

10. freiwillige Hausaufgabe – Logik

Abgabe: bis 10:30 am 27.01.2023 im ISIS-Kurs [WiSe 2022/23] Logik

Sei $\sigma = \{E\}$ eine Signatur mit einem zweistelligen Relationssymbol.

Hausaufgabe 1

Geben Sie den Quantorenrang und die Menge der freien Variablen für die folgenden FO[σ]-Formeln an.

- (i) $\varphi_1 = x \neq z \wedge E(a, a)$
- (ii) $\varphi_2 = E(x, x) \wedge \forall a \forall b ((a \neq b \leftrightarrow \exists y (E(y, a) \wedge \neg E(a, y))) \vee \neg \forall c E(y, c))$
- (iii) $\varphi_3 = \exists x \forall y (x \neq y \wedge \exists x (E(x, y) \rightarrow \forall z E(z, z)) \wedge (E(x, y) \vee \exists z E(x, z)))$

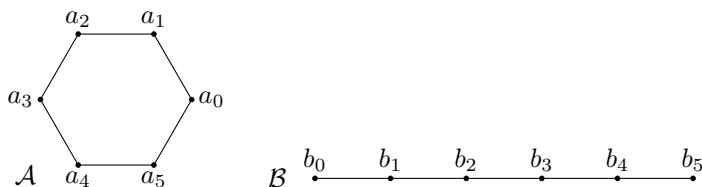
Hausaufgabe 2

Entscheiden Sie für die folgende Formel $\varphi \in \text{FO}[\sigma]$ ob diese unerfüllbar, erfüllbar mit einem endlichen Modell, oder erfüllbar mit einem unendlichen Modell ist.

$$\begin{aligned} \varphi := & \forall x \exists y \forall z (E(x, y) \wedge (z \neq y \rightarrow \neg E(x, z))) \\ & \wedge \exists x (\forall y (\neg E(y, x)) \wedge \forall y \forall z (x \neq z \rightarrow \exists w (E(w, z) \wedge (y \neq w \rightarrow \neg E(y, z))))) \end{aligned}$$

Hausaufgabe 3

Seien die σ -Strukturen \mathcal{A} und \mathcal{B} wie folgt definiert:



- (i) Geben Sie einen partiellen Isomorphismus zwischen \mathcal{A} und \mathcal{B} an, dessen Bild maximale Größe hat.
- (ii) Geben Sie eine unterscheidende Formel zwischen \mathcal{A} und \mathcal{B} an.