

# Formale Sprachen und Automaten

Prof. Dr. Uwe Nestmann - 11. Oktober 2022

## Schriftlicher Test

### Studierendenidentifikation:

NACHNAME	
VORNAME	
MATRIKELNUMMER	
STUDIENGANG	<input type="checkbox"/> Informatik Bachelor, <input type="checkbox"/> _____

Ich möchte die von mir in der Hausaufgabe erreichten Punkte anrechnen lassen.  
(Ja/Nein)

### Aufgabenübersicht:

AUFGABE	SEITE	PUNKTE	THEMENBEREICH
1	3	14	MODELLE REGULÄRER SPRACHEN
2	4	16	UNTERMENGEN-KONSTRUKTION
3	5	22	MINIMIERUNG EINES DFA
4	6	13	CYK-ALGORITHMUS
5	7	10	MODELLE KONTEXTFREIER SPRACHEN I
6	8	5	MODELLE KONTEXTFREIER SPRACHEN II

Zwei Punkte in diesem Test entsprechen einem Portfoliopunkt.

### Korrektur:

AUFGABE	1	2	3	4	5	6	$\Sigma$
PUNKTE	14	16	22	13	10	5	80
ERREICHT							
KORREKTOR:IN							
EINSICHT							



### Aufgabe 1: Modelle Regulärer Sprachen

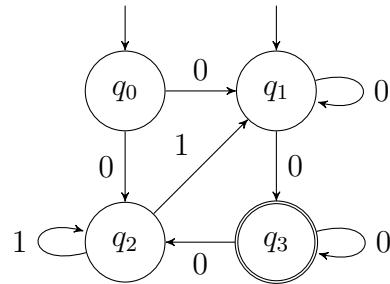
(14 Punkte)

Gegeben seien das Alphabet  $\Sigma \triangleq \{ 0, 1 \}$ , die reguläre Sprache  $A_1 \triangleq \{ x101y \mid x, y \in \Sigma^* \}$ , die reguläre Grammatik  $G_2 \triangleq (\{ S, T, U, V \}, \Sigma, P_2, S)$  und der NFA  $M_3 \triangleq (\{ q_0, q_1, q_2, q_3 \}, \Sigma, \Delta_3, \{ q_0, q_1 \}, \{ q_3 \})$  mit:

$P_2$ :

$S$	$\rightarrow$	$1T \mid 0U$
$T$	$\rightarrow$	$1T \mid 1V \mid 0V$
$U$	$\rightarrow$	$0S \mid 0$
$V$	$\rightarrow$	$1 \mid 1T$

$\Delta_3$ :



a. ( 5 Punkte) Gib einen DFA  $M_1$  mit  $L(M_1) = A_1$  an.

b. ( 4 Punkte) Gib eine Typ-3 Grammatik  $G_1$  mit  $L(G_1) = A_1$  an.

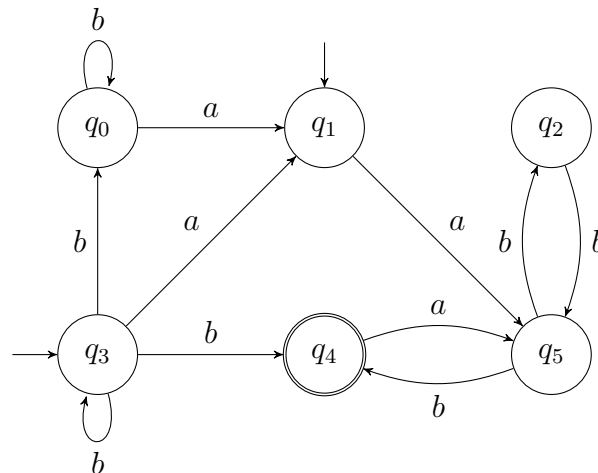
c. ( 3 Punkte) Gib  $L(G_2)$  an, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

d. ( 2 Punkte) Gib  $L(M_3)$  an, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

**Aufgabe 2: Untermengen-Konstruktion**

**(16 Punkte)**

Gegeben sei der NFA  $M \triangleq (\{ q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5 \}, \Sigma, \Delta, \{ q_1, q_3 \}, \{ q_4 \})$  mit  $\Sigma = \{ a, b \}$  und  $\Delta$ :



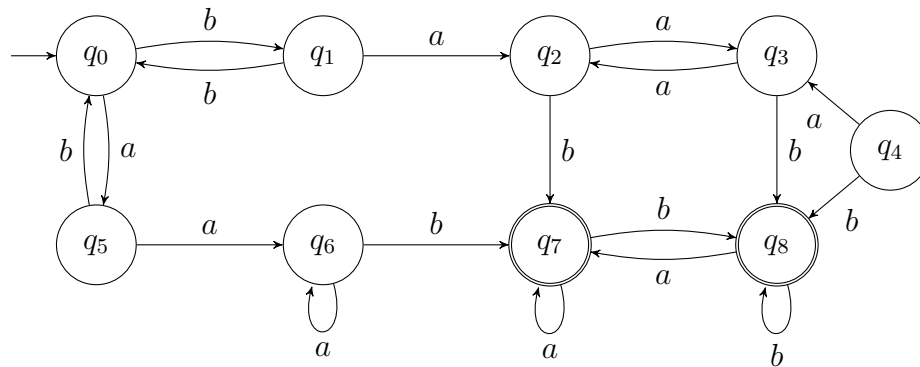
- a. **( 13 Punkte )** Berechne: Konstruiere nur mit Hilfe der Untermengen-Konstruktion den DFA  $M'$  zum NFA  $M$ . Gib die bei der Untermengen-Konstruktion entstehende Tabelle sowie das Tupel des entstehenden Automaten  $M'$  an.  
 Hinweis: Es ist nicht nötig die Übergangsfunktion  $\delta'$  von  $M'$  (graphisch) anzugeben.

- b. **( 3 Punkte )** Gib  $L(M)$  an, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

### Aufgabe 3: Minimierung eines DFA

(22 Punkte)

Gegeben sei der DFA  $M \triangleq (Q, \Sigma, \delta, q_0, \{q_7, q_8\})$  mit  
 $Q \triangleq \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7, q_8\}$ ,  $\Sigma \triangleq \{a, b\}$  und  $\delta$ :



- a. (\*\*, 1 Punkt) Gib an: Welche Zustände sind nicht erreichbar?
- b. (\*\*, 9 Punkte) Gib an: Fülle die folgende Tabelle entsprechend des Table-Filling-Algorithmus zum Minimieren von DFAs mit Kreuzen (x) und Kreisen (o) aus.  
 Hinweis: Bitte streiche zunächst alle Zeilen und Spalten für nicht erreichbare Zustände, falls es solche Zustände in  $M$  gibt. Die zweite Tabelle ist ein Ersatz für Vershreiber.

$q_1$								
$q_2$								
$q_3$								
$q_4$								
$q_5$								
$q_6$								
$q_7$								
$q_8$								
	$q_0$	$q_1$	$q_2$	$q_3$	$q_4$	$q_5$	$q_6$	$q_7$

$q_1$								
$q_2$								
$q_3$								
$q_4$								
$q_5$								
$q_6$								
$q_7$								
$q_8$								
	$q_0$	$q_1$	$q_2$	$q_3$	$q_4$	$q_5$	$q_6$	$q_7$

- c. (\*\*, 4 Punkte) Die Minimierung unterteilt  $Q$  in Äquivalenzklassen. Gib alle Äquivalenzklassen an, die sich aus der Tabelle ergeben.  
 Hinweis: Die Namen der Klassen in der Form  $[q_0]$  genügen hier nicht. Es müssen auch die zugehörigen Mengen, also so etwas wie  $[q_0] = \{\dots\}$ , angegeben werden.
- d. (\*\*, 5 Punkte) Gib den minimierten DFA  $M'$  an.

- e. (\*\*\*, 3 Punkte) Gib  $L(M)$  an, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

**Aufgabe 4: CYK-Algorithmus**

**(13 Punkte)**

Gegeben sei ein Alphabet  $\Sigma \triangleq \{ a, b \}$  sowie zwei Grammatiken

$G_1 \triangleq (\{ S, A, B, C \}, \Sigma, P_1, S)$  und  $G_2 \triangleq (\{ S, T, U, V, W \}, \Sigma, P_2, S)$  mit:

$$\begin{aligned} P_1 : \quad S &\rightarrow aBA \mid AB \\ A &\rightarrow b \mid BB \\ B &\rightarrow bCCbA \mid aC \\ C &\rightarrow a \mid CC \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_2 : \quad S &\rightarrow VW \mid UT \\ T &\rightarrow WT \mid US \\ U &\rightarrow WU \mid TW \mid b \\ V &\rightarrow a \mid VV \mid TV \\ W &\rightarrow a \mid UU \end{aligned}$$

a. **( 5 Punkte)** Gib eine Grammatik  $G_3$  in CNF mit  $L(G_1) = L(G_3)$  an.

b. **( 8 Punkte)** Berechne: Gegeben sei das Wort  $w \triangleq baaab$ . Löse mit dem CYK-Algorithmus das Wortproblem:  $w \in L(G_2)$  oder  $w \notin L(G_2)$ .

$CYK_w(i, j)$	1	2	3	4	5
1: b					
2: a					
3: a					
4: a					
5: b					

Matrikelnummer: \_\_\_\_\_ Name: \_\_\_\_\_

**Aufgabe 5: Modelle Kontextfreier Sprachen I**

**(10 Punkte)**

Gegeben seien das Alphabet  $\Sigma \triangleq \{ a, b, c \}$  und die kontextfreie Sprache

$$A \triangleq \{ xbc^n \mid n \in \mathbb{N}^+ \wedge x \in \{ ab, bb \}^+ \wedge |x|_b = n \wedge |x|_a > 0 \}$$

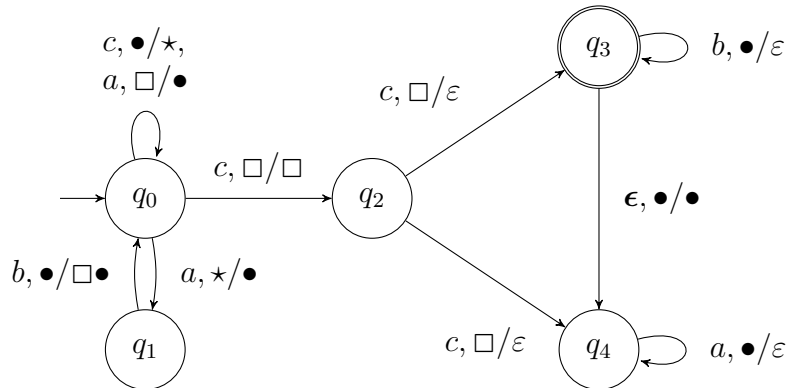
a. **( 3 Punkte)** Gib eine Typ-2 Grammatik  $G$  mit  $L(G) = A$  an.

b. **( 7 Punkte)** Gib einen PDA  $M$  mit  $L_{\text{End}}(M) = L_{\text{Kel}}(M) = A$  an.

**Aufgabe 6: Modelle Kontextfreier Sprachen II**

**(5 Punkte)**

Gegeben seien das Alphabet  $\Sigma \triangleq \{ a, b, c \}$  und der PDA  
 $M \triangleq (\{ q_0, q_1, q_2, q_3, q_4 \}, \Sigma, \{ \square, \bullet, \star \}, \square, \Delta, q_0, \{ q_3 \})$  mit  $\Delta$ :



a. **( 2 Punkte)** Gib  $L_{\text{End}}(M)$  an, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

b. **( 3 Punkte)** Gib  $L_{\text{Kel}}(M)$  an, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.



*Matrikelnummer:* \_\_\_\_\_ *Name:* \_\_\_\_\_

Auf dieser Seite löse ich einen Teil der Aufgabe \_\_\_\_ :  
Teilaufgabe \_\_\_\_ :

*Matrikelnummer:* \_\_\_\_\_ *Name:* \_\_\_\_\_

Auf dieser Seite löse ich einen Teil der Aufgabe \_\_\_\_ :  
Teilaufgabe \_\_\_\_ :