Formale Sprachen und Automaten

Prof. Dr. Uwe Nestmann - 25. Februar 2020

Schriftlicher Test

Studierendenidentifikation:

Nachname	
Vorname	
Matrikelnummer	
Studiengang	□ Informatik Bachelor, □ ____________________

Aufgabenübersicht:

Aufgabe	Seite	Punkte	Themenbereich
1	3	19	Modelle regulärer Sprachen
2	4	16	Untermengen-Konstruktion
3	5	21	Minimierung eines DFA
4	6	17	Grenzen regulärer Sprachen
5	7	11	Modelle kontextfreier Sprachen I
6	8	16	Modelle kontextfreier Sprachen II

Zwei Punkte in diesem Test entsprechen einem Portfoliopunkt.

Korrektur:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	$\sum$
Punkte	19	16	21	17	11	16	100
Erreicht							
Korrektor							
Einsicht							

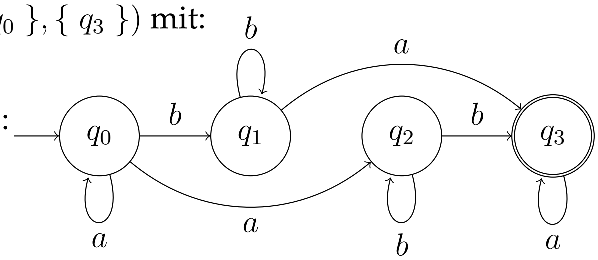
Matrikelnummer: ____________________ *Name:* ____________________

Aufgabe 1: Modelle Regulärer Sprachen **(19 Punkte)**

Gegeben seien das Alphabet $\Sigma \triangleq \{\ a,\ b\ \}$,
die reguläre Sprache $A_1 \triangleq \{\ (ab)^n aab^m \mid n, m \in \mathbb{N}\ \}$,
die reguläre Grammatik $G_2 \triangleq (\{\ S,\ T,\ U,\ W\ \}, \Sigma, P_2, S)$ und
der NFA $M_3 \triangleq (\{\ q_0,\ q_1,\ q_2,\ q_3\ \}, \Sigma, \Delta_3, \{\ q_0\ \}, \{\ q_3\ \})$ mit:

$$
\begin{array}{llcl}
P_2: & S & \rightarrow & \lambda \mid aT \\
 & T & \rightarrow & bU \mid aU \\
 & U & \rightarrow & bW \mid b \\
 & W & \rightarrow & aT
\end{array}
$$

Δ_3:



a. **(**, 5 Punkte)** *Gib* einen DFA M_1 mit $\mathrm{L}(M_1) = A_1$ *an.*

b. **(**, 4 Punkte)** *Gib* eine Typ-3 Grammatik G_1 mit $\mathrm{L}(G_1) = A_1$ *an.*

c. **(*, 3.5 Punkte)** *Gib* die Ableitung des Wortes $abbaab$ in G_2 *an.*

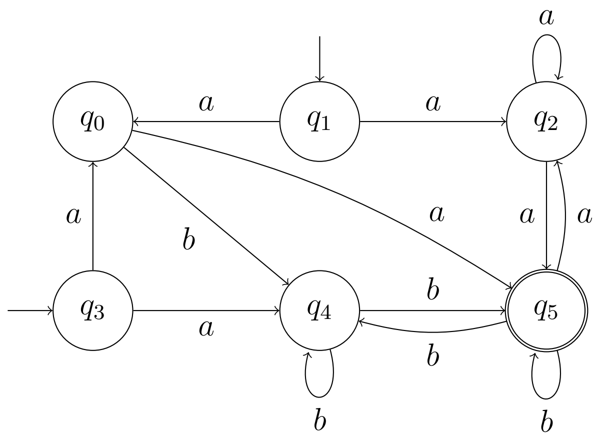
d. **(**, 2 Punkte)** *Gib* $\mathrm{L}(G_2)$ *an*, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

e. **(**, 2.5 Punkte)** *Gib* eine Ableitung von $bbaa$ in M_3 *an*, die zeigt, dass $bbaa \in \mathrm{L}(M_3)$.

f. **(***, 2 Punkte)** *Gib* $\mathrm{L}(M_3)$ *an*, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

Aufgabe 2: Untermengen-Konstruktion **(16 Punkte)**

Gegeben sei der NFA $M \triangleq (\{\, q_0,\ q_1,\ q_2,\ q_3,\ q_4,\ q_5 \,\},\ \Sigma,\ \Delta,\ \{\, q_1,\ q_3 \,\},\ \{\, q_5 \,\})$ mit $\Sigma \triangleq \{\, a,\ b \,\}$ und Δ:



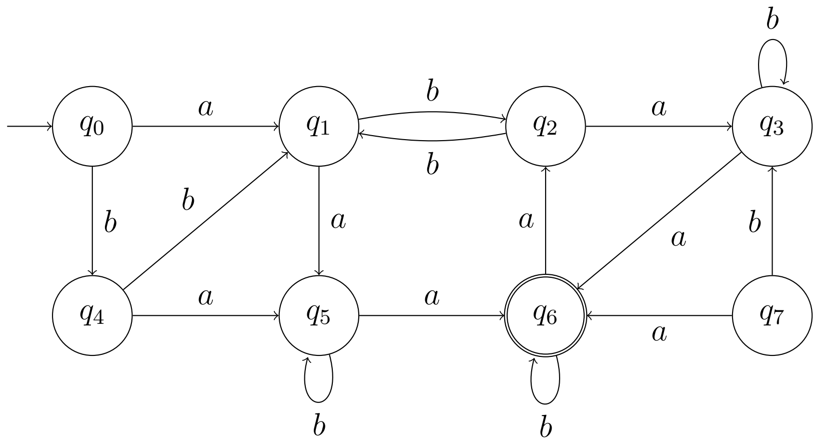
a. **(**, 13 Punkte)** Konstruiere nur mit Hilfe der Untermengen-Konstruktion den DFA M' zum NFA M. *Gib* die bei der Untermengen-Konstruktion entstehende (optimierte) Tabelle sowie das Tupel des entstehenden Automaten M' *an*.
Hinweis: Es ist nicht nötig die Übergangsfunktion δ' von M' (graphisch) anzugeben.

b. **(***, 3 Punkte)** *Gib* $\mathrm{L}(M)$ *an*, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

Matrikelnummer: ____________________ *Name:* ____________________

Aufgabe 3: Minimierung eines DFA **(21 Punkte)**

Gegeben sei der DFA $M \triangleq (\{\, q_0,\ q_1,\ q_2,\ q_3,\ q_4,\ q_5,\ q_6,\ q_7 \,\}, \Sigma, \delta, q_0, \{\, q_6 \,\})$ mit $\Sigma \triangleq \{\, a,\ b \,\}$ und δ:



a. **(*, 1 Punkt)** *Gib an:* Welche Zustände sind nicht erreichbar?

b. **(**, 9 Punkte)** *Gib an:* Fülle die folgende Tabelle entsprechend des Table-Filling-Algorithmus zum Minimieren von DFAs mit Kreuzen (x) und Kreisen (o) aus.
Hinweis: Bitte streiche zunächst alle Zeilen und Spalten für nicht erreichbare Zustände, falls es solche Zustände in M gibt. Die zweite Tabelle ist ein Ersatz für Verschreiber.

	q_0	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6
q_1							
q_2							
q_3							
q_4							
q_5							
q_6							
q_7							

	q_0	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6
q_1							
q_2							
q_3							
q_4							
q_5							
q_6							
q_7							

c. **(**, 4 Punkte)** Die Minimierung unterteilt die Menge der Zustände in Äquivalenzklassen. *Gib* alle Äquivalenzklassen *an,* die sich aus der Tabelle ergeben.
Hinweis: Die Namen der Klassen in der Form [. . .] *genügen hier* nicht. *Es müssen auch die zugehörigen Mengen, also so etwas wie* [. . .] = { . . . }, *angegeben werden.*

d. **(**, 5 Punkte)** *Gib* den minimierten DFA M' *an.*

e. **(***, 2 Punkte)** *Gib* $\mathrm{L}(M)$ *an,* ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

Aufgabe 4: Grenzen Regulärer Sprachen **(17 Punkte)**

a. **(***, 11 Punkte)** *Beweise* nur mit Hilfe des Pumping Lemmas, dass die Sprache $A_1 \triangleq \left\{ a^j b^k c^l a^m \mid j,k,l,m \in \mathbb{N} \wedge j+m=2 \wedge k < l+m \right\}$ mit $\Sigma \triangleq \{ a, \ b, \ c \}$ nicht regulär ist.

b. **(***, 6 Punkte)** *Gib alle* Myhill-Nerode Äquivalenzklassen für die Sprache $A_2 \triangleq \{ xa \mid x \in \{ a, \ b \}^+ \wedge |xa|_a \leq |xa|_b \}$ über $\Sigma \triangleq \{ a, \ b \}$ an.
Hinweis: Die Namen der Klassen in der Form $[\ \dots\ ]_{\equiv_{A_2}}$ *genügen hier* nicht. *Es müssen auch die zugehörigen Mengen, also so etwas wie* $[\ \dots\ ]_{\equiv_{A_2}} = \dots$*, angegeben werden.*

Aufgabe 5: Modelle Kontextfreier Sprachen I **(11 Punkte)**

Gegeben seien das Alphabet $\Sigma \triangleq \{\ a,\ b,\ c\ \}$ und die kontextfreie Sprache:

$$A \triangleq \left\{\ a^n b^{m+1} xc \mid n, m \in \mathbb{N}^+ \wedge x \in \{\ c,\ cab\ \}^* \wedge |xc|_c - |xc|_b = n\ \right\}$$

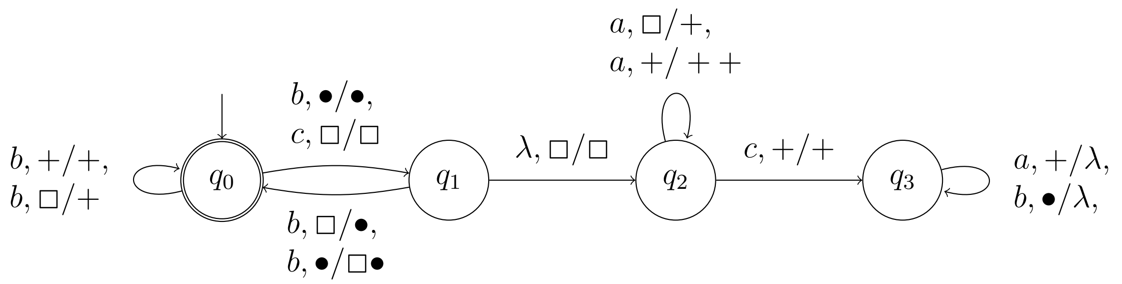
a. **(**, 5 Punkte)** *Gib* eine Typ-2 Grammatik G mit $\mathrm{L}(G) = A$ *an*.

b. **(**, 6 Punkte)** *Gib* einen PDA M mit $\mathrm{L}_{\mathrm{End}}(M) = \mathrm{L}_{\mathrm{Kel}}(M) = A$ *an*.

Matrikelnummer: ____________________ Name: ____________________

Aufgabe 6: Modelle Kontextfreier Sprachen II **(16 Punkte)**

Gegeben seien das Alphabet $\Sigma \triangleq \{ a,\ b,\ c \}$ und der PDA
$M \triangleq (\{ q_0,\ q_1,\ q_2,\ q_3 \},\ \Sigma,\ \{ \square,\ \bullet,\ + \},\ \square,\ \Delta,\ q_0,\ \{ q_0 \})$ mit Δ:



a. **(*, 3.5 Punkte)** *Gib* eine Ableitung von $cbbbbb$ in M *an*, die zeigt, dass $cbbbbb \in \mathrm{L}_{\mathrm{End}}(M)$.

b. **(**, 2 Punkte)** *Gib* $\mathrm{L}_{\mathrm{End}}(M)$ *an*, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

c. **(*, 3 Punkte)** *Gib* eine Ableitung von $caca$ in M *an*, die zeigt, dass $caca \in \mathrm{L}_{\mathrm{Kel}}(M)$.

d. **(3.5 Punkte)** *Gib* $\mathrm{L}_{\mathrm{Kel}}(M)$ *an*, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

e. **(**, 4 Punkte)** *Beweise* nur mit Hilfe von Abschlusseigenschaften, dass die Sprache $A \triangleq \{ ww^R \mid w \in \{ a,\ b \}^* \}$ nicht regulär ist.
Hinweis: w^R bezeichnet hier die Umkehrung von w. Für das Wort $ba \in \{ a,\ b \}^*$ gilt zum Beispiel $(ba)^R = ab$. Es darf ohne Beweis benutzt werden, dass $\mathrm{L}(e)$ für einen regulären Ausdruck e regulär und $B \triangleq \{ a^{n+1}b^{2m}a^n \mid n, m \in \mathbb{N} \}$ nicht regulär aber kontextfrei ist. Sprachen $\mathrm{L}(e)$ für reguläre Ausdrücke e sowie Operationen auf Mengen müssen nicht berechnet oder umgeformt werden.

Auf dieser Seite löse ich einen Teil der Aufgabe __ :
Teilaufgabe __ :

Auf dieser Seite löse ich einen Teil der Aufgabe __ :
Teilaufgabe __ :