Fatores determinantes da eficiência financeira dos consórcios públicos

Consultores Responsáveis:
Davi Folha
Gustavo Preard
Lucas Alves
Maria Beatriz Cunha

Requerente:
Flávia Duque

Brasília, 23 de fevereiro de 2026.

ESTAT
consultoria estatística

Sumário

1 Introdução

2 Referencial Teórico

3 Análise Descritiva Univariada

3.1 Frequência Relativa

A frequência relativa é utilizada para a comparação entre classes de uma variável categórica com c categorias, ou para comparar uma mesma categoria em diferentes estudos.

A frequência relativa da categoria j é dada por:

$$f_j = \frac{n_j}{n}$$

Com:

- $j = 1, \ ..., \ c$
- $n_j =$ número de observações da categoria j
- $n =$ número total de observações

Geralmente, a frequência relativa é utilizada em porcentagem, dada por:

$$100 \times f_j$$

3.2 Média

A média é a soma das observações dividida pelo número total delas, dada pela fórmula:

$$\bar{X} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} X_i}{n}$$

Com:

- $i = 1, \ 2, \ ..., \ n$
- $n =$ número total de observações

3.3 Mediana

Sejam as n observações de um conjunto de dados $X = X_{(1)}, X_{(2)}, \ldots, X_{(n)}$ de determinada variável ordenadas de forma crescente. A mediana do conjunto de dados X é o valor que deixa metade das observações abaixo dela e metade dos dados acima.

Com isso, pode-se calcular a mediana da seguinte forma:

$$med(X) = \begin{cases} X_{\frac{n+1}{2}}, \text{ para n ímpar} \\ \frac{X_{\frac{n}{2}} + X_{\frac{n}{2}+1}}{2}, \text{ para n par} \end{cases}$$

3.4 Quartis

Os quartis são separatrizes que dividem o conjunto de dados em quatro partes iguais. O primeiro quartil (ou inferior) delimita os 25% menores valores, o segundo representa a mediana, e o terceiro delimita os 25% maiores valores. Inicialmente deve-se calcular a posição do quartil:

- Posição do primeiro quartil P_1:

$$P_1 = \frac{n+1}{4}$$

- Posição da mediana (segundo quartil) P_2:

$$P_2 = \frac{n+1}{2}$$

- Posição do terceiro quartil P_3:

$$P_3 = \frac{3 \times (n+1)}{4}$$

Com n sendo o tamanho da amostra. Dessa forma, $X_{(P_i)}$ é o valor do i-ésimo quartil, onde $X_{(j)}$ representa a j-ésima observação dos dados ordenados.

Se o cálculo da posição resultar em uma fração, deve-se fazer a média entre o valor que está na posição do inteiro anterior e do seguinte ao da posição.

3.5 Variância

A variância é uma medida que avalia o quanto os dados estão dispersos em relação à média, em uma escala ao quadrado da escala dos dados.

3.5.1 Variância Amostral

Para uma amostra, a variância é dada por:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left(X_i - \bar{X}\right)^2}{n-1}$$

Com:

- $X_i =$ i-ésima observação da amostra
- $\bar{X} =$ média amostral
- $n =$ tamanho da amostra

3.6 Desvio Padrão

O desvio padrão é a raiz quadrada da variância. Ele avalia o quanto os dados estão dispersos em relação à média. ### Desvio Padrão Amostral

Para uma amostra, o desvio padrão é dado por:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} \left(X_i - \bar{X}\right)^2}{n-1}}$$

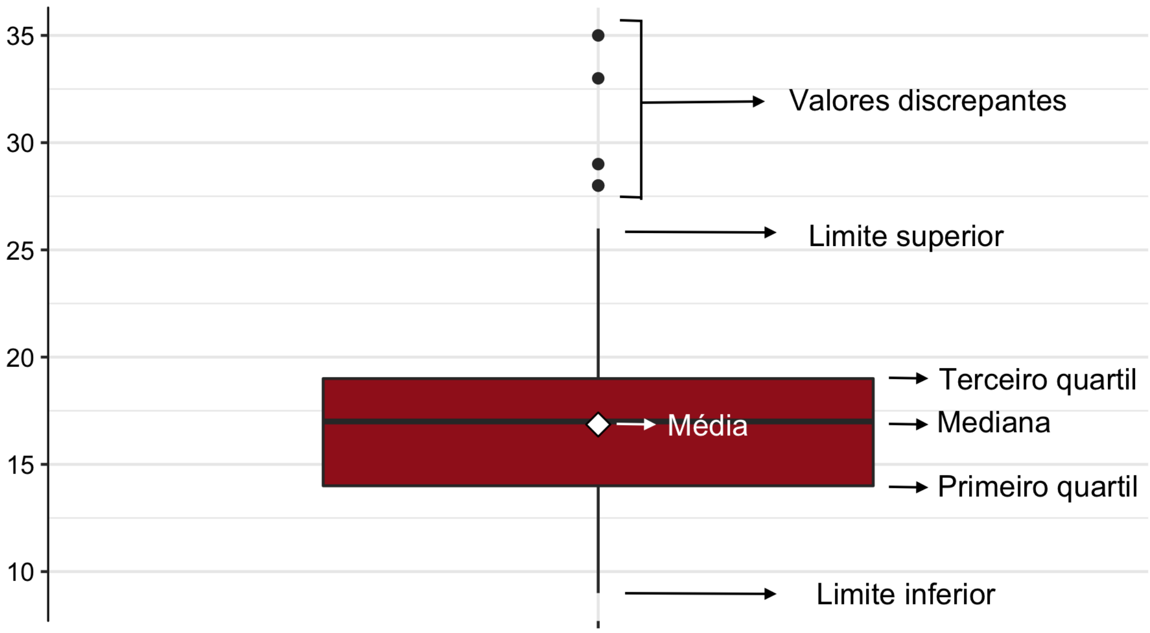
Com:

- $X_i =$ i-ésima observação da amostra
- $\bar{X} =$ média amostral
- $n =$ tamanho da amostra

3.7 Boxplot

O boxplot é uma representação gráfica na qual se pode perceber de forma mais clara como os dados estão distribuídos. A figura abaixo ilustra um exemplo de boxplot.

Figura 1: Exemplo de boxplot



A porção inferior do retângulo diz respeito ao primeiro quartil, enquanto a superior indica o terceiro quartil. Já o traço no interior do retângulo representa a mediana do conjunto de dados, ou seja, o valor em que o conjunto de dados é dividido em dois subconjuntos de mesmo tamanho. A média é representada pelo losango branco e os pontos são *outliers*. Os *outliers* são valores discrepantes da série de dados, ou seja, valores que não demonstram a realidade de um conjunto de dados.

3.8 Tipos de Variáveis

3.8.1 Qualitativas

As variáveis qualitativas são as variáveis não numéricas, que representam categorias ou características da população. Estas subdividem-se em:

- **Nominais**: quando não existe uma ordem entre as categorias da variável (exemplos: sexo, cor dos olhos, fumante ou não, etc)
- **Ordinais**: quando existe uma ordem entre as categorias da variável (exemplos: nível de escolaridade, mês, estágio de doença, etc)

3.8.2 Quantitativas

As variáveis quantitativas são as variáveis numéricas, que representam características numéricas da população, ou seja, quantidades. Estas subdividem-se em:

- **Discretas**: quando os possíveis valores são enumeráveis (exemplos: número de filhos, número de cigarros fumados, etc)
- **Contínuas**: quando os possíveis valores são resultado de medições (exemplos: massa, altura, tempo, etc)

3.9 Bootstrap

É uma técnica de reamostragem que permite aproximar a distribuição de uma função das observações pela distribuição empírica dos dados, baseada em uma amostra finita. A amostragem é feita com reposição da distribuição da qual os dados são obtidos (nesse caso, tem-se o *bootstrap* paramétrico) ou da amostra original (*bootstrap* não-paramétrico).

A técnica *bootstrap* tenta realizar o que seria desejável na prática, se tal fosse possível: **repetir o experimento**. A ideia básica da técnica é: uma vez que não se dispõe de toda população de amostras (observações), faça-se o melhor com o que se dispõe, que é o conjunto de amostras $X = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$. O procedimento para obtenção de amostras *bootstrap* está descrito a seguir:

Seja uma amostra original $X = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ e a estatística de interesse $\hat{\theta} = F(X)$.

1. Geram-se amostras *bootstrap* $X(1), X(2), \ldots, X(B)$, com reposição de X.
2. Calculam-se as estimativas da estatística de interesse: $\hat{\theta}(b) = F(X_b)$, $b = 1, 2, \ldots, B$.
3. Calcula-se o erro padrão *Bootstrap*, $\hat{S}_{Boot}$ como:

$$\hat{S}_{Boot} = \sqrt{\sum_{b=1}^{B} \frac{(\hat{\theta}(b) - \hat{\theta}(.*))^2}{B-1}},$$

onde $\hat{\theta}(.*) = \sum_{b=1}^{B} \frac{\hat{\theta}(b)}{B}$.

3.9.0.1 Referências Bibliográficas

- NETER, J., KUTNER, M., NACHTSHEIM, C. J. e WASSERMAN, W. Applied linear statistical models. 5a edição. Illinois: Irwin, 2013.
- CHARNET, R.; FREIRE, C. A. L.; CHARNET, E. M. R. ; BONVINO, H. Análise de modelos de regressão linear com aplicações. 2a edição, Campinas: Editora UNICAMP, 2008.
- BUSSAB, W. e MORETTIN, P., Estatística Básica, 9a edição. Ed. Saraiva, SP, 2010.

4 Análises

5 Conclusões