> *本文阐述了 AQuiz 推荐算法的原理及基本实现。*

1. 摘要

AQuiz 是为 ArRow 设计的推荐算法，前身为原 XFCRC。

通过 AQuiz，可以快速地得到项得分、分区内项排列、分区排列与全局项排列，且具有生态性。

2. 目录

3. 综述

AQuiz 是为 ArRow 设计的推荐算法，前身为原 XFCRC。

AQuiz 的强制条件：项有明确分区（可多个）；有浏览量且确定来源用户；有认可量（如点赞，可多种）。

在 AQuiz 算法中，优秀项不等同于优先项，最终得到的相对分数排列以优先项为序，绝对分数则能反映项的优秀程度。

4. 原理

a. 分区内项排列

设浏览量 v、认可量 r。

一般地，单分区内，浏览量、认可量（若有多种则对每一种认可量按下述过程求 s 后得总积）与认可率 q 分别降序排列后，均近似于正态分布。浏览量即样本量，认可率反应项的质量。

对于任意分区，认可率 q 符合：

$$n \sim N(\mu_q, \sigma_q) \tag{2}$$

认可率期望值为：

$$\mu_q = \frac{\sum_{i=1}^{n} r_i}{\sum_{j=1}^{n} v_j} \tag{3}$$

其中 n 为项的总数。

或近似于：

$$\mu_q = \frac{q_{max} - q_{min}}{2} \tag{4}$$

浏览量过小时，认可率置信度 1-α 下降，反解以下方程使样本量小于阈值 t 的可能性为 p (p<0.5)：

$$f(t_v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_v} \exp(-\frac{(t_v - \mu_v)^2}{2{\sigma_v}^2}) = 0.5 - p \tag{5}$$

得

$$t_v = \sqrt{-2{\sigma_v}^2 \cdot \log_e((0.5 - p) \cdot \sqrt{2\pi}\sigma_v)} - \mu_v \tag{6}$$

α 为函数：

$$\alpha(v) = \begin{cases} \frac{v}{t_v}(0 \leqslant v \leqslant t_v) \\ 1(v \geqslant t_v) \end{cases} \tag{7}$$

阈值左侧区间内置信度从 0 向右递增于阈值处为 1，置信度为 0 时认可率默认为期望值，得式 (1)。

$$q'_i = \alpha(v_i)q_i + \mu_q(1 - \alpha(v_i))$$
$$q'_i = \alpha(v_i)(q_i - \mu_q) + \mu_q \tag{8}$$
(1)

对于任意单项，其得分 s 为与认可率期望值的比值的百分比，如式 (2)。

$$s_i = \frac{q'_i}{\mu_q} \cdot 100\% \tag{9}$$
(2)

得分 s 与分区内项优先度成正比，同时也是项在全局中的绝对得分，因此将 s 降序排列得集合 A，将项按 s 降序排列得集合 A'，***A' 即分区内项有序列，索引越小优先度越高***。

b. 分区排列

一个分区的平均浏览量反应分区热度，理想状态下，各分区热度相同，因此为平衡分区热度，分区优先度与分区热度成反比，因此*将平均浏览量升序排列得集合 **B**，将分区按平均浏览量降序排列得集合 **B‘**，**B'** 即分区有序列，索引越小优先度越高*。

c. 全局项排列

对于全局项排列，需要考虑的因素较多，本文细述分区权重、群权重、环比惯性。

i. 分区权重

分区权重规定了用户在某一分区中投入的注意力的目标量，目标量越高，加权越大。

设每一用户总注意力为 1，则任意分区权重 w 符合：

$$\frac{1}{2n} < w < \frac{1}{n} \tag{10}$$

其中 n 为分区总数。

上式等价于：

$$\frac{w_1}{2} < w_2 < 2w_1 \tag{11}$$

一用户对于分区 i 有总阅读量 v'、（总）认可量 r'。为了使系统流动，最不感兴趣的应与最感兴趣的权重相同。分区 i 得分为：

$$s_i = {v'}_i + {r'}_i \tag{12}$$

所有分区的 s 降序排列得集合 S。

则得分最高的分区 0 、最低的分区 n、中位分区 n/2 分别可在平面直角坐标系中表示为:

$$P(S_0, 1), Q(S_{n-1}, 1), M(S_{\frac{n}{2}}, 0) \tag{13}$$

过点 P、Q、M 作抛物线，得解析式:

$$\begin{aligned} f(x) &= ax^2 + bx + c \\ 1 &= a{S_{\frac{n}{2}}}^2 \\ a &= {S_{\frac{n}{2}}}^{-2} \end{aligned} \tag{14}$$

$$f(x) = {S_{\frac{n}{2}}}^{-2}(x^2 - (S_0 + S_n)x + S_0 S_n + {S_{\frac{n}{2}}}^2)$$

即

$$w_i = {S_{\frac{n}{2}}}^{-2}({s_i}^2 - (S_0 + S_n)s_i + S_0 S_n + {S_{\frac{n}{2}}}^2) \tag{15}$$

加入分区优先度加权得 w':

$${w'}_i = \frac{B_0}{B_i} \cdot {S_{\frac{n}{2}}}^{-2}({s_i}^2 - (S_0 + S_n)s_i + S_0 S_n + {S_{\frac{n}{2}}}^2) \tag{16}$$

ii. 群权重

群权重是分区权重在全局用户中的衍生，它通过其他用户与目标用户的相似性，描述了目标用户可能对项感兴趣的可能性（标准值100%）。

对于每一用户，存在一个势为 n 的有限集:

$$C = \{x | x_i = {w'}_i\} \tag{17}$$

它量化了用户分区偏好，可以转换为 n 维笛卡尔坐标系中一点 U:

$$U(C_0, C_1, C_2, \dots, C_n) \tag{18}$$

等价于:

$$U({w'}_0, {w'}_1, {w'}_2, \dots, {w'}_n) \tag{19}$$

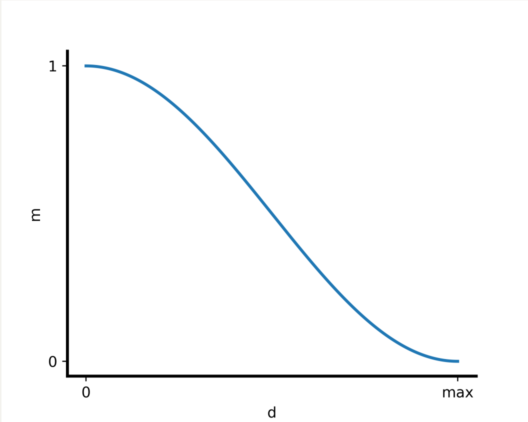
将所有 U 点按感兴趣的分区分为 n 类且一一对应，称为用户组，如用户组0即对分区0感兴趣的用户。

一般而言，用户组间存在交集，如果确定交集为空，可以使用EM模型聚类 等聚类分析模型进行单一归类，本文仅细述前者。

对于用户组 j，其中几何中心坐标可表示为集合：

$$O_j = \{x|x_i = \begin{cases} 0(i \neq j) \\ 1(i = j) \end{cases}\} \tag{20}$$

对于一个 U 点，其在用户组 j 中的典型性 m 与它到用户组 j 中心的直线距离 d 的函数关系如下图：



其解析式为：

$$m_j = \cos\frac{d_j\pi}{2d_{j-max}} + \frac{1}{2} \\ d_j \in \{0, d_{j-max}\} \tag{21}$$

其中 d 有下式：

$$d_j = \sqrt{\sum_{i=0}^{n}(C_i - O_{j_i})^2} \tag{22}$$

d 的最大值为任意 U 点到用户组 j 中心的最大距离。

现有用户1与2，用户1浏览了一分区 j 的子项，则对于用户2，此项来自用户1的群加权得：

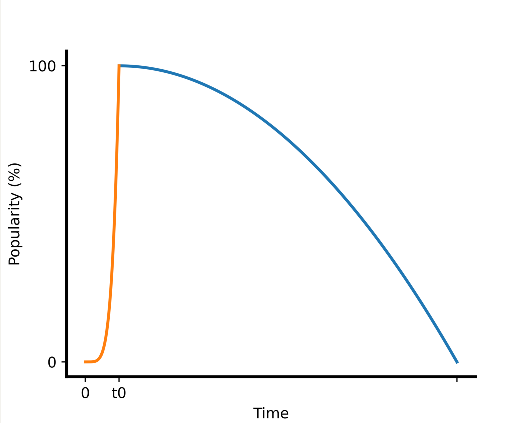
$$w_1 = \frac{1 + m_{j_1}}{m_{j_2}} \tag{23}$$

仅对于用户2，此项的群加权 w' 为来自所有其他浏览了此项的用户的群加权之积：

$$w' = \prod_i w_i \tag{24}$$

iii. 环比惯性

假定一项的热度自发布后存在一定自然趋势，如图：



设解析式：

$$p - t : y = f(t) \tag{25}$$

时刻 t 的浏览量环比目标值 G 符合：

$$G_t = \frac{v_t - v_{t-1}}{v_{t-1}} \cdot 100 = f(t) \tag{26}$$

设实际浏览量环比 g，则加权 w 得：

$$w = (100 + G_t - g_t)\% \tag{27}$$

iv. 结论

一项对于一用户，其相对得分 ß 为这一项的分区内得分 s、这一项所属分区的分区权重 w'、此项对于此用户得到的群加权 w'、环比惯性加权 w 的积。对于匿名者，不含后两因数。

若一项属于多个分区，则其得分为它作为它所属的每一分区的子项的得分之积。

*将项按 **ß** 降序排列得集合 **Γ**，即全局项有序列，索引越小优先度越高。*

d. 总结

以上所有算法都基于**每一分区的认可率期望值均为正数**，若不初始条件不符合可以加入混淆项以改动认可率期望值。

若样本量过少或极度偏离正态分布，会造成部分功能失效。

5. 实现

略。