

0. Tutorium – Logik

Besprochen in der Woche vom 24.10.2022.

Aufgabe 1

Beweisen Sie die folgenden Aussagen.

- (i) Sei $x \in \mathbb{Z}$. Wenn x^2 gerade ist, so ist auch x gerade.
- (ii) $\sqrt{2}$ ist eine irrationale Zahl.
- (iii) Jeder Baum T mit mindestens einem Knoten enthält ein Blatt.

Aufgabe 2

Zeigen Sie die folgenden Aussagen mittels vollständiger Induktion.

- (i) Sei T ein Baum mit $n \geq 1$ Knoten. Dann hat T genau $n - 1$ viele Kanten.
- (ii) Für jedes ungerade $n \in \mathbb{N}$ ist $n^2 - 1$ durch 8 teilbar.

Aufgabe 3

Der Multitrillardär Beff Jezos möchte seinen Angestellten etwas Gutes tun und wählt zufällig 100 von ihnen für ein Spiel aus. Er sammelt die 100 Angestellten in einem Raum. Bevor die Angestellten den Raum betreten, wird ihnen entweder ein blauer oder ein gelber Punkt auf die Stirn gemalt. Zusätzlich werden den Angestellten jegliche Möglichkeiten entzogen, die Farbe des Punktes durch Technologie zu ermitteln.

Sobald alle versammelt sind, werden die Türen verschlossen und ein großer Monitor spielt ein Video von Beff ab. «I want to play a game.», fängt der CEO an und wechselt dann auf Deutsch. «Für die nächsten 50 Stunden haben Sie, in den letzten 10 Minuten jeder Stunde, die Möglichkeit den Raum durch die blaue oder die gelbe Tür zu verlassen. Falls Sie den Raum durch die Tür verlassen, die zur Farbe Ihres Punktes gehört, erhalten Sie eine Woche Sonderurlaub. Sollten Sie den Raum durch die falsche Tür verlassen, wird Ihnen hingegen eine Woche Urlaub abgezogen. Sie dürfen während des Spiels allerdings nicht miteinander kommunizieren. Wenn Sie die Regeln des Spiels missachten, wird Ihnen fristlos gekündigt.»

Entsetzt schauen sich die Spieler im Raum um. Ein freundlich aussehender älterer Herr winkt Ihnen aus einer Ecke zu. «Keine Sorge. Im Hinterraum gibt es Betten, ein Buffet und Toiletten.» Er schmunzelt ein bisschen. «Ich muss aber schon sagen, dass man die gelben Punkte auf den Stirnen etwas schlechter erkennen kann, als die blauen.»

Plötzlich sehen die Spieler erleichtert aus. Wie können sie gewinnen? Und was ist die Mindestsumme auf die sie Beff Jezos verklagen sollten?

Anmerkung: Sie dürfen annehmen, dass sich die Angestellten vollständig rational verhalten, im Gegensatz zu Beff.