Liben-Nowell a Kleinberg model šíření (LNK model) (1)

David Liben-Nowell a Jon Kleinberg ve své studii *Tracing information flow on a global scale using internet chain-letter* *data* (1) zkoumali šíření řetězových emailů. Konkrétně se jednalo o několik internetových petic, konkrétně petice proti válce v Iráku z let 2002 a 2003 a pro zachování vládní podpory pro veřejnoprávní rádio NPR ve Spojených Státech z roku 1995. Data byla sesbírána z veřejného internetového archivu emailů.

Za normálních okolností je téměř nemožné legálně vystopovat cestu řetězového emailu. Jelikož na rozdíl od sociálních sítí emailové zprávy jsou soukromé a příjemce emailu se musí sám dobrovolně rozhodnout, zda zprávu zveřejní. Petice je však unikátní v tom, že stačí relativně malé procento příjemců, které zprávu zveřejní pro rekonstrukci šíření. Toto je dáno tím, že lidé, kteří zprávu nezveřejní v celé své podobě, ale chtějí petici podpořit, připojí své jméno jako podpis k emailu a přepošlou jej dál. Jejich jméno pak může být zveřejněno někým jiným.

Autoři v první fázi výzkumu sesbírali 1123 kopií petice, z nichž vyextrahovali podpisy a odvodili potenciální propojení příjemců. Každé jméno reprezentuje uzel v grafu. Algoritmus k nim doplňuje hrany a s určitou pravděpodobností je označuje jako viditelné. Z výsledné struktury je pak zpětně rekonstruován viditelný graf, který je často hlubokým stromem, kde přes 90 % uzlů má pouze jednoho potomka.

Tento přístup má tu výhodu, že se zakládá na 100 % reálných datech. Nevýhodou je, že tato data nejsou úplná, z principu nelze zachytit všechny instance přeposlání zprávy a také nepopisují přesně strukturu emailové sítě.

Tento model se odlišuje od ostatních modelů (11) tím, že je odvozen od šíření konkrétních emailů. Většina ostatních modelů také nepředpokládá, že emailová síť je něco specifického a dívá se na ni pouze jako na další sociální anebo všeobecnou síť. Vzhledem k tomu, že reálné sítě, včetně sociálních, jsou většinou bezškálové (15,20), šíření v nich probíhá expanzivně a v malém počtu kroků, ale s velkým dosahem. Toto je způsobeno existencí centrálních uzlů s extrémně vysokým počtem sousedů, které zkracují vzdálenosti mezi jednotlivými uzly. Velmi důležitým faktem, který zdůrazňují i sami autoři studie je, že výsledná struktura propagace petice v LNK modelu velmi připomíná hluboký strom s malým počtem rozvětvení. Tato struktura neodpovídá ostatním modelům, kde průměrné vzdálenosti mezi uzly jsou malé.

Struktura šíření ostatních modelů je často odvozená od šíření informací po sociálních sítích anebo dokonce od epidemiologických modelů. Sociální sítě jsou mnohem lépe dokumentovatelné díky jejich veřejné povaze. Žádná struktura šíření ostatních modelů ani vzdáleně nepřipomíná strom. Rozdílné jsou však i struktury sítí. Sociální sítě jsou typicky bezškálové, ale u emailové sítě je toto tvrzení komplikovanější.

Model popisuje reakci příjemců na zaslaný email. Příjemce s určitou pravděpodobností na email reaguje anebo jej ignoruje. Toto je reprezentováno pravděpodobností ignorování emailu , která se pohybuje okolo 0.65, ale její přesná hodnota v rozumném rozsahu od 0.5 do 0.75 nemá zásadní vliv na výslednou strukturu.

Pokud se rozhodne reagovat, tak má dvě vzájemně se vylučující možnosti reakce. První a častější variantou, je že na něj na pouze skupinově odpoví odesílateli a všem spolupříjemcům a připojí své jméno k petici s pravděpodobností , ale nepřepošle ji dále. Hodnota se v simulacích autorů typicky pohybovala okolo 0.95. Druhá možnost, která nastává s pravděpodobností , že příjemce rozešle kopii s připojeným podpisem všem svým sousedům. Vysoká pravděpodobnost skupinové odpovědi napomáhá tomu, že výsledná struktura ve výsledku připomíná hluboký strom a přibližně odpovídá rekonstruovaným datům. Čím vyšší hodnota tohoto parametru, tím je menší šance na rozšíření petice k novým adresátům, jelikož skupinová odpověď pouze napomáhá připojení odpovídajícího jednotlivce do zveřejněného seznamu podpisů.

Pokud je petice přeposlána dál, je pak společně se všemi připojenými podpisy zveřejněna ve veřejném archivu emailů s pravděpodobností , jejíž hodnota se pohybuje okolo 0.22. Tento parametr způsobuje, že pokud se má ve výsledcích zobrazit konkrétní příjemce, musí on anebo někdo, komu petici přeposlal se svým připojeným jménem, zveřejnit. Tento parametr je zásadní, jelikož simuluje pozorovatelnost reálných výsledků. V realitě nikdy není možné získat všechny kopie řetězového emailu s větším dosahem a vždy se pracuje pouze s nějakou zveřejněnou podmnožinou. Výhodou petice je motivace podepsaných obsah co nejvíce šířit a zvyšovat o něm povědomí, což z ní děla vhodný objekt ke zkoumání.

Unikátní vlastností tohoto modelu je také fakt, že reakce na zprávu probíhá v reálném čase, ne v okamžiku přijetí. Při přijetí zprávy se v případě, že se příjemce rozhodnul reagovat, vygeneruje podle distribuční funkce čas *t*. Distribuční funkce vychází ze studií o rychlosti lidských odpovědí v komunikaci a její konkrétní hodnota použitá pro LNK model je , kde . Příjemce poté čeká po dobu *t,* než odpoví. Během této doby mu může přijít více stejných emailů, reaguje však pouze na jeden, ten, který v sobě obsahuje největší množství jmen. V reálném světě komunikace také neprobíhá okamžitě, ale trvá určitý čas, než příjemce zareaguje.

Během svého výzkumu autoři studie implementovali variantu modelu, který nezakomponoval reakce v reálném čase. Výsledky simulací z této varianty však neodpovídaly struktuře získané z reálných petic a podobaly se spíše ostatním modelům, tedy široce rozvětvenému grafu, kde vzdálenosti mezi uzly byly relativně malé. Implementace varianty s reálnými časy odpovědí byla jedním, ze dvou kroků, která byla nutná k dosažení kýžené stromové struktury pro sítě s vysokým sdružovacím koeficientem. Vysoký sdružovací koeficient mají mimo jiné i bezškálové sítě. Druhým krokem bylo zavedení parametru odpovědi .

Reálná data ukazují, že většina příjemců má tendenci přeposlat email pouze jednou, či několika známým (1,21). Tento fakt je v LNK modelu reprezentován malou šancí na přeposlání emailu dál.

Existují také tzv. super-šiřitelé, kteří jsou schopni zaslat email na řádově stovky adres. Tento fakt přímo v LNK modelu zohledněn není, ale je reprezentován jako centrální uzel v síti. (21)

Autoři pro simulaci nepoužili emailovou síť, ale reprezentaci několika velkých sociálních síti, z nichž největší byla sociální síť LiveJournal.

Vyvstává tedy otázka, proč je tato studie tolik odlišná od ostatních. Nejpravděpodobnějším vysvětlením je, že model je specifický pro všeobecné šíření petic, či dokonce pouze pro šíření konkrétních petic, které autoři zkoumali, ne však všech řetězových emailů. Sami autoři uvádí, že stromová struktura je způsobená realistickým časem odpovědi a parametrem . Čas odpovědi je naprosto relevantní pro všeobecné řetězové emaily. Tomu tak pravděpodobně není u parametru, jeho základní mechanismus lze sice aplikovat, ale u běžného emailu není typicky k dispozici historie podpisů, tedy lidí, ke kterým se zpráva dostala v minulosti a při aplikaci na běžný email, nastane efekt toho, že ten, kdo email nepřepošle k novým příjemcům se nedostane do viditelné struktury, ale pouze vytváří jeho duplicitu v schránkách spolupříjemců, jelikož pokud po něm někdo zveřejní kopii emailu, neexistuje v emailu záznam o tom, že se k němu dostal i ten co pouze odpověděl a nešířil jej k novým příjemcům.

Implementace modelu

Z výše uvedených důvodů jsem při implementaci tohoto modelu zvolil lehce odlišný přístup. Ponechal jsem všechny základní parametry. Algoritmus simuluje běh reálného času a rychlosti odpovědi se náhodně generují pomocí distribuční funkce. Operuji se třemi pravděpodobnostmi jejichž hodnoty jsou nastaveny v podobném rozmezí jako v originální studii. Jedná se o šance na reakci na zprávu (65 %), na odpověď odesílateli (90–95 %) a zveřejnění (20–25 %). Jako výchozí data jsem však vzal grafy reálných emailových sítí. (2,19) Výchozí uzel pošle všem svým sousedům zprávu a ti na ni odpovídají pomocí výše uvedených principů, toto se opakuje, dokud zpráva nedosáhne svého maximálního potenciálu a všichni příjemci na ni nějakým způsobem zareagovali anebo ji ignorovali. Po skončení běhu se také zpětně rekonstruuje viditelný graf.

Díky tomuto přístupu je možné sledovat vliv struktury sítě na šíření. Nevýhodou je, že každá síť může být definovaná jinak a nebere v potaz vztahy mezi příjemcem a odesílatelem. Grafy typicky nemají žádné váhy hran, pokud dva lidé pošlou jednu zprávu, v grafu se vytvoří hrana. To samé nastane, pokud si dva kamarádi posílají zprávy pravidelně. Dá se předpokládat, že reálná pravděpodobnost reakce se liší i podle různých demografických indikátorů a osobních vztahů příjemce a odesílatele.

Galton – Watson model

Pro LNK model jsou typické hluboké stromy s nízkou rozvětveností, které tento algoritmus generuje. Tuto strukturu lze replikovat Galton – Watsonovým modelem. Jedná se o překvapivě velice jednoduchý postup pro generování stromů, který byl publikován již v roce 1875 a jeho původní účel nemá nic společného s emaily ani šířením zpráv. (4)

Algoritmus generuje stromy pomocí pravděpodobnostního rozdělení počtu dětí. Začne graf s jedním uzlem, který označí jako kořen stromu a náhodně vygeneruje počet dětí, podle předem dané distribuce. Mezi rodiče a potomka vloží hranu a proces opakuje pro každý další vložený uzel. Proces končí po dosažení předem daného počtu generací anebo pokud všechny uzly aktuální generace mají počet potomků roven 0. (5)

Pro původní LNK model, kde *k* se rovná počtu dětí je distribuce následovná.

Obsah obrázku text, snímek obrazovky, řada/pruh, Písmo

Popis byl vytvořen automaticky

Tento model asi nelze považovat za plnohodnotnou simulaci šíření řetězových emailů, nabízí však zajímavou perspektivu. Lze s ním operovat v porovnávání výsledků ostatních modelů díky nezávislosti na struktuře sítě a dalších reálných datech.

Opakované běhy s výše uvedenou distribucí, také dobře vizualizují skutečnost, že rozšíření e-mailu velkému množství příjemců není nemožné, ale je velmi málo pravděpodobné. Většina běhů skončí s malým počtem uzlů, před dosažením limitu počtu generací.

Všeobecné modely šíření fám (11)

Všeobecnými modely, které se nevztahují konkrétně k řetězovým emailům, ale mohou pro ně mít zajímavé implikace se zabývají vědci už delší dobu. Mezi první takové modely patří Daley-Kendall model z roku 1965 a Maki-Thompson model, který jej rozšiřuje, z roku 1973. Tyto modely neberou v potaz topologii reálné sítě anebo používají její velmi zjednodušenou strukturu a dívají se na fámu jako infekci mysli a používají podobné principy jako epidemiologické modely.

Tyto původní modely rozdělují populaci v kontextu jedné fámy na tři skupiny. První skupinou jsou *neznalí*, tedy ti, kteří fámu nikdy neslyšeli. Dále jsou zde *šiřitelé*, ti, kteří se snaží “nakazit“ ostatní a nakonec *potlačovatelé*, ti, kteří už s fámou přišli do styku, dříve ji šířili, ale přestali s tím. Členové skupin mění své zařazení podle určitých pravidel, například pokud přijde neznalý do kontaktu s šiřitelem, okamžitě se nakazí anebo pokud se šiřitel potká s jiným šiřitelem a zjistí, že informaci již zná, tak ztratí zájem o další šíření a stane se z něj potlačovatel.

Tyto modely mohou být funkční v malém sociálním kruhu, nemohou však plně popsat způsob propagace informací ve velké sociální síti či šíření řetězových emailů, ale staly se důležitým stavebním kamenem, na kterém staví modernější studie.

V roce 2008 se pokusila skupina výzkumníků ve studii *Theory of rumour spreading in complex social networks* popsat všeobecný model šíření fám pomocí rozšíření výše popsaných základních modelů a interaktivních Markovovo řetězců, kde pravděpodobnost změny stavu uzlu závisí také na stavu sousedních uzlů. Typy stavů jsou převzaté z výše zmíněných základních modelů. Zavedli také mechanismus zapomínaní, tedy když se neznalý dostane do styku s informací, ale zapomene ji, dále ji nešíří, přeskočí stav šiřitele a rovnou se z něj stane potlačovatel.

Pomocí aplikací těchto řetězců na menší autoři odvodili sadu rovnic, které popisují průměrné změny stavu každého uzlu pro velké sítě. Tyto rovnice pak aplikovali na různé typy sítí, například náhodnou síť a bezškálovou síť s exponentem y=3. Jelikož distribuce uzlů náhodné sítě se řídí Poissonovo rozdělením a ne Paretovým, nemá tak velké centrální uzly. (15) Tato vlastnost způsobuje, že náhodné sítě jsou mnohem méně náchylné na šíření nemocí i fám, což zmiňují i sami autoři studie.

Tento velmi propracovaný model, jsem se rozhodl neimplementovat. Model se zaměřuje spíše na všeobecné šíření informací v síti než konkrétně na řetězové emaily, ale díky tomu, že bere v potaz strukturu sítě, po které se šíří, tak by bylo pomocí něj možné aproximovat i propagaci řetězového emailu. Jedná se však čistě o matematický model, který nebere v potaz osobní vztahy mezi odesílatelem a příjemcem. Jeho nevýhodou je také velmi vysoká výpočetní a implementační náročnost. Jedná se však o zásadní výzkum, který ukazuje na možnost existence unifikovaného modelu šíření po síti.

Vysvětlení odborných pojmů

Pro potřeby této práce je nutné definovat několik pojmů, které jsou zásadní pro modely šíření. Jedná se převážně o základy teorie sítí.

Centrální uzel (4)

Jako centrální uzel, anglicky *hub node*, se označuje takový uzel, který má vysoké množství sousedů*.* Počet sousedů, který definuje toto označení nemusí být pevně definovaný. Pro potřeby implementace algoritmů v praktické části této práce jsem jej nastavil na 50. Centrální uzly jsou zásadní pro generování emailů s velikým dosahem. Pokud se zároveň jedná výchozí bod šíření, dramaticky se pak navyšuje počet příjemců pro všechny modely.

Sdružovací koeficient (22)

Sdružovací koeficient uzlu je vlastnost, která popisuje pravděpodobnost propojení jeho sousedů mezi sebou. Je definována jako , kde reprezentuje počet hran mezi sousedy uzlu a je stupeň uzlu.

Sdružovací koeficient sítě *C* je definován jako průměr všech sdružovacích koeficientů uzlů v síti.

Obsah obrázku diagram, Barevnost, design

Popis byl vytvořen automaticky

Bezškálová síť (4)

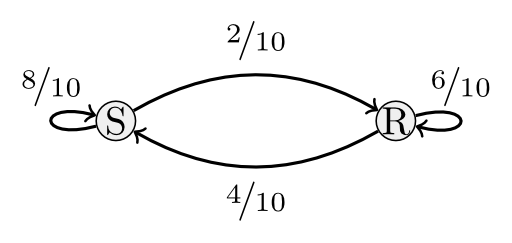
Bezškálová síť, anglicky *scale-free network*, se vyznačuje vysokým počtem uzlů, které mají malé množství navazujících hran, typicky 1. Zároveň se většina hran koncentruje okolo několika málo centrálních uzlů. Rozložení stupňů uzlů je tedy nerovnoměrné a přibližně se odvíjí od Paretova rozdělení.

Pro tyto sítě platí následující vztah,

kde *k*je stupeň uzlu.

Markovův řetězec (12)

Markovův řetězec je druh náhodné procházky, kde změna stavu ve stavovém prostoru závisí čistě na aktuálním stavu a pravděpodobnosti nového cílového stavu, nikoliv však na jakémkoliv z předchozích stavů.



*Vizualizace dvoustavového Markovova řetězce (13)*

Interaktivní Markovův řetězec (14)

Interaktivní Markovův řetězec je varianta Markovova řetězce, kde kromě jednoduché pravděpodobnosti hraje roli při změně stavu člena systému také stav ostatních členů systému.

Struktura emailové versus sociální sítě

----

Definice a původ řetězového emailu

Jako řetězový email se označuje takový, který se svým obsahem snaží přimět příjemce k jeho přeposlání k co nejvíce dalším uživatelům. Obsahem často bývají nepravdivé informace anebo podvody snažící se z oběti vylákat peníze. Šíření takovýchto zpráv je nelegální.

Ne všechny řetězové emaily musí být nutně škodlivé, může se jednat i například o vtip anebo různé výzvy typu přepošli tento obrázek 10 dalším lidem a budeš mít zítra štěstí. Takovýto typ zpráv ovšem mívá menší dosah než ty, které jsou nějakým způsobem závadné.

Šíření řetězových zpráv není žádnou novinkou, která by přišla s nástupem internetu. První známé instance se objevují již v 19. století v podobě papírových dopisů. Jedním z příkladů je takzvaný pošli deseticent dopis (*send a dime letter*), který vykazoval znaky podobné dnešním emailům. Na začátku byl seznam šesti adres příjemců. V textu byl adresát požádán, aby zaslal deseticent na první adresu v seznamu, poté ji smazal, na konec připojil své kontaktní údaje a přeposlal dopis pěti dalším známým. Na konci mu bylo slíbeno 1 562,5 dolaru. Tato částka vychází z předpokladu, že všichni příjemci instrukce splní a vytvoří se tak strom s 15625 () listy, kde každý list reprezentuje jednoho člověka, který má na vrcholu seznamu původního příjemce, který má dostat oněch 10 centů. Tato struktura mimo jiné odpovídá pyramidovému schématu, které je dnes ilegální. Nejvíce se tento typ dopisu rozšířil v roce 1935 ve Spojených Státech, během ekonomické krize, kde vznikly kopie v řádech desítek milionů. Objevoval se však v různých permutacích po celém světě.

Při zmínce jakékoliv elektronické komunikace se nabízí porovnání se sociálními sítěmi. Propagace informací na nich však probíhá velmi odlišně. Hlavním rozdílem je, že v případě e-mailu se vždy jedná o komunikaci jeden na jednoho. Je samozřejmě možné poslat tu samou zprávu více příjemcům i skupinově odpovídat, ale odesílatel emailu vždy specifikuje příjemce a má plnou kontrolu nad tím ke komu se dostane první instance zprávy a k jejímu dalšímu šíření je potřeba, aby ji příjemce vědomě přeposlal dál. Sociální sítě tento typ komunikace umožňují také, ale zároveň jejich uživatelé mohou sdílet příspěvky všem veřejně, případně podmnožině uživatelů v rámci různých zájmových skupin. V tomto případě nemá autor příspěvku 100 % kontrolu nad tím, kdo se k němu dostane. Tento mechanismus pak výrazně zmenšuje vzdálenost putování informací, jelikož samotný veřejný příspěvek funguje jako velký centrální uzel, což u emailu technicky není možné. Propagaci k uživatelům také často obstarávají různé algoritmy a autor nemusí dostat zpětnou vazbu o tom, ke komu se jeho příspěvek dostal.

Aktuální obsah řetězových emailů v České republice

Čeští elfové jsou občanským hnutím, které se snaží bojovat proti dezinformačním kampaním na českém internetu a analyzovat je. Členové sami sebe popisují jako patrioty a ty, kteří odmítají přihlížet dezinformačním kampaním cizích států. Věří v české ústavní hodnoty a v členství České republiky v Severoatlantické alianci a Evropské unii. (6)

Toto hnutí pravidelně zveřejňuje analýzy české dezinformační scény, ve kterých se mimo jiné zabývá i obsahem řetězových emailů, zejména těch s politickým obsahem, které sledují zájmy Ruské federace a Čínské lidové republiky.

V prosinci roku 2022 a lednu 2023 se jedním z ústředních témat staly prezidentské volby, pokračujícím tématem byla rusko-ukrajinská válka. Mezi nejvíce napadané subjekty patřili Ukrajina, Petr Fiala a Petr Pavel a česká vláda. Mezi nejvíce podporovanými subjekty byli Rusko, Vladimír Putin a Andrej Babiš. Téma prezidentských voleb v lednu upozadilo déle dominující téma války na Ukrajině. V lednu se také konaly obě kola prezidentských voleb. V únoru 2023 po skončení voleb toto téma vymizelo. Útoky na Petra Pavla a podpora Andreje Babiše mírně oslabily, ale stále se jednalo o jedny z hlavních subjektů zmiňovaných v řetězových emailech. V březnu 2023 se v dezinformačních emailech začal méně objevovat Petr Pavel a cílem se více staly všeobecné sociální a ekonomické problémy obyvatelstva.

Nejčastěji jsou v současnosti řetězové emaily používány k systematické podpoře Ruska s výjimkou podpory Andreje Babiše, kde se čeští elfové domnívají, že jsou zde i jiné vlivy než proruská agenturní síť, nespecifikují však jaké. (8,9,10)

Obsah obrázku text, Písmo, účtenka

Popis byl vytvořen automaticky

*Příklad témat řetězových emailů z března 2023 (10)*

Použitá testovací data a způsob jejich zpracování

Pro účely této práce jsem použil existujících data emailových sítí, data o uživatelích slovenské sociální sítě Pokec a vygenerovanou bezškálovou síť pomocí Barabási-Albertova algoritmu. (16)

U emailových sítí jsem se zaměřil na data z nespecifikované velké výzkumné evropské organizace. Anonymizovaná data pochází z října 2003 až května 2005. Z přibližně 3 milionů emailů byl sestaven graf ve kterém každý uzel reprezentuje unikátní emailovou adresu a každá hrana mezi adresami reprezentuje alespoň jeden vyměněný email. (2,3)

Použil jsem jak kompletní graf, tak jeho podmnožinu (17). Kompletní graf má výhodu větší přesnosti výsledků, podmnožina umožňuje provést více simulací šíření ve stejném čase.

Všeobecně je získání reálných dat emailových sítí velmi složité, díky nutnosti souhlasu všech účastníků komunikace. Z tohoto důvodu jsem zvolil takto relativně starý data set, jelikož jako jeden z mála veřejných data setů odpovídal potřebám této práce.

Data profilů sociální sítě Pokec (18,19) jsem zvolil kvůli tomu, že obsahuje rozsáhlá data uživatelských profilů. Sice se nejedná o emailovou síť, ale pokud jsem chtěl do práce zakomponovat i model založený na demografických datech, neměl jsem jinou možnost, jelikož žádná veřejná emailová síť s takto rozsáhlými daty neexistuje.

Jména uživatelů byla anonymizována, ale všechna ostatní data, která uživatelé dobrovolně zveřejnili, včetně věku, byla zachována. Uzel reprezentuje uživatelský profil, hrana pak reprezentuje vztah “přátelství” mezi profily, podobný vztah mezi uživateli používá například síť Facebook.

Pro potřebu Relatability modelu založeném na věku, bylo potřeba doplnit věk pro všechny uživatelské profily, jelikož ne všichni tuto informaci zveřejnili. Věk jsem dopočítával jako průměr věku všech přátel, kteří tuto informaci zveřejnili, jelikož se dá předpokládat, že lidé preferují komunikaci ve své věkové skupině.

Kvůli obrovské velikosti sítě jsem vytvořil také několik podmnožin. Vytvořil jsem algoritmus, který ze sítě náhodně vybral jeden uzel a postupně prošel všechny jeho sousedy a přidal je do nového grafu, toto se opakovalo pro všechny nově přidané uzly, dokud počet uzlů v grafu nepřekročil předem danou vstupní hodnotu.

Barabási-Albert síť jsem vygeneroval pomocí knihovní funkce Python modulu networkx.

Všechny reálné sítě byly reprezentovány jako seznam hran, kde každá hrana byla reprezentována jako dva uzly, mezi kterými se nachází, tyto seznamy jsem načetl, zrekonstruoval z nich síť a vyexportoval je do formátu gexf. Takto vyexportované grafy jsem načetl do aplikace Gephi. Pomocí této aplikace jsem nastavil pozici x a y pro každý uzel, pro potřeby vizualizace. Následně jsem data vyexportoval v json formátu a nahrál je do své aplikace. Tato vyexportovaná data jsou součástí přílohy této práce.

Vlastnosti a topologie použitých sítí

Citace

1. Liben-Nowell, D., & Kleinberg, J. (2008). Tracing information flow on a global scale using Internet chain-letter data. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, *105*(12), 4633–4638. https://doi.org/10.1073/pnas.0708471105
2. *Stanford Network Analysis Project: SNAP* [online]. [cit. 2023-06-03]. Dostupné z: <http://snap.stanford.edu/data/email-EuAll.html>
3. J. Leskovec, J. Kleinberg and C. Faloutsos. [Graph Evolution: Densification and Shrinking Diameters](http://www.cs.cmu.edu/~jure/pubs/powergrowth-tkdd.pdf). ACM Transactions on Knowledge Discovery from Data (ACM TKDD), 1(1), 2007.
4. Golub, B., & Jackson, M. O. (2010). Using selection bias to explain the observed structure of internet diffusions. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, *107*(24), 10833–10836. https://doi.org/10.1073/pnas.1000814107
5. Wikimedia Foundation. (2023, January 29). *Branching process*. Wikipedia. https://en.wikipedia.org/wiki/Branching\_process
6. Čeští elfové. *Cesti-elfove.cz* [online]. [cit. 2023-06-02]. Dostupné z: <https://cesti-elfove.cz/uvodni-strana/>
7. Čeští elfové. *Cesti-elfove.cz* [online]. [cit. 2023-06-02]. Dostupné z: <https://cesti-elfove.cz/retezove-e-maily/>
8. Čeští elfové, měsíční report prosinec 2022, leden 2023. *Cesti-elfove.cz* [online]. 23.2.2023 [cit. 2023-06-02]. Dostupné z: <https://cesti-elfove.cz/wp-content/uploads/MM_2022_01.pdf>
9. Čeští elfové, měsíční report únor 2023. *Cesti-elfove.cz* [online]. 13.4.2023 [cit. 2023-06-02]. Dostupné z: <https://cesti-elfove.cz/wp-content/uploads/MM_2023_02.pdf>
10. Čeští elfové, měsíční report březen 2023. *Cesti-elfove.cz* [online]. 13.4.2023 [cit. 2023-06-02]. Dostupné z: <https://cesti-elfove.cz/wp-content/uploads/MM_2023_03.pdf>
11. NEKOVEE, M., Y. MORENO, G. BIANCONI a M. MARSILI. Theory of rumour spreading in complex social networks. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* [online]. 2007 [cit. 2023-06-02]. ISSN 03784371. Dostupné z: <https://doi.org/10.1016/j.physa.2006.07.017>
12. Behrends, E. (2000). Markov chains: how to start? In *Introduction to markov chains: With special emphasis on rapid mixing*. essay, Vieweg.
13. THOMA, Martin. Markov chain. In: *Martin-thoma.com* [online]. 12.5.2015 [cit. 2023-06-02]. Dostupné z: <https://martin-thoma.com/images/2015/05/markov-chain-rain-sun.png>
14. Arnold, F., Gebler, D., Guck, D., & Hatefi, H. (2014). A tutorial on interactive markov chains. *Stochastic Model Checking. Rigorous Dependability Analysis Using Model Checking Techniques for Stochastic Systems*, 4–6. Dostupné z: <https://doi.org/10.1007/978-3-662-45489-3_2>
15. Barabási, A.-L., & Pósfai, M. (2017). Chapter 3 Random Networks. In *Network science*. essay, Cambridge University Press.
16. Barabási, A.-L., & Pósfai, M. (2017). Chapter 5 The Barabási-Albert Model. In *Network science*. essay, Cambridge University Press.
17. Ryan A. Rossi, & Nesreen K. Ahmed (2015). The Network Data Repository with Interactive Graph Analytics and Visualization. In AAAI.
18. L. Takac, M. Zabovsky. [Data Analysis in Public Social Networks](http://snap.stanford.edu/data/soc-pokec.pdf), International Scientific Conference & International Workshop Present Day Trends of Innovations, May 2012 Lomza, Poland.
19. *Stanford Network Analysis Project: SNAP* [online]. [cit. 2023-06-03]. Dostupné z: <http://snap.stanford.edu/data/soc-Pokec.html>
20. Barabási, A.-L., & Pósfai, M. (2017). Chapter 4 The Scale-Free property. In *Network science*. essay, Cambridge University Press.
21. Síť řetězových e-mailů funguje spontánně, dezinformátoři ji ale umí inspirovat a zneužívat, říká Kučík z Českých elfů. *Forum24* [online]. [cit. 2023-06-04]. Dostupné z: https://www.forum24.cz/vit-kucik-sit-retezovych-mailu-funguje-spontanne-dezinformatori-ji-ale-umi-inspirovat-a-zneuzivat/
22. Barabási, A.-L., & Pósfai, M. (2017). Chapter 2 Graph Theory. In *Network science*. essay, Cambridge University Press.

*další kapitoly…*

Definice řetězového emailu

Možná udělat nějaký obsahový rozbor a profil lidí co maily záměrně posílají

Relatability model

Všeobecné porovnání výsledků mezi modely

Popis dat na kterých se testovalo

Popis zpracování grafů (výpočet věku a redukce velikosti)

Formulace myšlenek

proč moje implementace lnk modelu umře po pár iteracích (nízká pravděpodobnost přeposlání)

příjemce nepřeposílá všem sousedům

pravděpodobně nelze nasimulovat šíření čistě matematicky, ale socioekonomické faktory hrají velkou roli

problém existujících dat – hrana v grafu může mít více významů

LNK model nepocita s hubama, jelikož maily se siri organicky

U petice je normalni jenom pripojit podpis a odpovědět, ale moc nesirit, není to normalni u beznyho mailu

Hloubku vyrabi vysoky clustering coeficient

Obhájit si proc nedrzim seznam jmen – není normalni mit u normálního retezaku cestu, kterou sel

Formulace domněnky, ze post rate 22 je bullshit pro realny maily a ne petice

zajimave zdroje

<https://www.forum24.cz/vit-kucik-sit-retezovych-mailu-funguje-spontanne-dezinformatori-ji-ale-umi-inspirovat-a-zneuzivat/>

<https://www.digitalnipevnost.cz/zpravodaj/detail/tiskova-zprava-retezove-e-maily>

<https://dspace.cuni.cz/handle/20.500.11956/127601>