

Formale Sprachen und Automaten

Prof. Dr. Uwe Nestmann - 26. Juli 2021

Schriftlicher Test

Studierendenidentifikation:

NACHNAME	
VORNAME	
MATRIKELNUMMER	
STUDIENGANG	<input type="checkbox"/> Informatik Bachelor, <input type="checkbox"/> _____

Aufgabenübersicht:

AUFGABE	SEITE	PUNKTE	THEMENBEREICH
1	3	15.5	MODELLE REGULÄRER SPRACHEN
2	4	16	UNTERMENGEN-KONSTRUKTION
3	5	22	MINIMIERUNG EINES DFA
4	6	10	CYK-ALGORITHMUS
5	7	11	MODELLE KONTEXTFREIER SPRACHEN I
6	8	5	MODELLE KONTEXTFREIER SPRACHEN II

Zwei Punkte in diesem Test entsprechen einem Portfoliopunkt.

Korrektur:

AUFGABE	1	2	3	4	5	6	Σ
PUNKTE	15.5	16	22	10	11	5	79
ERREICHT							
KORREKTOR							
EINSICHT							

.5

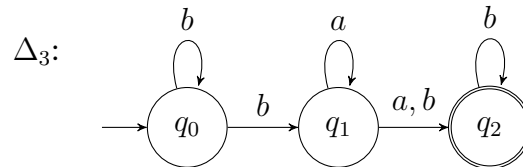
Aufgabe 1: Modelle Regulärer Sprachen

(15.5 Punkte)

Gegeben seien das Alphabet $\Sigma \triangleq \{ a, b \}$,
 die reguläre Sprache $A_1 \triangleq \{ b^n x b a^m \mid m, n \in \mathbb{N} \wedge x \in \{ \varepsilon, a \} \}$,
 die reguläre Grammatik $G_2 \triangleq (\{ S, T, U, W \}, \Sigma, P_2, S)$ und
 der NFA $M_3 \triangleq (\{ q_0, q_1, q_2 \}, \Sigma, \Delta_3, \{ q_0 \}, \{ q_2 \})$ mit:

P_2 :

S	\rightarrow	bT
T	\rightarrow	$bS \mid aU$
U	\rightarrow	$bW \mid a$
W	\rightarrow	$bW \mid b$



a. (6 Punkte) Gib einen DFA M_1 mit $L(M_1) = A_1$ an.

b. (4 Punkte) Gib eine Typ-3 Grammatik G_1 mit $L(G_1) = A_1$ an.

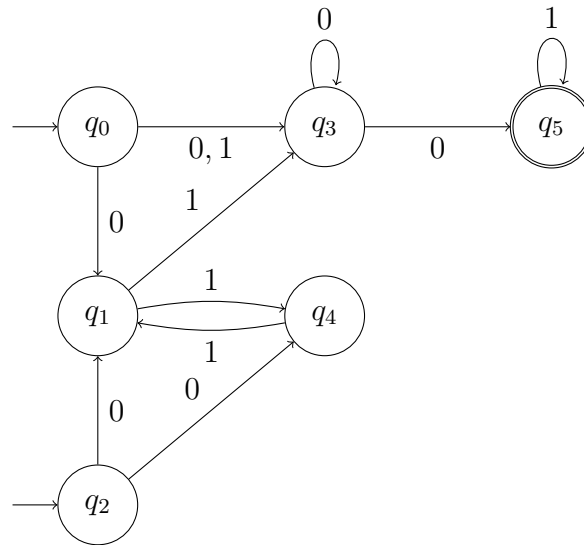
c. (3 Punkte) Gib $L(G_2)$ an, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

d. (2.5 Punkte) Gib $L(M_3)$ an, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

Aufgabe 2: Untermengen-Konstruktion

(16 Punkte)

Gegeben sei der NFA $M \triangleq (\{ q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5 \}, \Sigma, \Delta, \{ q_0, q_2 \}, \{ q_3 \})$ mit $\Sigma \triangleq \{ 0, 1 \}$ und Δ :



- a. (13 Punkte) Konstruiere nur mit Hilfe der Untermengen-Konstruktion den DFA M' zum NFA M . Gib die bei der Untermengen-Konstruktion entstehende Tabelle sowie das Tupel des entstehenden Automaten M' an.

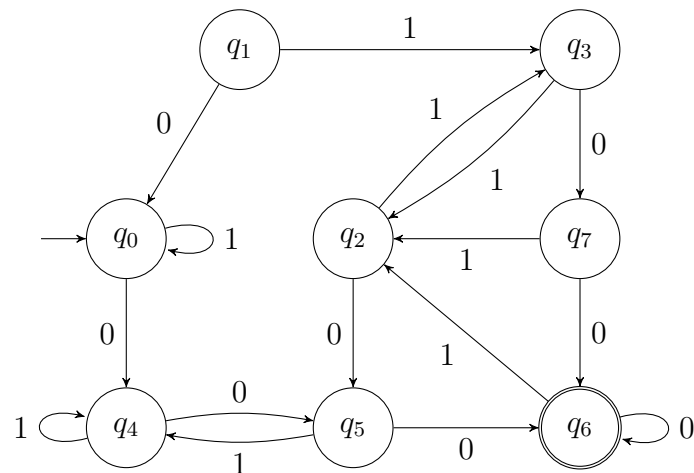
Hinweis: Es ist nicht nötig die Übergangsfunktion δ' von M' (z.B. graphisch) anzugeben.

- b. (3 Punkte) Gib $L(M)$ an, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

Aufgabe 3: Minimierung eines DFA

(22 Punkte)

Gegeben sei der DFA $M \triangleq (Q, \Sigma, \delta, q_0, \{q_6\})$ mit $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7\}$, $\Sigma = \{0, 1\}$ und δ :



a. (1 Punkt) Gib an: Welche Zustände sind nicht erreichbar?

b. (9 Punkte) Gib an: Fülle die folgende Tabelle entsprechend des Table-Filling-Algorithmus zum Minimieren von DFAs mit Kreuzen (x) und Kreisen (o) aus. Hinweis: Bitte streiche zunächst alle Zeilen und Spalten für nicht erreichbare Zustände, falls es solche Zustände in M gibt.

q_1							
q_2							
q_3							
q_4							
q_5							
q_6							
q_7							
	q_0	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6

c. (4 Punkte) Die Minimierung unterteilt Q in Äquivalenzklassen. Gib alle Äquivalenzklassen an, die sich aus der Tabelle ergeben.

Hinweis: Die Namen der Klassen in der Form $[q_0]$ genügen hier nicht. Es müssen auch die zugehörigen Mengen, also so etwas wie $[q_0] = \{\dots\}$, angegeben werden.

d. (5 Punkte) Gib den minimierten DFA M' an.

e. (3 Punkte) Gib $L(M)$ an, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

Aufgabe 4: CYK-Algorithmus

(10 Punkte)

Gegeben sei eine Menge Nicht-Terminale $V \triangleq \{ S, T, U, V, W \}$, ein Alphabet $\Sigma \triangleq \{ a, b \}$, sowie eine CNF-Grammatik $G \triangleq (V, \Sigma, P, S)$ mit

$$\begin{aligned} P : S &\rightarrow WT \mid TW \mid VU \\ T &\rightarrow SV \mid a \\ U &\rightarrow WT \mid TW \\ V &\rightarrow VS \mid a \\ W &\rightarrow WS \mid b \end{aligned}$$

a. **(2 Punkte)** Begründe: Warum ist G eine CNF-Grammatik?

b. **(8 Punkte)** Berechne: Gegeben sei ein Wort $w \triangleq baaba$. Löse mit dem CYK-Algorithmus das Wortproblem: $w \in L(G)$ oder $w \notin L(G)$?

$CYK_w(i, j)$	1	2	3	4	5
1: b					
2: a					
3: a					
4: b					
5: a					

Matrikelnummer: _____ Name: _____

Aufgabe 5: Modelle Kontextfreier Sprachen I

(11 Punkte)

Gegeben seien das Alphabet $\Sigma \triangleq \{ a, b, c \}$ und die kontextfreie Sprache:

$$A \triangleq \{ wc^n \mid n \in \mathbb{N} \wedge w \in \{ a, b \}^* \wedge |w|_b = 1 \wedge |w|_a = n \}$$

a. **(5 Punkte)** Gib eine Typ-2 Grammatik G mit $L(G) = A$ an.

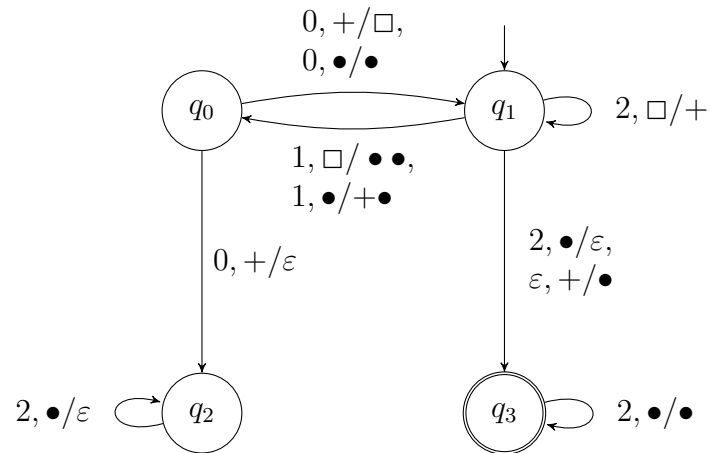
b. **(6 Punkte)** Gib einen PDA M mit $L_{\text{End}}(M) = L_{\text{Kel}}(M) = A$ an.

Aufgabe 6: Modelle Kontextfreier Sprachen II

(5 Punkte)

Gegeben seien das Alphabet $\Sigma \triangleq \{ 0, 1, 2 \}$ und der PDA

$M \triangleq (\{ q_0, q_1, q_2, q_3 \}, \Sigma, \{ \square, +, \bullet \}, \square, \Delta, q_1, \{ q_3 \})$ mit Δ :



a. **(2 Punkte)** Gib $L_{\text{End}}(M)$ an, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

b. **(3 Punkte)** Gib $L_{\text{Kel}}(M)$ an, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

Matrikelnummer: _____ *Name:* _____

Auf dieser Seite löse ich einen Teil der Aufgabe ____ :
Teilaufgabe ____ :

Matrikelnummer: _____ *Name:* _____

Auf dieser Seite löse ich einen Teil der Aufgabe ____ :
Teilaufgabe ____ :