FG Logik und Semantik
Technische Universität Berlin
Prof. Stephan Kreutzer

WiSe 2022/23
Stand: 21.10.2022

1. Tutorium – Logik

Besprochen in der Woche vom 31.10.2022.

Aufgabe 1

Entscheiden Sie für die folgenden Formeln, ob sie unerfüllbar, allgemeingültig oder erfüllbar, aber nicht allgemeingültig, sind.

(i) $X \wedge (Y \vee Z)$

(ii) $((Y \to Z) \wedge (Y \to Z \vee X)) \vee \neg Z$

(iii) $(D \leftrightarrow E) \wedge (A \wedge B \wedge (A \vee B)) \wedge (C \leftrightarrow D) \wedge (E \leftrightarrow \neg C)$

Aufgabe 2

Der Spion M kommt spät abends in Berlin an. Eigentlich sollte er von der Spionin K am Bahnhof abgeholt werden, aber stattdessen findet er nur folgende kryptische Anweisungen unter einer Bank am Bahnsteig.

(1) Regnet es, dann trage ich einen Hut.

(2) Ich bin in der Kneipe, oder im Café oder ich trage keinen Hut.

(3) Ich bin zuhause genau dann, wenn ich weder in der Kneipe noch im Café bin.

M blickt durch die Bahnhofsfenster. Es regnet.

(i) Formalisieren Sie die Anweisungen von K durch aussagenlogische Formeln. Müssen Sie irgendwelche impliziten Bedingungen betrachten, damit Ihre Formalisierung die Anweisungen auf einer sinnvollen Art und Weise modelliert?

(ii) Wie kann M Ihre Formalisierung von *(i)* verwenden, um herauszufinden, wo K sich befindet? Ist der Ort eindeutig? Wenn nein, was sind die möglichen Orte, an denen man K finden könnte?

Aufgabe 3

Eine Bäuerin hat ihre Weide mit einem Zaun in zwei Hälften getrennt. Sie versucht nun ihre Tiere so auf die zwei Teile der Weide zu verteilen, dass die Tiere nicht miteinander kämpfen. Um dieses Problem zu lösen, versucht sie ihre Situation und ihr Wissen in einer aussagenlogische Formel zu modellieren.

Sei T die Menge der Tiere der Bäuerin und P die Menge der Paare von Tieren, die nicht zusammen sein dürfen. Die Bäuerin erstellt die Formel $\varphi_{T,P}$ wie folgt: Für jedes Tier i gibt es eine Variable A_i und die Belegung der Variable entspricht der Hälfte der Weide auf der das Tier leben soll. Für jedes Paar verschiedener Tiere i, j gibt es eine Variable $K_{i,j}$, welche besagt, dass i und j nicht zusammen sein dürfen, wenn sie mit 1 belegt wird. Die Formel ist geben durch

$$\varphi_{T,P} = \bigwedge_{i,j \in T, i \neq j} (K_{i,j} \to (A_i \leftrightarrow \neg A_j)).$$

Die Bäuerin sucht nach einer Belegung β mit $\beta \models \varphi_{T,P}$ und will aus dieser Belegung von A_i ablesen, wo das Tier i grasen soll.

(i) Finden Sie Mengen T und P und eine Belegung β so, dass $\beta \models \varphi_{T,P}$, aber keine Verteilung der Tiere möglich ist.

(ii) Beschreiben Sie wie Sie aus T und P eine Formel $\psi_{T,P}$ so konstruieren können, dass $\psi_{T,P}$ genau dann erfüllbar ist, wenn eine Verteilung der Tiere möglich. Erklären Sie dazu, wie Sie aus einer Verteilung eine erfüllende Belegung finden können, und wie Sie aus einer erfüllende Belegung für $\psi_{T,P}$ eine Verteilung der Tiere finden können.

Anmerkung: Wir gehen davon aus, dass P eine symmetrische Relation ist.