BeKo Konferenz 8.12.22

A aufzählbar $\iff$ A ist Definitionsber. einer berechenbare Fkt. f

„$\Rightarrow$" $f = \chi'_A$

$$\chi'_A(\omega) = \begin{cases} 1 & \text{falls } \omega \in A \\ \perp & \text{sonst} \end{cases}$$

„$\Leftarrow$"

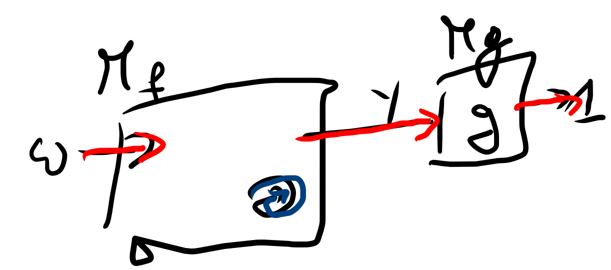
$$f(\omega) = \begin{cases} f(\omega) \in \mathbb{N} & \text{falls } \omega \in A \\ \perp & \text{falls } \omega \notin A \end{cases}$$

$A = \{0,1\}^*$

$f = A \to \mathbb{N}$

$f(\omega) = \perp$

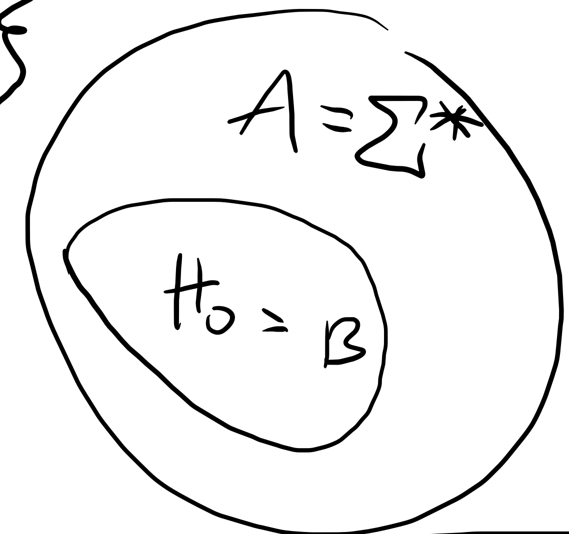
$g(x) = 1$



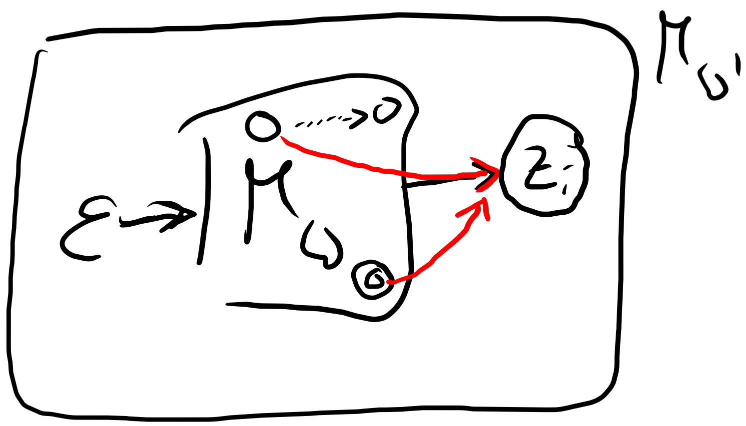
$$\boxed{g \circ f = \chi'_A}$$

aufzählbar $:\iff_{df}$ ($\exists$ ber. Fkt f s.d. $A = \{f(0), f(1), \dots\}$) oder $A = \emptyset$

$Z = \{ w\#i \mid M_w$ auf leerem Band den Zustand z_i erreicht$\}$ $\longrightarrow$ unentscheidbar



$H_0 \le Z$

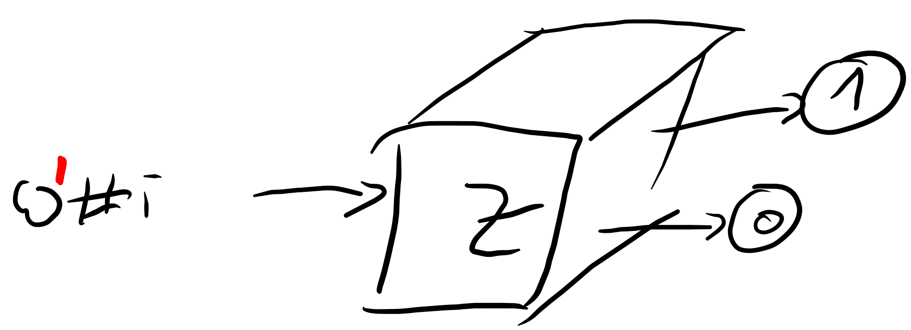


$\boxed{1}$

$M_{w'}$ erreicht z_i auf ε

$\Leftrightarrow$

M_w hält auf ε



$\Leftrightarrow M_{w'}$ erreicht z_i auf leerem Band

$\Updownarrow$

M_w hält auf leerem Band

$w \in H_0 \Leftrightarrow M_w$ hält auf ε

$\overset{1}{\Leftrightarrow} M_{w'}$ erreicht z_i auf $\varepsilon \Leftrightarrow w\#i \in Z$

Satz v. Rice für Sprachen

$R = \{ L \mid L \text{ ist semi-entscheidbar} \}$

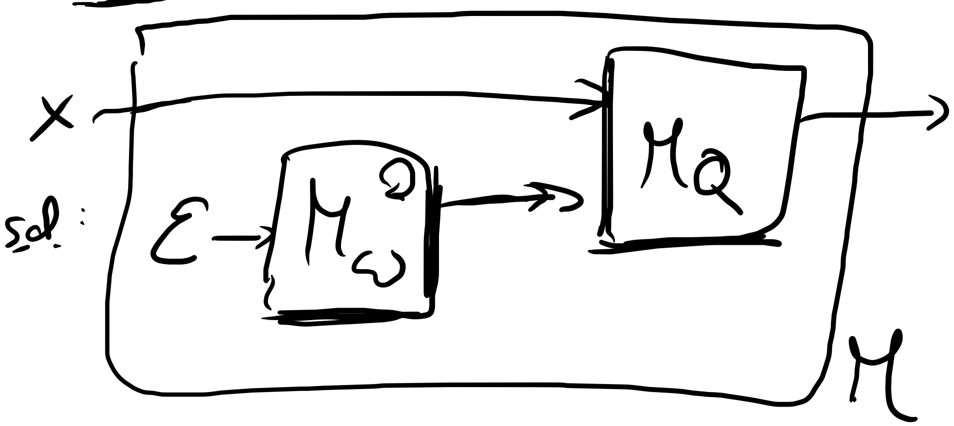
$S =$ nicht-triviale Teilmenge von R $(S \neq \emptyset, S \neq R)$

$C(S) = \{ w \mid T(M_w) \in S \}$

<u>Fall 1:</u> $\boxed{\emptyset \notin S}$, $\exists$ Sprache <u>$Q \in S$</u> akzeptiert von M_Q

$H_0 \leq C(S)$

Reduktion f baut M_w nach M um so:



$w \in H_0 \Rightarrow M$ akzeptiert Sprache Q $(T(M) = Q)$
$\Rightarrow T(M) \in S$

$w \notin H_0 \Rightarrow M$ akzeptiert kein Wort x $(T(M) = \emptyset)$
$\Rightarrow T(M) \notin S$

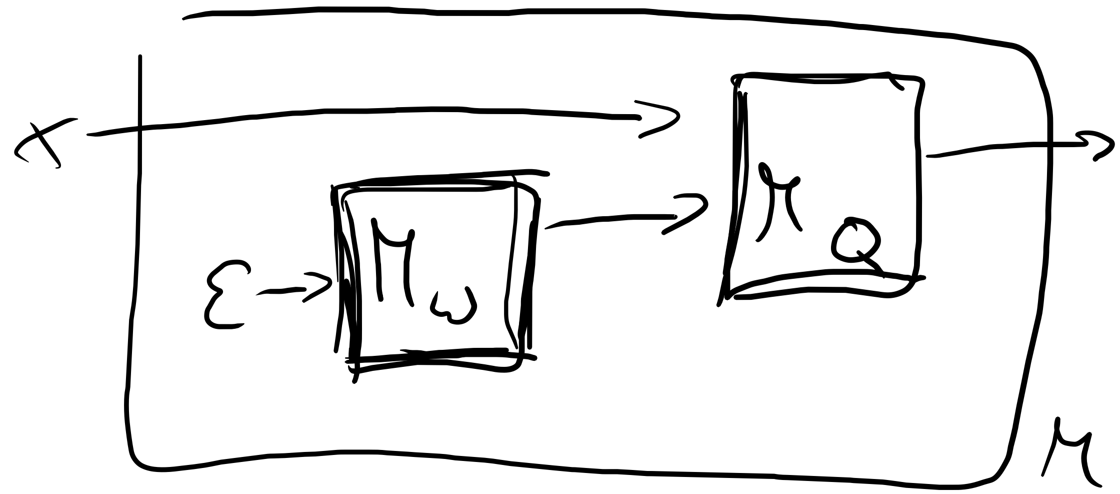
Reduktionseigenschaft

Fall 2 $\quad \overline{H_0} \le C(S)$

$\boxed{\emptyset \in S}$

$S \neq R$

$\exists \underline{Q \in R \setminus S}$



$w \in \overline{H_0} \Rightarrow T(M) = \emptyset$

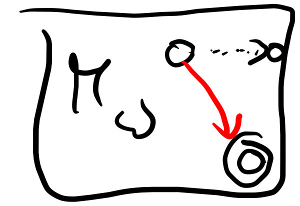
$\Rightarrow T(M) \in S$

$w \notin \overline{H_0} \Rightarrow M_w$ hält auf ε

$\Rightarrow T(M) = T(M_Q) = Q$

$\Rightarrow T(M) \notin S$

$\{\omega \mid M_\omega \text{ hält } \underline{\text{nicht}} \text{ auf } \omega\} = \overline{K} \leq Eq = \{\omega\#q \mid T(M_\omega) = T(M_q)\}$



$M_\omega \rightsquigarrow M_{\omega^*}$ akzeptiert $\omega \Leftrightarrow M_\omega$ hält auf ω

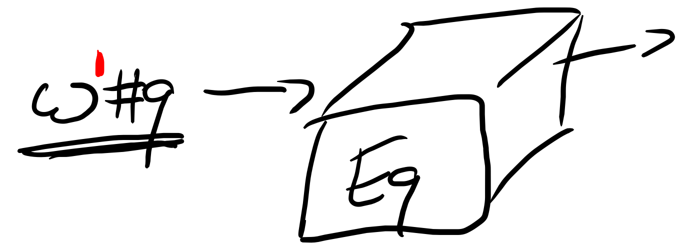
M_{ω^*} akzeptiert falls M_ω hält ohne zu akzeptieren

$\omega \in \overline{K} \Leftrightarrow M_\omega$ hält nicht auf ω

$\overset{1}{\Leftrightarrow} \omega \notin T(M_{\omega^*})$

$\overset{2}{\Leftrightarrow} T(M_q) = T(M_{\omega^*})$

$\Leftrightarrow \omega^*\#q \in Eq$



$\Leftrightarrow \underline{T(M_\omega) = T(M_q)}$

$\Updownarrow$

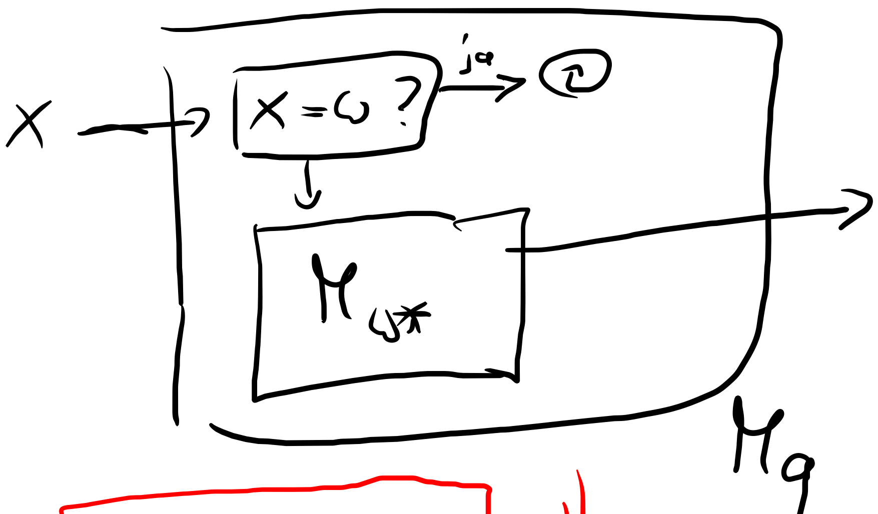
M_ω hält $\underline{\text{nicht}}$ auf ω **1**

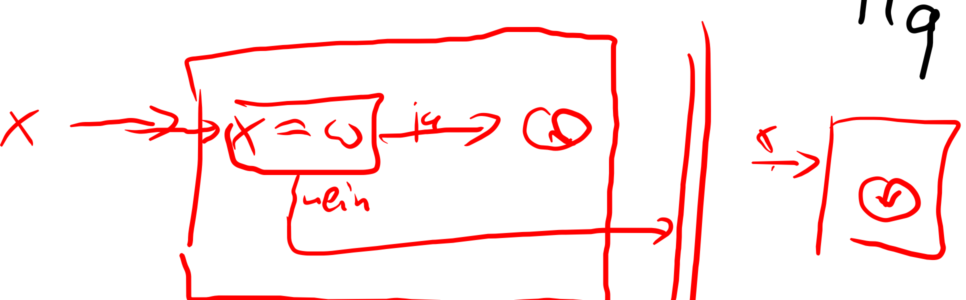
$\Updownarrow$

M_{ω^*} akzeptiert ω $\underline{\text{nicht}}$

$\Updownarrow$

$\omega \notin T(M_{\omega^*})$





wollen bauen

$T(M_q) = T(M_{\omega^*}) \setminus \{\omega\}$ **2**

$\delta: (z_1, 0) \to (z_1, 1, R)$ ⇝ ##110110011

$(z_1, B) \to (z_1, 1, R)$ ⇝ ##1011101110

Satz $A \leq B \iff \overline{A} \leq \overline{B}$

$K \leq \overline{K}$

nein

$\overline{K} \leq K$

↳ semi-entscheidbar

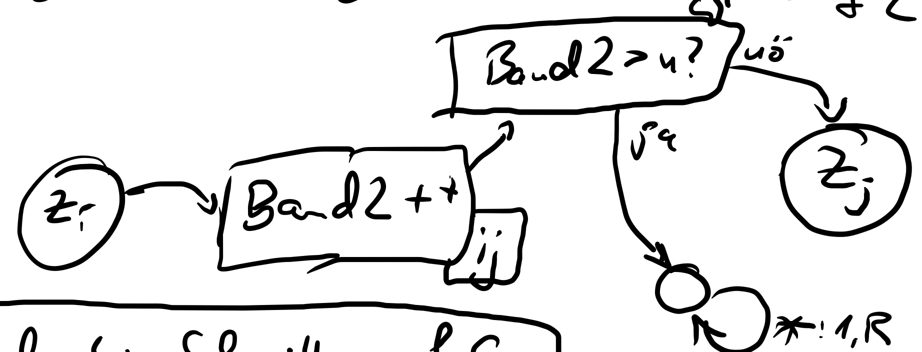
↯

$Z = \{ w\#n \mid M_w$ hält nach $\leq n$ Schritten auf $\varepsilon \} \leq H_0$

Umbau von M_w nach $M_{w'}$ sodass $M_{w'}$ auf ε hält $\iff M_w$ nach $\leq n$ Schritten auf ε hält

Schrittzähler

$M_{w'}$:



⇝ nach Umbau zu $M_{w'}$ gilt:

1 $M_{w'}$ hält auf $\varepsilon \iff M_w$ hält nach $\leq n$ Schritten auf ε

$w\#n \in Z \iff M_w$ hält nach $\leq n$ Schritten auf ε

$\iff M_{w'}$ hält auf ε

$\iff w' \in H_0$

ABER: Z entscheidbar
d.h. Reduktion kann Z berechnen & triviale ja/nein Instanz von H_0 zurückgeben

$\iff M_{w'}$ hält auf ε

$\Updownarrow$

M_w hält nach $\leq n$ Schritten auf ε