

**1<sup>ER</sup> EVALUACIÓN: 10/02/2024**

Apellido y nombre: \_\_\_\_\_

**Carrera:** \_\_\_\_\_

Obs.: Cada ejercicio debe mostrar procedimientos y/o justificaciones necesarias para probar el resultado final.

1) Resolver:

- a. Sabiendo que el valor de la proposición compuesta es falsa, justificar los valores de verdad de cada proposición:

$$(p \leftrightarrow -r) \wedge (q \oplus -q) \rightarrow -q \vee p$$

- b. Sean los conjuntos  $E = \{2,4,6,8\}$ ,  $F = \{x/x \in \mathbb{N}_0 \wedge 0 \leq x < 6\}$ ,  $G = \{1,2,3,4,6,12\}$ :
- Definir por extensión el universal más pequeño posible. Expresar los conjuntos E y F por extensión o comprensión, según corresponda, y representar todos en el Diagrama de Venn.
  - Hallar:  $(E \cap G)^c - F$ .
- c. Resolver la siguiente inecuación simultánea y expresar el resultado como intervalo, clasificándolo.

$$3x - 5 \leq \frac{x + (5 - 2)^2}{(-1)^2} < 3x + 7$$

- 2) a. Demostrar la siguiente igualdad aplicando propiedades si  $n$  es un número entero positivo y  $x$  es un número real:

$$\frac{2^{n+3}\sqrt{4n+2} \ 2^{-(n+5)}}{\left(\sqrt[3]{\left(\frac{1}{2}\right)^{-6n+3}}\right)^{\frac{1}{2}}} \cdot \sqrt{\frac{1}{2}} + \frac{x^{\frac{4}{6}}x^{\frac{7}{3}}0,\hat{2}}{\sqrt[3]{x^9}} = \frac{11}{9}$$

- b. Sabiendo que  $\log_x a = 4$  y  $\log_x b = -\frac{1}{2}$  resolver aplicando propiedades:

$$\log_x(a^2b^3) + \log_x\left(\frac{a^{-2}}{b^6}\right) - \log_a\left(\sqrt{x^3}\right)$$

- 3) a. Hallar un polinomio mónico de grado 5, tal que  $x = -1$  es raíz de multiplicidad 2,  $(x^2 - 16)$  es factor y  $P(0) = 8$ . Escribir todas las raíces del polinomio y su forma desarrollada en potencias decrecientes.
- b. Determinar el valor de  $k$  para que  $Q(x) = kx^2 + 2x^3 - x - 7$  sea divisible por  $(x - 1)$ . Escribir el cociente que se obtiene al dividirlos.
- c. Dados los polinomios  $P(x)$  de grado 5,  $Q(x)$  de grado 3 y  $S(x)$  de grado 2. Determinar verdadero o falso justificando las falsas.
- i.  $P(x) + Q(x)$  es de grado 8.
- ii.  $S(x) \cdot Q(x)$  es de grado menor o igual que 5.
- iii.  $P(x) : S(x)$  es de grado 3.
- 4) a. Si tenemos dos bidones de agua de la misma capacidad, pero uno de ellos se encuentra al 20% de su capacidad total, y el otro al 30%. Determinar la capacidad de cada bidón si tenemos un total de 12 litros de agua. Calcular cuántos litros tiene cada bidón.
- b. i. La suma de los cuadrados de dos números naturales consecutivos es 221. ¿Cuáles son los números?
- ii. Resolver:  $x^4 + 13x^2 + 36 = 0$

1			2		3			4		NOTA

**1<sup>ER</sup> EVALUACIÓN: 10/02/2024**

**Apellido y nombre:** \_\_\_\_\_

**Carrera:** \_\_\_\_\_

Obs.: Cada ejercicio debe mostrar procedimientos y/o justificaciones necesarias para probar el resultado final.

### 1) Resolver:

- a. Sabiendo que el valor de la proposición compuesta es falsa, justificar los valores de verdad de cada proposición:

$$(p \oplus -p) \wedge (r \leftrightarrow -q) \rightarrow p \vee (-r)$$

- b. Sean los conjuntos  $A = \{1,3,5,7,9\}$ ,  $B = \{x/x \in \mathbb{Z} \wedge 0 \leq x < 5\}$ ,  $C = \{5,10,15\}$ :
- Definir por extensión el universal más pequeño posible. Expresar los conjuntos A y B por extensión o comprensión, según corresponda, y representar todos en el Diagrama de Venn.
  - Hallar:  $(A \cup B)^C - C$
- c. Resolver la siguiente inecuación simultánea y expresar el resultado como intervalo, clasificándolo.

$$-5 + 3x \leq \frac{(5-2)^2 + x}{(-1)^4} < 7 + 3x$$

- 2) a. Demostrar la siguiente igualdad aplicando propiedades si  $n$  es un número entero positivo y  $x$  es un número real:

$$\frac{\sqrt[5]{x^2} \cdot 1, \hat{8} \cdot x^{\frac{21}{3}}}{x^{\frac{17}{5}} x^4} + \frac{3^{2n+1} \sqrt[3]{27^{n-2}} 9^{2-n}}{\left(\frac{1}{3}\right)^{-n-5}} = 2$$

- b. Sabiendo que  $\log_x a = 4$  y  $\log_x b = -\frac{1}{2}$  resolver aplicando propiedades:

$$\log_b\left(x^{\frac{7}{6}}\right) - \log_x\left(\frac{b^2}{a^5}\right) + \log_x(\sqrt{a} \sqrt[3]{b})$$

- 3) a. Hallar un polinomio mónico de grado 5, tal que  $x = 1$  es raíz de multiplicidad 2,  $(x^2 - 4)$  es factor y  $P(0) = 2$ . Escribir todas las raíces del polinomio y su forma desarrollada en potencias decrecientes.
- b. Determinar el valor de  $k$  para que  $Q(x) = 5x^2 + 2x^3 - kx - 9$  sea divisible por  $(x + 1)$ . Escribir el cociente que se obtiene al dividirlos.
- c. Dados los polinomios  $P(x)$  de grado 5,  $Q(x)$  de grado 4 y  $S(x)$  de grado 3. Determinar verdadero o falso justificando las falsas.
- $P(x) + Q(x)$  es de grado 9.
  - $S(x) \cdot Q(x)$  es de grado menor o igual que 7.
  - $P(x) : S(x)$  es de grado 2.
- 4) a. Si tenemos dos botellas de gaseosa de la misma capacidad, pero una de ellas se encuentra al 40% de su capacidad total, y la otra al 20%. Determinar la capacidad de cada botella si tenemos un total de 1,8 litros de gaseosa. Calcular cuántos litros tiene cada botella.
- b. i. La suma de los cuadrados de dos números naturales consecutivos es 313. Determinar los números.
- ii. Resolver:  $x^4 + 2x^2 + 3 = 0$

1			2		3			4		NOTA