

Formale Sprachen und Automaten

Prof. Dr. Uwe Nestmann - 22. Februar 2019

Schriftlicher Test

Studierendenidentifikation:

NACHNAME	
VORNAME	
MATRIKELNUMMER	
STUDIENGANG	<input type="checkbox"/> Informatik Bachelor, <input type="checkbox"/> _____

Aufgabenübersicht:

AUFGABE	SEITE	PUNKTE	THEMENBEREICH
1	3	20	MODELLE REGULÄRER SPRACHEN
2	4	15	UNTERMENGEN-KONSTRUKTION
3	5	22	MINIMIERUNG EINES DFA
4	6	17	GRENZEN REGULÄRER SPRACHEN
5	7	10	MODELLE KONTEXTFREIER SPRACHEN I
6	8	16	MODELLE KONTEXTFREIER SPRACHEN II

Zwei Punkte in diesem Test entsprechen einem Portfoliopunkt.

Korrektur:

AUFGABE	1	2	3	4	5	6	Σ
PUNKTE	20	15	22	17	10	16	100
ERREICHT							
KORREKTOR							
EINSICHT							

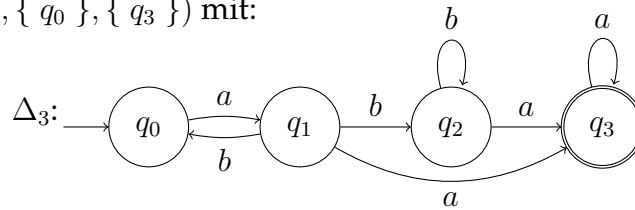
Aufgabe 1: Modelle Regulärer Sprachen

(20 Punkte)

Gegeben seien das Alphabet $\Sigma \triangleq \{ a, b \}$,
 die reguläre Sprache $A_1 \triangleq \{ a^n b x a \mid n \in \mathbb{N} \wedge x \in \{ b, aa \}^* \}$,
 die reguläre Grammatik $G_2 \triangleq (\{ S, T, U, W \}, \Sigma, P_2, S)$ und
 der NFA $M_3 \triangleq (\{ q_0, q_1, q_2, q_3 \}, \Sigma, \Delta_3, \{ q_0 \}, \{ q_3 \})$ mit:

P_2 :

S	\rightarrow	bT
T	\rightarrow	$bS \mid aU$
U	\rightarrow	$bW \mid a$
W	\rightarrow	$bW \mid b$



- a. (**, 5 Punkte) Gib einen DFA M_1 mit $L(M_1) = A_1$ an.

- b. (**, 4 Punkte) Gib eine Typ-3 Grammatik G_1 mit $L(G_1) = A_1$ an.

- c. (*, 3 Punkte) Gib die Ableitung des Wortes $bbbaa$ in G_2 an.

- d. (**, 3 Punkte) Gib $L(G_2)$ an, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

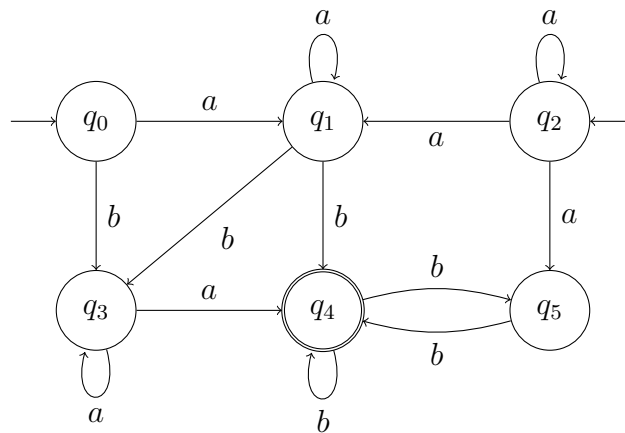
- e. (**, 3 Punkte) Gib eine Ableitung von $ababa$ in M_3 an, die zeigt, dass $ababa \in L(M_3)$.

- f. (***, 2 Punkte) Gib $L(M_3)$ an, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

Aufgabe 2: Untermengen-Konstruktion

(15 Punkte)

Gegeben sei der NFA $M \triangleq (\{ q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5 \}, \Sigma, \Delta, \{ q_0, q_2 \}, \{ q_4 \})$ mit $\Sigma \triangleq \{ a, b \}$ und Δ :



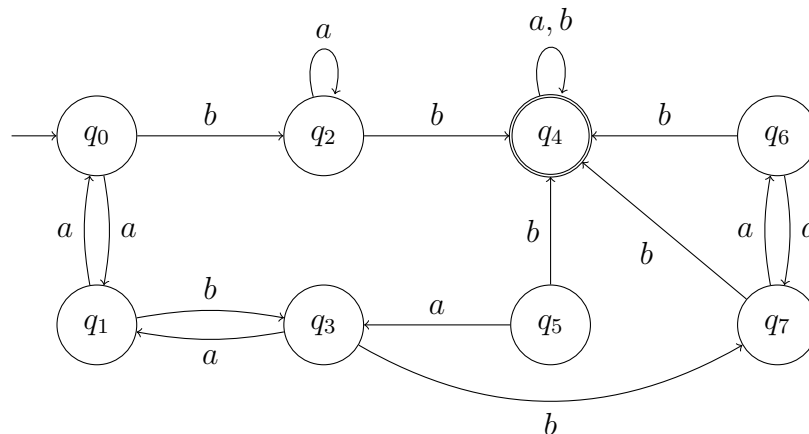
- a. (**, 13 Punkte) Konstruiere nur mit Hilfe der Untermengen-Konstruktion den DFA M' zum NFA M . Gib die bei der Untermengen-Konstruktion entstehende Tabelle sowie das Tupel des entstehenden Automaten M' an.
 Hinweis: Es ist nicht nötig die Übergangsfunktion δ' von M' (graphisch) anzugeben.

- b. (***, 2 Punkte) Gib $L(M)$ an, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

Aufgabe 3: Minimierung eines DFA

(22 Punkte)

Gegeben sei der DFA $M \triangleq (\{ q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7 \}, \Sigma, \delta, q_0, \{ q_4 \})$ mit $\Sigma \triangleq \{ a, b \}$ und δ :



- a. (*, 1 Punkt) Gib an: Welche Zustände sind nicht erreichbar?
- b. (**, 9 Punkte) Gib an: Fülle die folgende Tabelle entsprechend des Table-Filling-Algorithmus zum Minimieren von DFAs mit Kreuzen (x) und Kreisen (o) aus. Hinweis: Bitte streiche zunächst alle Zeilen und Spalten für nicht erreichbare Zustände, falls es solche Zustände in M gibt. Die zweite Tabelle ist ein Ersatz für Verschreiber.

q_1							
q_2							
q_3							
q_4							
q_5							
q_6							
q_7							
	q_0	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6

q_1							
q_2							
q_3							
q_4							
q_5							
q_6							
q_7							
	q_0	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6

- c. (**, 4 Punkte) Die Minimierung unterteilt Q in Äquivalenzklassen. Gib alle Äquivalenzklassen an, die sich aus der Tabelle ergeben. Hinweis: Die Namen der Klassen in der Form $[q_0]$ genügen hier nicht. Es müssen auch die zugehörigen Mengen, also so etwas wie $[q_0] = \{ \dots \}$, angegeben werden.

- d. (**, 5 Punkte) Gib den minimierten DFA M' an.

- e. (***, 3 Punkte) Gib $L(M)$ an, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

Aufgabe 4: Grenzen Regulärer Sprachen

(17 Punkte)

Gegeben sei das Alphabet $\Sigma \triangleq \{ a, b, c, d \}$.

- a. (***, 11 Punkte) Beweise nur mit Hilfe des Pumping Lemma, dass die Sprache $A_1 \triangleq \{ xy \mid x \in \{ a, b \}^* \wedge |x|_a \bmod 2 = 0 = |x|_b \bmod 2 \wedge y \in \{ c, d \}^* \wedge |y|_c > |y|_d \}$ nicht regulär ist.

- b. (***, 6 Punkte) Gib alle Myhill-Nerode Äquivalenzklassen für die Sprache

$A_2 \triangleq \{ axd \mid x \in \{ b, c \}^* \wedge |x|_b = |x|_c \}$ an.

Hinweis: Die Namen der Klassen in der Form $[\dots]_{\equiv_{A_2}}$ genügen hier nicht. Es müssen auch die zugehörigen Mengen, also so etwas wie $[\dots]_{\equiv_{A_2}} = \dots$, angegeben werden.

Matrikelnummer: _____ Name: _____

Aufgabe 5: Modelle Kontextfreier Sprachen I

(10 Punkte)

Gegeben seien das Alphabet $\Sigma \triangleq \{ a, b, c \}$ und die kontextfreie Sprache:

$$A \triangleq \{ a^n b^m c^k \mid n \in \mathbb{N}^+ \wedge k \in \mathbb{N} \wedge m \in \{ 0, 1 \} \wedge m \cdot n = k \}$$

a. (**, 5 Punkte) Gib eine Typ-2 Grammatik G mit $L(G) = A$ an.

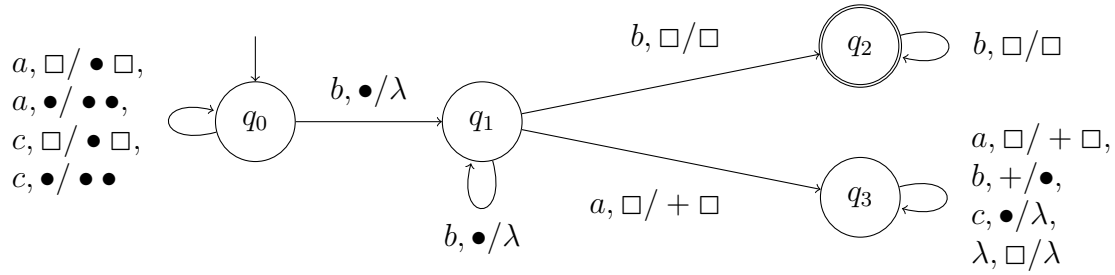
b. (**, 5 Punkte) Gib einen PDA M mit $L_{\text{End}}(M) = L_{\text{Kel}}(M) = A$ an.

Aufgabe 6: Modelle Kontextfreier Sprachen II

(16 Punkte)

Gegeben seien das Alphabet $\Sigma \triangleq \{ a, b, c \}$ und der PDA

$M \triangleq (\{ q_0, q_1, q_2, q_3 \}, \Sigma, \{ \square, \bullet, + \}, \square, \Delta, q_0, \{ q_2 \})$ mit Δ :



- (*, 1 Punkt)** Gib eine Begründung dafür an, dass M kein DPDA ist.
- (*, 3.5 Punkte)** Gib eine Ableitung von $cbabc$ in M an, die zeigt, dass $cbabc \in L_{\text{Kel}}(M)$.
- (**, 3 Punkte)** Gib $L_{\text{Kel}}(M)$ an, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.
- (*, 2.5 Punkte)** Gib eine Ableitung von $abbb$ in M an, die zeigt, dass $abbb \in L_{\text{End}}(M)$.
- (**, 2 Punkte)** Gib $L_{\text{End}}(M)$ an, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.
- (**, 4 Punkte)** Beweise nur mit Hilfe von Abschlusseigenschaften, dass die Sprache $A \triangleq \{ a^n b^m \mid n, m \in \mathbb{N} \wedge n < m \}$ nicht regulär ist.
Hinweis: Es darf ohne Beweis benutzt werden, dass $L(e)$ für einen regulären Ausdruck e regulär und $B \triangleq \{ a^n b^m \mid n, m \in \mathbb{N} \wedge n > m \}$ nicht regulär aber kontextfrei ist. Sprachen $L(e)$ für reguläre Ausdrücke e sowie Operationen auf Mengen müssen nicht berechnet oder umgeformt werden.

Matrikelnummer: _____ *Name:* _____

Auf dieser Seite löse ich einen Teil der Aufgabe ____ :
Teilaufgabe ____ :

Matrikelnummer: _____ *Name:* _____

Auf dieser Seite löse ich einen Teil der Aufgabe ____ :
Teilaufgabe ____ :