

Stochastik für Informatiker:innen - Übungsblatt 7

Abgabe bis Freitag, 09.06.2023, 18:00 Uhr

Aufgabe 1

Sechs faire Würfel werden unabhängig voneinander geworfen. Sei X die Summe der geworfenen Augen.

- Bestimmen Sie $E[X]$ und $\text{Var}(X)$.
- Schätzen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass X mindestens $5/3$ des erwarteten Wertes erreicht, mit der Markov-Ungleichung und mit der Chebyshev-Ungleichung ab. Bestimmen Sie die exakte Wahrscheinlichkeit dieses Ereignisses und bewerten Sie die Abschätzungsergebnisse.

6 Punkte

Aufgabe 2

Seien X und Y Zufallsvariablen mit Werten in $\{1, 2, 3, 4\}$, deren gemeinsame Verteilung $p_{X,Y}$ durch

$Y \backslash X$	1	2	3	4
1	0.02	0.03	0.01	0.08
2	0.09	0.05	0.02	0.02
3	0.01	0.05	0.18	0.06
4	0.04	0.18	0.12	0.04

gegeben ist.

- Berechnen Sie $E[X]$ und $E[Y]$.
- Berechnen Sie $\text{Var}(X)$, $\sigma(Y)$ und $\text{cov}(X, Y)$.
- Berechnen Sie Erwartungswert und Varianz von $Z := \frac{1}{3}(X + Y)$.

6 Punkte

Aufgabe 3

Es seien X und Y diskrete Zufallsvariablen, sodass $E[X]$ und $E[Y]$ existieren. Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen.

- Falls $E[X - Y] = 0$, dann gilt $P(X = Y) = 1$.
- Falls $E[|X - Y|] = 0$, dann gilt $P(X = Y) = 1$.

6 Punkte

Hinweise:

- Ihre Lösungen geben Sie bitte gut lesbar bis Freitag, 09.06.2023, 18:00 Uhr in Ihrem Tutorium ab. Zudem besteht die Möglichkeit, Ihre Lösungen als PDF per E-Mail an den Leiter oder die Leiterin Ihres Tutoriums zu schicken. Wir behalten uns vor, nicht lesbare Lösungen konsequent mit null Punkten zu bewerten.
- Ihre Lösungen werden in den Tutorien in KW 24 besprochen.