Análisis No Estandar

David Gómez

Física de Calor y Ondas

Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito

13 de noviembre de 2023

Índice

1. Introduccion

La definición clásica de límite, presentada en el análisis clásico, es la formalización de las ideas con las que Newton construyó el cálculo. En esta definición se considera, por ejemplo, una función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, un valor $c \in \mathbb{R}$ al que se hace tender la variable de f, y un valor de resultado $a \in \mathbb{R}$. Se formula entonces que:

$$\lim_{x \to c} f(x) = a$$

$$\equiv$$

$$(\forall \varepsilon \mid \varepsilon > 0 : (\exists \delta \mid \delta > 0 : (\forall x \mid 0 < |x - c| < \delta : |f(x) - c| < \varepsilon)))$$

Esta definición, claro, está dada por la naturaleza de f, ya que este concepto de límite se puede dar para cualquier función $g : A \to B$, donde A y B son espacios métricos.

La definición de límite con la que Leibniz construyó el cálculo, es diferente, y no del todo conocida, pues ni él, ni alguno de sus sucesores pudieron construirla formalmente. Leibniz hablaba de números infinitamente pequeños o infinitamente grandes. Bajo esta idea, el límite del ejemplo consistiría tomar un número c' tal que $|c' - c|$ es infinitamente pequeño, y demostrar entonces que $|f(c') - a|$ también es infinitamente pequeño. Esta explicación se nota un poco más intuitiva de entrada. Sin embargo, tomando los conociemitos del análisis clásico, esta definición de c' solo sería posible si $c' = c$, cosa que no tendría sentido, si se quiere tener información del límite. En este artículo, presentaré los resultados obtenidos principalmente por Abraham Robinson, y la formalización de las ideas de los infinitesimales.