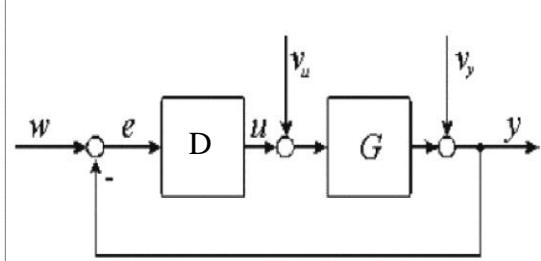
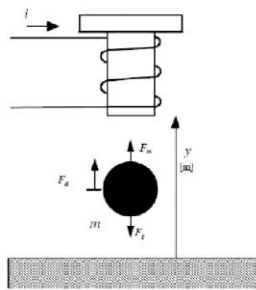


**Práctica 4**

**Diseño de reguladores digitales para un Levitador Magnético**



**Modelo de la planta** El modelo corresponde al equipo CE152 de Humusoft, para el cual existe también un simulador en el entorno de realidad virtual de Simulink (>>vrmaglev). Los modelos de orden 3 y 2, linealizados alrededor del punto medio del recorrido 'y' de la masa suspendida, y el valor medio 'u' de la corriente de actuación, son:

$$\frac{2873000}{(s+333.3)(s+76.03)(s-73.64)} \implies \frac{8620}{(s+76.03)(s-73.64)}$$

Simplificando la dinámica eléctrica (polo  $-333$ ) se obtiene el modelo de orden dos. La planta es inestable en lazo abierto (polo  $+73.64$ ). Otro problema añadido es la existencia de niveles máximos para las variaciones de corriente  $u(t)$ , y para la salida  $y(t)$  (recorrido limitado).

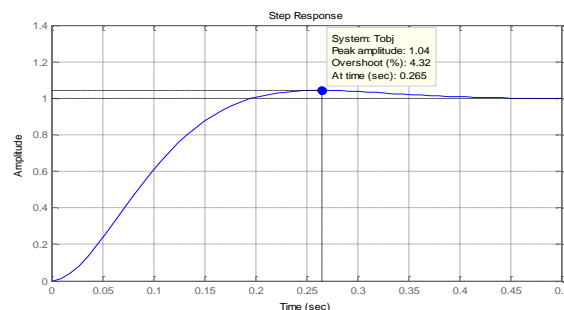
$$|u| \leq 0.5, \quad |y| \leq 0.5$$

A continuación se explica un breve diseño digital inicial (para **seguir referencias en escalón**) y después se pedirá resolver un trabajo más completo de diseño (para **rechazo de perturbaciones**). Fijemos como objetivos de diseño frente a escalones en la referencia  $w(t)$ :

- (i) error permanente  $e_{ss}=0$       (ii) S.O. del 4% aprox.      (iii)  $t_p$  de 0.26 seg., aprox.

**-1- Diseño continuo.-** Se comprueba que este transitorio corresponde a polos en  $-12 \pm j12$ , y al lazo cerrado ideal dado por  $T(s) = 288 / (s^2 + 24s + 288)$ . Esto se verifica con:

```
s=tf('s'); Tobj= 288/(s^2+24*s+288); figure(1); step(Tobj);
```



El diseño del controlador  $K(s)$  se simplifica si cancelamos el término  $(s+76.03)$ . El término  $(s-73.64)$  es inestable y no se puede cancelar y el término  $(s+333.3)$  es de un polo muy rápido que no tiene influencia. Esta idea, y el objetivo  $\text{ess}=0$ , nos llevan a la estructura (PID ideal):

$$K(s) = (As+B)(s+76.03)/s.$$

$$L(s) = K(s)P(s) = \frac{K(s+76.03)}{s} \cdot \frac{K_p}{(s+333.3)(s+76.03)(s-73.64)}$$

*Handwritten notes:*  
 $\frac{K(s+76.03)}{s}$  →  $\frac{K_p}{(s+333.3)(s-73.64)}$   
 No puedo cancelar inestables  
 Afecta más que el de 333

El lazo cerrado resultante tiene por Ecuación Característica  $0=1+K(s)P(s)$  es decir

$$0 = s(s+333.3)(s-73.64) + (As+B)K_p,$$

*Handwritten notes:*  
 ¿A,B? → para que L.C. tenga polos dominantes  
 asociados a  $T_{obj} = \frac{298}{s^2 + 24s + 288} \rightarrow -12 \pm j12$   
 $A = 0.0106$   
 $B = 0.0236$

donde  $K_p=2873000$ . La ecuación debe cumplirse para  $s=s_d = -12+j*12$ , de donde se deduce que:  $A=0.0106$ ,  $B=0.0236$ . La comprobación del LC sería con:

$$P = 2873000/(s+333.3)/(s+76.03)/(s-73.64); A = 0.0106; B = 0.0236;$$

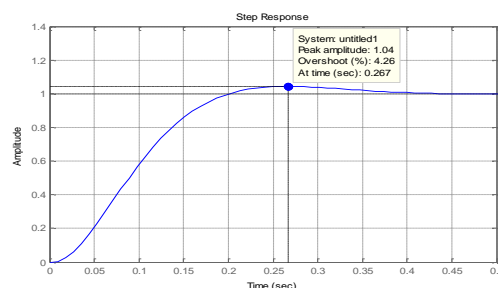
$$K = (A*s+B)*(s+76.03)/s; LC = \text{feedback}(K*P, 1); \text{zpk}(LC)$$

Zero/pole/gain:

$$\frac{30453.8 (s+76.03) (s+2.226)}{(s+235.8) (s+76.03) (s^2 + 23.84s + 287.5)}$$

Se observa que los polos dominantes están en las posiciones deseadas, dadas por el lazo cerrado objetivo  $T_{obj}$ , de denominador  $s^2 + 24*s + 288$ . Para terminar el diseño hay que definir el prefiltro  $F(s)$ . En este caso, como el polo de  $(s+235.8)$  es muy rápido y no dominante, sería suficiente con cancelar el cero debido a  $(s+2.226)$ . El resultado final es:

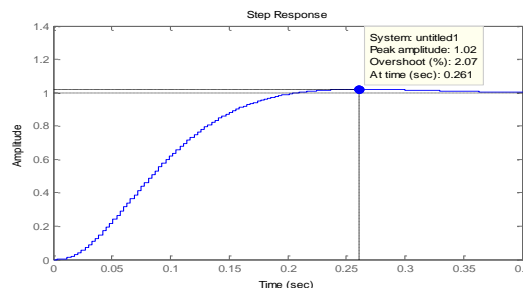
$$F = 2.22/(s+2.22); \text{figure}(2); \text{step}(F* \text{feedback}(K*P, 1)); \text{grid}$$



**-2- Discretización.-** Primero buscamos la frecuencia de cruce  $\omega_c$ . Con *nyquist* o *margin* obtenemos  $\omega_c = 52.4$ . Por tanto, el rango aconsejable para el periodo de muestreo estaría entre  $0.15/\omega_c$  (unas tres milésimas) hasta  $0.5/\omega_c$  (9.5 milésimas). Eliamos  $T_s=0.003$ .

$$T_s=0.003; G = \text{c2d}(P, T_s, 'zoh'); D = \text{c2d}(K, T_s, 'tustin'); \\ Fz = \text{c2d}(F, T_s, 'tustin'); \text{figure}(3); \text{step}(Fz* \text{feedback}(D*G, 1));$$

*Handwritten note:* → Es la mejor siempre

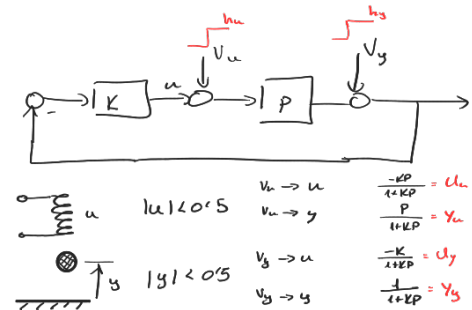
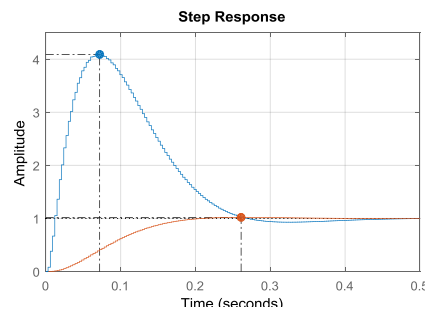


*Handwritten notes:*  
 → Periodo muestreo  
 $T_{min} < T < T_{max}$   
 $\frac{0.15}{\omega_c} < T < \frac{0.5}{\omega_c}$

Vemos que cumple objetivos (reduce algo SO). Este diseño digital podría pasarse a un modelo en Simulink para su comprobación como sistema híbrido, operando con  $T_s=0.003\text{seg}$ .

**-3- Discusión.-** La solución obtenida cumple los objetivos para escalones en la referencia  $w(t)$ , pero presenta un problema, que vemos al comparar las respuestas con y sin prefiltro:

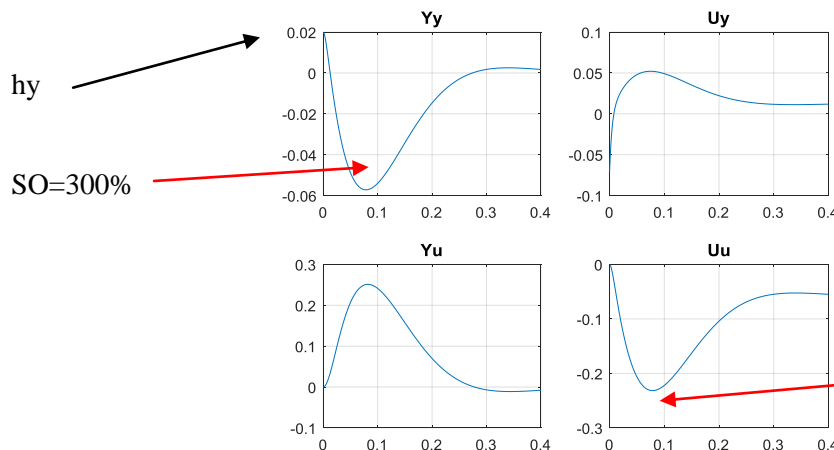
```
LCz= feedback(D*G,1); figure(4); step(LCz, Fz*LCz); grid
```



Sin prefiltro  $SO=300\%$ , lo que indica que internamente el lazo no es muy robusto. Si solo pensamos en seguimiento de referencias, el prefiltro lo arregla, pero el problema es que  $w(t)$  no es la única señal externa, también hay perturbaciones a la entrada  $v_u(t)$  y a la salida  $v_y(t)$ . Las primeras,  $v_u(t)$ , serían fuerzas no controladas (variación de carga,) y las segundas,  $v_y(t)$ , holguras o vibraciones de posición. Respecto de ellas, el prefiltro no ofrece ningún beneficio.

**-4- Rechazo perturbaciones. Análisis.** Supongamos pequeños escalones en las perturbaciones (alturas  $h_u$ ,  $h_y$ ) y veamos su efecto. Usemos la planta de orden 2 y un PID real:

```
P= 8620/(s+76)/(s-73.6); A= 0.0106; B=0.0236; Tf=0.003;
C=(A*s+B)*(s+76)/s/(1+s*Tf); hu=0.06; hy=0.02; t=(0:0.001:0.4);
Yy=step(hy*feedback(1,C*P),t); Uy=step(-hy*feedback(C,P),t);
Yu=step(hu*feedback(P,C),t); Uu=step(-hu*feedback(C*P,1),t);
figure(1);subplot(221);plot(t,Yy);grid;title('Yy');
subplot(222);plot(t,Uy);grid;title('Uy');
subplot(223);plot(t,Yu);grid;title('Yu');
subplot(224);plot(t,Uu);grid;title('Uu');
```



Planta 2º orden  
 $PID_{real} = \frac{(A_s+B)(s+76)}{s(1+sT_f)}$   
 0.003 → muy pequeño  
 (para que sea un polo muy grande y se pueda despreciar)  
 se añade para cumplir la condición del grado relativo

En el código,  $Y_y$ ,  $U_y$  son las señales  $y(t)$ ,  $u(t)$ , cuando hay un escalón (altura  $h_y$ ) en  $v_y$ . Las señales  $Y_u$ ,  $U_u$ , tienen un significado similar. Verificar que son correctos los 4 lazos cerrados:

$feedback(1, C*P)$ ,  $-feedback(C, P)$ ,  $feedback(P, C)$ ,  $-feedback(C*P, 1)$ .

Por tanto, aunque los escalones de perturbación sean pequeños, podrían generar un mal transitorio, debido a esa sobreoscilación de un 300% que se observa en la primera y cuarta señal. Además,  $u(t)$ ,  $y(t)$  deben tener módulo menor de 0.5. Todo ello nos lleva a replantear los objetivos de diseño, de modo que se consideren varias de estas respuestas en lazo cerrado.

## Trabajo de Laboratorio. Diseño para rechazo de perturbaciones.

Vamos a plantear problemas de diseño más completos, que buscan optimizar el transitorio del *maglev* respecto perturbaciones en escalón. En la sesión práctica se indicará como generar en base al DNI varios enteros aleatorios  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $r_3$ . Considerar los niveles de escalón de perturbación a la entrada ( $h_u$ ) y a la salida ( $h_y$ ):

$$r_1=1, \text{ PERT1: } h_u=0.02; h_y=0.06; \quad r_1=2, \text{ PERT2: } h_u=0.06; h_y=0.02;$$

Considerar los siguientes objetivos de diseño en  $SO$  y tiempo  $ts$  (para  $r_2=1,2,3,4$ , respectiv.):

OBJ1: Minimizar  $ts(U_u)$  restringido a  $SO(U_u) < 120\%$  &  $\max|u| < 0.5, \max|y| < 0.5$   
OBJ2: Minimizar  $ts(U_u)$  restringido a  $SO(U_u) < 90\%$  &  $\max|u| < 0.5, \max|y| < 0.5$   
OBJ3: Minimizar  $SO(U_u)$  restringido a  $ts(U_u) < 0.2$  &  $\max|u| < 0.5, \max|y| < 0.5$   
OBJ4: Minimizar  $SO(U_u)$  restringido a  $ts(U_u) < 0.1$  &  $\max|u| < 0.5, \max|y| < 0.5$

La  $SO$  y  $ts$  están referidos solo a la señal  $U_u$ , pero  $\max|y|, \max|u|$  se refieren a  $Y_u, U_u$ .  
El controlador tendrá un formato de PID real (con filtro):

$$C = k * (s+c) * (s+76) / s / (1+s*Tf); \quad \% (Tf=0.003);$$

### -1- Diseño continuo.

Obtener el PID óptimo ( $k, c$ , óptimas) que minimiza la especificación elegida, bajo las restricciones y perturbaciones indicadas. Por ejemplo, un script básico para PERT2 y OBJ4 sería (entender bien cómo funciona):

```
tsmax=0.1; SOopt=10000; hu=0.06; hy=0.02;
s=tf('s'); Tf=0.003; P= 8620/(s+76)/(s-73.6); t=(0: 0.001: 0.4);
for k=0.01: 0.01: 0.05, %barrido k
for c= 2: 2.5: 20, % barrido c

    C= k*(s+c)*(s+76)/s/(1+s*Tf);
    if isstable(feedback(C*P,1)),

        Yy=step( hy*feedback(1,C*P), t); Uy=step(-hy*feedback(C, P), t);
        Yu=step( hu*feedback(P, C), t); Uu=step(-hu*feedback(C*P,1), t);

        info= stepinfo(Uu,t); SO= info.Overshoot; ts= info.SettlingTime;
        if SO<SOopt & ts<tsmax, SOopt=SO; kopt=k; copt=c; end;
    end;
end;
end;
kopt, copt, Copt= kopt*(s+copt)*(s+76)/s/(1+s*Tf),
```

- El script hay que adaptarlo e incluir las restricciones adicionales  $|u|, |y| < 0.5$ . Es importante asignar bien (por tanteos sucesivos) los rangos de  $k, c$ , modificando los barridos.

**-2- Discretización.** El diseño analógico óptimo se pasa a digital eligiendo un periodo  $T_s$ :

$$r3=1: T_s = 0.10/\omega_c, \quad r3=2: T_s = 0.20/\omega_c, \quad r3=3: T_s = 0.30/\omega_c,$$

donde  $\omega_c$  es la frecuencia de cruce por 0dB del lazo abierto 'C\*P' (usar *nyquist* o *margin*)

- Obtener el regulador digital óptimo  $D(z)$  por discretización (c2d, 'tustin') de  $C(s)$
- Obtener la planta muestreada  $G(z)$  mediante c2d ('zoh') de  $P(s)$
- Los 4 lazos cerrados digitales y las 4 señales  $Y_y, U_y, Y_u, U_u$  digitales se obtienen igual que las analógicas, cambiando  $P$  por  $G$  y  $C$  por  $D$  (en las instrucciones 'step'). También en hay que cambiar la base de tiempos  $t$  por  $tdig = (0:T_s: 0.4)$ ;

### **Contenido de la hoja de resultados:**

Apellidos y nombre:

DNI=

r1=

r2=

r3=

-1- Diseño analógico

- Objetivos (OBJ1/.../OBJ4) y perturbaciones (PERT1/PERT2) fijadas
- Controlador PID óptimo ( $k_{opt}$ ,  $c_{opt}$ ) y especificación óptima ( $SO_{opt}$  ó  $ts_{opt}$ )
- Rangos de barrido de ( $k, c$ )
- Gráficas simplificadas, a mano, de las 4 respuestas óptimas en tiempo continuo

-2- Diseño digital

- Frecuencia  $\omega_c$  para el lazo abierto analógico
- Periodo de muestreo ' $T_s$ ' asignado al sistema digital
- Regulador digital óptimo  $D(z)$  por discretización (c2d, 'tustin') de  $C_{opt}(s)$
- Gráficas aproximadas, a mano, de las 4 respuestas digitales

