

Formale Sprachen und Automaten

Prof. Dr. Uwe Nestmann - 26. März 2019

Schriftlicher Test

Studierendenidentifikation:

NACHNAME	
VORNAME	
MATRIKELNUMMER	
STUDIENGANG	<input type="checkbox"/> Informatik Bachelor, <input type="checkbox"/> _____

Aufgabenübersicht:

AUFGABE	SEITE	PUNKTE	THEMENBEREICH
1	3	20	MODELLE REGULÄRER SPRACHEN
2	4	16	UNTERMENGEN-KONSTRUKTION
3	5	22	MINIMIERUNG EINES DFA
4	6	17	GRENZEN REGULÄRER SPRACHEN
5	7	9	MODELLE KONTEXTFREIER SPRACHEN I
6	8	16	MODELLE KONTEXTFREIER SPRACHEN II

Zwei Punkte in diesem Test entsprechen einem Portfoliopunkt.

Korrektur:

AUFGABE	1	2	3	4	5	6	Σ
PUNKTE	20	16	22	17	9	16	100
ERREICHT							
KORREKTOR							
EINSICHT							

Aufgabe 1: Modelle Regulärer Sprachen

(20 Punkte)

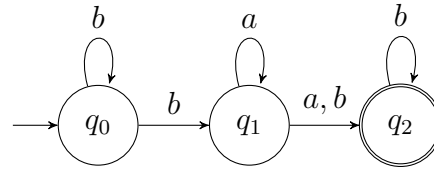
Gegeben seien das Alphabet $\Sigma \triangleq \{ a, b \}$, die reguläre Sprache

$A_1 \triangleq \{ a(ab)^m x \mid m \in \mathbb{N} \wedge x \in \{ aa, b^n a \mid n \in \mathbb{N} \} \}$, die reguläre Grammatik

$G_2 \triangleq (\{ S, T, U \}, \Sigma, P_2, S)$ und der NFA $M_3 \triangleq (\{ q_0, q_1, q_2 \}, \Sigma, \Delta_3, \{ q_0 \}, \{ q_2 \})$ mit:

$$\begin{aligned} P_2: \quad S &\rightarrow bS \mid aT \mid a \\ T &\rightarrow bU \\ U &\rightarrow aT \mid a \end{aligned}$$

Δ_3 :



- a. (**, 5 Punkte) Gib einen NFA M_1 mit $L(M_1) = A_1$ an.

- b. (**, 5 Punkte) Gib eine Typ-3 Grammatik G_1 mit $L(G_1) = A_1$ an.

- c. (**, 3 Punkte) Gib die Ableitung des Wortes $bbaba$ in G_2 an.

- d. (***, 2 Punkte) Gib $L(G_2)$ an, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

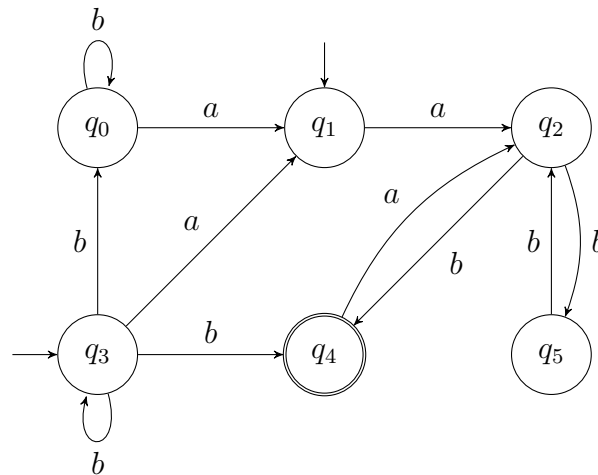
- e. (**, 3 Punkte) Gib eine Ableitung des Wortes $bbaab$ in M_3 an, die zeigt, dass $bbaab \in L(M_3)$.

- f. (***, 2 Punkte) Gib $L(M_3)$ an, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

Aufgabe 2: Untermengen-Konstruktion

(16 Punkte)

Gegeben sei der NFA $M \triangleq (\{ q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5 \}, \Sigma, \Delta, \{ q_1, q_3 \}, \{ q_4 \})$ mit $\Sigma = \{ a, b \}$ und Δ :



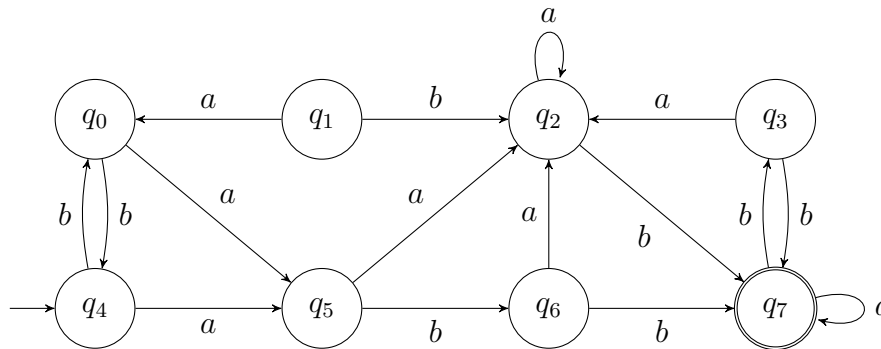
- a. (**, 13 Punkte) *Berechne:* Konstruiere nur mit Hilfe der Untermengen-Konstruktion den DFA M' zum NFA M . *Gib* die bei der Untermengen-Konstruktion entstehende Tabelle sowie das Tupel des entstehenden Automaten M' an.
Hinweis: Es ist nicht nötig die Übergangsfunktion δ' von M' (graphisch) anzugeben.

- b. (***, 3 Punkte) *Gib* $L(M)$ an, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

Aufgabe 3: Minimierung eines DFA

(22 Punkte)

Gegeben sei der DFA $M \triangleq (Q, \Sigma, \delta, q_4, \{q_7\})$ mit $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7\}$, $\Sigma = \{a, b\}$ und δ :



- a. (**, 1 Punkt) Gib an: Welche Zustände sind nicht erreichbar?
- b. (**, 9 Punkte) Gib an: Fülle die folgende Tabelle entsprechend des Table-Filling-Algorithmus zum Minimieren von DFAs mit Kreuzen (x) und Kreisen (o) aus.
Hinweis: Bitte streiche zunächst alle Zeilen und Spalten für nicht erreichbare Zustände, falls es solche Zustände in M gibt. Die zweite Tabelle ist ein Ersatz für Verschreiber.

q_1							
q_2							
q_3							
q_4							
q_5							
q_6							
q_7							
	q_0	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6

q_1							
q_2							
q_3							
q_4							
q_5							
q_6							
q_7							
	q_0	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6

- c. (**, 4 Punkte) Die Minimierung unterteilt Q in Äquivalenzklassen. Gib alle Äquivalenzklassen an, die sich aus der Tabelle ergeben.
Hinweis: Die Namen der Klassen in der Form $[q_0]$ genügen hier nicht. Es müssen auch die zugehörigen Mengen, also so etwas wie $[q_0] = \{\dots\}$, angegeben werden.
- d. (**, 5 Punkte) Gib den minimierten DFA M' an.

- e. (***, 3 Punkte) Gib $L(M)$ an, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

Aufgabe 4: Grenzen Regulärer Sprachen

(17 Punkte)

Gegeben sei das Alphabet $\Sigma \triangleq \{ a, b, c, d \}$.

- a. (***, 11 Punkte) Beweise nur mit Hilfe des Pumping Lemma, dass die Sprache $A_1 \triangleq \{ a^j b^k c^l d^m \mid j, k, l, m \in \mathbb{N} \wedge ((j \bmod 2 = 1 \wedge k > l) \vee (j \bmod 2 = 0 \wedge l < m)) \}$ nicht regulär ist.

- b. (***, 6 Punkte) Gib alle Myhill-Nerode Äquivalenzklassen für die Sprache

$A_2 \triangleq \{ xy \mid x \in \{ a, b, c \}^+ \wedge y \in \{ b, c, d \}^+ \wedge |x|_a \geq |y|_d \geq 1 \}$ an.

Hinweis: Die Namen der Klassen in der Form $[b]$ genügen hier nicht. Es müssen auch die zugehörigen Mengen, also so etwas wie $[\dots] = \dots$, angegeben werden.

Matrikelnummer: _____ Name: _____

Aufgabe 5: Modelle Kontextfreier Sprachen I

(9 Punkte)

Gegeben seien das Alphabet $\Sigma \triangleq \{ a, b, c \}$ und die kontextfreie Sprache

$$A \triangleq \{ xbc^n \mid n \in \mathbb{N}^+ \wedge x \in \{ a, ba \}^+ \wedge |x|_b = n \}$$

a. (**, 4 Punkte) Gib eine Typ-2 Grammatik G mit $L(G) = A$ an.

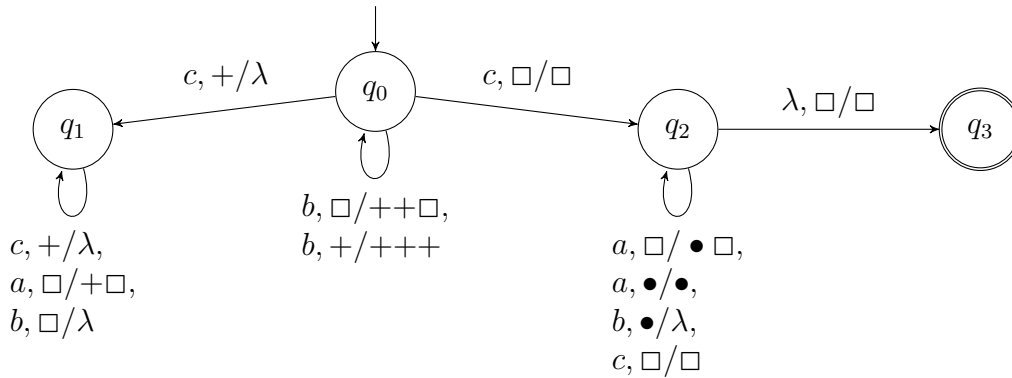
b. (**, 5 Punkte) Gib einen PDA M mit $L_{\text{End}}(M) = L_{\text{Kel}}(M) = A$ an.

Aufgabe 6: Modelle Kontextfreier Sprachen II

(16 Punkte)

Gegeben seien das Alphabet $\Sigma \triangleq \{ a, b, c \}$ und der PDA

$M \triangleq (\{ q_0, q_1, q_2, q_3 \}, \Sigma, \{ \square, +, \bullet \}, \square, \Delta, q_0, \{ q_3 \})$ mit Δ :



- (*, 3 Punkte) Gib eine Ableitung von $caab$ in M an, die zeigt, dass $caab \in L_{\text{End}}(M)$.
- (***, 2,5 Punkte) Gib $L_{\text{End}}(M)$ an, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.
- (*, 3,5 Punkte) Gib eine Ableitung von $bccacb$ in M an, die zeigt, dass $bccacb \in L_{\text{Kel}}(M)$.
- (***, 3 Punkte) Gib $L_{\text{Kel}}(M)$ an, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.
- (**, 4 Punkte) Beweise nur mit Hilfe von Abschlusseigenschaften, dass die Sprache $A \triangleq \{ a^n b^{n+1} \mid n \in \mathbb{N}^+ \}$ nicht regulär ist.
Hinweis: Es darf ohne Beweis benutzt werden, dass $L(e)$ für einen regulären Ausdruck e regulär und $B \triangleq \{ a^n b^n \mid n \in \mathbb{N} \}$ nicht regulär aber kontextfrei ist. Sprachen $L(e)$ für reguläre Ausdrücke e sowie Operationen auf Mengen müssen nicht berechnet oder umgeformt werden.

Matrikelnummer: _____ *Name:* _____

Auf dieser Seite löse ich einen Teil der Aufgabe ____ :
Teilaufgabe ____ :

Matrikelnummer: _____ *Name:* _____

Auf dieser Seite löse ich einen Teil der Aufgabe ____ :
Teilaufgabe ____ :