

#### 4. freiwillige Hausaufgabe – Logik

Abgabe: bis 10:30 am 02.12.2022 im ISIS-Kurs [WiSe 2022/23] Logik

##### Hausaufgabe 1

**Theorem 1 (Kompaktheitssatz)** *Sei  $\Phi \subseteq \text{AL}$  eine Formelmenge und  $\psi \in \text{AL}$  eine Formel.*

*(i)  $\Phi$  ist genau dann erfüllbar, wenn jede endliche Teilmenge  $\Phi' \subseteq \Phi$  erfüllbar ist.*

*(ii)  $\Phi \models \psi$  genau dann, wenn eine endliche Teilmenge  $\Phi_0 \subseteq \Phi$  existiert so, dass  $\Phi_0 \models \psi$ .*

Zeigen Sie den Teil (i) des Kompaktheitssatzes indem Sie annehmen, dass der Teil (ii) des Kompaktheitssatzes gilt.

##### Hausaufgabe 2

Sei  $G$  ein Graph. Eine Funktion  $c : V(G) \rightarrow \{1, 2\}$  ist eine 2-Färbung von  $G$ , falls für alle Kanten  $\{u, v\} \in E(G)$  gilt, dass  $c(u) \neq c(v)$ .

Zeigen Sie, dass ein unendlicher Graph  $G$  eine 2-Färbung besitzt genau dann, wenn jeder endliche Teilgraph  $G' \subset G$  eine 2-Färbung besitzt.