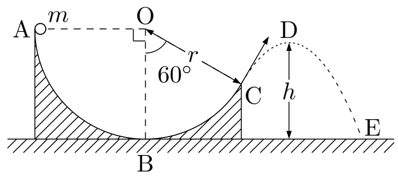
物理演習【5 月 28 日】

番　氏名

1 半径 r の円弧の形をした滑らかなすべり台 ABC が，水平な床に B 点で接して固定されている。中心を O とする円弧 ABC は鉛直な平面内にあり，$\angle$AOB=90°，$\angle$BOC=60° である。A 点に静止していた質量 m の小球が，すべり台をすべり落ちて B 点を通り，C 点ですべり台から飛び出す。そののち，最高点 D に達し，再び落下して E 点において床と衝突する。重力加速度を g とする。



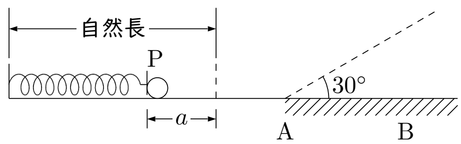
(1) 小球の B 点での速さ v_B を求めよ。また，C 点での速さ v_C を求めよ。

(2) AC 間で，小球にはたらく重力のした仕事と垂直抗力のした仕事をそれぞれ求めよ。

(3) D 点での小球の速さ v_D と D 点の高さ h を求め，それぞれ r，g を用いて表せ。

(4) E 点で床に衝突するときの速さ v_E を求め，r，g を用いて表せ。

2 水平に置かれたばね定数 k〔N/m〕の軽いばねに質量 m〔kg〕の小球 P を押し当て，ばねを自然長から a〔m〕だけ縮ませ，静かに P を放した。水平面は図の点 A より左側はなめらかであるが，右側は粗く，P との動摩擦係数は μ である。重力加速度の大きさを g〔m/s^2〕とする。



(1) ばねから離れた P が点 A に達するときの速さ v〔m/s〕を求めよ。

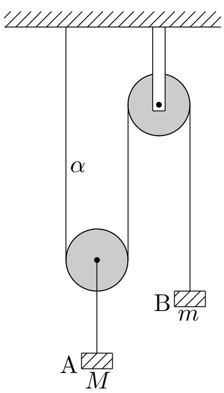
(2) ばねの縮みが $\dfrac{1}{2}a$〔m〕であったときの，P の速さ v を求めよ。

(3) はじめにばねを自然長から a〔m〕だけ縮ませるのに必要であった外力の仕事 W を求めよ。

(4) 点 A を通り過ぎた P はやがて点 B で静止した。距離 AB を v を用いて求めよ。

(5) 粗い面が水平から 30° 傾いた斜面（図の点線）であった場合に，P が達する最高点を C とし，距離 AC を v を用いて求めよ。斜面と水平面はなだらかにつながるものとする。

3 質量 M のおもり A と，おもり B を糸で結び，なめらかな定滑車と動滑車に図のように図のように糸 α をかけてつるす。定滑車の質量は無視でき，重力加速度の大きさを g とする。



(1) B の質量が m_0 のとき，全体は静止した。糸 α の張力 T と m_0 を M，g を用いて表せ。

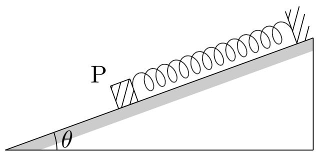
(2) 次に，B の質量を $m(> m_0)$ とし，全体が静止している状態から A，B を静かに放す。

ア. A が高さ h だけ上がったときの速さを v とする。このときの B の下がった距離と速さを求めよ。

イ. 前問の間に，B が失った重力の位置エネルギーはいくらか。

ウ. A の速さ v を M，m，h，g を用いて表せ。

4 質量 m のおもり P を鉛直につるすと ℓ だけ伸びる軽いばねがある。重力加速度の大きさを g とする。図のように，傾角 θ の斜面上で，P をつけたばねの上端を固定する。斜面と P の間の静止摩擦係数を μ，動摩擦係数を μ' とし，ばねが自然の長さに保たれるように P を手で支えておく。



(1) 手を放したとき，P が動き始めるためには，斜面の傾角 θ は，α より大きくなければならない。$\tan\alpha$ を求めよ。

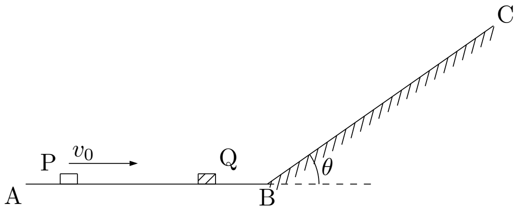
(2) 傾角 $\theta(>\alpha)$ の斜面上で手を放すと P が動き始めた。ばねの伸びが最大値 x になったとき，P の最初の位置から重力の位置エネルギーはいくら減少するか。

(3) (2) において，ばねの弾性エネルギーはいくらか。

(4) ばねの最大の伸び x を求めよ。

(5) ばねの伸びが最大になったのち，P が再び動き始めるためには，$\tan\theta$ はある値より大きくなければならない。その値を μ，μ' で表せ。

5 水平面 AB と斜面 BC がなだらかにつながっていて，AB 間は摩擦がなく，傾角 $theta$ の斜面には摩擦がある。AB 上で，質量 m の小物体 P が速さ v_0 で，静止している質量 M の小物体 Q に正面衝突する。P，Q の反発係数（はね返り係数）を e，Q と斜面の間の動摩擦係数を μ，重力加速度の大きさを g とする。



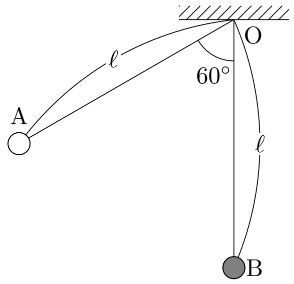
(1) 衝突直後の P の速度 v と，Q の速度 V を，右向きを正としてそれぞれ求めよ。

(2) 衝突の際，P が受けた力積を，右向きを正として求めよ。

(3) 衝突後，P が左へ動くための条件を求めよ。

(4) 衝突後，Q は斜面上の点 D に達した後，下降した。V を用いて BD 間の距離 ℓ を求めよ。また，Q が点 B に戻ったときの速さ V_1 を V を用いて求めよ。

6 質量 m の小球 A と $2m$ の小球 B があり，それぞれ長さ ℓ の糸で天井の点 O からつるされている。B を鉛直線に沿って静止させ，A を糸が鉛直線から 60° 傾いた位置に持ち上げて，静かに放したところ，最下点で B に衝突した

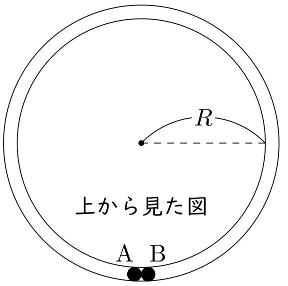


A と B の衝突が完全弾性衝突のとき，衝突直後の B の速さは，重力加速度重力加速度の大きさを g とすると $\boxed{\text{ア}}$ である。

A と B の衝突の直後に A が最下点でそのまま静止して，B のみが運動する場合がある。このとき，A と B のはね返り係数は $\boxed{\text{イ}}$ であり，B は最下点より $\boxed{\text{ウ}}$ の高さまで上昇する。

次に，小球 A を取り去り，鉛直線に沿って静止させた小球 B に弾丸 C を水平に打ち込んだところ，B は C と一体になって運動を始めた。衝突直後の速さが衝突直前の C の速さの $\dfrac{1}{5}$ になったとすると，C の質量は $\boxed{\text{エ}}$ である。また，この衝突で失われた力学的エネルギーは，衝突直前の C の運動エネルギーの $\boxed{\text{オ}}$ 倍である。

7 細い円形のパイプが水平に固定され，中に同じ質量 m の小球A，Bが入って接触している。Aを速さ $2v_0$，Bを速さ v_0 で逆向きに同時に打ち出したところ，AとBは半径 R の等速円運動をし，パイプの内で衝突を繰り返す。衝突の際の反発係数を $e\left(0 < e < \dfrac{1}{3}\right)$ とし，摩擦はなく，空気抵抗は無視する。



(1) AとBを打ち出してから1回目の衝突が起こるまでの時間 t はいくらか。

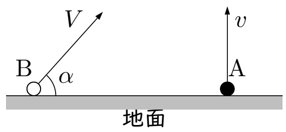
(2) 1回目の衝突直後のAとBの速さはそれぞれいくらか。

衝突後，AとBは同じ向きに運動し，やがてBはAに追いついて2回目の衝突が起き，以後，このような衝突を繰り返した。

(3) 2回目の衝突直後のAとBの速さはそれぞれいくらか。

(4) 衝突を繰り返していくと，AとBの速さは同じ値に近づいていく。その値はいくらか。

8 水平な地面上の P 点から質量 m の小物体 A を鉛直に打ち上げ，同時に Q 点から質量 M の小球 B を打ち出す。B の打ち上げ角度 α は変化させることができる。A の打ち上げの初速を v，B の初速を $V(>v)$ とし，重力加速度の大きさを g とする。



(1) A と B が衝突しない場合，A の打ち上げから着地までの時間を求めよ。

(2) B を A に衝突させるには，角度 α をいくらにすべきか。$\sin\alpha$ を求めよ。

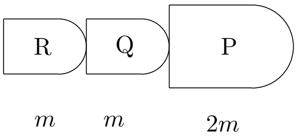
(3) A が最高点に達したときに衝突が起こるようにしたい。そのためには PQ 間の距離 ℓ をいくらにすればよいか。α を用いずに表せ（以下，同様）。

(4) A と B が最も高い位置で衝突し，両者は合体した。合体直後の速度の水平成分と鉛直成分の大きさはそれぞれいくらか。

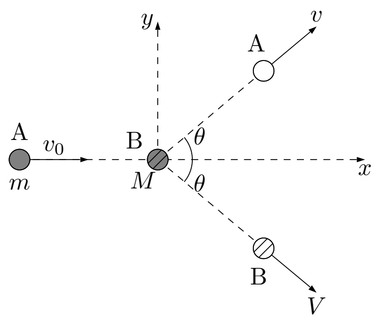
(5) A と B は合体した後，地面に落下した。P 点から落下点までの距離 x を求めよ。

9 質量がそれぞれ $2m$，m，m の３つの部分 P，Q，R から成るロケットが宇宙空間で静止している。はじめ，R を左向きに打ち出した。放出後の P・Q から見た R の速さは u であったので，P・Q の速さは **ア** である。また，この際に要したエネルギーは **イ** である。

続いて，Q を左向きに打ち出した。放出後の P から見た Q の速さはやはり u であったことから，P の速さは **ウ** となっている。



10 なめらかな水平面上に静止している質量 M の小球 B に質量 m の小球 A が x 方向への速度 v_0 で弾性衝突した。衝突後，図のように A は x 軸から角度 $\theta(>0)$ の方向に速さ v で運動し，B は角度 θ の方向に速さ V で運動した。



(1) x 方向およびそれに垂直な y 方向での運動量保存則の式を示せ。

(2) エネルギー保存則の式を示せ。

(3) v と V の大きさを，m，M，v_0 を用いて表せ。θ を用いてはいけない。

(4) M と m が等しいとき，角度 θ はいくらになるか。