

Projekt: Afstandsmåling med kamera

2.d, forår 2019

I dette projekt skal vi arbejde med matematisk modellering og trigonometri. Vi skal undersøge om man ved hjælp af et kamera kan udvikle en metode til afstandsbedømmelse, og forsøge at bruge denne metode til at lave en opmåling af græsarealet foran skolen.

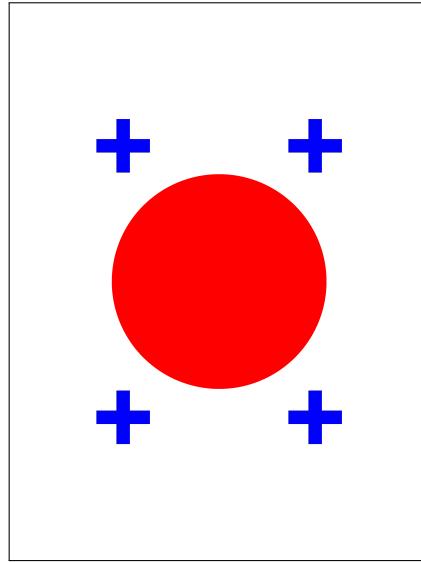


Figur 1: Satellitbillede af græsarealet foran OTG

Opgaven

Jeres opgave er at lave en nøjagtig opmåling af alle træerne på græsarealet. Det vil sige, at der skal produceres en tegning af arealet, med alle relevante afstände indtegnet. Ud fra jeres tegning skal alle afstände og vinkler mellem træerne være fastlagt.

Opgaven skal løses ved at tage billeder af træerne fra et centralt punkt i området. På alle træerne placerer vi et motiv, som vist på figur 2. Ved hjælp af billederne skal vi bestemme træernes afstande til kameraet, og derfra udregne træernes indbyrdes positioner. Idéen til metoden er baseret på følgende observation: *Når vi tager et billede af det samme motiv i forskellige afstande, vil størrelsen af motivet i billedet være mindre, jo længere væk fra kameraet motivet er.* Det vil altså sige, at hvis vi tager et antal billeder af



Figur 2: Motivet der placeres på træerne.

motivet i kendte afstande, kan vi placere et antal målepunkter (*afstand, billedestørrelse*) i et koordinatsystem. Ved at bruge vores viden om matematisk modellering kan vi så finde forskriften for den funktion, der beskriver hvordan motivets størrelse i billedet afhænger af motivets afstand fra kameraet.

Når vi bagefter tager et billede af det samme motiv, uden at kende afstanden, kan vi bruge den samme model til at bestemme afstanden mellem kameraet og motivet.

Matematisk set er der tale om en aftagende funktion

$$f : \text{billedstørrelse} \mapsto \text{afstand}$$

med $Dm(f) = \mathbb{R}_+$ og $Vm(f) = \mathbb{R}_+$.

Arbejdsspørgsmål 1. Hvilken funktionstype tror du vil beskrive sammenhængen mellem billedstørrelse og afstand? Prøv at argumentere ud fra hvad I tror der sker med størrelsen, når man tager billeder af objekter i forskellige afstande, og ud fra funktionstypernes egenskaber. (Monotoniforhold, definitions- og værdimængde, vækstegenskaber, osv.)

Metoden

Afstandsbestemmelse med kamera er ikke specielt udbredt, da der viser sig en række udfordringer. Disse udfordringer udgør det primære indhold i

projektet, og vores opgave bliver at omgå eller formindske så mange af disse udfordringer som muligt.

Absolut størrelse og relativ størrelse

I teorien kan man ikke se forskel på et billede af et lille objekt der er tæt på, eller et stort objekt der er langt væk. Se eksemplet på figur 3, der viser hvordan størrelser kan snyde!



Figur 3: En mønt og en lille indkøbsvogn. Eller er det en stor mønt og en normal indkøbsvogn?

Arbejdsspørgsmål 2. Prøv om du kan forklare hvorfor det er så svært at bestemme om man kigger på et lille objekt der er tæt på, eller et stort objekt der er langt væk. Tegn en skitse med nogle trekantede, der illustrerer problemet.

Kameraindstillinger, zoom og dybdevirkning

En anden ting, der gør det svært at bestemme størrelser i billeder er illustreret på figur 4. Fyren med den grønne jakke er ca. lige høj på alle tre billeder, men laden i baggrunden varierer voldsomt i størrelse. Og det er altså ikke fordi laden flytter sig!



Figur 4: Effekten af kameraets brændvidde.

Arbejdsspørgsmål 3. Diskuter problemet på figur 4, og hvilken betydning det kan have for vores projekt, hvor vi ønsker at bestemme afstande vha. et kamera.

Hvis I ved lidt om hvordan et kamera virker, kan I prøve at forklare hvilke ting der er med til at skabe de tre meget forskellige billeder på figur 4. Hvad skal man være opmærksom på (at undgå), når vi selv skal tage billeder?

Perspektiv

Når man skal vurdere et objekts størrelse i et billede, er det vigtigt at overveje hvilket perspektiv objektet er fotograferet i. Se billederne på figur 5. Logoet på billederne er fotograferet i samme afstand, og har selvfølgelig



Figur 5: Et logo, set fra tre forskellige vinkler

samme størrelse i virkeligheden, men på grund af perspektivet, fremstår bildestørrelsen forskellig på de tre billeder.

Arbejdsspørgsmål 4. Hvilken betydning kan perspektivet have for vores opgave?

Hvad kan man gøre for at minimere problemet? Kan man udvikle en matematisk metode til helt eller delvist at undgå problemet?

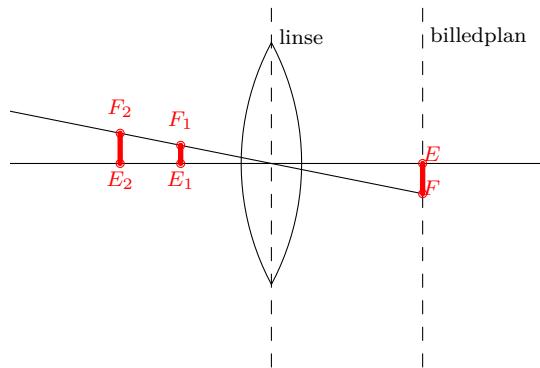
Produktkrav

Projektet skal resultere i, at hver gruppe producerer to ting:

- En plakat, der præsenterer jeres arbejde og jeres resultater. Brug ting som grafer, figurer, en oversigt over træarealet, matematiske forklaringer, måleresultater, beskrivelse af jeres metode til opmåling, osv.
- Et dokument med elementer af det matematiske indhold. (Teoriafsnit) Dette dokument skal bruges til mundtlig eksamen, hvor I skal kunne redegøre for arbejdet i projektet. Det kan f.eks. være i form af beregningseksempler eller beviser. Tænk over, hvad I vil præsentere hvis I trækker dette projekt til eksamen. (*Denne del er jeres egen forberedelse til eksamen. Jeg ser det igennem, men I får ikke feedback på arbejdet.*)

Bilag 1: Billedstørrelse

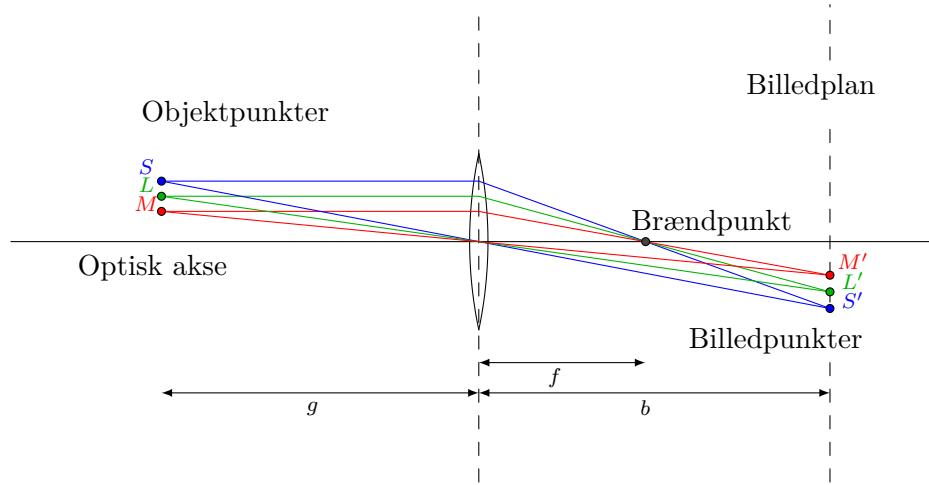
Et af problemerne med at bestemme afstande med et kamera, handler om at det er umuligt at afgøre om man kigger på et lille objekt, der er tæt på kameraet, eller et stort objekt, der er langt væk. For at forstå hvorfor, skal vi se på figur 1. Både punkterne E_1 og E_2 bliver afbilledet i punktet E , og punkterne F_1 og F_2 afbildes i punktet F . Ved udelukkende at se



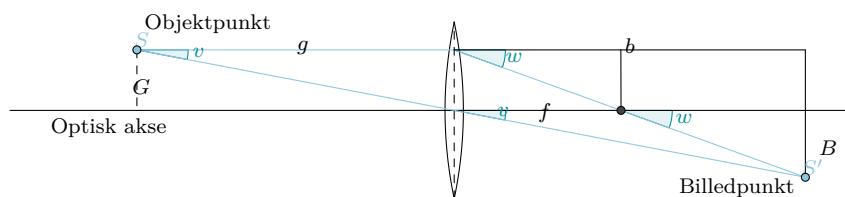
Figur 1: Det kan ikke afgøres om billedet EF stammer fra et lille objekt eller et stort objekt.

på billedet af den røde streg, kan vi altså ikke afgøre hvor langt væk fra kameraet objektet var, da billedet blev taget. Vi har brug for at vide noget mere om kameraets funktion.

Den egenskab, der gør en linse velegnet til at tage billeder er, at alle lysstråler der bevæger sig parallelt med den optiske akse, vil sammles i ét punkt bagved linsen, det såkaldte *brændpunkt*, illustreret på figur 2. For at arbejde med geometrien i billeddannelsen kan vi nøjes med at se på to lysstråler: En lysstråle der er parallel med den optiske akse, og en lysstråle der går gennem midten af linsen. Trekantene på figur 3 viser sammenhængen for et af de tre billedpunkter.



Figur 2: Illustration af lys fra et objekt gennem en linse



Figur 3: Den geometriske sammenhaeng i billeddannelsen