

近似算法

近两年才考, 目前都是PPT原题

2025年5月18日 星期日 17:09

(3) 满足三角不等式的 TSP 算法的 2 近似证明。

令 H^* 表示最短哈密顿回路路程

T 表示最小生成树边的长度之和

$$\text{则 } C(T) \leq C(H^*)$$

令 W 表示沿生成树按前序遍历走一次的路程

$$\text{则 } C(W) = 2C(T)$$

令 H 表示按前序顺序经过每个顶点的哈密顿回路路程

\therefore 三角不等式

$$\therefore C(H) < C(W)$$

$$\therefore C(H) < 2C(T) \leq 2C(H^*)$$

七、(10分) 写出顶点覆盖问题的近似算法的基本思想, 伪代码, 并证明其近似比

基本思想: 在图中剩余的边中任取一条, 删除这条边的两个顶点所连接的其他边
重复这一过程直到无边可删

伪代码:

VERTEX-COVER(G)

$C = \emptyset$

$E' = G.E$

while $E' \neq \emptyset$

 let (u, v) be an arbitrary edge of E'

$C = C \cup \{u, v\}$

 在 E' 中删去与 u, v 相连的所有边

return C

证明: 近似比为 2

令 A 表示算法中选中的边集

C_{set} 表示算法求得的顶点覆盖

C_{set}^* 表示最小顶点覆盖

$\therefore A$ 中的边都不相邻

$$\therefore |C_{set}| = 2|A|$$

$$\text{又 } \because |C_{set}^*| \geq |A|$$

$$\therefore |C_{set}| \leq 2|C_{set}^*|$$