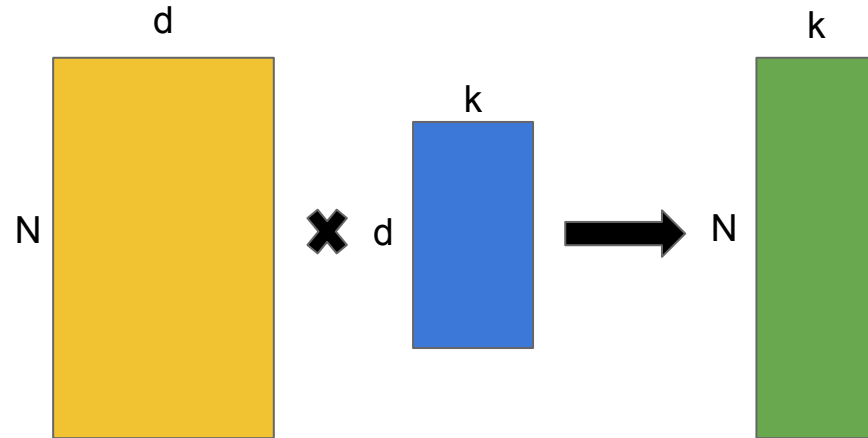


Rzut przypadkowy & Compressive sensing

Mateusz Marczak
Patryk Proniewicz

Rzut przypadkowy (Random Projection)

Rzut przypadkowy (Random projection) – technika używana do redukcji wymiarów w przestrzeni euklidesowej.



Zastosowanie

- używany do stworzenia wejścia do sieci neuronowej
- spektrometria mas
- redukcja dużych zbiorów danych

Typy rzutu przypadkowego:

- **Gaussian random projection**

Wartości macierzy wyliczane są na podstawie rozkładu normalnego (rozkład Gaussa) z:

wartością oczekiwaną = 0

wariancją

= 1/docelowa_wymiarowość

- **Sparse random projection**

$$\begin{cases} -\sqrt{\frac{s}{n_{\text{components}}}} \\ 0 \\ +\sqrt{\frac{s}{n_{\text{components}}}} \end{cases} \quad \text{with probability} \quad \begin{matrix} 1/2s \\ 1 - 1/s \\ 1/2s \end{matrix}$$

gdzie: $s = 1/\text{density}$

density - współczynnik występowania niezerowych wartości macierzy rzutu prostopadłego

Random Projection

vs

PCA

- wykorzystywany do redukcji z bardzo dużej do dużej ilości wymiarów
- złożoność czasowa $O(nkd)$

- wykorzystywany do redukcji z mniejszej ilości wymiarów
- złożoność czasowa $O(n \cdot k^2 + k^3)$

Dystanse pomiędzy próbkami

Przed

```
[ [ 0. 35114.71288676 35575.23474404 ..., 35279.05366276
  35598.67198 35593.45002223]
[ 35114.71288676 0. 35769.17713111 ..., 35621.76497919
  35992.23614666 35599.44941428]
[ 35575.23474404 35769.17713111 0. ..., 35840.99270054
  35837.10212774 35587.6213533 ]
...,
[ 35279.05366276 35621.76497919 35840.99270054 ..., 0.
  35334.21335408 35491.22661905]
[ 35598.67198 35992.23614666 35837.10212774 ..., 35334.21335408
```

Po

```
[ [ 0. 35030.30407125 35256.59217885 ..., 36087.69139055
  34936.89052549 35435.83554568]
[ 35030.30407125 0. 34962.94140568 ..., 36371.62261175
  36026.07468158 36357.09109477]
[ 35256.59217885 34962.94140568 0. ..., 35338.39655557
  35927.39381422 35839.93501774]
...,
[ 36087.69139055 36371.62261175 35338.39655557 ..., 0.
  35378.6826023 36178.90587422]
[ 34936.89052549 36026.07468158 35927.39381422 ..., 35378.6826023
```

Compressive Sensing

Compressive Sensing

Technika efektywnej i dokładnej rekonstrukcji sygnału, poprzez odnajdywanie rozwiązań układów niedookreślonych. Opiera się na zasadzie, że poprzez optymalizację, rzadkość sygnału może być wykorzystana do odtworzenia sygnału z dużo mniejszej ilości próbek niż w przypadku twierdzenia o próbkowaniu (Shannon-Nyquist sampling theorem). Dąży ona do otrzymania oryginalnego wektora zawierającego jak najmniej niezerowych parametrów

W celu wykorzystania metody compressive sensing muszą być spełnione dwa warunki:

- rzadkość
- spójność

Twierdzenie o próbkowaniu

(twierdzenie Whittakera-Nyquista-Kotelnikova-Shannona)

Twierdzenie to udowadnia, że z sygnału dyskretnego $x^*(t)$ złożonego z próbek danego sygnału ciągłego $x(t)$ można wiernie odtworzyć oryginalny sygnał $x(t)$

Zastosowania

- rozpoznawanie twarzy
- rezonans magnetyczny
- mikroskopy elektronowe

Zadania

1. Przygotuj dane wielowymiarowe (około 10000 wymiarów).
2. Przygotuj własny sygnał składający się z co najmniej 4000 próbek.
3. Dla wygenerowanych przez siebie danych porównać wynik Random Projection dla zbiorów o dużej ilości wymiarów oraz małej ilości wymiarów.
4. Porównać działanie PCA vs Random Projection.
5. Dla własnego sygnału znaleźć minimalną ilość próbek dla których błąd odtworzenia jest mniejszy niż 5%.