

TALLER PROGCOMP: TRACK MATEMÁTICA

COMBINATORIA BÁSICA

Gabriel Carmona Tabja

Universidad Técnica Federico Santa María,
Università di Pisa

April 29, 2024

Part I

ORDEN DE SELECCIÓN

ORDEN DE SELECCIÓN

Problema

Dado una cantidad n de personas, de cuántas formas se podría ir seleccionando a las personas.

ORDEN DE SELECCIÓN

Problema

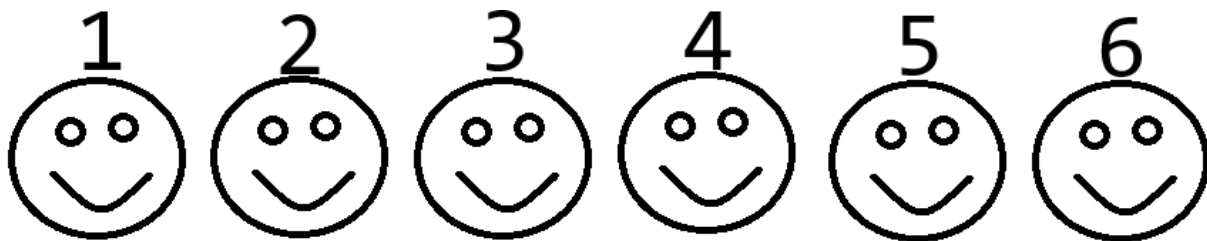
Dado una cantidad n de personas, de cuántas formas se podría ir seleccionando a las personas.



ORDEN DE SELECCIÓN

Problema

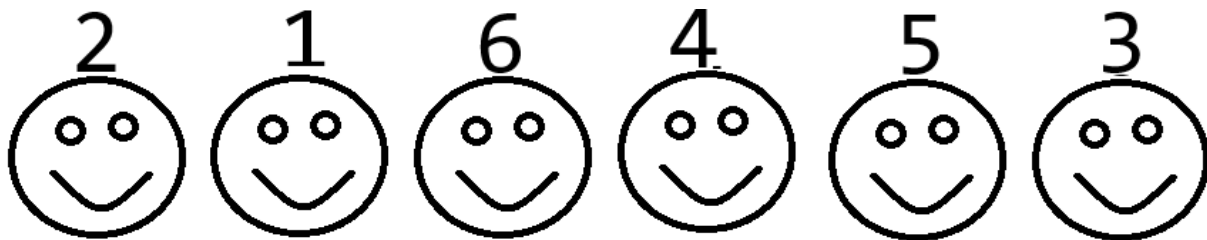
Dado una cantidad n de personas, de cuántas formas se podría ir seleccionando a las personas.



ORDEN DE SELECCIÓN

Problema

Dado una cantidad n de personas, de cuántas formas se podría ir seleccionando a las personas.



ORDEN DE SELECCIÓN

Problema

Dado una cantidad n de personas, de cuántas formas se podría ir seleccionando a las personas.



ORDEN DE SELECCIÓN

Problema

Dado una cantidad n de personas, de cuántas formas se podría ir seleccionando a las personas.



$$n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1 = n!$$

Part II

ARMAR EQUIPOS

ARMAR EQUIPOS

Problema

Dado una cantidad n de personas, cuántos equipos se podrían armar seleccionando k personas ($k \leq n$), **el orden importa**.

ARMAR EQUIPOS

Problema

Dado una cantidad n de personas, cuántos equipos se podrían armar seleccionando k personas ($k \leq n$), **el orden importa**.

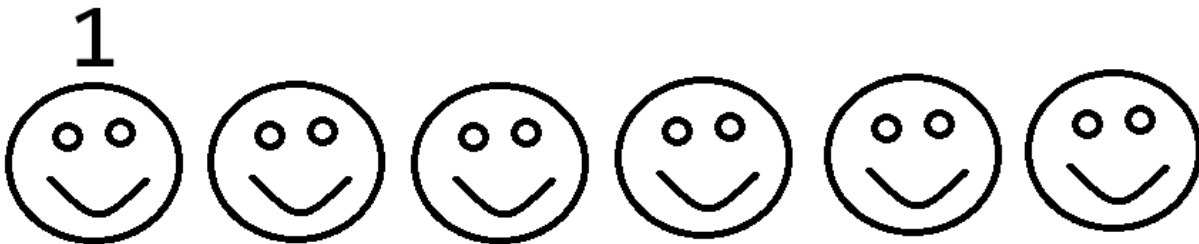


ARMAR EQUIPOS

Problema

Dado una cantidad n de personas, cuántos equipos se podrían armar seleccionando k personas ($k \leq n$), **el orden importa**.

Por ejemplo, $k = 1$



ARMAR EQUIPOS

Problema

Dado una cantidad n de personas, cuántos equipos se podrían armar seleccionando k personas ($k \leq n$), **el orden importa**.

Por ejemplo, $k = 1$

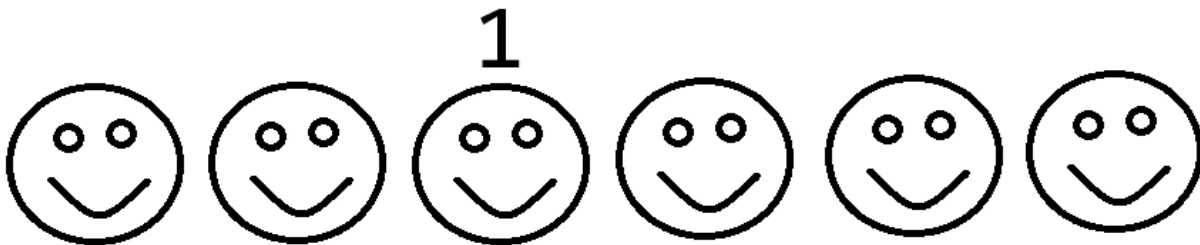


ARMAR EQUIPOS

Problema

Dado una cantidad n de personas, cuántos equipos se podrían armar seleccionando k personas ($k \leq n$), **el orden importa**.

Por ejemplo, $k = 1$

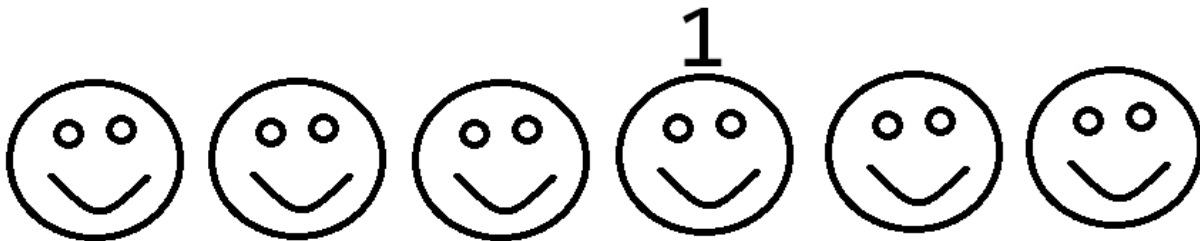


ARMAR EQUIPOS

Problema

Dado una cantidad n de personas, cuántos equipos se podrían armar seleccionando k personas ($k \leq n$), **el orden importa**.

Por ejemplo, $k = 1$

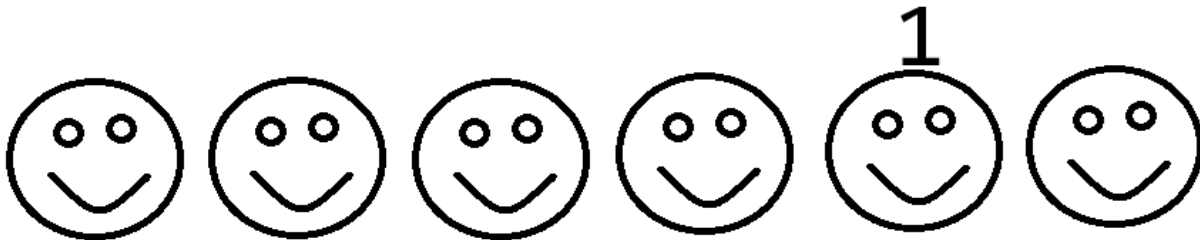


ARMAR EQUIPOS

Problema

Dado una cantidad n de personas, cuántos equipos se podrían armar seleccionando k personas ($k \leq n$), **el orden importa**.

Por ejemplo, $k = 1$

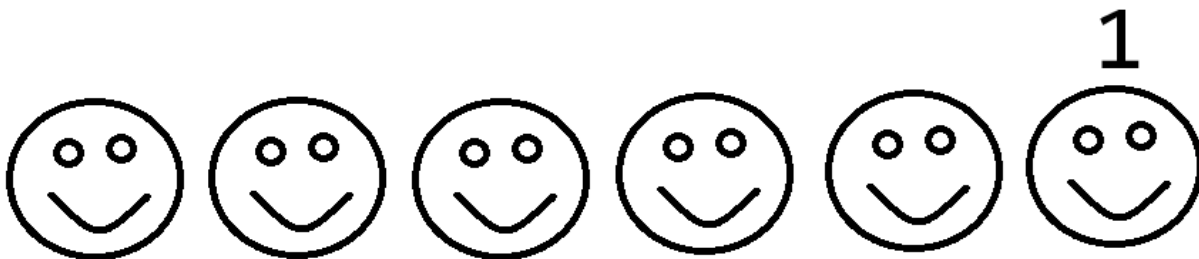


ARMAR EQUIPOS

Problema

Dado una cantidad n de personas, cuántos equipos se podrían armar seleccionando k personas ($k \leq n$), **el orden importa**.

Por ejemplo, $k = 1$

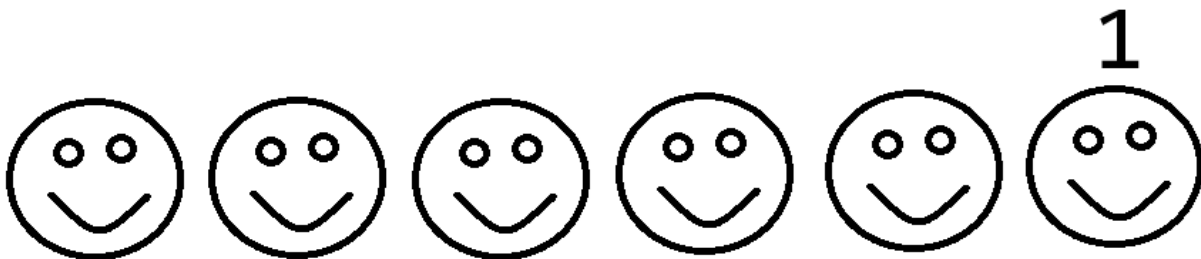


ARMAR EQUIPOS

Problema

Dado una cantidad n de personas, cuántos equipos se podrían armar seleccionando k personas ($k \leq n$), **el orden importa**.

Por ejemplo, $k = 1$



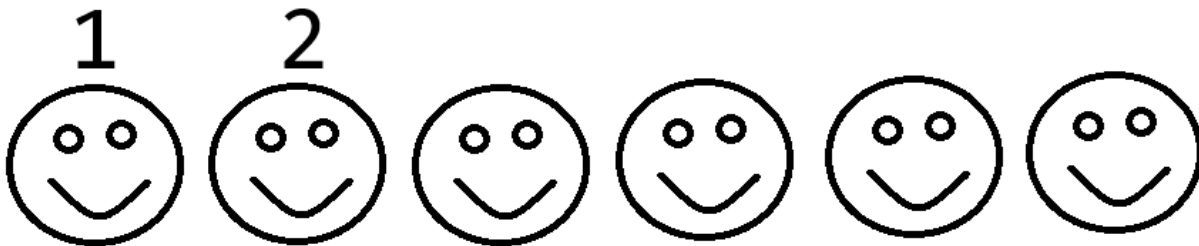
Total de equipos 6.

ARMAR EQUIPOS

Problema

Dado una cantidad n de personas, cuántos equipos se podrían armar seleccionando k personas ($k \leq n$), **el orden importa**.

Por ejemplo, $k = 2$

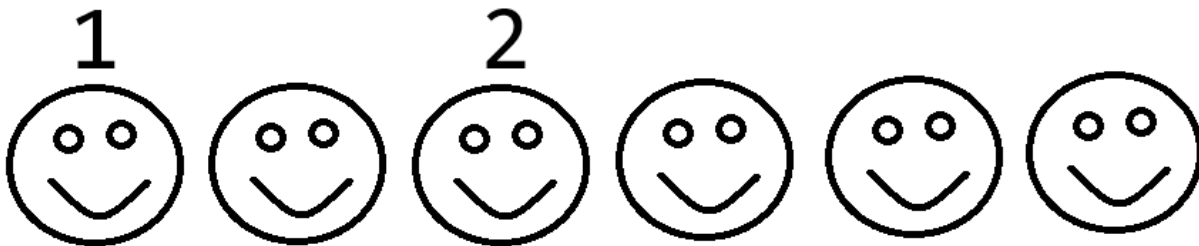


ARMAR EQUIPOS

Problema

Dado una cantidad n de personas, cuántos equipos se podrían armar seleccionando k personas ($k \leq n$), **el orden importa**.

Por ejemplo, $k = 2$

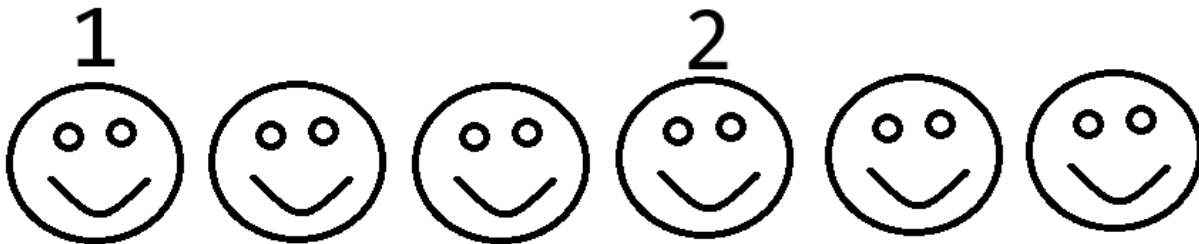


ARMAR EQUIPOS

Problema

Dado una cantidad n de personas, cuántos equipos se podrían armar seleccionando k personas ($k \leq n$), **el orden importa**.

Por ejemplo, $k = 2$

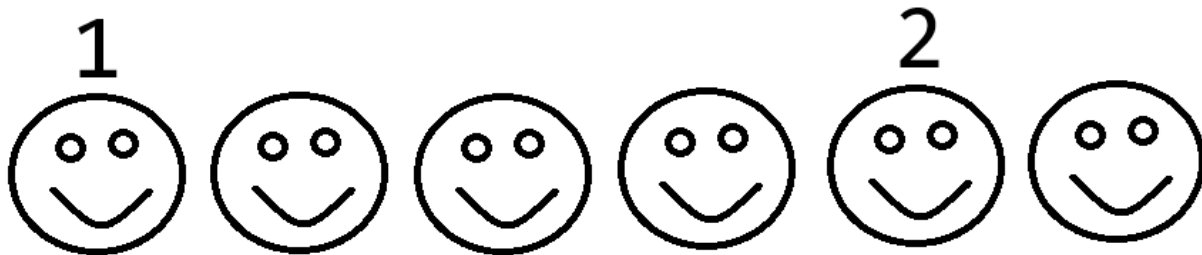


ARMAR EQUIPOS

Problema

Dado una cantidad n de personas, cuántos equipos se podrían armar seleccionando k personas ($k \leq n$), **el orden importa**.

Por ejemplo, $k = 2$

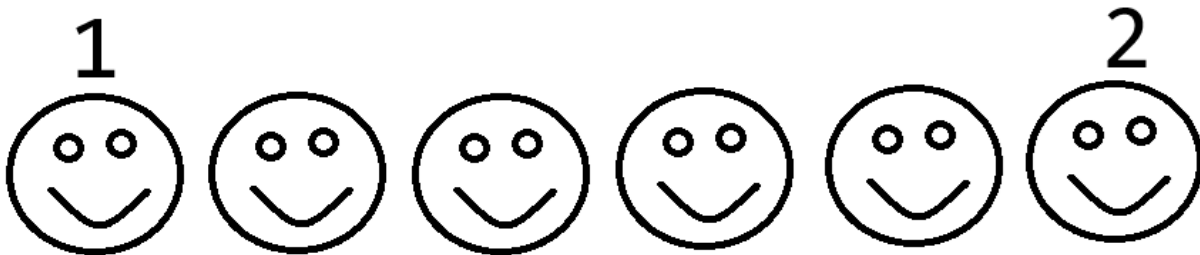


ARMAR EQUIPOS

Problema

Dado una cantidad n de personas, cuántos equipos se podrían armar seleccionando k personas ($k \leq n$), **el orden importa**.

Por ejemplo, $k = 2$

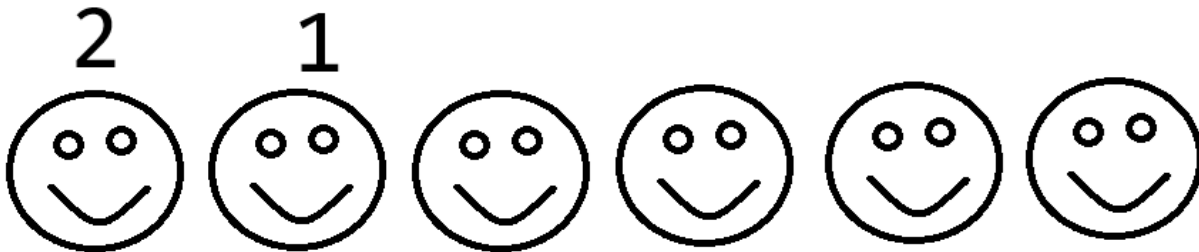


ARMAR EQUIPOS

Problema

Dado una cantidad n de personas, cuántos equipos se podrían armar seleccionando k personas ($k \leq n$), **el orden importa**.

Por ejemplo, $k = 2$

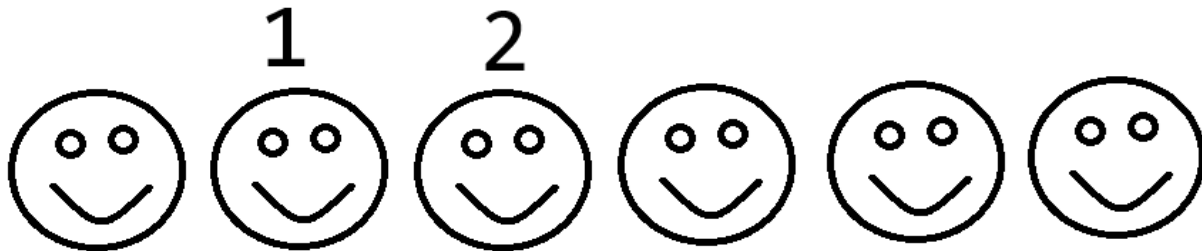


ARMAR EQUIPOS

Problema

Dado una cantidad n de personas, cuántos equipos se podrían armar seleccionando k personas ($k \leq n$), **el orden importa**.

Por ejemplo, $k = 2$

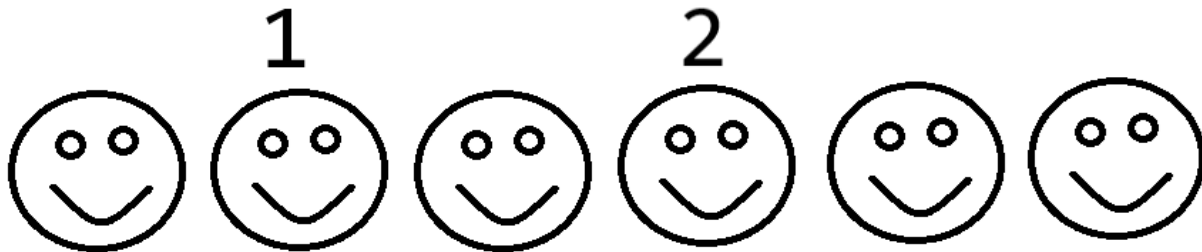


ARMAR EQUIPOS

Problema

Dado una cantidad n de personas, cuántos equipos se podrían armar seleccionando k personas ($k \leq n$), **el orden importa**.

Por ejemplo, $k = 2$

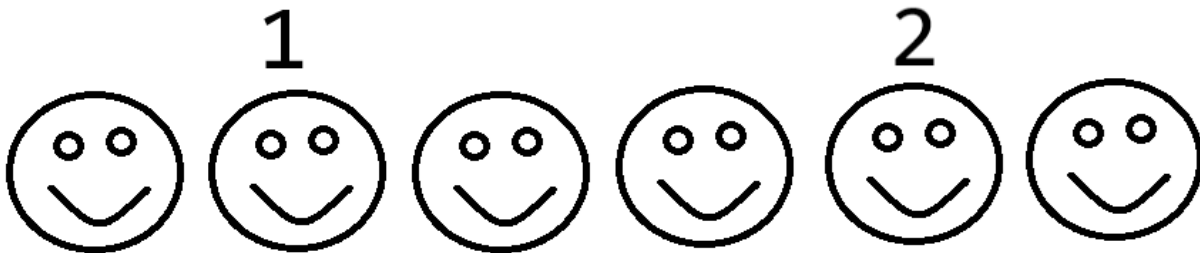


ARMAR EQUIPOS

Problema

Dado una cantidad n de personas, cuántos equipos se podrían armar seleccionando k personas ($k \leq n$), **el orden importa**.

Por ejemplo, $k = 2$

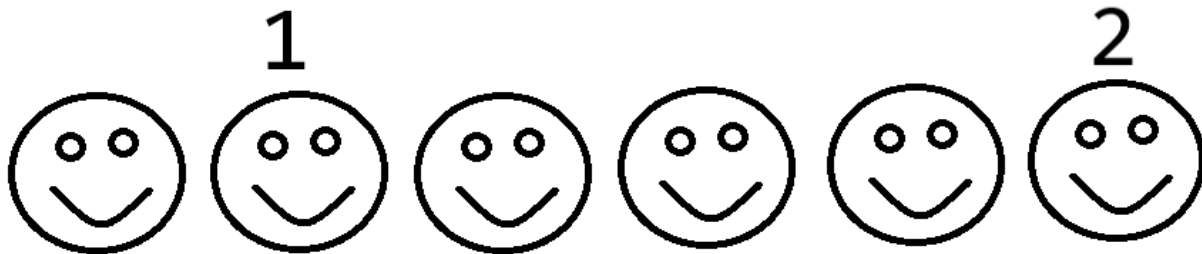


ARMAR EQUIPOS

Problema

Dado una cantidad n de personas, cuántos equipos se podrían armar seleccionando k personas ($k \leq n$), **el orden importa**.

Por ejemplo, $k = 2$

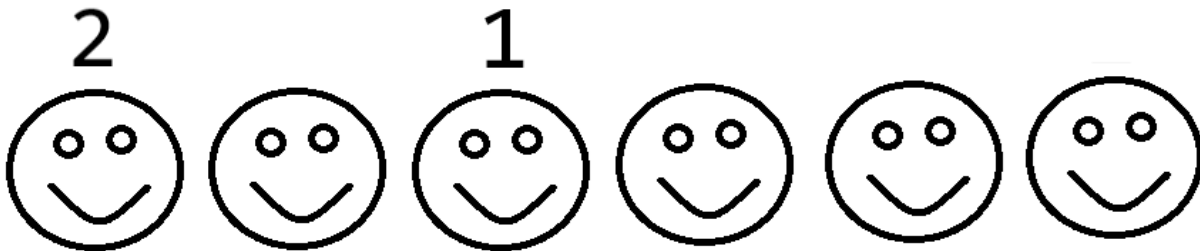


ARMAR EQUIPOS

Problema

Dado una cantidad n de personas, cuántos equipos se podrían armar seleccionando k personas ($k \leq n$), **el orden importa**.

Por ejemplo, $k = 2$

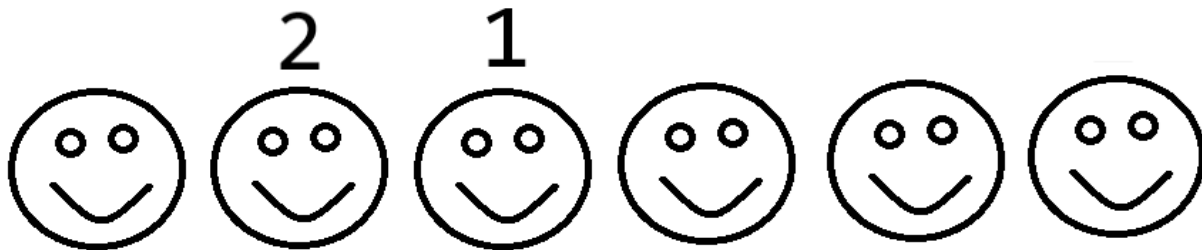


ARMAR EQUIPOS

Problema

Dado una cantidad n de personas, cuántos equipos se podrían armar seleccionando k personas ($k \leq n$), **el orden importa**.

Por ejemplo, $k = 2$

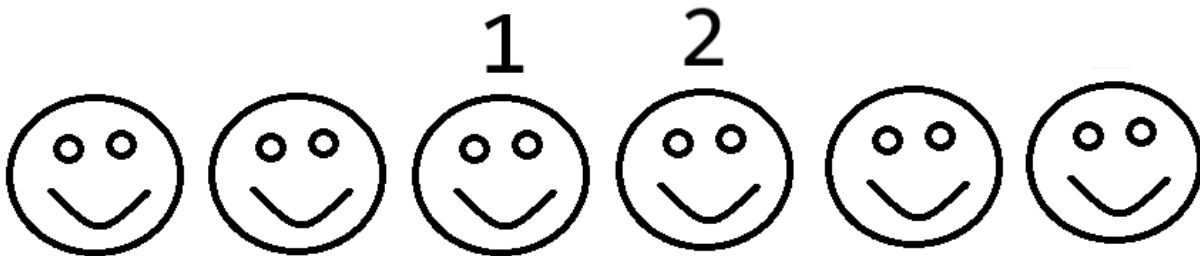


ARMAR EQUIPOS

Problema

Dado una cantidad n de personas, cuántos equipos se podrían armar seleccionando k personas ($k \leq n$), **el orden importa**.

Por ejemplo, $k = 2$

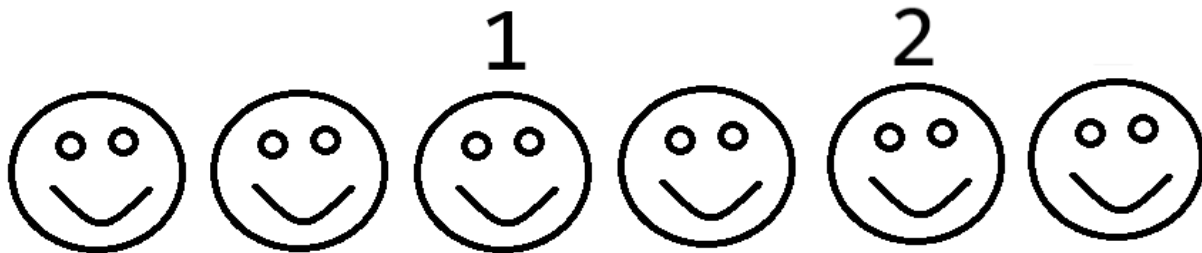


ARMAR EQUIPOS

Problema

Dado una cantidad n de personas, cuántos equipos se podrían armar seleccionando k personas ($k \leq n$), **el orden importa**.

Por ejemplo, $k = 2$

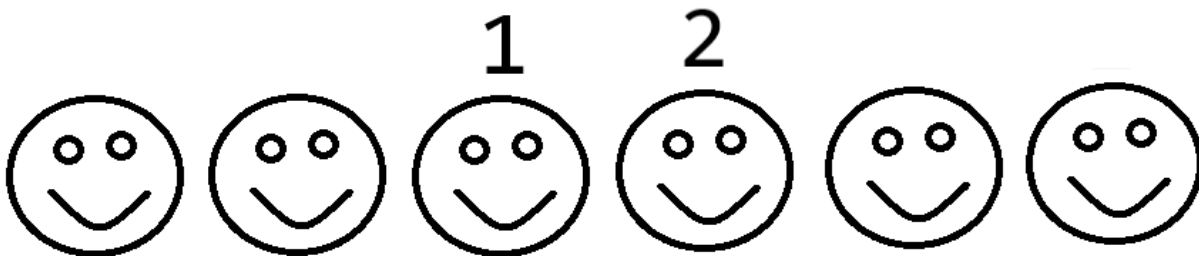


ARMAR EQUIPOS

Problema

Dado una cantidad n de personas, cuántos equipos se podrían armar seleccionando k personas ($k \leq n$), **el orden importa**.

Por ejemplo, $k = 2$

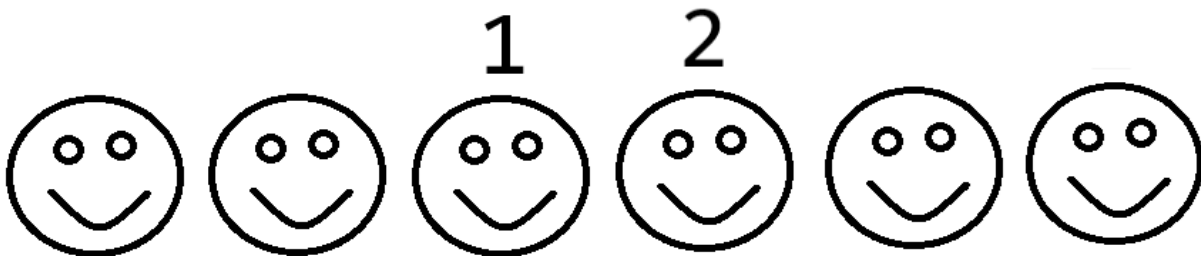


ARMAR EQUIPOS

Problema

Dado una cantidad n de personas, cuántos equipos se podrían armar seleccionando k personas ($k \leq n$), **el orden importa**.

Por ejemplo, $k = 2$



Si seguimos así, total equipos sería 30

ARMAR EQUIPOS

Problema

Dado una cantidad n de personas, cuántos equipos se podrían armar seleccionando k personas ($k \leq n$), **el orden importa**.



ARMAR EQUIPOS

Problema

Dado una cantidad n de personas, cuántos equipos se podrían armar seleccionando k personas ($k \leq n$), **el orden importa**.



$$n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot (n-k+1) = \frac{n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1}{(n-k) \cdot (n-k-1) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1} = \frac{n!}{(n-k)!}$$

ARMAR EQUIPOS

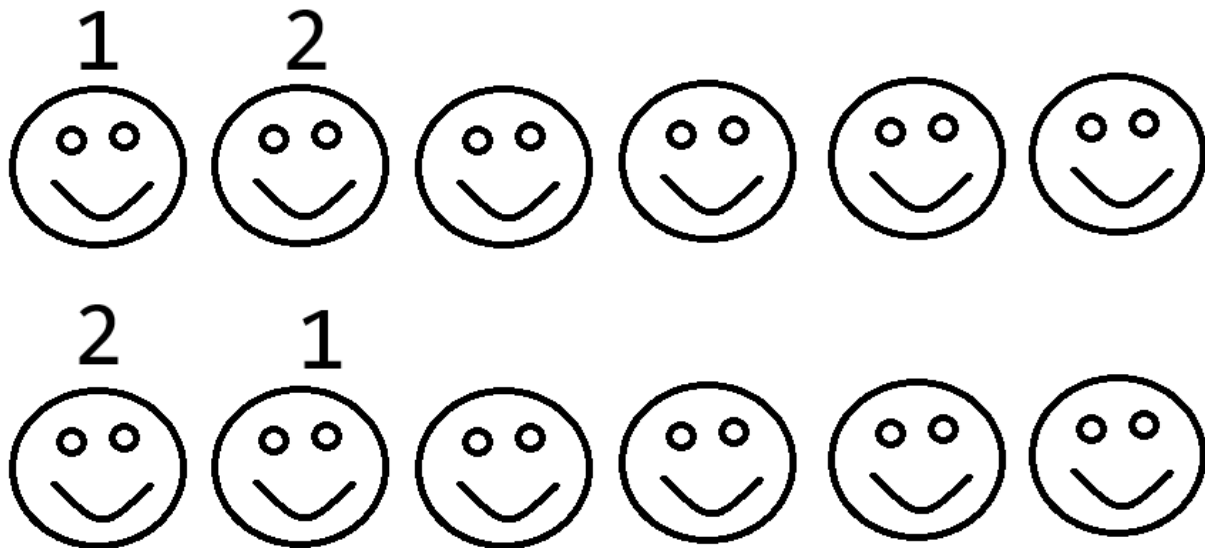
Problema

Dado una cantidad n de personas, cuántos equipos se podrían armar seleccionando k personas ($k \leq n$), **el orden NO importa**.

ARMAR EQUIPOS

Problema

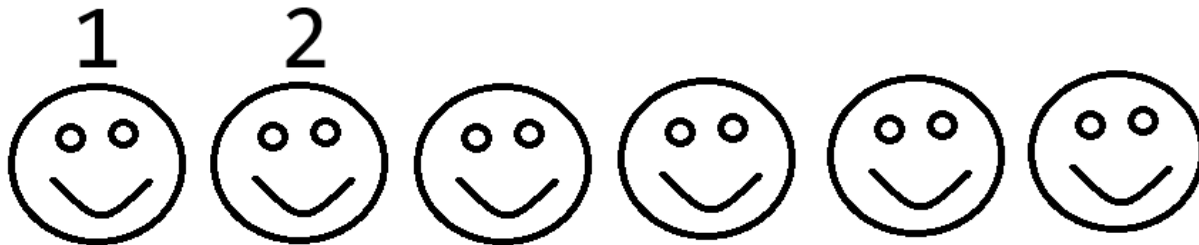
Dado una cantidad n de personas, cuántos equipos se podrían armar seleccionando k personas ($k \leq n$), el orden **NO** importa.



ARMAR EQUIPOS

Problema

Dado una cantidad n de personas, cuántos equipos se podrían armar seleccionando k personas ($k \leq n$), el orden **NO** importa.



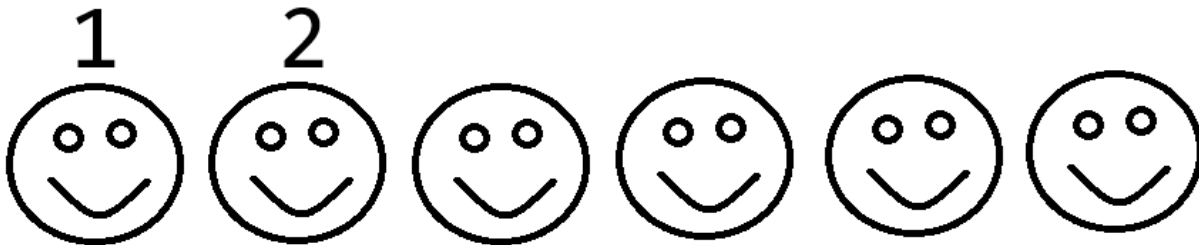
Orden de selección 2

Si tenemos un conjunto de k elementos, hay $k!$ formas de seleccionarlos.

ARMAR EQUIPOS

Problema

Dado una cantidad n de personas, cuántos equipos se podrían armar seleccionando k personas ($k \leq n$), el orden **NO** importa.



Orden de selección 2

Si tenemos un conjunto de k elementos, hay $k!$ formas de seleccionarlos.

Por lo tanto nos basta dividir $\frac{n!}{(n-k)!}$ por $k!$.

Esto se conoce como **coeficiente binomial**, $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

Part III

PROPIEDADES

PROPIEDADES

- ▶ Regla de simetría: $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$

PROPIEDADES

- ▶ Regla de simetría: $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$
- ▶ Factorización: $\binom{n}{k} = \frac{n}{k} \binom{n-1}{k-1}$

PROPIEDADES

- ▶ Regla de simetría: $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$
- ▶ Factorización: $\binom{n}{k} = \frac{n}{k} \binom{n-1}{k-1}$
- ▶ Suma sobre k : $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n$

PROPIEDADES

- ▶ Regla de simetría: $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$
- ▶ Factorización: $\binom{n}{k} = \frac{n}{k} \binom{n-1}{k-1}$
- ▶ Suma sobre k : $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n$
- ▶ Suma sobre n : $\sum_{m=0}^n \binom{m}{k} = \binom{n+1}{k+1}$

PROPIEDADES

- ▶ Regla de simetría: $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$
- ▶ Factorización: $\binom{n}{k} = \frac{n}{k} \binom{n-1}{k-1}$
- ▶ Suma sobre k : $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n$
- ▶ Suma sobre n : $\sum_{m=0}^n \binom{m}{k} = \binom{n+1}{k+1}$
- ▶ Suma sobre n y k : $\sum_{k=0}^m \binom{n+k}{k} = \binom{n+m+1}{m}$

PROPIEDADES

- ▶ Regla de simetría: $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$
- ▶ Factorización: $\binom{n}{k} = \frac{n}{k} \binom{n-1}{k-1}$
- ▶ Suma sobre k : $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n$
- ▶ Suma sobre n : $\sum_{m=0}^n \binom{m}{k} = \binom{n+1}{k+1}$
- ▶ Suma sobre n y k : $\sum_{k=0}^m \binom{n+k}{k} = \binom{n+m+1}{m}$
- ▶ Si se debe usar modulo p : $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} \bmod p = (n! \cdot (k!)^{-1} \cdot ((n-k)!)^{-1}) \bmod p$
 - Recordar aritmética modular y fermatito

REFERENCES I