

**WeakHahnBanach** ::  $\forall E : \text{Banach} . \forall x \in E : x \neq 0 . \exists \lambda \in \mathcal{M}_{\text{TVS}(\mathbb{R})}(E, \mathbb{R}) : \lambda(x) \neq 0$

**Proof** :

**A**  $E : \text{Banach}$ ,

**A**  $x \in E : x \neq 0$ ,

$e \triangleq x / \|x\|$ ,

$\lambda \triangleq \Lambda \alpha e \in \text{span}(e) . \alpha$ ,

**A**  $K : \text{Subspace}(E) : \dim K = 2 : e \in K$ ,

$\triangleq K \Rightarrow \exists v \in K : v \notin \text{span}(e) \text{ E}$ ,

$e' \triangleq v / \|v\|$ ,

**Extend**( $\lambda, \Lambda \alpha e + \beta e' \in K . \alpha$ );

**Choice**  $\Rightarrow \lambda : \mathcal{L}(E, \mathbb{R})$