

## 1 Zadanie 1

Zrealizuj ciąg fibonacciego zadany wzorem:

$$f(n) = \begin{cases} 0 & \text{dla } n = 0 \\ 1 & \text{dla } n = 1 \\ f(n-1) + f(n-2) & \text{dla } n > 1 \end{cases}$$

w podane sposoby:

1. Rekurencyjnie
2. Iteracyjnie (za pomocą pętli)
3. \*Za pomocą 3 zmiennych

## 2 Zadanie 2\*

Dany jest wzór:

$$f(K) = \begin{cases} 0 & \text{dla } K = 0 \\ f(K-1) + K & \text{dla } K > 1 \end{cases}$$

Program przyjmuje parametr N i zwraca liczbę x taką, że

$$f(x) \leq N$$

$$f(x+1) > N$$

np. dla N = 17 program powinien zwrócić 5, ponieważ:

$$f(0) = 0$$

$$f(1) = 1$$

$$f(2) = 3$$

$$f(3) = 6$$

$$f(4) = 10$$

$$\mathbf{f(5) = 15}$$

$$f(6) = 21$$

## 3 Wytlumaczenie zadania 2

Najprostrzą metodą jest zaimplementowanie funkcji rekurencyjnie dokładnie tak jak jest zadana, ale czy to jest jedyny sposób i przede wszystkim czy to jest najlepszy sposób? Otóż okazuje się, że NIE.

Aby można było to zadanie rozwiązać optymalnie potrzebna jest teoria matematyczna, ale nie ma czego się bać - nie jest to trudna teoria.

Na podstawie tego co jest zapisane powyżej w rozwinięciu funkcji zobaczmy, że nasza funkcja rekurencyjna daje się zapisać tak:

$$\begin{aligned}
f(0) &= 0 \\
f(1) &= 0 + 1 = 1 \\
f(2) &= 0 + 1 + 2 = 3 \\
f(3) &= 0 + 1 + 2 + 3 = 6 \\
f(4) &= 0 + 1 + 2 + 3 + 4 = 10 \\
f(5) &= 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15 \\
f(6) &= 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21
\end{aligned}$$

...

$$f(n) = 0 + 1 + 2 + 3 + \dots + n = ?$$

Czy zauważasz już pewną prawidłowość? Czy to co zapisałem wyżej czegoś nie przypomina? TAK - jest to suma  $n$  pierwszych liczb naturalnych, ale zaraz zaraz - czy nie znasz może wzoru na taką sumę? Na pewno znasz, tylko nie pamiętasz, ale nie ma problemu ja go tu przypomnę:

$$f(n) = \frac{n(n+1)}{2}$$

I wykorzystując ten prosty wzór można zobaczyć, że program wykonuje się szybciej.