

4. Aufgabenblatt

(Besprechung in den Tutorien 13.11.2023–17.11.2023)

Aufgabe 1. Primitiv-rekursive Funktionen

Zeigen Sie, dass folgende Funktionen primitiv-rekursiv sind.

1. $g_1 : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$ mit $g_1(x, y) := y^x$.
2. $g_2 : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ mit $g_2(n) := \max\{i \in \mathbb{N} \mid i^2 \leq n\}$.

Aufgabe 2. μ -Rekursion und LOOP-Programme

Sei $\text{sub} : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$ mit $\text{sub}(x, y) := \max(0, x - y)$ die modifizierte Subtraktionsfunktion und $\text{mult} : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$ mit $\text{mult}(x, y) := x \cdot y$ die Multiplikationsfunktion. Außerdem sei $g : \mathbb{N}^3 \rightarrow \mathbb{N}$ definiert als $g(x, y, z) := \text{sub}(\text{mult}(y, z), x)$.

1. Wieviele Argumente hat die Funktion $\mu(g)$?
2. Zeigen Sie, dass $\mu(g)$ primitiv-rekursiv ist.

Aufgabe 3. Die 91-Funktion

Zeigen Sie, dass folgende Funktion $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ μ -rekursiv ist:

$$f(n) := \begin{cases} n - 10, & \text{falls } n > 100 \\ f(f(n + 11)), & \text{falls } n \leq 100 \end{cases}.$$

Sie können hierbei verwenden, dass WHILE-berechenbare Funktionen μ -rekursiv sind.

Zusatzinformationen: McCarthy 91 Funktion (Wikipedia)