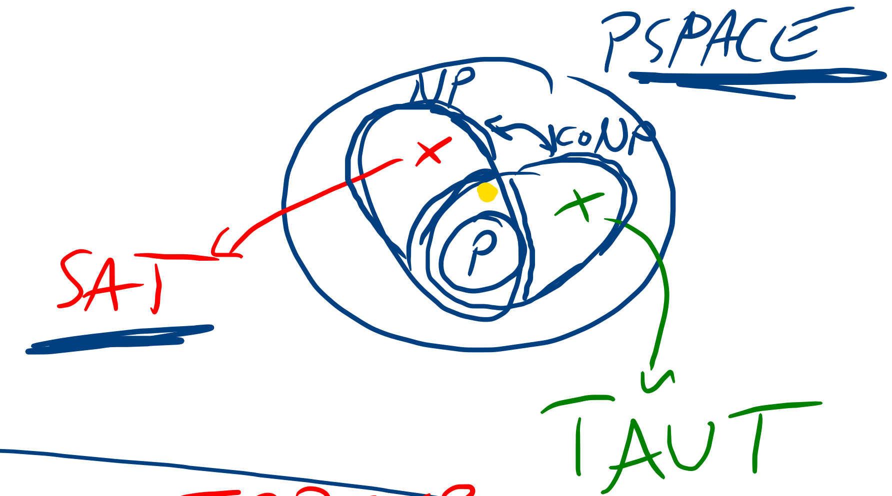
BeKo Modulkonferenz 2.2.23

(1) $P \neq NP$

(2) $NP \neq coNP$



TQBF $Q_{x_1} Q_{x_2} \dots \varphi(x_1, \dots) = 1$?

TQBF $\leq_m^P$ ATQBF*

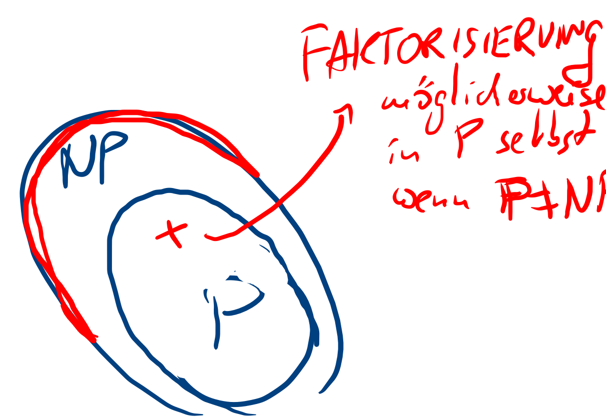
$\geq_m^P$ trivial

ATQBF* $\exists x_1 \forall x_2 \exists x_3 \dots \varphi(x_1, x_2, \dots) = 1$?

$\exists x_1$

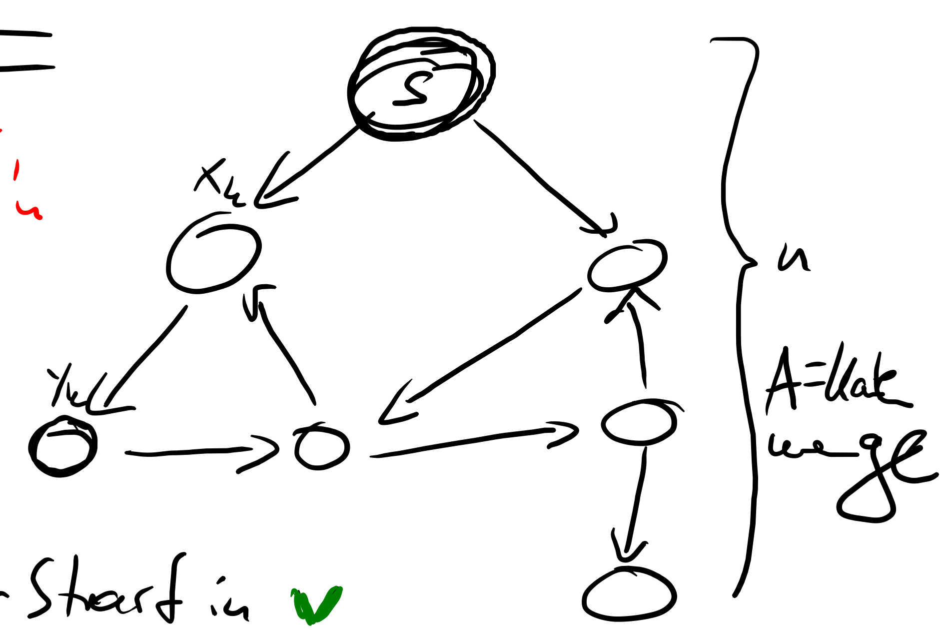
$\exists x_0 \forall x_1 \forall x_2 \dots \varphi(x_1, x_2 \dots) \wedge x_0 \,{}^{1}\!/\!_{0} = 1 \Leftrightarrow \forall x_1 \forall x_2 \dots \varphi(x_1, x_2, \dots)$

$\forall x_0 \exists x_1 \exists x_2 \dots \varphi(x_1, x_2, \dots) \vee x_0$



GENERALIZED GEOGRAPHY $\le_m^P$ TQBF

↓ Gewinnstrategie für Sp. 1 ↓ Boolesche Var'n



① Zwischenproblem das erlaubt n-wertige Var'n

② Rekursiver Formelbau

$\varphi_k(v)=1 \iff S_1$ gewinnt in $k \le$ Zug $\le n$ bei Start in v

$(v x_k \in A \wedge \forall_{i<k}(x_k \ne x_i \wedge x_k \ne y_i)) \wedge (x_k y_k \notin A \vee \forall_{i\le k}(y_k = x_i \wedge y_k \ne y_i))$

$\varphi_k(v) := \exists x_k \, \forall y_k$ [S_1 gewinnt in $k-2 \le$ Zug $\le n$ bei Start in y_k]

"x_k ist Folgeknoten von v" $\wedge$ "x_k noch nicht gewählt" $\wedge$ (S_2 kann nicht mehr ziehen $\vee$ [. . .])

$$= \exists x_k \, \forall y_k \, (v x_k \in A \wedge (x_k \ne x_1 \wedge x_k \ne y_1 \wedge x_k \ne x_2 \wedge x_k \ne y_2 \wedge \dots)) \wedge ((x_k y_k \notin A \vee (y_k = x_1 \vee y_k = y_1 \vee \dots)) \vee \varphi_{k-2}(y_k))$$

⇝ Variable ⇒ $\log n$ Var'n ⟶ "$x=y$" mit $\log n$ Booleschen Vergleichen

$xy \in A \iff (x=s_1 \wedge y=t_1) \vee (x=s_2 \wedge y=t_2) \vee \dots$

$A=\{(s_1,t_1),(s_2,t_2)\dots\}$

Satz von Savitch

coNPSPACE = PSPACE = NPSPACE

$L \in NPSPACE \Rightarrow \exists p\ L \in NSPACE(p(n)) \Rightarrow L \in DSPACE(p(n)^2) \Rightarrow L \in PSPACE$

$$NSPACE(f(n)) \subseteq DSPACE(f(n)^2)$$

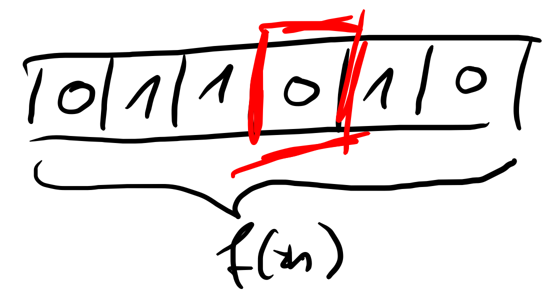
$f(n)$-Platzbeschr. NTM $f(n)^2$-Platzbeschr. DTM

Idee

s-t-Pfad im Konfigurations-graphen von $M(x)$ für eine akzeptierende Konfig. t

Startkonfiguration

$n = |x|$



Bew: NTM M die $f(n)$-Platzbeschr.

naiv: rate nächste Konfiguration
→ Problem: braucht vielleicht $2^{f(n)} \cdot f(n)$

clever: rate mittleren Knoten auf akz. Pfad

1. rate akzeptierende Endkonf. t die von $M(x)$ erreicht wird

start end Länge → kann M von s nach t übergehen in ≤ k Schritten

REACH(s, t, k):

if $s = t$ then 1
if $k = 0$ then 0
if $s \to t \in \delta_M$ then 1
Für alle Konfiguration v d. Länge $f(|x|)$:
return $REACH(s, v, \lceil k/2 \rceil) \wedge REACH(v, t, \lfloor k/2 \rfloor)$

2. berechne $REACH(s, t, 2^{f(n)})$

→ Rekursionstiefe $\leq f(n)$
Pro Rek.tiefe $\log(\#Konf.)$ Bits $= f(n)$ ✓