controlador utilizado y si se cumplen los objetivos de diseño.
2) En caso contrario, rediseñar C(s) para que se cumplan. (Se piden los cálculos analíticos para determinar ganancia/polo/cero del nuevo controlador).

1A) $P(s)=\dfrac{1}{(s+2)(s+5)}$, $\quad C(s)=7\dfrac{(s+5)}{(s+7)}$ $\quad$ i)$e_\infty \approx 0.1$ (escalón), ii)Pd =-4.5±j0.866

$e_\infty = 0'1$ $\qquad$ $Pd = -4'5 \pm j0'866$

$P(s) = \dfrac{1}{(s+2)(s+5)}$

$C(s) = 7\dfrac{(s+5)}{(s+7)}$

red de adelanto

1) El controlador utilizado es un PD real, pues se introduce un par cero/polo que desplaza el LR hacia la izquierda.
Además de lo anterior, si igualamos C(s) a la ecuación de un PD real vemos que:

$C_{PD_R}(s) = K_c\dfrac{(s+c)}{(s+d)} = 7\dfrac{(s+5)}{(s+7)}$ $\begin{cases} c=5 \\ d=7 \end{cases}$ $\rightarrow$ vemos que $|c|<|d| \Rightarrow$ se cumple la condición de PD REAL

$\rightarrow$ Para comprobar el error estacionario

$G_{LA}(s) = \dfrac{7}{(s+2)(s+7)} \rightarrow K_p = \lim_{s\to 0}\dfrac{7}{(s+2)(s+7)} = \dfrac{7}{14} \rightarrow e_\infty = \dfrac{1}{1+0'5} = 0'667 > e_{\infty\,deseado}$

$Pd = -\delta\omega_n \pm j\,\omega_n\sqrt{1-\delta^2} = -4'5 \pm j0'866$

$t_s = \dfrac{4}{\delta\omega_n} \rightarrow t_s = 0'889 \rightarrow$ No cumple

$\hookrightarrow \omega_n = \dfrac{4}{\delta\, 0'889}$

$M_p = e^{-\pi/tg\,\theta}$

$\delta = \cos\theta$

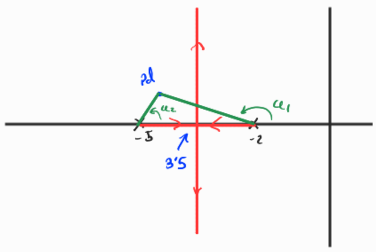
$\omega_n\sqrt{1-\delta^2} = 0'866 \rightarrow \omega_n = \dfrac{0'866}{\sqrt{1-\delta^2}}$

$\rightarrow$ $\delta = 0'9822 \rightarrow \theta = 10'8266 \rightarrow M_p = 0 \rightarrow$ si que se cumple

$\omega_n = 4'58$

2)

$G_p(s) = \dfrac{1}{(s+2)(s+5)}$ $\qquad$ $Pd = -4'5 \pm j0'866$



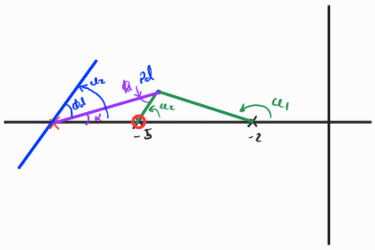
$\alpha_1 = 180 - \operatorname{arctg}\dfrac{0'866}{4'5-2} = 160'8939$

$\alpha_2 = \operatorname{arctg}\dfrac{0'866}{5-4'5} = 60°$

$\Phi = 180 + 160'8939 + 60 = 40'8939 \rightarrow$ No cumple con el transitorio

$\rightarrow PD_{REAL} \rightarrow$ Red de adelanto $\rightarrow G_c = K_c\dfrac{(s+c)}{(s+d)}$ $\quad |c|<|d|$

→ Sitúo el cero c en −5 para anular el polo y calculo d que me verifique Φ_d



$\alpha = \alpha_2 - \Phi_d = 60° - 40'8939° = 19'1061$

$tg\, 19'1061 = \dfrac{0'866}{d - 4'5} \rightarrow \boxed{d = 7}$

$G_c(s) = K_c \dfrac{(s+5)}{(s+7)}$

→ <u>Calculamos la ganancia con el módulo</u>

$G_{LA}(s) = \dfrac{K_c}{(s+2)(s+7)} \rightarrow \left| \dfrac{K_c}{(s+2)(s+7)} \right|_{s=Pd} = 1$ $\left\{ \begin{array}{l} |s+1|_{Pd} = \sqrt{(2-4'5)^2 + 0'866^2} = 2'6457 \\ |s+7|_{Pd} = \sqrt{(7-4'5)^2 + 0'866^2} = 2'6457 \end{array} \right\}$ $\dfrac{K_c}{2'6457^2} = 1 \rightarrow K_c = 7$

→ $C(s) = \dfrac{7}{(s+2)(s+7)}$

→ <u>Diseño una acción integral</u>

$G_{c_2}(s) = K_c \dfrac{(s+a)}{(s+b)}$ $|a| > |b|$ $K_c = 7$ $Pd = -4'5 \pm j0'866$

→ El punto a se sitúa a $\frac{1}{10}$ de la distancia del Pd con el eje Imag → $a = \dfrac{4'5}{10} = 0'45$

→ Para calcular b calculamos la Kp necesaria para obtener $e_\infty = 0'1$

$K_p = \lim_{s \to 0} \dfrac{7}{(s+2)(s+7)} \dfrac{(s+0'45)}{(s+b)} = \dfrac{3'15}{14b}$

$0'1 = \dfrac{1}{1+K_p} \rightarrow K_p = 9$

$\Big\}\ b = 0'025$

$G_c(s) = 7 \dfrac{(s+5)}{(s+7)} \dfrac{(s+0'45)}{(s+0'025)} \rightarrow G_{LA}(s) = \dfrac{7\,(s+0'45)}{(s+2)(s+7)(s+0'025)}$

$(s^2 + 7'025s + 0'175)(s+2)$

$\cancel{s^3} + \cancel{7'025s^2} + \cancel{0'175s} + \cancel{2s^2} + \cancel{14'05s} + 0'35$

$s^3 + 9'025s^2 + 14'225s + 0'35 + 7s + 3'15$

$s^3 + 9'025s^2 + 21'225s + 3'5$

$G_{LC}(s) = \dfrac{7(s+0'45)}{s^3 + 9'025s^2 + 21'225s + 3'5}$

$\left.\dfrac{-b}{2a}\right]_{a=1} = -4'5 \rightarrow b = 9$

$\left.\dfrac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right]_{a=1} = j0'866 \rightarrow 1'732j = \sqrt{9^2 - 4c} \rightarrow c = \dfrac{9^2 - (1'732j)^2}{4} = 21$

$\dfrac{3'5}{21} = 0'16667$

$G_{LC}(s) = \dfrac{7(s+0'45)}{(s^2+9s+21)(s+0'16667)}$ → Necesito un prefiltro

$F(s) = K_F \dfrac{(s+0'16667)}{(s+0'45)} \rightarrow \lim_{s\to 0} F(s) = 1 \rightarrow \dfrac{K_F \cdot 0'16667}{0'45} = 1 \rightarrow K_F = 2'7$

$F(s) = 2'7 \dfrac{(s+0'16667)}{(s+0'45)}$

Marcos López López P9

1B) $P(s)=\dfrac{1}{(s-3)(s+3)}$, $C(s)=5.7039\dfrac{(s-1.5)}{s}$ i)$e_\infty \approx 0$ (escalón), ii)Pd =-1.29±j1.29

1B) El controlador utilizado es un PI ideal, pues se introduce un polo en el origen y un cero en 1'5,

Además de o anterior, si igualamos $C(s)$ a la ecuación de un PI ideal vemos que :

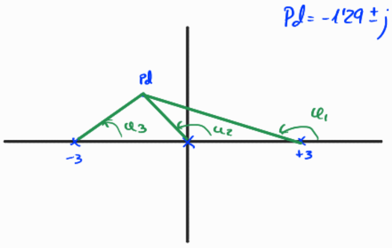
$$C_{PI_R}(s) = K_c\frac{(s+a)}{s} = 5'7039\frac{(s-1'5)}{s} \quad \begin{cases} K_c = 5'7039 \\ a = -1'5 \end{cases}$$

→ A la vista de las simulaciones ya se ve que no cumple las especificaciones, pues sale un sistema inestable

→ La $C(s)$ escogida fué un PI ideal, pero como no se cumple el transitorio vamos a diseñar un PID ideal

$G_c(s) = K_c\dfrac{(s+b)^2}{s}$ donde cada cero aportará 1/2 de la fase

$Pd = -1'29 \pm j1'29$

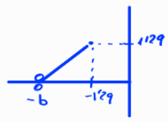


$$\left.\begin{aligned} \varphi_1 &= 180 - \operatorname{arctg}\frac{1'29}{4'29} = 163'264 \\ \varphi_2 &= 180 - \operatorname{arctg}\frac{1'29}{1'29} = 135^\circ \\ \varphi_3 &= \operatorname{arctg}\frac{1'29}{3-1'29} = 37'03 \end{aligned}\right\}$$

$\Phi_b = 180 + 163'264 + 135 + 37'03$

$\Phi_b = 155'294^\circ$

→ Cada cero aportará $77'647^\circ$



$\operatorname{tg} 77'647 = \dfrac{1'29}{b-1'29}$ → $b = 1'5725$

$$G_c(s) = K_c\frac{(s+1'5725)^2}{s}$$

$$\left| K_c\frac{(s+1'5725)^2}{s}\cdot\frac{1}{(s+3)(s-3)}\right|_{s=Pd} = 1$$

$$\begin{cases} |s+1'5725|_{s=Pd} = \sqrt{(1'5725-1'29)^2+1'29^2} = 1'32 \\ |s|_{s=Pd} = \sqrt{1'29^2+1'29^2} = 1'82 \\ |s+3|_{s=Pd} = \sqrt{(3-1'29)^2+1'29^2} = 2'142 \\ |s-3|_{s=Pd} = \sqrt{(-3-1'29)^2+1'29^2} = 4'48 \end{cases}$$

$$K_c = \frac{1'82\cdot 2'142\cdot 4'48}{1'32^2} = 10'02$$

$$G_c(s) = 10'02\,\frac{(s+1'5725)^2}{s}$$

$$G_{LA}(s) = \frac{10'02\,(s+1'5725)^2}{s(s+3)(s-3)}$$

→ Compruebo la ec característica para ver si me queda un sistema estable

$$G_{LC}(s) = \frac{10'02\,(s+1'5725)^2}{s^3+10'02s^2+22'51s+24'78}$$

$s^3 - 9s + 10'02(s^2+3'145s+2'4727)$

$s^3 \cancel{-9s} + 10'02s^2 + 3\cancel{1'51}s + 24'78$

s^3	1	22'51
s^2	10'02	24'78
s^1	A	
s^0	B	

A = 20'04 > 0 ✓

B = 24'78 > 0 ✓

sistema estable

Trabajos previos (2A-2B)

Conocidos los ceros-polos de lazo cerrado G_{LC} de un sistema de control con realimentación $H(s) \neq 1$, con el controlador C(s) diseñado para cumplir ciertas especificaciones dadas por un par de polos complejos dominantes:

$$G_{LC} = \frac{CG}{1+CGH} = \frac{K_c(s+c)}{(s+p)\cdot[(s+\sigma)^2+\omega_d^2]}, \qquad H \neq 1,$$

$s^2 + 2\delta\omega_n s + \omega_n^2$

2A) $c=2$, $p=2.4$, $\sigma=0.801$, $\omega_d=0.384$

2B) $c=2$, $p=2.71$, $\sigma=0.644$, $\omega_d=2.21$

Para los ejercicios 2A y 2B:

1) Diseñar un prefiltro (con ganancia en función de K_c) para que el lazo cerrado mantenga las características del transitorio dadas por los polos complejos dominantes, y que además, permita obtener un valor estacionario de la salida igual a la entrada que se aplica, que es un escalón unitario.
2) Calcular la sobreoscilación y el tiempo de establecimiento que presentará el sistema de control.

2A)

$$G_{LC}(s) = \frac{K_c(s+2)}{(s+2'4)\left[(s+0'801)^2+0'384^2\right]}$$

$\underbrace{s^2+1'602s+0'789}_{}$

$\omega_d = 0'384$
$\sigma = 0'801$

error salida = entrada $\rightarrow e_\infty = 0$

s+2 anula a s+2'4 $\qquad 0'8 < \frac{2}{2'4} < 1'2$

$\rightarrow$ Ya sé que $F(s) = K_F$

$$y_\infty = \lim_{s\to 0} F(s)\cdot G_{LC}(s) = 1 \rightarrow$$

$$y_\infty = \lim_{s\to 0} \cdot K_F \cdot \frac{K_c(s+2)}{(s+2'4)\left[(s+0'801)^2+0'384^2\right]} = 1$$

$$\frac{K_F\cdot K_c\cdot 2}{2'4\left[0'801^2+0'384^2\right]} = 1 \rightarrow K_F = \frac{0'94687}{K_c}$$

$$\boxed{F(s) = \frac{0'94687}{K_c}}$$

b)

$s^2 + 2\delta\omega_n s + \omega_n^2 = s^2 + 1'602s + 0'789$

$2\delta\omega_n = 1'602$

$\omega_n^2 = 0'789 \rightarrow \omega_n = 0'8883$

$\delta = 0'9 \qquad \delta\omega_n = 0'801$

$$\boxed{t_s = \frac{4}{0'801} = 5s}$$

$M_p = e^{-\pi/\lg\theta}$

$\delta = \cos\theta \rightarrow \theta = 25'84$

$$\boxed{M_p = 0'1523\% = 0'001523}$$

2B)

$$G_{LC}(s) = \frac{K_c(s+2)}{(s+2'71)\left[(s+0'644)^2+2'21^2\right]} \rightarrow \text{no puedo cancelar}$$

$$F(s) = K_F\,\frac{(s+2'71)}{(s+2)}$$

$$y_\infty = \lim_{s\to 0} K_F\,\frac{\cancel{(s+2'71)}}{\cancel{(s+2)}}\;\frac{K_c\,\cancel{(s+2)}}{\cancel{(s+2'71)}\left[(s+0'644)^2+2'21^2\right]} = \frac{K_F\cdot K_c}{0'644^2+2'21^2} = 1 \rightarrow \boxed{K_F = \frac{5'2988}{K_c}}$$

$$\boxed{F(s) = \frac{5'2988}{K_c}\cdot\frac{(s+2'71)}{(s+2)}}$$

b) $s^2 + 2\delta\omega_n s + \omega_n^2 = s^2 + 1'288s + 5'2988$

$2\delta\omega_n = 1'288 \rightarrow \delta\omega_n = 0'644$

$\omega_n^2 = 5'2988 \rightarrow \omega_n = 2'302 \rightarrow \delta = 0'279766$

$t_s = \frac{4}{\delta\omega_n}$

$M_p = e^{-\pi/\lg\theta}$

$\delta = \cos\theta$

$\theta = 73'754$

$$\boxed{M_p = 0'4 = 40\%}$$

$$\boxed{t_s = 6'21\ s}$$