

$T(y)$ est une fonction expérimentale dont on ignore les moyens pour exprimer sa primitive explicite et par conséquent, est impossible à calculer.

Pour nous aider à calculer $T(y)$, nous allons analyser plusieurs méthodes possible de résolution, et voir en quoi chacune de ces méthodes est plus ou moins pertinente pour le calcul de la fonction recherchée

QUESTION 1: CALCUL APPROCHÉ D'UNE INTÉGRALE

Tout d'abord, nous allons approximer la valeur de l'intégrale par des intégrations numériques. Ces méthodes qu'on appelle de quadrature numérique nous fournissent des expressions linéaires à utiliser sur un intervalle dite typique comme $[0, 1]$. En calculant ces expressions, on a une valeur approchée de l'intégrale de manière algébrique.

Cependant, on doit prendre en compte plusieurs facteurs :

- La précision du résultat.
- L'ordre n de la dérivée de la fonction

Formule du Point du Milieu :

La formule du Point du Milieu fait partie de cette famille de quadrature numérique. Elle est du 1er ordre

....

.....

$$I(f) = \int_0^1 x^2 dx = (1-0)f\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 0.25$$

$$I(f) = \int_0^1 x^2 e^x dx = (1-0)f\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 e^{\left(\frac{1}{2}\right)} = 0.41218031767503205$$

Formule de la Composite du Trapèze :

Nous subdivisons $[0,1]$ en n intervalle où $n \in \mathbb{N}$

Pour le calcul, nous avons choisi pour $n=10$

$$I(f) = \int_0^1 x^2 dx = \sum_{i=0}^n ((i+d)-i) \frac{f(i)+f(i+d)}{2} = 0.22274999999999992 \quad d = \frac{1}{n}$$

$$I(f) = \int_0^1 x^2 e^x dx = \sum_{i=0}^n ((i+d)-i) \frac{f(i)+f(i+d)}{2} = 0.5213697981753349 \quad d = \frac{1}{n}$$

Nous observons des résultats plus raisonnables et plus approchés. Les formules sont du 1er ordre.