

0. Aufgabenblatt

(Zur Wiederholung, inkl. Lösungen)

Aufgabe 1. Endliche Automaten

Konstruieren Sie einen deterministischen endlichen Automaten (ohne Begründung), der genau diejenigen Worte über dem Alphabet $\{a, b, c\}$ erkennt, welche folgende Bedingungen erfüllen:

- a) • das Zeichen b darf nur auftreten, wenn zuvor mindestens dreimal a oder mindestens einmal c aufgetreten ist, und
- das Zeichen a darf nach dem ersten c nicht mehr auftreten.
- b) das Zeichen b darf nicht dreimal direkt hintereinander vorkommen, und das Zeichen c darf nicht viermal direkt hintereinander vorkommen.

Schätzen Sie mit der O -Notation die Laufzeit ab, die der Automat auf einem beliebigen Eingabewort der Länge n hat.

Aufgabe 2. Alkuins Problem

Ein Bauer möchte einen Silberfuchs, eine Gans und einen Kohlkopf auf dem Markt in der nächsten Stadt verkaufen. Um zum Marktplatz zu gelangen, muss er allerdings einen Fluss überqueren. Am Ufer liegt zwar ein Boot vertäut, das aber den Nachteil aufweist, dass neben der Person, die das Boot rudert, nur noch ein leichter Gegenstand mitgenommen werden kann, da sonst das Boot untergeht. So ist es dem Bauer nicht möglich, den Fuchs, die Gans und den Kohl auf einmal mitzunehmen, sondern nur jeweils eines davon. Dabei muss er allerdings noch beachten, dass er den Fuchs und die Gans nie alleine auf einer Seite zurücklässt, da sonst der Fuchs die Gans fressen würde. Aus dem gleichen Grund darf er auch die Gans und den Kohlkopf nicht alleine zurücklassen. Der Bauer muss also einen Weg suchen, alles unversehrt über den Fluss zu bringen.

Stellen Sie dieses Problem durch einen endlichen Automaten dar, wobei das Eingabealphabet den durchgeführten Aktionen entspricht (b : Bauer überquert alleine den Fluss, f : Bauer überquert mit Fuchs den Fluss, g : Bauer überquert mit Gans den Fluss, k : Bauer überquert mit Kohlkopf den Fluss). Lösen Sie daraufhin das Problem des Bauers unter Benutzung des Automaten.

Aufgabe 3. Deterministische/Nichtdeterministische endliche Automaten

Geben Sie für die Sprache $\{ab, aba\}^*$ sowohl einen nichtdeterministischen als auch einen deterministischen endlichen Automaten an.

Aufgabe 4. Konstruktion von Kellerautomaten

Konstruieren Sie einen Kellerautomaten, der die Sprache $S = \{a^n b^n c^m \mid n \geq 2, m \geq 1\}$ akzeptiert. Schätzen Sie mit der O -Notation die Laufzeit ab, die der Automat auf einem beliebigen Eingabewort der Länge n hat.

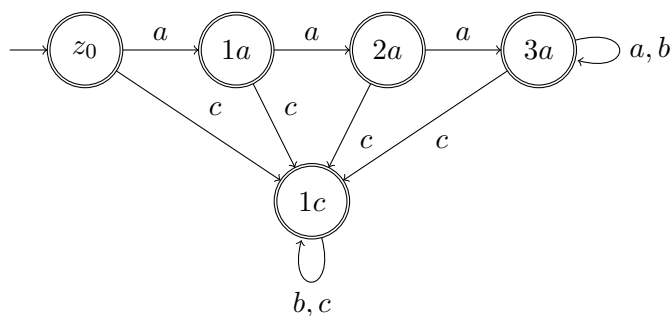
Lösungen

Bitte beachten Sie, dass es sich hier um Lösungsskizzen und nicht vollständig ausgearbeitete Musterlösungen handelt.

Aufgabe 1

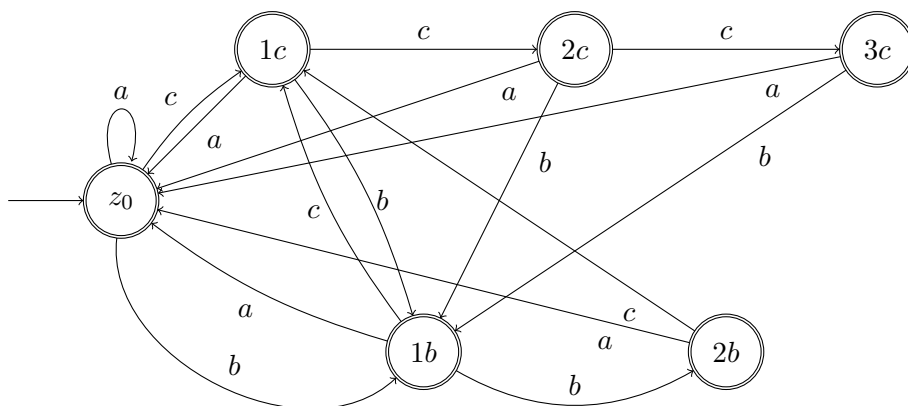
a) —————Lösungsskizze—————

$M = (\{z_0, 1a, 2a, 3a, 1c\}, \{a, b, c\}, \delta, z_0, \{z_0, 1a, 2a, 3a, 1c\})$ und δ ist durch folgenden Graphen gegeben:



b) —————Lösungsskizze—————

$M = (\{z_0, 1b, 2b, 1c, 2c, 3c\}, \{a, b, c\}, \delta, z_0, \{z_0, 1b, 2b, 1c, 2c, 3c\})$ und δ ist durch folgenden Graphen gegeben:

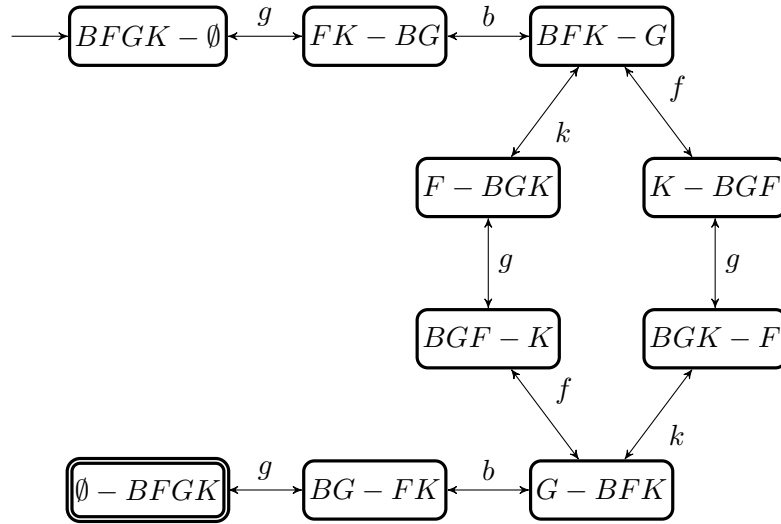


Aufgabe 2

—————Lösungsskizze—————

Gesucht ist hier ein Automat, der alle Lösungen für das beschriebene Problem akzeptiert (und sonst nichts). Die Eingabewörter sind über dem Alphabet $\Sigma = \{b, f, g, k\}$, welches alle Flussüberquerungen darstellt.

$M = (\{BFGK - \emptyset, FK - BG, BFK - G, F - BGK, K - BGF, BGF - K, BGK - F, G - BFK, BG - FK, \emptyset - BFGK\}, \{b, f, g, k\}, \delta, BFGK - \emptyset, \{\emptyset - BFGK\})$ und δ ist durch folgenden Graphen gegeben:

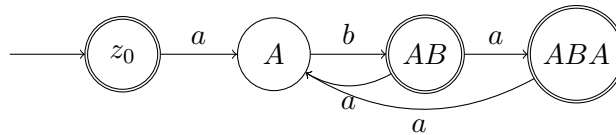


Die Zustände stehen für die möglichen Zuordnungen von Bauer, Tieren und Kohl zu linker bzw. rechter Flussseite. Der Startzustand ist dabei wie im Text angegeben, dass sich alle Akteure auf der selben Flussseite befinden. Die Transitionen stellen die möglichen Aktionen des Bauers dar, wobei alle Transitionen die zu einem Scheitern führen würden (weil der Fuchs die Gans bzw. die Gans den Kohl verspeisen würde) zu einem Fangzustand führen (im Bild der Übersichtlichkeit halber weggelassen). Der akzeptierende Zustand steht dafür, dass sowohl Bauer als auch seine Waren sich wohlbehalten auf der anderen Seite des Flusses befinden. Jedes von diesem Automaten akzeptierte Wort gibt uns nun eine Aktionsfolge, die zu dieser Situation führt. Beispielsweise kann man ablesen, dass $gbkgfbg \in T(M)$, woraus sich ein Plan für den Bauern ergibt.

Aufgabe 3

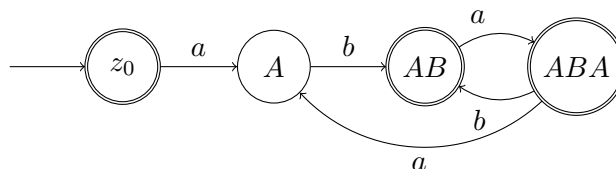
—————Lösungsskizze—————

Wir geben einen NFA $M_{\text{NFA}} = (\{z_0, A, AB, ABA\}, \{a, b\}, \delta, \{z_0\}, \{z_0, AB, ABA\})$ mit folgender Überföhrungsfunktion δ an:



Hinweis: z_0 kann auch eingespart werden. (ABA wäre dann der Startzustand).

Wir geben einen DFA $M_{\text{DFA}} = (\{z_0, A, AB, ABA\}, \{a, b\}, \delta, z_0, \{z_0, AB, ABA\})$ mit folgender Überföhrungsfunktion δ an:



Hinweis: Im Zustand ABA haben wir a oder aba gelesen. Wir können den Automaten M_{DFA} jedoch ebenso als NFA auffassen.

Aufgabe 4

————Lösungsskizze————

Wir benutzen die folgende Konstruktion:

$$M = (\{z_0\}, \{a, b, c\}, \{S, C, a, b, c\}, \delta, z_0, S)$$

