

# **Лабораторная работа № 2**

**Задача о погоне**

Никита Алексеевич Бакулин

# Содержание

<b>1</b>	<b>Цель работы</b>	<b>5</b>
<b>2</b>	<b>Задание</b>	<b>6</b>
<b>3</b>	<b>Теоретическое введение</b>	<b>7</b>
<b>4</b>	<b>Выполнение лабораторной работы</b>	<b>8</b>
<b>5</b>	<b>Выводы</b>	<b>13</b>
	<b>Список литературы</b>	<b>14</b>

# Список иллюстраций

4.1	Julia . . . . .	12
-----	-----------------	----

## **Список таблиц**

# 1 Цель работы

Приведем один из примеров построения математических моделей для выбора правильной стратегии при решении задач поиска. Например, рассмотрим задачу преследования браконьеров береговой охраной. На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии  $k$  км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 2 раза больше скорости браконьерской лодки. Необходимо определить по какой траектории необходимо двигаться катеру, чтоб нагнать лодку

## 2 Задание

1. Запишите уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).
2. Постройте траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Найдите точку пересечения траектории катера и лодки

### 3 Теоретическое введение

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 7,7 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 3,3 раза больше скорости браконьерской лодки.

## 4 Выполнение лабораторной работы

### 1. Поиск зависимости радиуса катера от угла

$$a = 7,7$$

$$V_k = 3,3V_l$$

Траектория катера должна быть такой, чтобы и катер, и лодка все время были на одном расстоянии от полюса, только в этом случае траектория катера пересечется с траекторией лодки. Поэтому для начала катер береговой охраны должен двигаться некоторое время прямолинейно, пока не окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка браконьеров. После этого катер береговой охраны должен двигаться вокруг полюса удаляясь от него с той же скоростью, что и лодка браконьеров.

$$t = r_0 / V_l = (a - r_0) / V_k = (a - r_0) / 3,3V_l$$

$$r_0 = (a - r_0) / 3,3$$

$$3,3r_0 = a - r_0$$

$$4,3r_0 = a$$

$$r_0 = a / 4,3$$

$$r_0 = 7,7 / 4,3 = 1,8$$

После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки  $v$ . Для



этого скорость катера раскладываем на две составляющие:  $v_r$  - радиальная скорость и  $v_t$  - тангенциальная скорость

$$V_k^2 = V_r^2 + V_t^2$$

$$V_r = V_{\text{л}}$$

$$(3,3V_{\text{л}})^2 = V_{\text{л}}^2 + V_t^2$$

$$V_t = \sqrt{10,89V_{\text{л}}^2 - V_{\text{л}}^2} = \sqrt{9,89}V_{\text{л}}$$

$$V_r = dr/dt = V_{\text{л}}$$

$$V_t = r \cdot d\theta/dt = \sqrt{9,89}V_{\text{л}}$$

$$V_{\text{л}} \cdot dt = dr$$

$$V_{\text{л}} \cdot dt = r \cdot d\theta / \sqrt{9,89}$$

Решим дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными

$$dr = r \cdot d\theta / \sqrt{9,89}$$

$$dr / r = d\theta / \sqrt{9,89}$$

$$\int dr / r = \int d\theta / \sqrt{9,89}$$

$$\ln(r) = \theta / \sqrt{9,89} + C$$

$$e^{\ln(r)} = e^{\theta / \sqrt{9,89} + C}$$

$$r^{\ln(e)} = e^{\theta / \sqrt{9,89}} \cdot e^C$$

$$r = e^{\theta / \sqrt{9,89}} \cdot e^C \quad (e^C = C)$$

$$r = C \cdot e^{\theta / \sqrt{9,89}}$$

Найдем значение константы при начальном условии

$$r(0) = C \cdot e^{0 / \sqrt{9,89}} = C = a / 4,3$$

$$\text{Уравнение радиуса лодки от угла } r = a / 4,3 \cdot e^{\theta / \sqrt{9,89}}$$

## 2. Написание программы на Julia [1]

```

using Plots

a = 7.7
r0 = a / 4.3

# радиусы катера при движении к центру
rk_straight = collect(a:-0.01:r0)
# углы катера при движении к центру
Ok_straight = fill(1e-10, length(rk_straight))
# уравнение радиуса катера при движении по спирали
fk(0) = r0 * e ^ (0 / √9.89)
# углы катера при движении по спирали
Ok_spiral = collect(0:0.01:2π)
# радиусы катера при движении по спирали
rk_spiral = fk.(Ok_spiral)
# углы катера
Ok = append!(Ok_straight, Ok_spiral)
# радиусы катера
rk = append!(rk_straight, rk_spiral)

# радиусы лодки
rl = append!(collect(0:0.01:r0), rk_spiral)
# углы лодки
Ol = fill(1.5*π, length(rl))

plt = plot(
    proj = :polar,
    aspect_ratio=:equal,
    dpi=300,

```

```

        legend=true)

plot!(
    plt,
    Ol,
    rl,
    xlabel="0",
    ylabel="r(0)",
    label="Траектория лодки",
    color=:red,
    title="Лодка")

plot!(
    plt,
    Ok,
    rk,
    xlabel="0",
    ylabel="r(0)",
    label="Траектория катера",
    color=:blue,
    title="Катер")

savefig(plt, "solution.png")

```

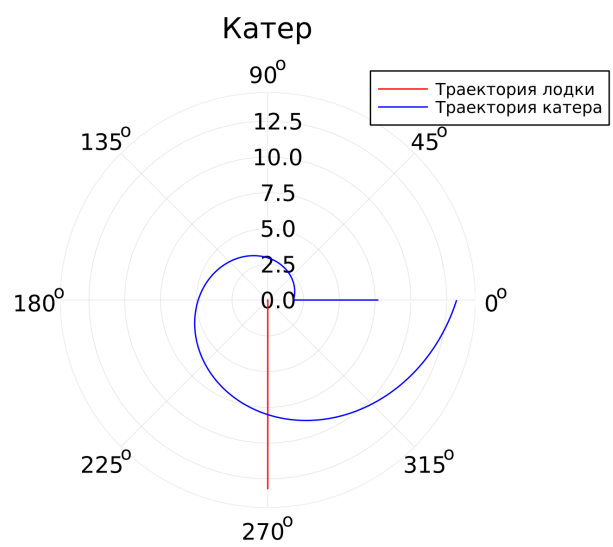


Рис. 4.1: Julia

## 5 Выводы

Успешно решили задачу о погоне, смоделировали траекторию. Пересекаются при  $O = 270$ ,  $r = 8$

## Список литературы

1. Julia 1.8 Documentation [Электронный ресурс]. The Julia Project, 2022. URL: <https://docs.julialang.org/en/v1/>.