

# 夏季補習物理

番 氏名 \_\_\_\_\_

1 図1のように、 $x$  軸上を運動する物体があり、時刻  $t$  での速度  $v$  が図2で表される。時刻  $t = 0$  での物体の位置を原点  $x = 0$  とする。

- (1) 時刻  $t = 2$  s における物体の加速度  $a$  は ア  $\text{m/s}^2$  であり、時刻  $t = 6$  s での加速度  $a$  は イ  $\text{m/s}^2$  であり、 $t = 11$  s での加速度  $a$  は ウ  $\text{m/s}^2$  である。
- (2) 時刻  $t = 6$  s における物体の位置  $x$  は エ m である。
- (3) 物体が原点  $x = 0$  から右に最も離れる時刻  $t$  は オ s であり、その位置  $x$  は カ m である。
- (4) 時刻  $t = 15$  s 以後も、そのまま運動を続けた場合、物体が再び原点に戻ってくる時刻  $t$  は キ s であり、そのときの速度  $v$  は ク  $\text{m/s}$  である。

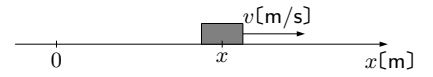


図1

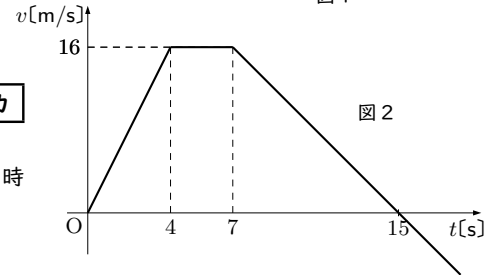


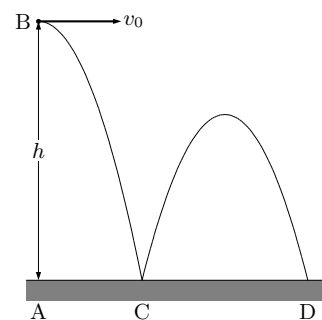
図2

- 2 高さ 144 m の高層ビルの屋上までエレベーターで昇った。はじめ地上に静止していたエレベーターは、最初の 6 秒間は一定の加速度  $a$  で、次の 8 秒間は一定の速さで上昇して高さ 99 m まで達し、あとは一定の加速度で減速しながら上昇して屋上に着いた。
- (1) 最初の 6 秒までのエレベーターの高さ  $y$  と速さ  $v$  を、 $a$  と出発からの時間  $t$  を用いてそれぞれ文字式で表せ。
  - (2) 加速度  $a$  はいくらか。
  - (3) 一定の速さで上昇した距離はいくらか。
  - (4) 減速のときの加速度はいくらか。上向き正として答えよ。
  - (5) エレベーターは地上から屋上まで昇るのに全部でどれだけ時間を要したか。

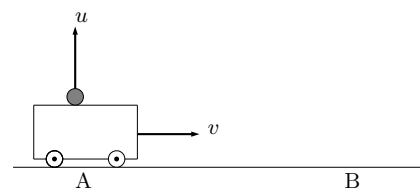
3 静水なら速さ  $v$  で進む船がある。この船が流速  $\frac{1}{2}v$  の川を上り下りして  $\ell$  の距離を往復するのに要する時間  $t_1$  を求めよ。また、川の流れに垂直に横断して  $\ell$  の距離を往復するのに要する時間  $t_2$  を求めよ。

次に、川に沿い、上流に向かって速さ  $v$  で走る自動車がある。下流に向かって進む船との距離を  $L$  とすると、出会うまでの時間  $t_3$  を、相対速度を考えることにより求めよ。

- 4 なめらかな水平面の点 A の真上、高さ  $h$  の点 B から、小球を初速  $v_0$  で水平方向に投げ出した。小球は水平面の点 C ではね返り、次に落下した点を D とする。ここで小球と水平面との反発係数（はね返り係数）を  $e$  とする。重力加速度の大きさを  $g$  とし、問(2)、(3) では、水平成分は右向きを正、鉛直成分は上向きを正とする。
- (1) 点 B から点 C に落下するまでの時間  $t_1$  と、AC 間の距離を求めよ。
  - (2) 点 C に落下する直前の、速度の水平成分と鉛直成分をそれぞれ求めよ。
  - (3) 点 C ではね返った直後の、速度の水平成分と鉛直成分をそれぞれ求めよ。
  - (4) CD 間での最高点の高さ  $H$  を求めよ。
  - (5) 点 C から点 D に達するまでの時間  $t_2$  と、CD 間の距離を求めよ。



- 5 台車が一定の速度  $v$  で水平に運動している。台車が A 点を通る瞬間に、台車から台車に対して初速  $u$  で鉛直上向きにボールを打ち上げたら、ボールは B 点に落下した。次に台車を  $\frac{1}{2}v$  の速度で運動させたとき、台車が A 点を通る瞬間に台車に対して鉛直上向きにボールを打ち上げたら、ボールはやはり B 点に落下した。重力加速度の大きさは  $9.8 \text{ m/s}^2$  とする。



(1) 2 度目にボールを打ち上げた鉛直方向の初速は最初の初速  $u$  の  倍である。

(2) このとき、ボールが到達した最高点の高さは最初の場合の  倍である。

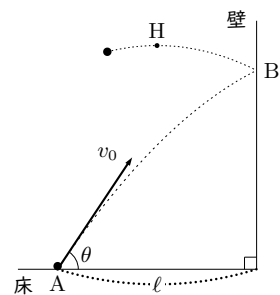
ところで、台車を  $5.6 \text{ m/s}$  の速度で運動させて、台車が A 点を通る瞬間に台車から鉛直上向きにボールを打ち上げたら、ボールは  $10 \text{ m}$  の高さまで上がって、やはり B 点で台車に落下した。

(3) このとき、ボールを打ち上げた鉛直方向の初速は   $\text{m/s}$  である。

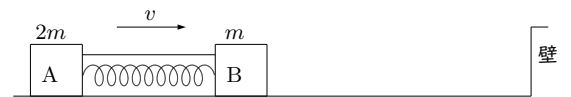
(4) そして、AB 間の距離は   $\text{m}$  である。

6 水平な床面上で鉛直な壁より  $\ell$  だけ離れた点 A から、壁に向かって初速  $v_0$ 、角度  $\theta$  で投げた小球が、なめらかな壁に衝突してはね返り、最高点 H に達した後、再び床に落ちた。衝突の際の反発係数を  $e$  とし、重力加速度の大きさを  $g$  とする。

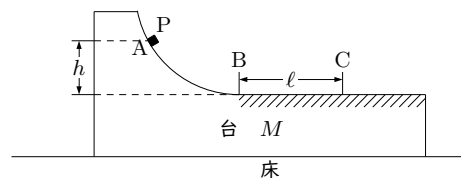
- (1) 小球が投げられてから壁に衝突するまでの時間  $t_1$  はいくらか。衝突した点 B の高さ  $h$  は、床からどれだけか。
- (2) 小球が投げられてから最高点 H に達するまでの時間  $t_2$  はいくらか。また、点 H の高さ  $H$  は、床からどれだけか。
- (3) 最高点に達する前に壁に衝突するために  $v_0$  が満たすべき条件は何か。
- (4) はね返った小球が床上に落ちた点は、壁からどれだけ離れた距離にあるか。



- 7 質量  $2m$  [kg] の物体 A と質量  $m$  [kg] の物体 B とがあり、A にはばね定数  $k$  [N/m] の軽いばねがつけられ、このばねを自然長より縮めた状態に保つため、B と A は糸で結ばれている。A と B は滑らかな水平床上を右方向へ速さ  $v$  [m/s] で動いている。ある点で糸が急に切れ、間もなく A は静止した。一方、B はばねから離れて右方へ動き、壁と弾性衝突して左へ戻り、A のばねに接触した。重力加速度の大きさを  $g$  [m/s<sup>2</sup>] とする。
- (1) 糸が切れ、ばねから離れたときの B の速さはいくらか。
  - (2) はじめのばねの縮みはいくらであったか。
  - (3) 壁との衝突の際、B が壁に与えた力積の大きさはいくらか。
  - (4) B とばねが接触した後、ばねが最も縮んだときの B の速さはいくらか。
  - (5) B とばねが接触した後、B がばねから離れたときの A の速さはいくらか。
  - (6) 前問において、ばねから離れた B は図の左右どちらへ動くか。



8 質量  $M$  の台が水平な床上に置かれている。この台の上面では、摩擦がない曲面と摩擦のある水平面が点  $B$  でなめらかにつながっている。台の水平面から高さ  $h$  にある点  $A$  に質量  $m$  の小物体  $P$  を置き、静かに放す。重力加速度の大きさを  $g$  とする。



- (1) 台が床に固定されているとき、 $P$  は点  $B$  まですべり落ちたのち、点  $B$  から距離  $\ell$  だけ離れた点  $C$  で止まった。BC 間の水平面と  $P$  の間の動摩擦係数  $\mu$  はいくらか。
- (2) 次に、台が床の上で摩擦なく自由に動くことができるようにした。台が静止した状態で、点  $A$  から  $P$  を静かに放した。 $P$  が台上の点  $B$  に達したときの、 $P$  の床に対する速度を  $v$ 、台の床に対する速度を  $V$  とする。ただし、速度は右向きを正とする。
  - ア. このとき、 $v$  と  $V$  が満たすべき関係式を 2 つ書け。
  - イ.  $v$  と  $V$  を求め、それぞれ、 $h$ ,  $m$ ,  $M$ ,  $g$  で表せ。
  - ウ.  $P$  は点  $B$  を通り過ぎたのち、やがて台に対して静止した。このとき、台の床に対する運動はどうなるか。次のうちから選べ。
    - ①  $P$  が静止しても、台は動くがその進方向は点  $P$  の高さ  $h$  によって決まる。
    - ②  $P$  と台の間の摩擦により、 $P$  が停止しても台は右向きに進む。
    - ③  $P$  が曲面を下っている間は、台は小物体と反対方向に進むので、 $P$  が停止しても、慣性の法則により台は左方向に進む。
    - ④  $P$  と台を合わせた全体には水平方向に外力が働かないため、 $P$  が台に対して停止すると台も停止する。



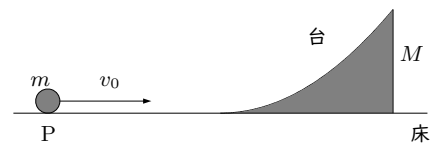
- 9 水平でなめらかな床の上に、質量  $m$  の小物体 P となめらかな曲面をもつ質量  $M$  の台が静止していた。P に速さ  $v_0$  を与え、台に向かって動かした。P が台に達すると、P は曲面を上り、再び床面上を動いた。曲面の左端は床になだらかにつながっており、重力加速度の大きさを  $g$  とする。

(1) P が台上の最高点に達したとき、

ア. 台の速さはいくらか。

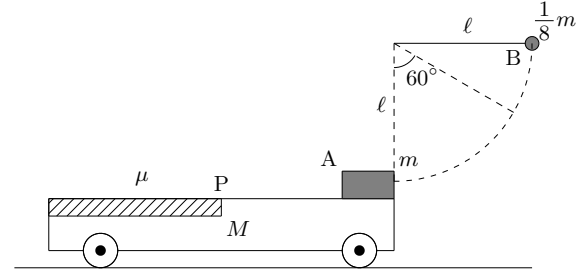
イ. 最高点の床面からの高さ  $h$  はいくらか。

(2) P が再び床面上に達した後の、台の速さはいくらか。



10 なめらかな水平面上に、質量  $M$  の台車を静止させてある。台車の表面は水平で P 点より右側がなめらかで、左側には摩擦がある。台車の右側には質量  $m$  の小物体 A が置いてあり、その鉛直上方の点から長さ  $\ell$  の軽い糸で質量  $\frac{1}{8}m$  の小球 B をつり下げる。摩擦面と A との間の動摩擦係数を  $\mu$ 、重力加速度の大きさを  $g$  とする。

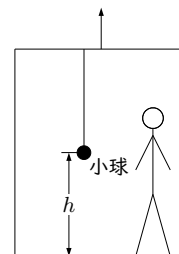
- (1) 糸が水平になる位置で B を静かに放し、A と衝突させたら、B ははね返って糸が鉛直と  $60^\circ$  の角度をなす位置まで戻った。衝突後の A の速さ  $v_0$  を求めよ。(以下の問いには  $v_0$  を用いてもよい)
- (2) 動き出した A はやがて台車に対して止まった。このときの台車の速さ  $V$  を求めよ。
- (3) A が動き出してから、台車に対して止まるまでに、A と台車の物体系から失われた力学的エネルギー  $E$  を求めよ。
- (4) 摩擦のある面上において、A が台車に対して滑った距離  $d$  を求めよ。



- 11** 電車がまっすぐなレールの上を一定の加速度  $\alpha[\text{m/s}^2]$  で走り出した。このとき電車の床の上で静止していた質量  $M[\text{kg}]$  の物体が、電車が走り出すと同時に床上を滑り始めた。物体と床との間の動摩擦係数を  $\mu$ 、重力加速度の大きさを  $g[\text{m/s}^2]$  とする。
- (1) 車内の人から見て、物体に作用している慣性力の大きさと摩擦力の大きさはそれぞれいくらか。
  - (2) 車内の人が見た物体の加速度の大きさ  $\beta$  を  $\alpha, g, \mu$  を用いて表せ。
  - (3) 車内の人が見て、物体が床を  $\ell[\text{m}]$  滑るのに要した時間  $t[\text{s}]$  と、その時の速さ  $v[\text{m/s}]$  (車内の人が見た速さ) を  $\alpha, g, \mu, \ell$  を用いてそれぞれ表せ。
  - (4) 物体が滑り出したことから、静止摩擦係数  $\mu_0$  はいくらより小さいことが分かるか。  $\alpha, g$  を用いて表せ。

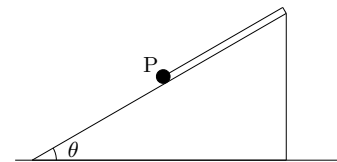
12 質量  $m$  の小球が、エレベーターの天井から糸でつるされており、床からの高さは  $h$  である。エレベーター（中の人を含む）の質量は  $M$  であり、重力加速度の大きさを  $g$  とする。このエレベーターを、鉛直上方へ一定の大きさの力で引き上げるときの運動について考える。上昇加速度の大きさを  $a$  とする。

- (1) エレベーターを引き上げる力  $F$  はいくらか。
- (2) 小球をつるしている糸の張力  $T$  はエレベーターが静止している場合と比べて、何倍になるか。
- (3) 次に、力の大きさ  $F$  を変えないで、小球をつるしている糸を静かに切ったところ、エレベーターの上昇加速度の大きさが  $b$  に変わった。 $b$  はいくらか。 $a, M, m, g$  を用いて答えよ。
- (4) このとき、エレベーターの中の人が小球の運動を観測すると、小球に働いている力（合力）の大きさはいくらか。答えには  $b$  を用いてよい。
- (5) 糸が切れてから、小球がエレベーターの床に達するまでの時間  $t$  はいくらか。答えには  $b$  を用いてよい。



13 傾角  $\theta$  のなめらかな斜面をもつ三角柱が水平面にのせてある。三角柱の斜面の上に質量  $m$  の小物体 P をのせ、P に糸を結びつけ糸の他端を斜面の頂点に固定した。重力加速度の大きさを  $g$  とする。

- (1) 三角柱が水平面上で静止しているとき、糸の張力  $T_0$  を求めよ。また、P が斜面から受ける垂直抗力  $N_0$  を求めよ。
- (2) 三角柱を左方に適当な加速度で動かすと、P は斜面に対して静止していて糸の張力が 0 になる。その加速度の大きさ  $\alpha$  を求めよ。また、そのときの垂直抗力  $N$  を求めよ。
- (3) 三角柱を右方に適当な加速度で動かすと、P が受ける垂直抗力が 0 になる。その加速度  $\beta$  を求めよ。また、そのときの糸の張力  $T$  を求めよ。
- (4) (3) の状態で糸を切ると、P は斜面に沿ってすべり出す。P が斜面上を距離  $\ell$  だけ滑り降りたとき、斜面に対する P の速さがいくらか。



14 質量  $m$  で高さ  $h$ 、横幅  $d$  の一様な直方体  $P$  が水平な台に置かれている。 $P$  には左上の辺  $A$  の中点で、水平から角度  $30^\circ$  の向きに外力を加えている。その大きさを徐々に大きくしたところ、 $F_0$  のときに、 $P$  は滑ることなく傾き始めた。 $P$  と台の間の静止摩擦係数を  $\mu$  とし、重力加速度の大きさを  $g$  とする。

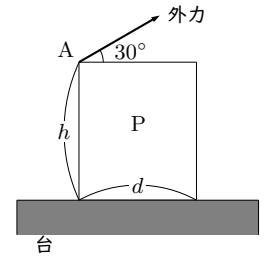
(1)  $F_0$  を求めよ。

(2)  $P$  が滑ることなく傾き始めたことにより、 $\mu$  に対する条件を定めよ。

次に、 $P$  に外力を加えず、台に対して静止させ、台を水平右向きに動かした。台の加速度をゆっくりと増したところ、 $P$  は滑ることなく、やがて傾き始めた。

(3)  $P$  が傾き始めたときの加速度の大きさ  $\alpha$  を求めよ。

(4)  $\mu$  に対する条件を定めよ。



**15** 水平な板にあけた小さな穴  $O$  に糸を通し、その一端に質量  $m$  の小物体  $A$  を結んで板の上に置き、他端に質量  $M$  のおもり  $B$  をつるす。糸と穴や板の間に摩擦はなく、重力加速度の大きさを  $g$  とする。

- (1)  $A$  と板の間に摩擦はなく、図 1 のように  $A$  は穴を中心とする半径  $r$  の等速円運動をしている。その速さ  $v_1$  を求めよ。
- (2)  $A$  と板の間に摩擦があり、静止摩擦係数を  $\mu$  とする。板を止め、 $A$  を静かに放すと  $A$  は穴に向かって動くものとする。

そこで、図 2 のように、穴を中心として板を水平面内で角速度  $\omega$  で回転させ、 $A$  を板上に置くと、板に対して  $A$  は静止した。 $A$  と穴の距離を  $r$  として、 $A$  が静止するための  $\omega$  の取りうる範囲を求めよ。

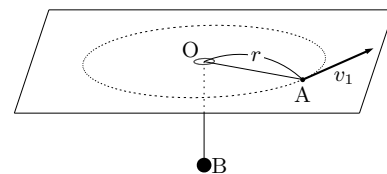


図 1

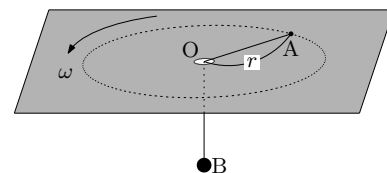
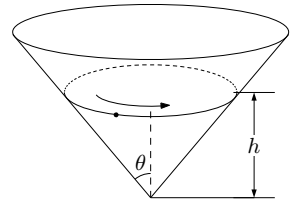


図 2

**16** 図のように軸が鉛直で半頂角  $\theta$  の円錐のなめらかな内面に沿って、質量  $m[\text{kg}]$  の小球が高さ  $h[\text{m}]$  の位置で等速円運動している。重力加速度の大きさを  $g[\text{m/s}^2]$  とする。

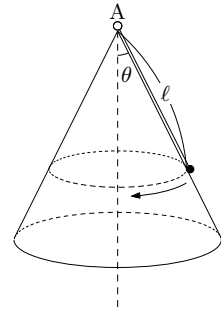
- (1) 小球の速さ  $v[\text{m/s}]$  を  $\theta$ ,  $m$ ,  $h$ ,  $g$  のうち必要なものを用いて表せ。
- (2) 小球が円錐面から受ける垂直抗力の大きさ  $N[\text{N}]$  を  $m$ ,  $\theta$ ,  $g$  を用いて表せ。
- (3) 円運動の周期  $T[\text{s}]$  を  $\theta$ ,  $h$ ,  $g$  を用いて表せ。
- (4) 円錐面が一定の大きさの加速度  $\alpha[\text{m/s}^2]$  で上昇しているとき、同じ高さ  $h[\text{m}]$  で等速円運動させるためには、円錐面に対する小球の速さ  $v'[\text{m/s}]$  をいくらにすればよいか。  $h$ ,  $g$ ,  $\alpha$  を用いて表せ。



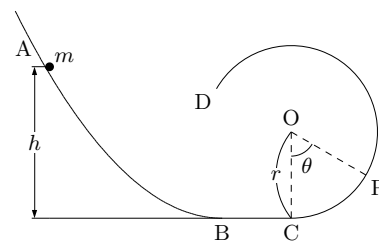


**17** 図のように、鉛直方向と角  $\theta$  をなす円錐形のなめらかな斜面の頂点 A に、長さ  $\ell$  の軽い糸の一端を固定し、他端に質量  $m$  の小さいおもりをつけた。重力加速度の大きさを  $g$  とする。

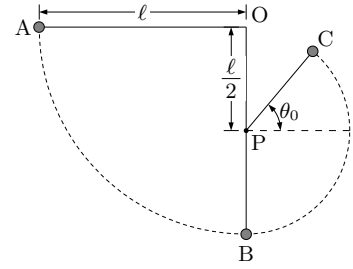
- (1) おもりが円錐面上を一定の角速度  $\omega$  で回転しているとき、糸の張力  $T$  を求めよ。また、円錐面から受ける垂直抗力  $N$  を求めよ。
- (2) おもりの角速度をゆっくりと増していくと、ついにはおもりが円錐面から離れるようになる。円錐面から離れるための最小の角速度はいくらか。



- 18** 右の図で、BC 間は水平面で、AB 間の曲面や CD 間の円筒面となめらかにつながっている。円筒面の半径は  $r$  で中心軸は O である。いま、曲面上で水平面から  $h$  の高さの位置から質量  $m$  の小球を静かに放す。摩擦はなく、重力加速度の大きさを  $g$  とする。
- (1) 水平面 BC 上での小球の速さを求めよ。
  - (2) 点 C を通る直前に小球が受ける垂直抗力  $N_1$  と、通った直後に受ける垂直抗力  $N_2$  を求めよ。
  - (3) 図の点 P ( $\angle COP = \theta$ ) での速さ  $v$  と垂直抗力  $N$  を求めよ。
  - (4) 小球が円筒面に沿って、点 D に達するのに必要な高さ  $h$  の最小値  $h_0$  を求め、 $r$  を用いて表せ。
  - (5)  $h = 2r$  のときには、小球は途中で円筒面を離れる。離れる点での  $\cos \theta$  の値を求めよ。



19 質量  $m$  の質点をつけた長さ  $\ell$  の位置の端を点  $O$  にとめ、糸をぴんと張り質点が点  $O$  と同じ高さの点  $A$  にくるようにした。質点を静かに放すと、 $OA$  を含む鉛直面（紙面）内で運動する。細いなめらかな棒が点  $O$  から鉛直下方  $\frac{\ell}{2}$  の距離にある点  $P$  で、この鉛直面と垂直に交わるように固定されている。重力加速度の大きさを  $g$  とする。

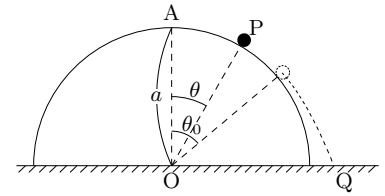


- (1) 質点が点  $O$  の鉛直下方にある点  $B$  を通過するときの速さ  $v_0$  を求めよ。
- (2) 質点が点  $B$  を通過する直前の糸の張力  $T_1$  と、通過した直後の張力  $T_2$  を求めよ。
- (3) 質点が点  $C$  にきたとき、糸がゆるみ始めた。その時の速さ  $v$  を求めよ。また、 $PC$  が水平となす角を  $\theta_0$  として  $\sin \theta_0$  を求めよ。
- (4) その後、質点は点  $C$  からどれだけの高さまで上がるか。
- (5) 点  $A$  で質点到鉛直下向きに初速を与えれば、質点は点  $O$  に達する。必要な初速  $u$  を求めよ。

20 次の空欄に適切な数式や数値を入れよ。重力加速度の大きさを  $g$  とし、答えに用いてよい文字は、 $m, g, a, \theta$  とする。

半径  $a$  のなめらかな半円柱が図のように水平面上に置かれている。質量  $m$  の小球を最高点 A に静かに置いたところ、小球は円柱面を滑り始めた。この小球が P 点 ( $\angle AOP = \theta$ ) に達したときの速さは ア であり、小球が円柱面を押す力は イ である。

やがて小球は円柱面を離れる。このときの  $\cos \theta$  の値  $\cos \theta_0$  は ウ であり、小球は速さ  $v_0 =$  エ で円柱面を離れ、水平面上の Q 点に落ちる。小球が Q 点に到達するときの速さは  $v_1 =$  オ となる。



21 物体 A と B があり、質量はそれぞれ  $m$  と  $3m$  である。なめらかで水平な床の上で、一端を壁にとめた軽いばねの他端に A をつなぎ、離れないようにする。次に、B を A に接触させて、ばねを自然長  $\ell_0$  より  $x_0$  だけ押し縮め、静かに手を離した。ばね定数を  $k$  とする。

(1) 手を離したあと、はじめ A と B とはいっしょに運動する。

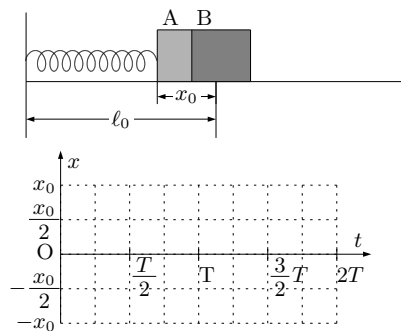
ア. ばねの長さが  $\ell$  のときの運動方程式を A, B それぞれについて記せ。ただし、加速度を  $a$  とし、A が B を押す力を  $N$  とする。

イ.  $N$  を  $\ell$ ,  $\ell_0$ ,  $k$  を用いて表し、B が A から離れるときの  $\ell$  を求めよ。

(2) A から離れたあとの B の速さ  $v$  はいくらか。

(3) B が離れたあと、ばねの最大の長さ  $\ell_m$  はいくらか。

(4) 自然長からのばねの伸びを  $x$  とし、 $x$  の変化を時間  $t$  についてグラフに描け。(ただし、図中の  $T$  は  $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$  であり、 $t = 0$  のとき、 $x = -x_0$  である)。



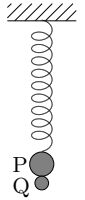
22 軽いばねの下端に、質量  $2m$  の物体 P と質量  $m$  の物体 Q を接合したものをつるすと、ばねは自然長から  $a$  だけ伸びてつり合った。重力加速度の大きさを  $g$  とする。

(1) ばねのばね定数は **ア** であり、物体を上下させたときの周期は **イ** である。

つり合いの状態にあるとき、Q を静かに切り離すと、P はもとのつり合いの位置から **ウ** だけ上の位置を中心にして、振幅 **エ**、周期 **オ** で振動する。また、振動の中心を通過するときの速さは **カ** である。

(2) 次に P だけつるしたばねをエレベーターに付けた場合を考える。

エレベーターが、上向きに大きさ  $\alpha$  の加速度で運動しているとき、エレベーター内で見ると、ばねが自然長から  $a$  だけ伸びて P は静止した。 $\alpha$  は **キ** である。また、P を上下に振動させたときの周期は **オ** の **ク** 倍である。



23 軽いばねの両端に同じ質量  $m$  の物体 A と B を取り付け、なめらかな円筒状のガードでばねが鉛直に保たれるようにして、B を床の上に置いたところ、ばねが自然長より  $a$  だけ縮んだ位置 O で A は静止した。重力加速度の大きさを  $g$  とする。

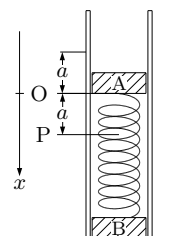
(1) ばねのばね定数はいくらか。また、床が B から受ける力の大きさはいくらか。B に作用する力のつり合いより求めよ。

(2) A を O 点よりさらに  $a$  だけ下の P 点まで押し下げて、静かに放したところ A は振動した。

ア. 振動中の A の速さの最大値はいくらか。

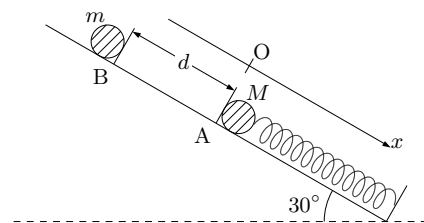
イ. O 点を原点とし、鉛直下向きを正とする  $x$  軸をとると、A の変位  $x$  は放してから時間  $t$  とともにどのように変わるか。 $x$  を  $t$  の関数として表せ。

(3) はじめ A を O 点より押し下げる距離を  $b$  にして運動させたとき、A の振動中に B が床から離れて上方に動き出さないためには、 $b$  の値はどれだけ以下でなければならないか。



24 傾角  $30^\circ$  のなめらかな斜面上に、質量  $M$  の小球 A が壁と軽いばね（ばね定数  $k$ ）で結ばれ、静止している。質量  $m$  ( $< M$ ) の小球 B を A から距離  $d$  だけ離して静かに置いたところ、斜面上を滑り降り、A と弾性衝突した。斜面に平行に  $x$  軸をとり、初めの A の位置を原点 ( $x = 0$ ) とし、重力加速度の大きさを  $g$  とする。

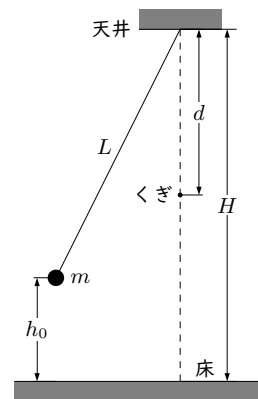
- (1) 衝突直前の B の速度  $u$  を求めよ。
- (2) 衝突直後の A, B の速度  $v_A, v_B$  を求めよ。
- (3) A が達する最下点の座標  $x_0$  を求め、 $v_A, M, k$  を用いて表せ。ただし、A が再び原点に戻るまでの間に B との衝突は起こらないものとする。
- (4) A が  $x = \frac{1}{2}x_0$  を通るときの速さ  $w$  を求め、 $v_A$  で表せ。
- (5) A が初めて原点に戻ったとき、B と 2 回目の衝突をするためには  $d$  をいくらにすればよいか。 $M, m, k, g$  で表せ。





**25** 天井から長さ  $L$  の糸で質量  $m$  のおもりをつるし、支点から真下  $d$  の位置に細くてなめらかなくぎを固定する。おもりを水平な床から高さ  $h_0$  の位置で静かに放す。天井の高さは  $H$  で、糸はゆるむことなく、重力加速度の大きさを  $g$  とする。

- (1) 糸がくぎにひっかった後、最初に静止したときのおもりの床からの高さを求めよ。また、おもりの速さの最大値を求めよ。
- (2) おもりが運動を始めてから、最初の位置に戻ってくるまでの時間を求めよ。ただし、おもりの振れ幅は十分小さいものとする。
- (3) 同じ実験を、鉛直上向きに一定の加速度  $a$  で上昇するエレベーター内で行うときについて、(1)、(2) の問いに答えよ。



26 底面積  $S$  で長さ  $\ell$  で一様な密度  $\rho_0$  の円柱が密度  $\rho$  の液体に浮かんでいる。この円柱と同じ質量の小球を真上から落とし、速さ  $v_0$  で弾性衝突させた。重力加速度の大きさを  $g$  とし、円柱の運動に伴う液体からの抵抗は無視でき、液面は一定の高さを保つものとする。また、円柱の上面が液面下に沈むことはないものとする。

(1) 円柱が静止しているときの、液面下の深さ  $d$  を求めよ。

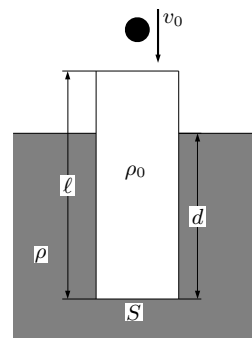
(2) 小球と衝突直後の円柱の速さを求めよ。

衝突後、小球は取り除かれ、円柱は単振動を始めた。

(3) 静止した状態から円柱が下方に  $x$  だけ沈んでいるとき、円柱が受ける合力  $f$  を下向き正として求めよ。

(4) 円柱が達する液面下の深さの最大値  $d_1$  を求めよ。

(5) 円柱が静止位置より上に上がって初めて速さが 0 になるまでの時間  $t$  (衝突後の時間) を求めよ。

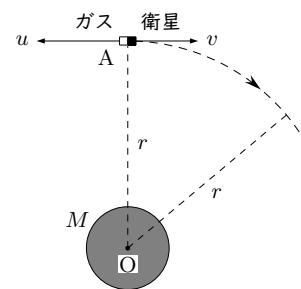


**27** 地球の質量を  $M$ ，半径を  $R$  とする。万有引力定数を  $G$  とし，地球の自転の影響や大気の影響は無視する。

- (1) 地表での重力加速度  $g$  を  $M$ ， $R$ ， $G$  を用いて表せ。
- (2) 地表からの高さ  $h$  のところを等速円運動している人工衛星がある。この人工衛星の速さ  $v$  と周期  $T$  を， $h$ ， $M$ ， $R$  および  $G$  を用いてそれぞれ表せ。
- (3) 地表すれすれのところを等速円運動している人工衛星がある。この人工衛星の速さ  $v_1$  を  $R$ ， $g$  を用いて表せ。また， $R = 6.4 \times 10^3 \text{ km}$ ， $g = 10 \text{ m/s}^2$  として， $v_1$  を有効数字 2 桁で求めよ。
- (4) 物体を地表から打ち上げて無限の遠くへ飛び去らせる。そのための打ち上げの速さの最小値  $v_2$  を  $R$ ， $g$  を用いて表せ。

**28** 地球の質量を  $M$ ，万有引力定数を  $G$  として答えよ。

- (1) 地球の自転周期を  $T$  として，静止衛星の円軌道の半径  $r$  を  $M$ ， $G$ ， $T$  で表せ。
- (2) 地球の中心  $O$  から距離  $r$  の位置で静止している物体  $A$  がガス噴射して静止衛星になろうとする。
- ア．静止衛星となるための速さ  $v$  を， $r$ ， $M$ ， $G$  を用いて表せ。
- イ．噴射したガスが無遠慮に達するのに必要な速さ  $u$  を  $r$ ， $M$ ， $G$  で表せ。
- ウ．噴射前のガスを含めた  $A$  の質量を  $m_0$  とし，噴射するガスの速さをイ. の  $u$  とする。噴射すべきガスの質量を  $m_0$  で表せ。



**29** 地表から鉛直上方へ質量  $m[\text{kg}]$  の小物体を打ち上げる。

地球は半径  $R[\text{m}]$ 、質量  $M[\text{kg}]$  の一様な球で、万有引力定数を  $G[\text{N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2]$  とする。

- (1) 物体の速度が地球の中心  $O$  から  $2R$  の距離にある点  $A$  で  $0$  になるためには、初速  $v_0[\text{m/s}]$  をどれだけにすればよいか。
- (2) 物体が点  $A$  で静止した瞬間、物体に  $OA$  に垂直な方向の速度  $v[\text{m/s}]$  を与える。物体が  $O$  を中心とする等速円運動をするためには、 $v$  はどれだけにすればよいか。また円運動の周期  $T_0[\text{s}]$  を求めよ。
- (3) 点  $A$  では物体に与える速さ  $v$  が問 (2) で求められた値からずれると、物体の軌道は楕円となる。物体が  $AB$  を長軸とする楕円軌道を描くためには、 $v$  をどれだけにすればよいか。以下の手順で求めよ。

ア. 点  $A$  と点  $B$  における面積速度に注目して、点  $B$  における速さ  $V[\text{m/s}]$  を  $v$  を用いて表せ。

イ. 速さ  $v$  を求め、 $M$ ,  $R$ ,  $G$  を用いて表せ。

ウ. この楕円軌道の周期  $T[\text{s}]$  を  $T_0$  を用いて表せ。

