Formale Sprachen und Automaten

Prof. Dr. Uwe Nestmann - 22. Februar 2018

Schriftlicher Test

Studierendenidentifikation:

Nachname	
Vorname	
Matrikelnummer	
Studiengang	☐ Informatik Bachelor, ☐ ____________________

Aufgabenübersicht:

Aufgabe	Seite	Punkte	Themenbereich
1	2	19	Modelle regulärer Sprachen
2	3	16	Untermengen-Konstruktion
3	4	22	Minimierung eines DFA
4	5	17	Grenzen regulärer Sprachen
5	6	11	Modelle kontextfreier Sprachen I
6	7	15	Modelle kontextfreier Sprachen II

Zwei Punkte in diesem Test entsprechen einem Portfoliopunkt.

Korrektur:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	$\sum$
Punkte	19	16	22	17	11	15	100
Erreicht							
Korrektor							
Einsicht							

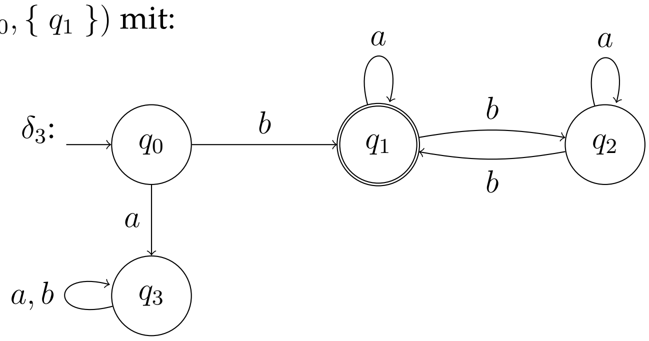
Matrikelnummer: ____________________ *Name:* ____________________

Aufgabe 1: Modelle Regulärer Sprachen **(19 Punkte)**

Gegeben seien das Alphabet $\Sigma \triangleq \{\ a,\ b\ \}$,
die reguläre Sprache $A_1 \triangleq \{\ b^n x b a^m \mid n \in \mathbb{N} \land m \in \mathbb{N}^+ \land x \in \{\ \lambda,\ a\ \}\ \}$,
die reguläre Grammatik $G_2 \triangleq (\{\ S,\ T,\ U\ \}, \Sigma, P_2, S)$ und
der DFA $M_3 \triangleq (\{\ q_0,\ q_1,\ q_2,\ q_3\ \}, \Sigma, \delta_3, q_0, \{\ q_1\ \})$ mit:

$$
P_2:\quad \begin{array}{lcl} S & \rightarrow & aS \mid bT \mid b \\ T & \rightarrow & aT \mid bU \mid a \\ U & \rightarrow & aU \mid a \end{array}
$$

δ_3:



a. **(**, 4 Punkte)** *Gib* einen NFA M_1 mit $\mathrm{L}(M_1) = A_1$ *an*.

b. **(**, 4 Punkte)** *Gib* eine Typ-3 Grammatik G_1 mit $\mathrm{L}(G_1) = A_1$ *an*.

c. **(*, 3 Punkte)** *Gib* die Ableitung des Wortes $ababa$ in G_2 *an*.

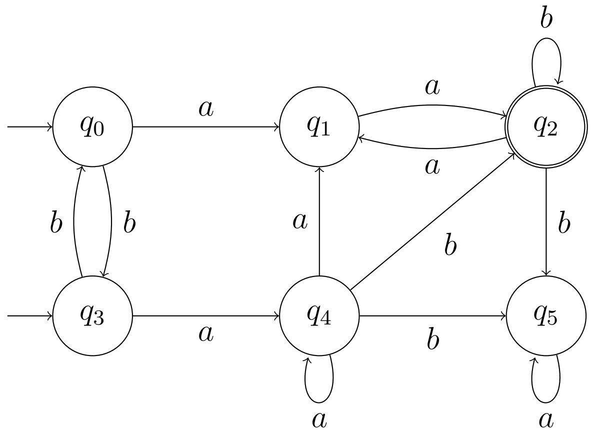
d. **(**, 3 Punkte)** *Gib* $\mathrm{L}(G_2)$ *an*, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

e. **(**, 3 Punkte)** *Gib* die Ableitung des Wortes $bbaba$ in M_3 *an*.

f. **(***, 2 Punkte)** *Gib* $\mathrm{L}(M_3)$ *an*, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

Aufgabe 2: Untermengen-Konstruktion **(16 Punkte)**

Gegeben sei der NFA $M \triangleq (\{ q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5 \}, \Sigma, \Delta, \{ q_0, q_3 \}, \{ q_2 \})$ mit $\Sigma \triangleq \{ a, b \}$ und Δ:

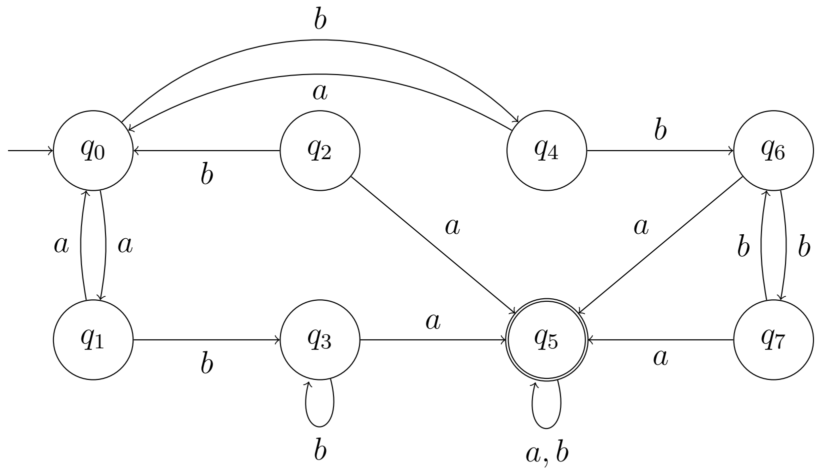


a. **(**, 13 Punkte)** Konstruiere nur mit Hilfe der Untermengen-Konstruktion den DFA M' zum NFA M. *Gib* die bei der Untermengen-Konstruktion entstehende Tabelle sowie das Tupel des entstehenden Automaten M' *an*.
Hinweis: Es ist nicht nötig die Übergangsfunktion δ' von M' (graphisch) anzugeben.

b. **(***, 3 Punkte)** *Gib* $\mathrm{L}(M)$ *an*, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

Aufgabe 3: Minimierung eines DFA **(22 Punkte)**

Gegeben sei der DFA $M \triangleq (\{\ q_0,\ q_1,\ q_2,\ q_3,\ q_4,\ q_5,\ q_6,\ q_7\ \}, \Sigma, \delta, q_0, \{\ q_5\ \})$ mit $\Sigma \triangleq \{\ a,\ b\ \}$ und δ:



a. **(*, 1 Punkt)** *Gib an:* Welche Zustände sind nicht erreichbar?

b. **(**, 9 Punkte)** *Gib an:* Fülle die folgende Tabelle entsprechend des Table-Filling-Algorithmus zum Minimieren von DFAs mit Kreuzen (x) und Kreisen (o) aus.
Hinweis: Bitte streiche zunächst alle Zeilen und Spalten für nicht erreichbare Zustände, falls es solche Zustände in M gibt. Die zweite Tabelle ist ein Ersatz für Verschreiber.

	q_0	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6
q_1							
q_2							
q_3							
q_4							
q_5							
q_6							
q_7							

(

	q_0	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6
q_1							
q_2							
q_3							
q_4							
q_5							
q_6							
q_7							

)

c. **(**, 4 Punkte)** Die Minimierung unterteilt Q in Äquivalenzklassen. *Gib* alle Äquivalenzklassen *an*, die sich aus der Tabelle ergeben.
Hinweis: Die Namen der Klassen in der Form $[\ q_0\ ]$ *genügen hier* nicht. *Es müssen auch die zugehörigen Mengen, also so etwas wie* $[\ q_0\ ] = \{\ \dots\ \}$, *angegeben werden.*

d. **(**, 5 Punkte)** *Gib* den minimierten DFA M' *an*.

e. **(***, 3 Punkte)** *Gib* $\mathrm{L}(M)$ *an*, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

Matrikelnummer: ____________________ *Name:* ____________________

Aufgabe 4: Grenzen Regulärer Sprachen **(17 Punkte)**

a. **(***, 11 Punkte)** *Beweise* nur mit Hilfe des Pumping Lemma, dass die Sprache $A_1 \triangleq \left\{ awc^l d^m \mid l \in \mathbb{N} \land m \in \mathbb{N}^+ \land w \in \{ a,\ b \}^* \land |w|_a = l + m \right\}$ mit $\Sigma \triangleq \{ a,\ b,\ c,\ d \}$ nicht regulär ist.

b. **(***, 6 Punkte)** *Gib alle* Myhill-Nerode Äquivalenzklassen für die Sprache $A_2 \triangleq \{ xcy \mid x \in \{ a,\ b \}^* \land y \in \{ b,\ c \}^* \land |x|_a > |y|_c \}$ über $\Sigma \triangleq \{ a,\ b,\ c \}$ an.
Hinweis: Die Namen der Klassen in der Form $[\,0\,]$ *genügen hier* nicht. *Es müssen auch die zugehörigen Mengen, also so etwas wie* $[\,0\,] = \{ \ldots \}$ *oder* $[\,0\,] = \mathrm{L}(\ldots)$*, angegeben werden.*

Matrikelnummer: ____________________ *Name:* ____________________

Aufgabe 5: Modelle Kontextfreier Sprachen I **(11 Punkte)**

Gegeben seien das Alphabet $\Sigma \triangleq \{\, a,\ b,\ c \,\}$ und die kontextfreie Sprache:

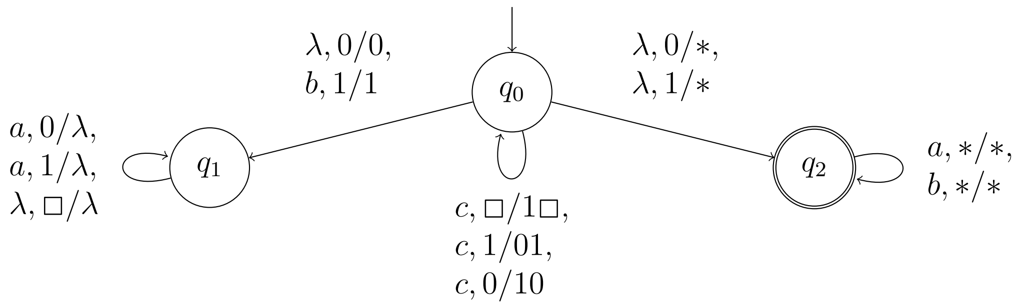
$$A \triangleq \{\, wc^n \mid n \in \mathbb{N} \wedge w \in \{\, a,\ b \,\}^* \wedge |w|_b = n \wedge |w|_a = 1 \,\}$$

a. **(**, 5 Punkte)** *Gib* eine Typ-2 Grammatik G mit $\mathrm{L}(G) = A$ *an*.

b. **(**, 6 Punkte)** *Gib* einen PDA M mit $\mathrm{L}_{\mathrm{End}}(M) = \mathrm{L}_{\mathrm{Kel}}(M) = A$ *an*.

Aufgabe 6: Modelle Kontextfreier Sprachen II **(15 Punkte)**

Gegeben seien das Alphabet $\Sigma \triangleq \{ a,\ b \}$ und der PDA
$M \triangleq (\{ q_0,\ q_1,\ q_2 \},\ \Sigma,\ \{ \square,\ 0,\ 1,\ * \},\ \square,\ \Delta,\ q_0,\ \{ q_2 \})$ mit Δ:



a. **(*, 3.5 Punkte)** *Gib* eine Ableitung von $ccaa$ in M *an*, die zeigt, dass $ccaa \in \mathrm{L}_{\mathrm{Kel}}(M)$.

b. **(***, 3 Punkte)** *Gib* $\mathrm{L}_{\mathrm{Kel}}(M)$ *an*, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

c. **(*, 2.5 Punkte)** *Gib* eine Ableitung von cab in M *an*, die zeigt, dass $cab \in \mathrm{L}_{\mathrm{End}}(M)$.

d. **(***, 2 Punkte)** *Gib* $\mathrm{L}_{\mathrm{End}}(M)$ *an*, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

e. **(**, 4 Punkte)** *Beweise* nur mit Hilfe von Abschlusseigenschaften, dass die Sprache $A \triangleq \{ a^m b^n, b^n a^m \mid n, m \in \mathbb{N} \wedge n + 1 = m \}$ nicht regulär ist.
Hinweis: Es darf ohne Beweis benutzt werden, dass $\mathrm{L}(e)$ für einen regulären Ausdruck e regulär und $B \triangleq \{ b^n a^m \mid n, m \in \mathbb{N} \wedge n < m \}$ nicht regulär aber kontextfrei ist. Sprachen $\mathrm{L}(e)$ für reguläre Ausdrücke e sowie Operationen auf Mengen müssen nicht berechnet oder umgeformt werden.

Matrikelnummer: ________________ *Name:* ________________

Auf dieser Seite löse ich einen Teil der Aufgabe __ :
Teilaufgabe __ :