Demostraciones de PRYE

David Gómez, Laura Rincón

15 de Noviembre de 2024

Probabilidad de una unión finita

La probabilidad de una unión finita está dada por

$$P\left(A_1 \cup A_2\right) = P(A_1) + P(A_2) - P(A_1 \cap A_2)$$

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{n+1} A_i\right) = P(A_{n+1}) + P\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) - P\left(\bigcup_{i=1}^{n} (A_{n+1} \cap A_i)\right)$$

Probabilidad de una unión finita

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) = \sum_{1\leq i\leq n} P(A_i) - \sum_{1\leq i<j\leq n} P(A_i \cap A_j) + \sum_{1\leq i<j<k\leq n} P(A_i \cap A_j \cap A_k) - \cdots + (-1)^n P\left(\bigcap_{i=1}^{n} A_i\right)$$

Sobre eventos independientes

Dos eventos, A y B, de un espacio muestral, son llamados independientes cuando $P(A \cap B) = P(A)P(B)$.
Si A y B son independientes, entonces A^c y B son independientes; $A^c y B^c$ son independientes.

Sobre eventos independientes

Dos eventos, A y B, de un espacio muestral, son llamados independientes cuando $P(A \cap B) = P(A)P(B)$.
Si A y B son independientes, entonces A^c y B son independientes; $A^c y B^c$ son independientes.

Sobre eventos independientes

Dos eventos, A y B, de un espacio muestral, son llamados independientes cuando $P(A \cap B) = P(A)P(B)$.
Si A y B son independientes, entonces A^c y B son independientes; $A^c y B^c$ son independientes.
Usando la igualdad $P(B) = P(B)\,P(A) + P(B \cap A^c)$

$$P(B \cap A^c)$$
$$=$$
$$P(B) - P(B)P(A)$$
$$=$$
$$P(B)(1 - P(A))$$
$$=$$
$$P(B)\,P(A^c)$$

Sobre eventos independientes

Dos eventos, A y B, de un espacio muestral, son llamados independientes cuando $P(A \cap B) = P(A)P(B)$.
Si A y B son independientes, entonces A^c y B son independientes; $A^c y B^c$ son independientes.

$$P(A^c \cap B^c)$$
$$=$$
$$1 - P(A \cup B)$$
$$=$$
$$1 - [P(A) + P(B) - P(A \cap B)]$$
$$=$$
$$(1 - P(A))(1 - P(B))$$
$$=$$
$$P(A^c)\,P(B^c)$$

Binomial

$$X \sim B(n, p)$$

$$f(x) = P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} \qquad (0 \leq x \leq n)$$

1. Para todo $x \in \mathbb{Z}$ con $0 \leq x \leq n$, $P(X = x) \geq 0$.
2. $\sum_{x \in \mathbb{Z}} P(X = x) = 1$.
3. $\mathrm{E}[X] = np$.
4. $\mathrm{Var}[X] = np(1-p)$.

Binomial

$$X \sim B(n, p)$$

$$f(x) = P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} \qquad (0 \le x \le n)$$

1. Para todo $x \in \mathbb{Z}$ con $0 \le x \le n$, $P(X = x) \ge 0$.
2. $\sum_{x \in \mathbb{Z}} P(X = x) = 1$.
3. $\mathrm{E}[X] = np$.
4. $\mathrm{Var}[X] = np(1-p)$.