

1. Aufgabenblatt

(Besprechung in den Tutorien 23.–27.10.2023)

Aufgabe 1. Analyse einer Turing-Maschine

Gegeben sei die Turing-Maschine $M = (Z = \{z_0, z_1, z_2, z_3, z_4\}, \Sigma = \{a, b\}, \Gamma = \{a, b, c, \square\}, \delta, z_0, \square, E = \{z_4\})$, wobei δ wie folgt definiert ist:

δ	a	b	c	\square
z_0	(z_0, a, R)	(z_1, a, R)	\perp	\perp
z_1	\perp	(z_1, b, R)	(z_1, c, R)	(z_2, c, L)
z_2	(z_4, a, N)	(z_3, b, L)	(z_2, c, L)	\perp
z_3	(z_0, a, R)	(z_3, b, L)	\perp	\perp

- Stellen Sie M als Zustandsgraph dar.
- Geben Sie die Konfigurationsfolge (beginnend mit der Startkonfiguration z_0abb) der Turing-Maschine M bei Eingabe abb an (ohne Begründung).
- Für welche Wörter $w \in \Sigma^*$ erreicht M den Endzustand z_4 ? Geben Sie für jedes solches Eingabewort an, was nach Erreichen des Endzustandes auf dem Band steht.
- Sei w ein beliebiges Wort der Länge n , für das die Turing-Maschine M den Endzustand z_4 erreicht. Gilt dann immer, dass M auf Eingabe w nach höchstens $4 \cdot n + 2$ Schritten den Endzustand erreicht?

Aufgabe 2. Konstruktion einer Turing-Maschine

Für ein Alphabet Σ sei die Funktion $\text{rev}: \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$ die Funktion, die ein Wort umdreht (z.B. ist $\text{rev}(abc) = cba$). Formal ist sie wie folgt definiert:

$$\begin{aligned} \text{rev}(\varepsilon) &= \varepsilon && \text{für das leere Wort } \varepsilon \in \Sigma, \\ \text{rev}(wx) &= x \text{rev}(w) && \text{für ein Wort } w \in \Sigma^* \text{ und einen Buchstaben } x \in \Sigma. \end{aligned}$$

- Konstruieren Sie eine Turing-Maschine, die genau bei Eingabewörtern aus der Sprache

$$L := \{w c \text{rev}(w) \mid w \in \{a, b\}^*\}$$

in einem Endzustand stoppt. Das Eingabealphabet der TM sei $\Sigma = \{a, b, c\}$. Erläutern Sie das Funktionsprinzip Ihrer Turing-Maschine.

(Hinweis: Sie können Ihre Turing-Maschine als Graph angeben. Bedenken Sie auch, dass das Bandalphabet größer als das Eingabealphabet sein darf.)

- Geben Sie für die Sprache $\{w \text{rev}(w) \mid w \in \{a, b\}^*\}$ eine Turing-Maschine an, die diese erkennt. Als Begründung ist es dabei ausreichend, die prinzipielle Arbeitsweise Ihrer Turing-Maschine in Worten zu beschreiben.