Universidad Simón Bolívar
Departamento de Computación y Tecnología de la Información
Laboratorio de Lenguajes de Programación - CI3661

# Tarea 2

Alejandra Cordero - 12-10645
Pablo Maldonado -12-10561

Abril - Julio 2016

1. Demuestre los teoremas TD y DM por Fitch (teorema de la disyunción y teorema de De Morgan respectivamente)

- $p \to q \leftrightarrow \neg p \lor q$

| | | |
|---|---|---|
| 1 | $p \to q \leftrightarrow \neg p \lor q$ | |
| 2 | $p \to q$ | |
| 3 | $\neg(\neg p \lor q)$ | |
| 4 | $p$ | |
| 5 | $q$ | $\Rightarrow$E, 1, 3 |
| 6 | $\neg p \lor q$ | $\lor$I, 5 |
| 7 | $(\neg p \lor q) \land \neg(\neg p \lor q), \bot$ | $\land$I, 2, 5 |
| 8 | $\neg p$ | |
| 9 | $\neg p \lor q$ | $\lor$I, 8 |
| 10 | $(\neg p \lor q) \land \neg(\neg p \lor q), \bot$ | $\land$I, 5, 8 |
| 11 | $\neg p \lor q$ | |
| 12 | $\neg p \lor q$ | |
| 13 | $p$ | |
| 14 | $\neg p \lor q$ | R, 11 |
| 15 | $\neg p$ | |
| 16 | $\neg q$ | |
| 17 | $p$ | R, 12 |
| 18 | $\neg p$ | R, 14 |
| 19 | $p \land \neg p, \bot$ | $\land$I, 12, 14 |
| 20 | $q$ | |
| 21 | $q$ | |
| 22 | $q$ | |
| 23 | $q$ | |
| 24 | $p \to q$ | |
| 25 | $p \to q \leftrightarrow \neg p \lor q$ | |

- $\neg(p \land q) \leftrightarrow \neg p \lor \neg q$

  Primero se demostrará $\neg(p \land q) \to \neg p \lor \neg q$

| | | |
|---|---|---|
| 1 | $\neg(p \wedge q)$ | |
| 2 | $\quad \neg(\neg p \vee \neg q)$ | |
| 3 | $\quad\quad p$ | |
| 4 | $\quad\quad\quad q$ | |
| 5 | $\quad\quad\quad p \wedge q$ | $\wedge$I, 3, 4 |
| 6 | $\quad\quad\quad p \wedge q \wedge \neg(p \wedge q), \perp$ | $\wedge$I, 5, 1 |
| 7 | $\quad\quad \neg q$ | $\neg$I, 6 |
| 8 | $\quad\quad \neg q \vee \neg p$ | $\vee$I, 7 |
| 9 | $\quad\quad \neg q \vee \neg p \wedge \neg(p \wedge q), \perp$ | $\wedge$I, 9, 1 |
| 10 | $\quad \neg p$ | $\neg$I, 9 |
| 11 | $\quad \neg p \vee \neg q$ | $\vee$I, 10 |
| 12 | $\quad \neg p \vee \neg q \wedge \neg(\neg p \vee \neg q), \perp$ | $\wedge$I, 11, 2 |
| 13 | $\neg p \vee \neg q$ | $\neg$I, 13 |

Ahora se demostrará $\neg p \vee \neg q \to \neg(p \wedge q)$

| | | |
|---|---|---|
| 1 | $\neg p \vee \neg q$ | |
| 2 | $\quad \neg p$ | |
| 3 | $\quad\quad p \wedge q$ | |
| 4 | $\quad\quad p$ | $\wedge$E, 3 |
| 5 | $\quad\quad \neg p$ | R, 2 |
| 6 | $\quad\quad p \wedge \neg p, \perp$ | $\wedge$I, 4, 5 |
| 7 | $\quad \neg(p \wedge q)$ | $\neg$I, 6 |
| 8 | $\quad \neg q$ | |
| 9 | $\quad\quad p \wedge q$ | |
| 10 | $\quad\quad q$ | $\wedge$E, 9 |
| 11 | $\quad\quad q \wedge \neg q, \perp$ | $\wedge$I, 9, 10 |
| 12 | $\quad \neg(p \wedge q)$ | $\neg$I, 11 |
| 13 | $\neg(p \wedge q)$ | $\vee$E, 1, 7, 12 |

Como se demostró que se cumple:

- $\neg(p \wedge q) \to \neg p \vee \neg q$ y
- $\neg p \vee \neg q \to \neg(p \wedge q)$ entonces, en efecto queda demostrado $\neg(p \wedge q) \leftrightarrow \neg p \vee \neg q$

2. Las reglas en PROLOG son fórmulas en FNC que además deben ser cláusulas de Horn ¿Qué significa este concepto? Además deben estar "skolemizadas"¿Por qué? ¿Qué hace ese procedimiento? Por último existe la unificación ¿En qué consiste?

### Cláusula de Horn

En primer lugar, se desea saber qué es una Clausula de Horn. Para ello, hace falta definir primero los siguientes términos:

- Literal: Es una fórmula atómica o su negación. Por ejemplo, son literales: $p, \neg q, z, \neg t$, etc.
- Cláusula: Disyunción de literales. Ejemplo: $p \vee \neg q \vee \neg t \vee ... \vee z$

Luego, una Clausula de Horn no es más que una cláusula, en la cual existe exactamente un literal positivo. Por ejemplo: $\neg p \vee \neg q \vee ... \vee \neg t \vee u$

### Skolemización

### Unificación

Procedimiento mediante el cual Prolog "matches" dos términos.

3. Demuestre por Fitch y Resolución por refutación

- $\{A \to ((B \vee \neg A) \wedge D), E \to (\neg B \wedge \neg C), (B \wedge G) \to (\neg C \wedge \neg D)\} \vdash G \to ((A \vee C) \to (\neg B \wedge \neg E))$
  - Método de Fitch:

| | | |
|---|---|---|
| 1 | $A \to ((B \lor \neg A) \land D)$ | |
| 2 | $E \to (\neg B \land \neg C)$ | |
| 3 | $(B \land G) \to (\neg C \land \neg D)$ | |
| 4 | $G$ | |
| 5 | $A \lor C$ | |
| 6 | $A$ | |
| 7 | $B \lor E$ | |
| 8 | $(B \lor \neg A) \land D$ | ⇒E, 1, 6 |
| 9 | $D$ | ∧E, 8 |
| 10 | $B \lor \neg A$ | ∧E, 8 |
| 11 | $A \to B, TeoremaTD$ | |
| 12 | $B$ | ⇒E, 11, 6 |
| 13 | $B \land G$ | ∧I, 12, 4 |
| 14 | $\neg C \land \neg D$ | ⇒E, 3, 13 |
| 15 | $\neg D$ | ∧E, 14 |
| 16 | $D \land \neg D, \bot$ | ∧I, 9, 15 |
| 17 | $\neg(B \lor E)$ | |
| 18 | $\neg B \land \neg E, TeoremaDM$ | |
| 19 | $C$ | |
| 20 | $E \to (\neg B \land \neg C)$ | R, 2 |
| 21 | $\neg E \lor (\neg B \land \neg C), TeoremaTD$ | |
| 22 | $\neg E \lor \neg(B \lor C), TeoremaTD$ | |
| 23 | $(B \lor C) \to \neg E, TeoremaTD$ | |
| 24 | $B \lor C$ | ∨I, 19 |
| 25 | $\neg E$ | ⇒E, 23, 24 |
| 26 | $(B \land G) \to (\neg C \land \neg D)$ | R, 3 |
| 27 | $\neg(B \land G) \lor (\neg C \land \neg D), TeoremaTD$ | |
| 28 | $\neg(B \land G) \lor \neg(C \lor D), TeoremaDM$ | |
| 29 | $(C \lor D) \to \neg(B \land G), TeoremaDM$ | |
| 30 | $C \lor D$ | ∨I, 19 |
| 31 | $\neg(B \land G)$ | ⇒E, 29, 30 |
| 32 | $\neg B \lor \neg G, TeoremaDM$ | |
| 33 | $G \to \neg B, TeoremaTD$ | |
| 34 | $\neg B$ | ⇒E, 33, 4 |
| 35 | $\neg B \land \neg E$ | ∧I, 34, 25 |
| 36 | $\neg B \land \neg E$ | ∨E, 5, 18, 36 |

- Método de Resolución por Refutación:

  En primer lugar, es necesario transformar la expresión a la FNC correspondiente

$$\dfrac{p \vee q \qquad \dfrac{p \vee \neg q \qquad \text{C}}{\text{D}}}{\text{E}}$$

- $\neg p \to (q \vee r)) \vdash ((\neg p \to \neg q) \vee r)$
  - Método de Fitch:

| | | |
|---|---|---|
| 1 | $\neg(p \to (q \vee r))$ | |
| 2 | $\neg p \vee (q \vee r)$ | |
| 3 | $\quad p \to (q \vee r), Teorema TD$ | |
| 4 | $\quad p \to (q \vee r) \wedge \neg(p \to (q \vee r)), \bot$ | $\wedge$I, 3, 1 |
| 5 | $\neg(\neg p \vee (q \vee r))$ | $\neg$I, 4 |
| 6 | $\neg\neg p \wedge \neg(q \vee r)), Teorema DM$ | |
| 7 | $\neg\neg p$ | $\wedge$E, 6 |
| 8 | $\neg\neg p \vee \neg q$ | $\vee$I, 7 |
| 9 | $\neg p \to \neg q, Teorema TD$ | |
| 10 | $\neg p \to \neg q \vee r$ | $\vee$I, 9 |

  - Método de Resolución por Refutación:

    En primer lugar, es necesario transformar la expresión a la FNC correspondiente

$$\dfrac{p \vee q \qquad \dfrac{p \vee \neg q \qquad \text{C}}{\text{D}}}{\text{E}}$$

**Referencias**

- 