

Formale Sprachen und Automaten

Prof. Dr. Uwe Nestmann - 27. Juli 2022

Schriftlicher Test

Studierendenidentifikation:

NACHNAME	
VORNAME	
MATRIKELNUMMER	
STUDIENGANG	<input type="checkbox"/> Informatik Bachelor, <input type="checkbox"/> _____

Ich möchte die von mir in der Hausaufgabe erreichten Punkte anrechnen lassen.
(Ja/Nein)

Aufgabenübersicht:

AUFGABE	SEITE	PUNKTE	THEMENBEREICH
1	3	15	MODELLE REGULÄRER SPRACHEN
2	4	15	UNTERMENGEN-KONSTRUKTION
3	5	22	MINIMIERUNG EINES DFA
4	6	12	CYK-ALGORITHMUS
5	7	11	MODELLE KONTEXTFREIER SPRACHEN I
6	8	5	MODELLE KONTEXTFREIER SPRACHEN II

Zwei Punkte in diesem Test entsprechen einem Portfoliopunkt.

Korrektur:

AUFGABE	1	2	3	4	5	6	Σ
PUNKTE	15	15	22	12	11	5	80
ERREICHT							
KORREKTOR:IN							
EINSICHT							

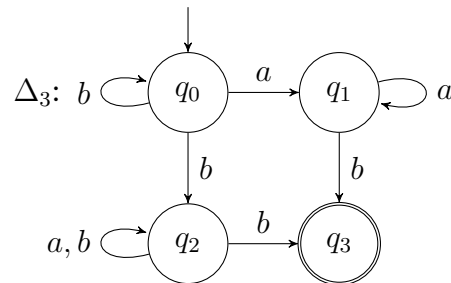
Aufgabe 1: Modelle Regulärer Sprachen

(15 Punkte)

Gegeben seien das Alphabet $\Sigma \triangleq \{ a, b \}$,
 die reguläre Sprache $A_1 \triangleq \{ (ba)^n b(aa)^m \mid m, n \in \mathbb{N} \}$,
 die reguläre Grammatik $G_2 \triangleq (\{ S, T, U, W \}, \Sigma, P_2, S)$ und
 der NFA $M_3 \triangleq (\{ q_0, q_1, q_2, q_3 \}, \Sigma, \Delta_3, \{ q_0 \}, \{ q_3 \})$ mit:

P_2 :

S	\rightarrow	$aS \mid bW \mid bU$
T	\rightarrow	$bU \mid aT$
U	\rightarrow	$bT \mid aU \mid bW$
W	\rightarrow	a



a. (6 Punkte) Gib einen DFA M_1 mit $L(M_1) = A_1$ an.

b. (4,5 Punkte) Gib eine Typ-3 Grammatik G_1 mit $L(G_1) = A_1$ an.

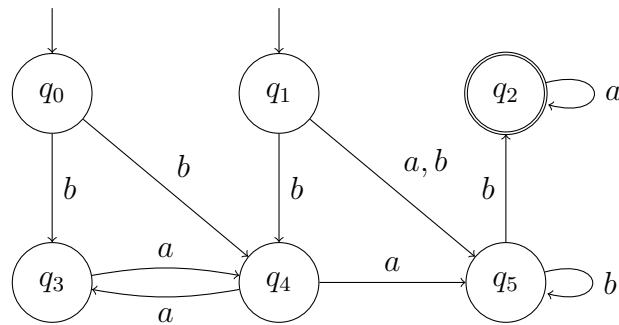
c. (2 Punkte) Gib $L(G_2)$ an, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

d. (2.5 Punkte) Gib $L(M_3)$ an, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

Aufgabe 2: Untermengen-Konstruktion

(15 Punkte)

Gegeben sei der NFA $M \triangleq (\{ q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5 \}, \Sigma, \Delta, \{ q_0, q_1 \}, \{ q_2 \})$ mit $\Sigma \triangleq \{ a, b \}$ und Δ :



- a. **(13 Punkte)** Konstruiere nur mit Hilfe der Untermengen-Konstruktion den DFA M' zum NFA M . Gib die bei der Untermengen-Konstruktion entstehende Tabelle sowie das Tupel des entstehenden Automaten M' an.

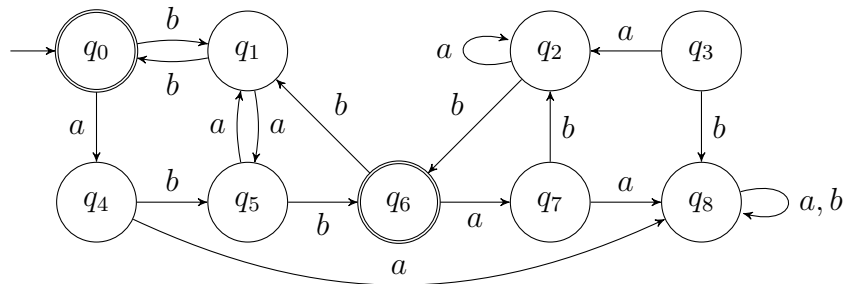
Hinweis: Es ist nicht nötig die Übergangsfunktion δ' von M' (graphisch) anzugeben.

- b. **(2 Punkte)** Gib $L(M)$ an, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

Aufgabe 3: Minimierung eines DFA

(22 Punkte)

Gegeben sei der DFA $M \triangleq (Q, \Sigma, \delta, q_0, \{q_0, q_6\})$ mit
 $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7, q_8\}$, $\Sigma = \{a, b\}$ und δ :



- a. (1 Punkt) Gib an: Welche Zustände sind nicht erreichbar?
- b. (9 Punkte) Gib an: Fülle die folgende Tabelle entsprechend des Table-Filling-Algorithmus zum Minimieren von DFAs mit Kreuzen (x) und Kreisen (o) aus.
 Hinweis: Bitte streiche zunächst alle Zeilen und Spalten für nicht erreichbare Zustände, falls es solche Zustände in M gibt.

q_1								
q_2								
q_3								
q_4								
q_5								
q_6								
q_7								
q_8								
	q_0	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_7

- c. (4 Punkte) Die Minimierung unterteilt Q in Äquivalenzklassen. Gib alle Äquivalenzklassen an, die sich aus der Tabelle ergeben.
 Hinweis: Die Namen der Klassen in der Form $[q_0]$ genügen hier nicht. Es müssen auch die zugehörigen Mengen, also so etwas wie $[q_0] = \{\dots\}$, angegeben werden.
- d. (5 Punkte) Gib den minimierten DFA M' an.

- e. (3 Punkte) Gib $L(M)$ an, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

Aufgabe 4: CYK-Algorithmus

(12 Punkte)

Gegeben sei ein Alphabet $\Sigma \triangleq \{ a, b \}$, sowie die Grammatiken

$G_1 \triangleq (\{ S_1, X, Y, Z \}, \Sigma, P_1, S_1)$ und $G_2 \triangleq (\{ S, T, U, V, W \}, \Sigma, P_2, S)$ mit:

$$\begin{array}{ll} P_1 : S_1 \rightarrow bX \mid XY & P_2 : S \rightarrow a \mid TV \\ X \rightarrow S_1 Z a a \mid a & T \rightarrow WV \mid VW \\ Y \rightarrow Y b X \mid X X & U \rightarrow SV \mid WU \\ Z \rightarrow X S_1 \mid a \mid ZY & V \rightarrow TU \mid b \mid VU \\ & W \rightarrow WT \mid a \end{array}$$

a. **(4 Punkte)** Gib eine Grammatik G in CNF an mit $L(G_1) = L(G)$.

b. **(8 Punkte)** Berechne: Gegeben sei ein Wort $w \triangleq aabab$. Löse mit dem CYK-Algorithmus das Wortproblem: $w \in L(G_2)$ oder $w \notin L(G_2)$?

$CYK_w(i, j)$	1	2	3	4	5
1: a					
2: a					
3: b					
4: a					
5: b					

Matrikelnummer: _____ Name: _____

Aufgabe 5: Modelle Kontextfreier Sprachen I

(11 Punkte)

Gegeben seien das Alphabet $\Sigma \triangleq \{ a, b, c \}$ und die kontextfreie Sprache:

$$A \triangleq \{ xa^n b^m c \mid n, m \in \mathbb{N}^+ \wedge x \in \{ c, cba \}^* \wedge |x|_c = |x|_b + n \}$$

a. **(5.5 Punkte)** *Gib eine Typ-2 Grammatik G mit $L(G) = A$ an.*

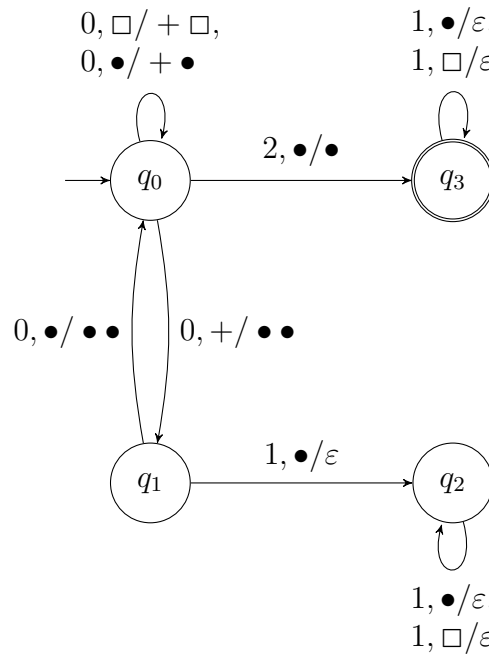
b. **(5.5 Punkte)** *Gib einen PDA M mit $L_{\text{End}}(M) = L_{\text{Kel}}(M) = A$ an.*

Aufgabe 6: Modelle Kontextfreier Sprachen II

(5 Punkte)

Gegeben seien das Alphabet $\Sigma \triangleq \{ 0, 1, 2 \}$ und der PDA

$M \triangleq (\{ q_0, q_1, q_2, q_3 \}, \Sigma, \{ \square, +, \bullet \}, \square, \Delta, q_0, \{ q_3 \})$ mit Δ :



a. **(2 Punkte)** Gib $L_{\text{End}}(M)$ an, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

b. **(3 Punkte)** Gib $L_{\text{Kel}}(M)$ an, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

Matrikelnummer: _____ *Name:* _____

Auf dieser Seite löse ich einen Teil der Aufgabe ____ :
Teilaufgabe ____ :

Matrikelnummer: _____ *Name:* _____

Auf dieser Seite löse ich einen Teil der Aufgabe ____ :
Teilaufgabe ____ :