

# Formale Sprachen und Automaten

Prof. Dr. Uwe Nestmann - 08. Oktober 2021

## Schriftlicher Test

### Studierendenidentifikation:

NACHNAME	
VORNAME	
MATRIKELNUMMER	
STUDIENGANG	<input type="checkbox"/> Informatik Bachelor, <input type="checkbox"/> _____

### Aufgabenübersicht:

AUFGABE	SEITE	PUNKTE	THEMENBEREICH
1	3	14	MODELLE REGULÄRER SPRACHEN
2	4	15	UNTERMENGEN-KONSTRUKTION
3	5	22	MINIMIERUNG EINES DFA
4	6	13	CYK-ALGORITHMUS
5	7	11	MODELLE KONTEXTFREIER SPRACHEN I
6	8	5	MODELLE KONTEXTFREIER SPRACHEN II

Zwei Punkte in diesem Test entsprechen einem Portfoliopunkt.

### Korrektur:

AUFGABE	1	2	3	4	5	6	$\Sigma$
PUNKTE	14	15	22	13	11	5	80
ERREICHT							
KORREKTOR							
EINSICHT							



**Aufgabe 1: Modelle Regulärer Sprachen**

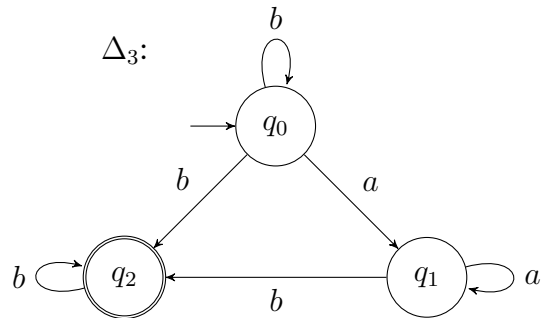
**(14 Punkte)**

Gegeben seien das Alphabet  $\Sigma \triangleq \{ a, b \}$ , die reguläre Sprache

$A_1 \triangleq \{ xa^{m+2} \mid x \in \{ ab, b \}^* \wedge m \in \mathbb{N} \}$ , die reguläre Grammatik

$G_2 \triangleq (\{ S, T, U \}, \Sigma, P_2, S)$  und der NFA  $M_3 \triangleq (\{ q_0, q_1, q_2 \}, \Sigma, \Delta_3, \{ q_0 \}, \{ q_2 \})$  mit:

$$\begin{array}{lcl} P_2: & S & \rightarrow aS \mid bT \\ & T & \rightarrow aT \mid bU \\ & U & \rightarrow aU \mid bT \mid a \end{array}$$



a. **( 5 Punkte)** Gib einen DFA  $M_1$  mit  $L(M_1) = A_1$  an.

b. **( 4 Punkte)** Gib eine Typ-3 Grammatik  $G_1$  mit  $L(G_1) = A_1$  an.

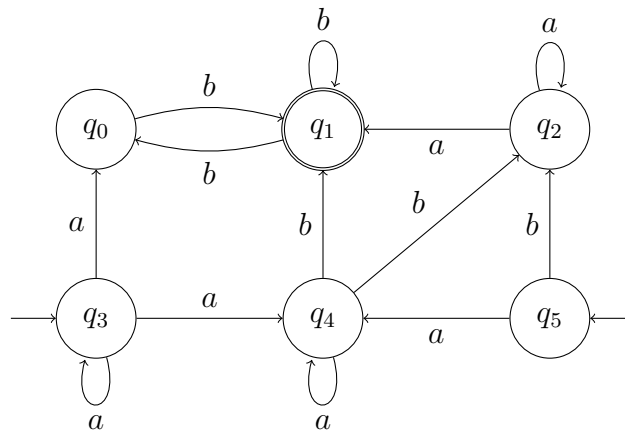
c. **( 3 Punkte)** Gib  $L(G_2)$  an, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

d. **( 2 Punkte)** Gib  $L(M_3)$  an, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

**Aufgabe 2: Untermengen-Konstruktion**

**(15 Punkte)**

Gegeben sei der NFA  $M \triangleq (\{ q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5 \}, \Sigma, \Delta, \{ q_3, q_5 \}, \{ q_1 \})$  mit  $\Sigma \triangleq \{ a, b \}$  und  $\Delta$ :



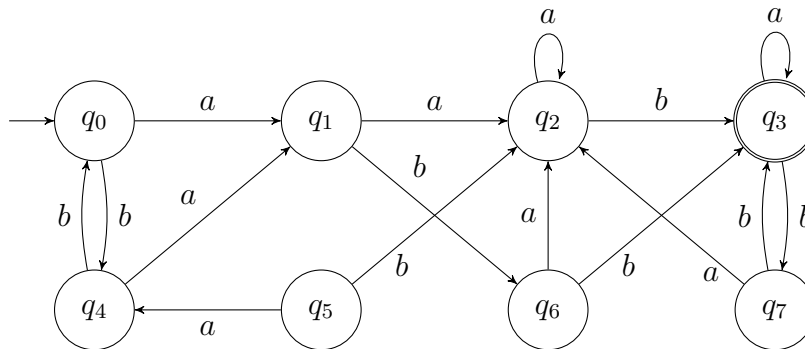
- a. (\*\*, 13 Punkte) Konstruiere nur mit Hilfe der Untermengen-Konstruktion den DFA  $M'$  zum NFA  $M$ . Gib die bei der Untermengen-Konstruktion entstehende Tabelle sowie das Tupel des entstehenden Automaten  $M'$  an.  
 Hinweis: Es ist nicht nötig die Übergangsfunktion  $\delta'$  von  $M'$  (graphisch) anzugeben.

- b. (\*\*\*, 2 Punkte) Gib  $L(M)$  an, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

### Aufgabe 3: Minimierung eines DFA

(22 Punkte)

Gegeben sei der DFA  $M \triangleq (Q, \Sigma, \delta, q_0, \{q_3\})$  mit  $Q \triangleq \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7\}$ ,  $\Sigma \triangleq \{a, b\}$  und  $\delta$ :



- a. (\*\*, 1 Punkt) Gib an: Welche Zustände sind nicht erreichbar?
- b. (\*\*, 9 Punkte) Gib an: Fülle die folgende Tabelle entsprechend des Table-Filling-Algorithmus zum Minimieren von DFAs mit Kreuzen (x) und Kreisen (o) aus. Hinweis: Bitte streiche zunächst alle Zeilen und Spalten für nicht erreichbare Zustände, falls es solche Zustände in  $M$  gibt. Die zweite Tabelle ist ein Ersatz für Vershreiber.

$q_1$							
$q_2$							
$q_3$							
$q_4$							
$q_5$							
$q_6$							
$q_7$							
	$q_0$	$q_1$	$q_2$	$q_3$	$q_4$	$q_5$	$q_6$

$q_1$							
$q_2$							
$q_3$							
$q_4$							
$q_5$							
$q_6$							
$q_7$							
	$q_0$	$q_1$	$q_2$	$q_3$	$q_4$	$q_5$	$q_6$

- c. (\*\*, 4 Punkte) Die Minimierung unterteilt  $Q$  in Äquivalenzklassen. Gib alle Äquivalenzklassen an, die sich aus der Tabelle ergeben. Hinweis: Die Namen der Klassen in der Form  $[q_0]$  genügen hier nicht. Es müssen auch die zugehörigen Mengen, also so etwas wie  $[q_0] = \{\dots\}$ , angegeben werden.

- d. (\*\*, 5 Punkte) Gib den minimierten DFA  $M'$  an.

- e. (\*\*\*, 3 Punkte) Gib  $L(M)$  an, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

**Aufgabe 4: CYK-Algorithmus**

**(13 Punkte)**

Gegeben sei eine Menge Nicht-Terminale  $V \triangleq \{ S, T, D, E, F, G \}$ , ein Alphabet  $\Sigma \triangleq \{ a, b, c \}$  sowie zwei Grammatiken  $G_1 \triangleq (V, \Sigma, P_1, S)$  und  $G_2 \triangleq (V, \Sigma, P_2, S)$  mit:

$$\begin{array}{ll}
 P_1 : & S \rightarrow aaTb \mid bSb \\
 & T \rightarrow Tb \mid b \\
 \text{und} & \\
 P_2 : & S \rightarrow DF \mid b \mid GD \\
 & D \rightarrow SD \mid EG \mid a \\
 & E \rightarrow GE \mid c \\
 & F \rightarrow ED \mid DE \mid DF \\
 & G \rightarrow DE \mid ES \mid b
 \end{array}$$

a. **( 5 Punkte)** Gib eine Grammatik  $G_3$  in CNF mit  $L(G_1) = L(G_3)$  an.

b. **( 8 Punkte)** Berechne: Gegeben sei das Wort  $w \triangleq abcba$ . Löse mit dem CYK-Algorithmus das Wortproblem:  $w \in L(G_2)$  oder  $w \notin L(G_2)$ .

$CYK_w(i, j)$	1	2	3	4	5
1: a					
2: b					
3: c					
4: b					
5: a					

**Aufgabe 5: Modelle Kontextfreier Sprachen I**

**(11 Punkte)**

Gegeben seien das Alphabet  $\Sigma \triangleq \{ a, b, c \}$  und die kontextfreie Sprache

$$A \triangleq \{ bxc^n cbb^m \mid n, m \in \mathbb{N} \wedge x \in \{ a, b \}^* \wedge (2 \cdot |bx|_a) = m - |bx|_b \}$$

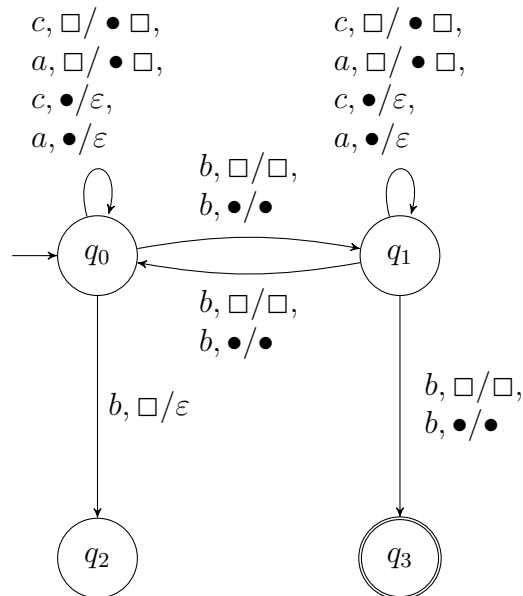
a. **( 5,5 Punkte)** Gib eine Typ-2 Grammatik  $G$  mit  $L(G) = A$  an.

b. **( 5,5 Punkte)** Gib einen PDA  $M$  mit  $L_{\text{End}}(M) = L_{\text{Kel}}(M) = A$  an.

**Aufgabe 6: Modelle Kontextfreier Sprachen II**

**(5 Punkte)**

Gegeben seien das Alphabet  $\Sigma \triangleq \{ a, b, c \}$  und der PDA  
 $M \triangleq (\{ q_0, q_1, q_2, q_3 \}, \Sigma, \{ \square, \bullet \}, \square, \Delta, q_0, \{ q_3 \})$  mit  $\Delta$ :



a. **( 2 Punkte)** Gib  $L_{\text{End}}(M)$  an, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

b. **( 3 Punkte)** Gib  $L_{\text{Kel}}(M)$  an, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.



*Matrikelnummer:* \_\_\_\_\_ *Name:* \_\_\_\_\_

Auf dieser Seite löse ich einen Teil der Aufgabe \_\_\_\_ :  
Teilaufgabe \_\_\_\_ :

*Matrikelnummer:* \_\_\_\_\_ *Name:* \_\_\_\_\_

Auf dieser Seite löse ich einen Teil der Aufgabe \_\_\_\_ :  
Teilaufgabe \_\_\_\_ :