

КЕК

Алгоритм вывода типов

- (1) Рекурсивно по структуре формулы построим построим по формуле A
 $\langle E, \tau \rangle$
 E - набор уравнений в алг. термах, τ - тип A
 Три случая
 - (a) $A = x$, уравнений нет, тип A - это α_x - свежая типовая переменная
 - (b) $A = PQ$, $E_P \cup E_Q, \tau_P = \tau_Q \rightarrow \alpha_A, \alpha_A$
 - (c) $A = \lambda x.P$, $\langle E_P, \alpha_x \rightarrow \tau_P \rangle$
- (2) Решим уравнения, получим S
 Применяем алгоритм унификации. Будем вместо $a \rightarrow b$ писать $\rightarrow ab$,
- (3) Из решения E получим ответ $S(\tau)$
Лемма
 Если $\Gamma \vdash M : p$, то существует S - решение E_M
 $\Gamma = \{S(\alpha_x) | x \in FV(M)\}$
 $p = S(\tau_M)$
 Если S - решение E_M , то $\Gamma \vdash M : p$
 Доказательство - индукция по структуре M

Def Основная пара

Пара $\langle \Gamma, \tau \rangle$ - основная пара для терма M

Если

1. $\Gamma \vdash M : \tau$
2. $\Gamma' \vdash M : \tau'$, то существует S : $S(\Gamma) \subset \Gamma'$, $S(\tau) = \tau'$

Пример

Черчевский нумерал

Normalization

Def Strong, weak normalization

а) Если существует последовательность редукций, приводящая M нормальной форму, то он слабо нормализуем

б) Если не существует бесконечной последовательности редукций, не приводящей M в нормальную форму, M сильно нормализуем

Теория сильно/слабо нормализуема, если любой терм соответственно нормализуем

$KI\Omega$ - слабо нормализуема

Ω ненормализуема

Π - сильно нормализуемо

Просто-типизированное λ - исчисление сильно нормализуемо

Нетипизированное - ненормализуемо

Сильная влечет слабую

Комбинаторы

Любое замкнутое лямбда выражение может быть записано с помощью комбинаторов K и S

$S = \lambda xyz.xz(yz)$ - verSchmelzen - сплавление

$K = \lambda xy.x$ - Konstanz

$I = \lambda x.x$ - Identitat