

Надо найти при каких n игра справедлива.

Пусть случайная величина X_i - то, сколько пальцев выбрасывает i -ый человек. Это число от 1 до 5.

Тогда с.в. $S = \sum_{i=1}^n X_i \bmod n$, это в свою очередь число от 0 до $n - 1$.

Ясно, что $S = \sum_{i=1}^n (X_i \bmod n) \bmod n$

Посмотрим что происходит, когда $n = 5$

Тогда $X_i \bmod n$ имеет равномерное распределение на множестве от 0 до 4. Тогда по индукции несложно доказать, что и сумма X_i по модулю 5 тоже имеет равномерное распределение.

Короче говоря, при $n = 5$ эта игра справедлива. Аналогично эта игра справедлива и для всех делителей пяти, но их у 5 немного, так что это только 5 и 1.

Посмотрим что происходит, когда $n < 5$. Если $n = 4$, то вероятность выпадения единицы в два раза больше чем всего остального у случайной величины $X_i \bmod n$. Если $n = 3$, то у нуля вероятность в два раза меньше чем у 1 или 2, если $n = 2$, то у 1 в полтора раза больше, чем у всего остального. Короче совершенно очевидно интуитивно, что S тоже не будет равномерно распределена, ровно как и $X_i \bmod n$

Если $n > 5$, то никакого равномерного распределения $X_i \bmod n$ на множестве $[0, \dots, n - 1]$ и в помине быть не может, а значит и для S .

Бля надо формально подумать как это доказать для S ..