Formale Sprachen und Automaten

Prof. Dr. Uwe Nestmann - 23. Juni 2020

Schriftlicher Test

Studierendenidentifikation:

NACHNAME	
VORNAME	
MATRIKELNUMMER	
STUDIENGANG	□ Informatik Bachelor, □ ____________________________

Aufgabenübersicht:

AUFGABE	SEITE	PUNKTE	THEMENBEREICH
1	3	19	MODELLE REGULÄRER SPRACHEN
2	4	16	UNTERMENGEN-KONSTRUKTION
3	5	22	MINIMIERUNG EINES DFA
4	6	17	GRENZEN REGULÄRER SPRACHEN
5	7	11	MODELLE KONTEXTFREIER SPRACHEN I
6	8	15	MODELLE KONTEXTFREIER SPRACHEN II

Zwei Punkte in diesem Test entsprechen einem Portfoliopunkt.

Korrektur:

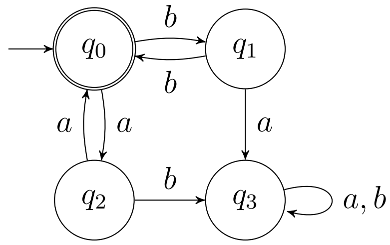
AUFGABE	1	2	3	4	5	6	$\sum$
PUNKTE	19	16	22	17	11	15	100
ERREICHT							
KORREKTOR							
EINSICHT							

Aufgabe 1: Modelle Regulärer Sprachen **(19 Punkte)**

Gegeben seien das Alphabet $\Sigma \triangleq \{ a,\ b \}$, die reguläre Sprache $A_1 \triangleq \left\{ b^m a, b^m b a^l, b^l a^m b \mid m \in \mathbb{N} \land l \in \mathbb{N}^+ \right\}$, die reguläre Grammatik $G_2 \triangleq (\{ S,\ T,\ U \},\ \Sigma,\ P_2,\ S)$ und der DFA $M_3 \triangleq (\{ q_0,\ q_1,\ q_2,\ q_3 \},\ \Sigma,\ \delta_3,\ q_0,\ \{ q_0 \})$ mit:

$$
\begin{aligned}
P_2\colon\quad S &\to aT \mid bS \\
T &\to aS \mid bU \\
U &\to a \mid bS
\end{aligned}
$$

δ_3:



a. **(**, 4 Punkte)** *Gib* einen NFA M_1 mit $\mathrm{L}(M_1) = A_1$ *an.*

b. **(**, 4 Punkte)** *Gib* eine Typ-3 Grammatik G_1 mit $\mathrm{L}(G_1) = A_1$ *an.*

c. **(**, 3.5 Punkte)** *Gib* die Ableitung des Wortes $aababa$ in G_2 *an.*

d. **(***, 3 Punkte)** *Gib* $\mathrm{L}(G_2)$ *an*, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

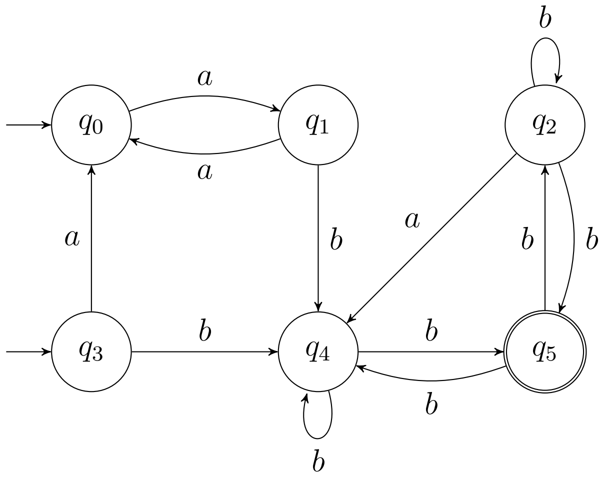
e. **(**, 2.5 Punkte)** *Gib* die Ableitung des Wortes $bbaa$ in M_3 *an.*

f. **(***, 2 Punkte)** *Gib* $\mathrm{L}(M_3)$ *an*, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

Matrikelnummer: ____________________ Name: ____________________

Aufgabe 2: Untermengen-Konstruktion (16 Punkte)

Gegeben sei der NFA $M \triangleq (\{\, q_0,\ q_1,\ q_2,\ q_3,\ q_4,\ q_5 \,\},\ \Sigma,\ \Delta,\ \{\, q_0,\ q_3 \,\},\ \{\, q_5 \,\})$ mit $\Sigma = \{\, a,\ b \,\}$ und Δ:

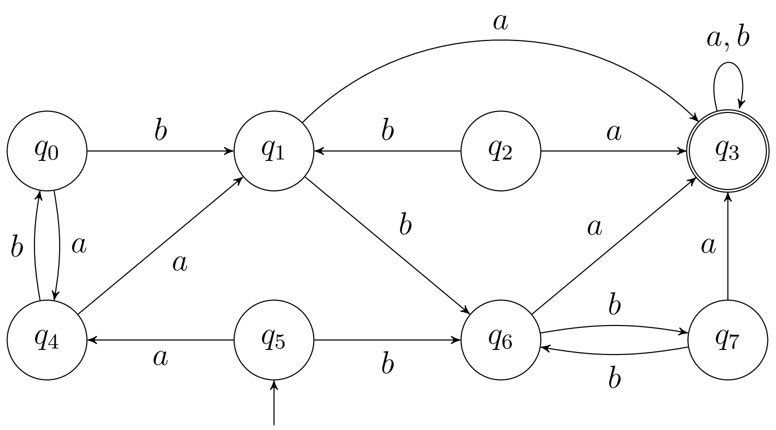


a. **(**, 13 Punkte)** Konstruiere nur mit Hilfe der Untermengen-Konstruktion den DFA M' zum NFA M. *Gib* die bei der Untermengen-Konstruktion entstehende (optimierte) Tabelle sowie das Tupel des entstehenden Automaten M' *an*.
Hinweis: Es ist nicht nötig die Übergangsfunktion δ' von M' (graphisch) anzugeben.

b. **(***, 3 Punkte)** *Gib* $\mathrm{L}(M)$ *an*, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

Aufgabe 3: Minimierung eines DFA **(22 Punkte)**

Gegeben sei der DFA $M \triangleq (Q,\ \Sigma,\ \delta,\ q_5,\ \{\ q_3\ \})$ mit $Q = \{\ q_0,\ q_1,\ q_2,\ q_3,\ q_4,\ q_5,\ q_6,\ q_7\ \}$, $\Sigma = \{\ a,\ b\ \}$ und δ:



a. **(**, 1 Punkt)** *Gib an:* Welche Zustände sind nicht erreichbar?

b. **(**, 9 Punkte)** *Gib an:* Fülle die folgende Tabelle entsprechend des Table-Filling-Algorithmus zum Minimieren von DFAs mit Kreuzen (x) und Kreisen (o) aus.
Hinweis: Bitte streiche zunächst alle Zeilen und Spalten für nicht erreichbare Zustände, falls es solche Zustände in M gibt. Die zweite Tabelle ist ein Ersatz für Verschreiber.

q_1							
q_2							
q_3							
q_4							
q_5							
q_6							
q_7							
	q_0	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6

q_1							
q_2							
q_3							
q_4							
q_5							
q_6							
q_7							
	q_0	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6

c. **(**, 4 Punkte)** Die Minimierung unterteilt Q in Äquivalenzklassen. *Gib* alle Äquivalenzklassen *an*, die sich aus der Tabelle ergeben.
Hinweis: Die Namen der Klassen in der Form $[\ \ldots\ ]$ *genügen hier* nicht. *Es müssen auch die zugehörigen Mengen, also so etwas wie* $[\ \ldots\ ] = \{\ \ldots\ \}$*, angegeben werden.*

d. **(**, 5 Punkte)** *Gib* den minimierten DFA M′ *an*.

e. **(***, 3 Punkte)** *Gib* $\mathrm{L}(M)$ *an*, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

Aufgabe 4: Grenzen Regulärer Sprachen **(17 Punkte)**

Gegeben sei das Alphabet $\Sigma \triangleq \{ a,\ b,\ c \}$.

a. **(***, 11 Punkte)** *Beweise* nur mit Hilfe des Pumping Lemmas, dass die Sprache $A_1 \triangleq \left\{ a^j b^k c^l a^m \mid k, l, m \in \mathbb{N} \wedge j \in \{ 0,\ 1 \} \wedge k \mod 2 \neq j \wedge k > m \right\}$ nicht regulär ist.

b. **(***, 6 Punkte)** *Gib alle* Myhill-Nerode Äquivalenzklassen für die Sprache $A_2 \triangleq \{ xb^n \mid x \in \{ a,\ c \}^* \wedge n \in \mathbb{N} \wedge |x|_c = 2n \}$ *an.*
Hinweis: Die Namen der Klassen in der Form $[\ \ldots\ ]$ *genügen hier* nicht. *Es müssen auch die zugehörigen Mengen, also so etwas wie* $[\ \ldots\ ] = \ldots$*, angegeben werden.*

Aufgabe 5: Modelle Kontextfreier Sprachen I **(11 Punkte)**

Gegeben seien das Alphabet $\Sigma \triangleq \{\ a,\ b,\ c\ \}$ und die kontextfreie Sprache

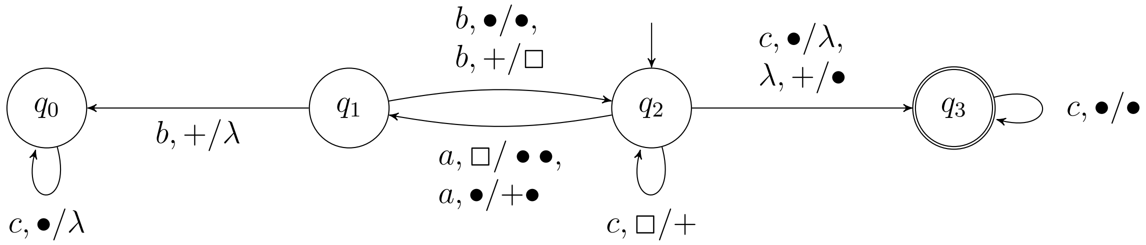
$$A \triangleq \left\{\ a^{2n}(bc)^m x \mid n, m \in \mathbb{N}^+ \land x \in \{\ c,\ b\ \}^* \land |x| = n\ \right\}$$

a. **(**, 5 Punkte)** *Gib* eine Typ-2 Grammatik G mit $\mathrm{L}(G) = A$ *an*.

b. **(**, 6 Punkte)** *Gib* einen PDA M mit $\mathrm{L}_{\mathrm{End}}(M) = \mathrm{L}_{\mathrm{Kel}}(M) = A$ *an*.

Aufgabe 6: Modelle Kontextfreier Sprachen II **(15 Punkte)**

Gegeben seien das Alphabet $\Sigma \triangleq \{\ a,\ b,\ c\ \}$ und der PDA
$M \triangleq (\{\ q_0,\ q_1,\ q_2,\ q_3\ \},\ \Sigma,\ \{\ \square,\ +,\ \bullet\ \},\ \square,\ \Delta,\ q_2,\ \{\ q_3\ \})$ mit Δ:



a. **(*, 2.5 Punkte)** *Gib* eine Ableitung von $abcc$ in M *an*, die zeigt, dass $abcc \in \mathrm{L}_{\mathrm{End}}(M)$.

b. **(***, 2 Punkte)** *Gib* $\mathrm{L}_{\mathrm{End}}(M)$ *an*, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

c. **(*, 3,5 Punkte)** *Gib* eine Ableitung von $ababcc$ in M *an*, die zeigt, dass $ababcc \in \mathrm{L}_{\mathrm{Kel}}(M)$.

d. **(***, 3 Punkte)** *Gib* $\mathrm{L}_{\mathrm{Kel}}(M)$ *an*, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

e. **(**, 4 Punkte)** *Beweise* nur mit Hilfe von Abschlusseigenschaften, dass die Sprache $A \triangleq \{\ a^{n+1}b^n \mid n \in \mathbb{N}\ \}$ nicht regulär ist.
Hinweis: Es darf ohne Beweis benutzt werden, dass $\mathrm{L}(e)$ *für einen regulären Ausdruck* e *regulär und* $B \triangleq \{\ a^n b^{n+1} \mid n \in \mathbb{N}\ \}$ *nicht regulär aber kontextfrei ist. Sprachen* $\mathrm{L}(e)$ *für reguläre Ausdrücke* e *sowie Operationen auf Mengen müssen nicht berechnet oder umgeformt werden.*

Auf dieser Seite löse ich einen Teil der Aufgabe __ :
Teilaufgabe __ :

Matrikelnummer: ____________________ *Name:* ____________________

Auf dieser Seite löse ich einen Teil der Aufgabe __ :
Teilaufgabe __ :