FG Logik und Semantik
Technische Universität Berlin
Prof. Stephan Kreutzer

WiSe 2022/23
Stand: 23. Oktober 2022

3. freiwillige Hausaufgabe – Logik
Abgabe: bis 10:30 am 25.11.2022 im ISIS-Kurs [WiSe 2022/23] Logik

Hausaufgabe 1

Zeigen Sie für die folgenden Formeln mit Hilfe des Resolutionskalküls, dass sie unerfüllbar sind.

- $\varphi_1 := (\neg X \vee \neg Z) \wedge (Y \to \neg X \vee Z) \wedge \neg(\neg Z \wedge \neg X) \wedge (\neg Y \vee X) \wedge (\neg Z \vee X) \wedge Y$
- $\varphi_2 := (Z \vee \neg Y) \wedge (Y \vee X) \wedge (\neg X \vee \neg Z) \wedge (Y \vee Z \vee \neg X) \wedge (\neg Z \vee X \vee \neg Y)$
- $\varphi_3 := (\neg Z \vee X) \wedge (W \vee \neg Z) \wedge (\neg W \vee Z \vee X) \wedge (\neg X \vee Y) \wedge (Y \vee W) \wedge (\neg Y \vee Z) \wedge (\neg W \vee \neg X \vee \neg Y \vee \neg Z)$

Hausaufgabe 2

Zeigen Sie folgende Aussagen aus dem Skript.

Lemma 1 *Sei* $\Phi \subseteq \mathrm{AL}$ *und* $\psi \in \mathrm{AL}$.

(i) $\Phi \models \psi$ *genau dann, wenn* $\Phi \cup \{\neg\psi\}$ *unerfüllbar ist.*

(ii) Φ *ist unerfüllbar genau dann, wenn für alle* $\varphi \in \mathrm{AL}$ *gilt* $\Phi \models \varphi$.

(iii) Sei $\Phi_0 \subseteq \Phi$. *Wenn* $\Phi_0 \models \psi$, *dann auch* $\Phi \models \psi$.

Hausaufgabe 3

Seien $\Phi, \Psi \subseteq \mathrm{AL}$ und $\varphi \in \mathrm{AL}$, sodass $\Phi \models \psi$, für alle $\psi \in \Psi$, und $\Psi \models \varphi$. Zeigen Sie, dass $\Phi \models \varphi$.

Hausaufgabe 4

Seien Φ und Ψ zwei beliebige Mengen aussagenlogischer Formeln. Die Menge Ψ heißt Φ-verwerfend, wenn für alle Formeln $\varphi \in \mathrm{AL}$ mit $\Phi \models \varphi$ gilt: $\Psi \models \neg\varphi$.

Zeigen Sie: Zu jeder Φ-verwerfenden Menge Ψ existiert eine endliche Teilmenge $\Psi_0 \subseteq \Psi$, die Φ-verwerfend ist.