Formale Sprachen und Automaten

Prof. Dr. Uwe Nestmann - 05. April 2018

Schriftlicher Test

Studierendenidentifikation:

Nachname	
Vorname	
Matrikelnummer	
Studiengang	□ Informatik Bachelor, □ ________________________

Aufgabenübersicht:

Aufgabe	Seite	Punkte	Themenbereich
1	2	20	Modelle Regulärer Sprachen
2	3	15	Untermengen-Konstruktion
3	4	22	Minimierung eines DFA
4	5	17	Grenzen Regulärer Sprachen
5	6	11	Modelle Kontextfreier Sprachen I
6	7	15	Modelle Kontextfreier Sprachen II

Zwei Punkte in diesem Test entsprechen einem Portfoliopunkt.

Korrektur:

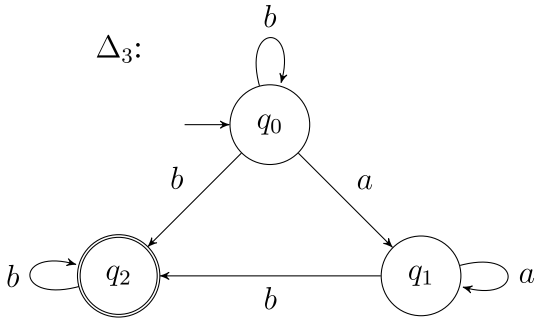
Aufgabe	1	2	3	4	5	6	$\sum$
Punkte	20	15	22	17	11	15	100
Erreicht							
Korrektor							
Einsicht							

Aufgabe 1: Modelle Regulärer Sprachen **(20 Punkte)**

Gegeben seien das Alphabet $\Sigma \triangleq \{\ a,\ b\ \}$, die reguläre Sprache $A_1 \triangleq \{\ xa^{m+2} \mid x \in \{\ ab,\ b\ \}^* \wedge m \in \mathbb{N}\ \}$, die reguläre Grammatik $G_2 \triangleq (\{\ S,\ T,\ U\ \},\ \Sigma,\ P_2,\ S)$ und der NFA $M_3 \triangleq (\{\ q_0,\ q_1,\ q_2\ \},\ \Sigma,\ \Delta_3,\ \{\ q_0\ \},\ \{\ q_2\ \})$ mit:

$$
P_2:\quad
\begin{array}{lcl}
S & \rightarrow & aS \mid bT \\
T & \rightarrow & aT \mid bU \\
U & \rightarrow & aU \mid bT \mid a
\end{array}
$$

Δ_3:



a. **(**, 5 Punkte)** *Gib* einen DFA M_1 mit $\mathrm{L}(M_1) = A_1$ *an*.

b. **(**, 4 Punkte)** *Gib* eine Typ-3 Grammatik G_1 mit $\mathrm{L}(G_1) = A_1$ *an*.

c. **(**, 3 Punkte)** *Gib* die Ableitung des Wortes $abbaa$ in G_2 *an*.

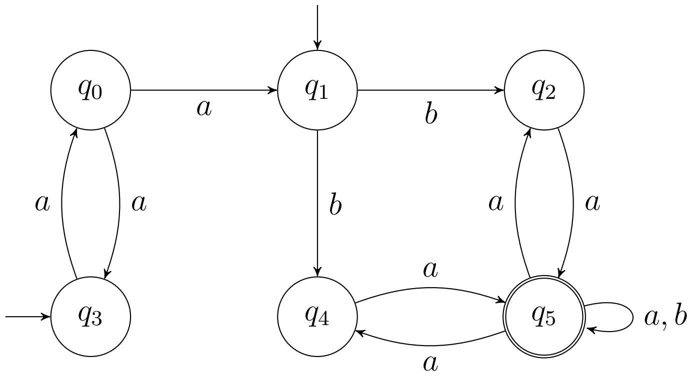
d. **(***, 3 Punkte)** *Gib* $\mathrm{L}(G_2)$ *an*, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

e. **(**, 3 Punkte)** *Gib* eine Ableitung des Wortes $bbaab$ in M_3 *an*, die zeigt, dass $bbaab \in \mathrm{L}(M_3)$.

f. **(***, 2 Punkte)** *Gib* $\mathrm{L}(M_3)$ *an*, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

Aufgabe 2: Untermengen-Konstruktion **(15 Punkte)**

Gegeben sei der NFA $M \triangleq (\{\ q_0,\ q_1,\ q_2,\ q_3,\ q_4,\ q_5\ \},\ \Sigma,\ \Delta,\ \{\ q_1,\ q_3\ \},\ \{\ q_5\ \})$ mit $\Sigma = \{\ a,\ b\ \}$ und Δ:

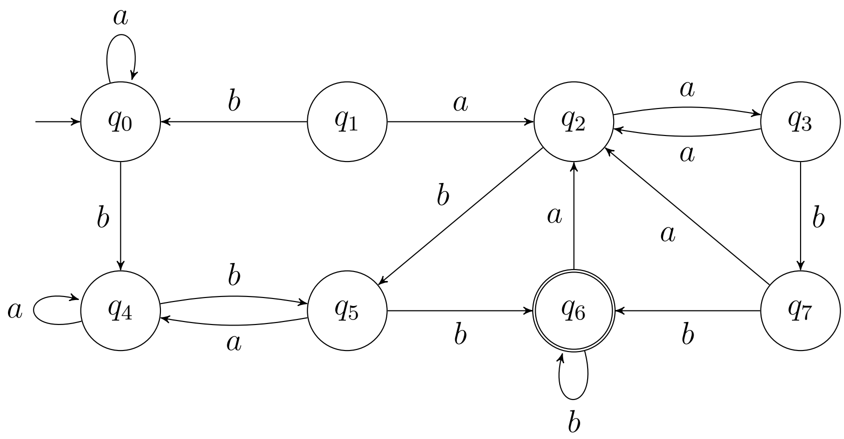


a. **(**, 13 Punkte)** *Berechne:* Konstruiere nur mit Hilfe der Untermengen-Konstruktion den DFA M' zum NFA M. *Gib* die bei der Untermengen-Konstruktion entstehende Tabelle sowie das Tupel des entstehenden Automaten M' *an*.
Hinweis: Es ist nicht nötig die Übergangsfunktion δ' von M' (graphisch) anzugeben.

b. **(***, 2 Punkte)** *Gib* $\mathrm{L}(M)$ *an*, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

Aufgabe 3: Minimierung eines DFA **(22 Punkte)**

Gegeben sei der DFA $M \triangleq (Q,\ \Sigma,\ \delta,\ q_0,\ \{\ q_6\ \})$ mit $Q = \{\ q_0,\ q_1,\ q_2,\ q_3,\ q_4,\ q_5,\ q_6,\ q_7\ \}$, $\Sigma = \{\ a,\ b\ \}$ und δ:



a. **(**, 1 Punkt)** *Gib an:* Welche Zustände sind nicht erreichbar?

b. **(**, 9 Punkte)** *Gib an:* Fülle die folgende Tabelle entsprechend des Table-Filling-Algorithmus zum Minimieren von DFAs mit Kreuzen (x) und Kreisen (o) aus.
Hinweis: Bitte streiche zunächst alle Zeilen und Spalten für nicht erreichbare Zustände, falls es solche Zustände in M gibt. Die zweite Tabelle ist ein Ersatz für Verschreiber.

q_1							
q_2							
q_3							
q_4							
q_5							
q_6							
q_7							
	q_0	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6

q_1							
q_2							
q_3							
q_4							
q_5							
q_6							
q_7							
	q_0	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6

c. **(**, 4 Punkte)** Die Minimierung unterteilt Q in Äquivalenzklassen. *Gib* alle Äquivalenzklassen *an*, die sich aus der Tabelle ergeben.
Hinweis: Die Namen der Klassen in der Form $[\ q_0\ ]$ genügen hier nicht. *Es müssen auch die zugehörigen Mengen, also so etwas wie $[\ q_0\ ] = \{\ \dots\ \}$, angegeben werden.*

d. **(**, 5 Punkte)** *Gib* den minimierten DFA M′ *an*.

e. **(***, 3 Punkte)** *Gib* $\mathrm{L}(M)$ *an*, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

Aufgabe 4: Grenzen Regulärer Sprachen **(17 Punkte)**

Gegeben sei das Alphabet $\Sigma \triangleq \{\ a,\ b,\ c\ \}$.

a. **(***, 11 Punkte)** *Beweise* nur mit Hilfe des Pumping Lemma, dass die Sprache $A \triangleq \left\{\ a^j b^k c^l a^m \mid j,k,l,m \in \mathbb{N} \wedge k \mod 2 = l \wedge k \leq m\ \right\}$ nicht regulär ist.

b. **(***, 6 Punkte)** *Gib alle* Myhill-Nerode Äquivalenzklassen für die Sprache $B \triangleq \{\ c^n a x \mid x \in \{\ a,\ b,\ c\ \}^* \wedge n \in \mathbb{N}^+ \wedge |x|_a + |x|_b = n - 1\ \}$ über Σ *an*.
Hinweis: Die Namen der Klassen in der Form $[\ a\ ]$ *genügen hier* nicht. *Es müssen auch die zugehörigen Mengen, also so etwas wie* $[\ a\ ] = \{\ \dots\ \}$ *oder* $[\ a\ ] = \mathrm{L}(\dots)$*, angegeben werden.*

Aufgabe 5: Modelle Kontextfreier Sprachen I **(11 Punkte)**

Gegeben seien das Alphabet $\Sigma \triangleq \{\, a,\ b,\ c \,\}$ und die kontextfreie Sprache

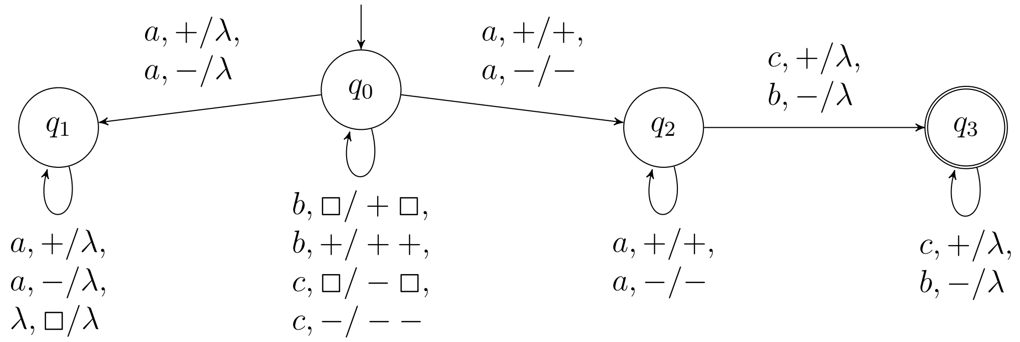
$$A \triangleq \left\{\, bxc^n b^m \mid n, m \in \mathbb{N}^+ \wedge x \in \{\, a,\ b \,\}^* \wedge (2 \cdot |bx|_a) + |bx|_b = m \,\right\}$$

a. **(**, 5,5 Punkte)** *Gib* eine Typ-2 Grammatik G mit $\mathrm{L}(G) = A$ *an*.

b. **(**, 5,5 Punkte)** *Gib* einen PDA M mit $\mathrm{L}_{\mathrm{End}}(M) = \mathrm{L}_{\mathrm{Kel}}(M) = A$ *an*.

Aufgabe 6: Modelle Kontextfreier Sprachen II **(15 Punkte)**

Gegeben seien das Alphabet $\Sigma \triangleq \{\ a,\ b,\ c\ \}$ und der PDA
$M \triangleq (\{\ q_0,\ q_1,\ q_2,\ q_3\ \},\ \Sigma,\ \{\ \square,\ +,\ -\ \},\ \square,\ \Delta,\ q_0,\ \{\ q_3\ \})$ mit Δ:



a. **(*, 3 Punkte)** *Gib* eine Ableitung von $ccaab$ in M *an*, die zeigt, dass $ccaab \in \mathrm{L}_{\mathrm{End}}(M)$.

b. **(***, 3 Punkte)** *Gib* $\mathrm{L}_{\mathrm{End}}(M)$ *an*, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

c. **(*, 3 Punkte)** *Gib* eine Ableitung von $bbaa$ in M *an*, die zeigt, dass $bbaa \in \mathrm{L}_{\mathrm{Kel}}(M)$.

d. **(***, 2 Punkte)** *Gib* $\mathrm{L}_{\mathrm{Kel}}(M)$ *an*, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

e. **(**, 4 Punkte)** *Beweise* nur mit Hilfe von Abschlusseigenschaften, dass die Sprache $A \triangleq \{\ a^{n-1}b^n, a^n c^m b^n \mid n, m \in \mathbb{N}^+\ \}$ nicht regulär ist.
Hinweis: Es darf ohne Beweis benutzt werden, dass $\mathrm{L}(e)$ für einen regulären Ausdruck e regulär und $B \triangleq \{\ a^n b^n \mid n \in \mathbb{N}^+\ \}$ nicht regulär aber kontextfrei ist. Sprachen $\mathrm{L}(e)$ für reguläre Ausdrücke e sowie Operationen auf Mengen müssen nicht berechnet oder umgeformt werden.

Auf dieser Seite löse ich einen Teil der Aufgabe ___ :
Teilaufgabe ___ :