

### 3. Tutorium – Logik

Besprochen in der Woche vom 14.11.2022.

#### Aufgabe 1

Wandeln Sie die Formel  $\varphi := (X \rightarrow Y) \rightarrow \neg Z$  in disjunktive und konjunktive Normalform um.

#### Aufgabe 2

Nachdem M vergeblich K sowohl im Café, als auch in der Kneipe, gesucht hat, empfängt er eine weitere Nachricht von ihr. Sie entschuldigt sich, dass sie sich nicht mit ihm treffen konnte, und beschreibt wann sie wieder Zeit hat sich mit M verdeckt zu besprechen. Dazu trifft K folgende Aussagen:

- (1) Ich kann am Montag nicht.
- (2) Wenn wir uns vormittags treffen, dann müssen wir das am Montag tun.
- (3) Wir treffen uns am Montag, irgendwann vormittags, oder am Freitag.
- (4) Wenn wir uns am Freitag treffen, dann tun wir das vormittags.

M formalisiert ihre Aussagen mit einer Formel

$$\varphi := \neg X \wedge (Y \rightarrow X) \wedge (X \vee Y \vee Z) \wedge (Z \rightarrow Y)$$

aber dann merkt er, dass irgendwas nicht stimmt.

Zeigen Sie mit dem Resolutionskalkül, dass  $\varphi$  unerfüllbar ist.

#### Aufgabe 3

- (i) Seien  $C_1, C_2$  zwei Klauseln mit  $L_1, L_2 \in C_1$  und  $\bar{L}_1, \bar{L}_2 \in C_2$ . Wir definieren  $C' := (C_1 \setminus \{L_1, L_2\}) \cup (C_2 \setminus \{\bar{L}_1, \bar{L}_2\})$  als *Doppelresolvente* und nennen die Operationen die diese erzeugt *Doppelresolution*. Ist der Resolutionskalkül immer noch korrekt, wenn wir Doppelresolution zulassen? Ist er noch vollständig?
- (ii) Ist es sinnvoll wenn wir die Resolutionsregeln auf eine Klauselmengen einer Formel in DNF anwenden? Was bedeutet es, wenn wir so auf die leere Klausel kommen?

#### Aufgabe 4

Eine Formel  $\varphi \in \text{AL}$  ist in 3-KNF, falls  $\varphi$  in KNF ist und jede Klausel von  $\varphi$  höchstens drei Literale enthält. Zeigen Sie, dass eine aussagenlogischen Formel  $\varphi$  existiert, die zu keiner aussagenlogischen Formel in 3-KNF äquivalent ist.