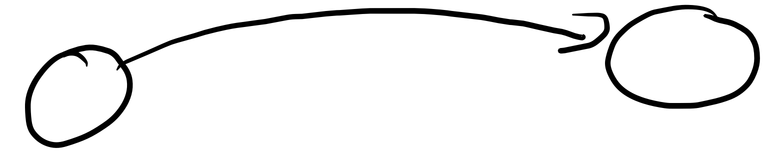
Berechenbarkeit & Komplexität Modulkonferenz 19.12.23

$\boxed{Q1}\ \boxed{Q2}$ $\boxed{Q3}$ Definition Reduktion

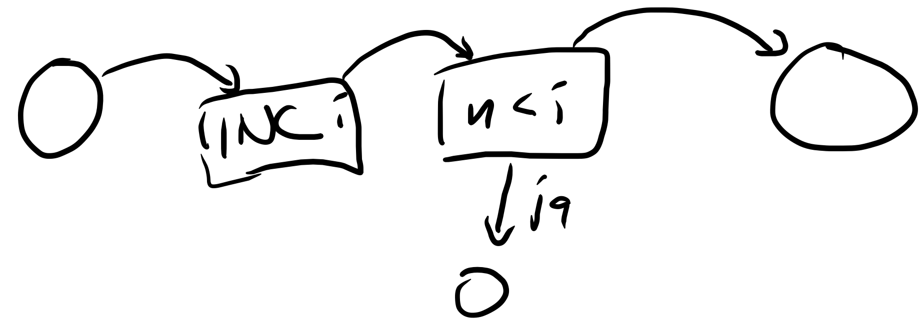
$\underbrace{\qquad\qquad}$

Cheat Sheet auf ISIS



Eingabe w

w hat 2000 Zust.



$h(0)$

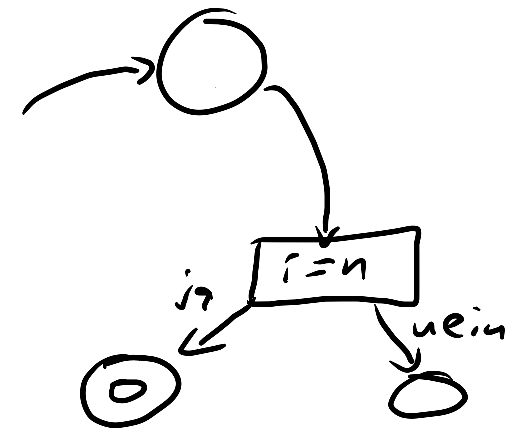
$h(1)$

$h(2)$

$\vdots$

$h(10) = 1950$

$h(11) = 2013$ ⟶ TM mit 2000 Zuständen macht maximal 11 Schritte



h monoton wachsend

1	1	1	0	0	1
1	1	1	0	0	1

$\Sigma = \{a, b\}$

$\Pi = \{a, 0, 1\}$

$\begin{pmatrix} ab \\ a01 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} aaa \\ 0a1 \end{pmatrix}, \ldots \begin{pmatrix} aa \\ aa \end{pmatrix}$

$\emptyset \qquad \emptyset$

Q6 (B) f: wirf alle Dominos weg, die Symbole aus $\Sigma \triangle \Pi = (\Sigma \setminus \Pi) \cup (\Pi \setminus \Sigma)$ enthalten.

zz.: $\forall_z \quad z \in VPCP(\Sigma, \Pi) \iff f(z) \in PCP(\Sigma \cap \Pi)$

„$\Rightarrow$" sei $i_1, \ldots, i_k$ sodass $\underbrace{x_{i_1} \cdot x_{i_2} \cdot \ldots \cdot x_{i_k}}_{w} = \underbrace{y_{i_1} \cdot y_{i_2} \cdots y_{i_k}}_{q}$

Beobachtung: $w \in \Sigma^*$, $q \in \Pi^*$

da $w = q$ gilt $w, q \in \Sigma^* \cap \Pi^* = (\Sigma \cap \Pi)^*$

$\Rightarrow$ Lösung benutzt keine "weggeworfenen Steine"

$\Rightarrow$ Lösung ist Lösung für $PCP(\Sigma \cap \Pi)$ $\quad (f(z) \in PCP(\Sigma \cap \Pi))$

„$\Leftarrow$" sei $i_1, \ldots, i_k$ sodass $\underbrace{x_{i_1} \cdot x_{i_2} \cdots x_{i_k}}_{w} = \underbrace{y_{i_1} \cdot y_{i_2} \cdots y_{i_k}}_{q}$ mit $w, q \in (\Sigma \cap \Pi)^*$

Beobachtung: alle (x_{i_j}, y_{i_j}) sind auch in z

$\Rightarrow$ $z \in VPCP(\Sigma, \Pi)$

② $Z = \{ w\#i \mid M_w$ auf Eingabe ε erreicht Zustand $z_i \}$

① $E_q = \{ w\#q \mid T(M_w) = T(M_q) \}$ unentscheidbar via S. v. Rice

I für alle $w \in \{0,1\}^*$ $E_q^w = \{ q \mid T(M_q) = T(M_w) \}$ unentscheidbar

II Reduktion v. E_q^w auf E_q

I Zz.: $S \subseteq R$ mit $S \neq \emptyset$, $S \neq R$, $C(S) = E_q^w$

$C(S) = \{ q \mid T(M_q) \in S \}$

$E_q^w = \{ q \mid T(M_q) = T(M_w) \}$

$\boxed{S = \{ T(M_w) \}}$

$T(M_q) \in S \Leftrightarrow T(M_q) = T(M_w)$

$\left(\underbrace{T(M_w) \triangle \{\varepsilon\}}_{\in R \setminus S} \neq T(M_w) \right)$

$\downarrow$

alternativ: $\emptyset, \Sigma^* \in R$ aber $T(M_w)$ kann höchstens eine von beiden sein

$\Rightarrow S \neq R$

$\xRightarrow{S.v.R} C(S) = E_q^w$ unentscheidbar

$\square$

II $\exists_w$ $E_q^w \leq E_q$

Reduktionsfunktion: $f^w(q) = w\#q$

- total ✓
- ber. ✓
- Red. Eig.

$q \in E_q^w \Leftrightarrow T(M_q) = T(M_w) \Leftrightarrow w\#q \in E_q$

$E_q^w = \{ q \mid T(M_q) = T(M_w) \}$

$\square$

$E_q^w \leq E_q$