Student: Maksim Kryuchkov
Группа: M3339
Дата: 3 октября 2018 г.

Algebra terms

KEK

Рассмотрим запись
$\Gamma \vdash M : \tau$
Пусть часть букв неизвестна.
1) $? \vdash M : ?$ - задача реконструкции типа. // Haskell etc.
2) $? \vdash ? : \tau$ - задача обитаемости типа. // теоремы всякие
3) $\Gamma \vdash M : \tau$ - проверка типа. //

Algebra term

$\Theta = a | f_k \Theta_1 ... \Theta_i$
Либо переменная, либо применение функции к алг. термах
Уравнение в алгебраических термах
$\Theta_1 = \Theta_2$
$\{a_i\} = A, \{\Theta_i\} = T$
Подстановка
$S_0 = A \to T$
$S_0 = id$ почти везде
за исключением конечного множества переменных, на которых она равна чему-то другому
Индуцируем S на все T
$S(a) = S_0(a)$
$S(f\Theta_1 ... \Theta_n) = f(S(\Theta_0) ... S(\Theta_n))$
Пример уравнения
$f(a(gb)) = f(he)d$
$S_0(a) = he$
$S_0(d) = gb$
Уравнения не имеющие решений
$fa = gb$
$fa = a$
Решение уравнения - решение задачи унификации

Unification algorithm

Решаем систему уравнений
Система уравнений E_1 *эквивалентна* E_2*, если они имеют одинаковые решения*
Любая система E эквивалентна некому уравнению $\Theta_1 = \Theta_2$
Есть $E : \sigma_1 = \tau_1, .., sigma_k = \tau_k$, тогда возьмем $f\sigma_1 ... \sigma_k = f\tau_1 ... \tau_k$
Рассмотрим операции:
1) Редукция терма. Есть $f\sigma_1 ... \sigma_k = f\tau_1 ... \tau_k$
Поменяем его на систему $E : \sigma_1 = \tau_1, .., sigma_k = \tau_k$

2) Устранение переменной

Пусть есть уравнение $x = \Theta$

Применим эту подстановку ко всем остальным уравнениям

Эти операции не меняют множество решений

Уравнение находится в разрешенной форме если

1) Уравнения имеют вид $a_i = \Theta_i$

2) Каждая из a_i входит в систему только раз

Несовместность

системы уравнений если

1) имеет уравнение вида $f\sigma_1...\sigma_k = g\tau_1...\tau_k$, где $f \neq g$

2) $a = f....a.....$, то есть переменная (единственная слева) указана справа

Алгоритм унификации

1) Проверим совместна ли система, и разрешена ли

2) Пробежимся по системе найдем что-нибудь из списка

a) $\Theta_i = a_j$ - поменяем местами

b) $a_i = a_i$ - удалим

c) $f\sigma_1...\sigma_k = f\tau_1...\tau_k$ - применим редукцию терма

d) $a_i = \Theta_j$ - применим подстановку переменной

Алгоритм не меняет множества решений

Несовместная система не имеет решений

Система в разрешенной форме имеет вид решений

$a_i = \Theta_j \Rightarrow S_0(a_i) = \Theta_j$

Алгоритм всегда заканчивается

Будем говорить что $S \circ T$ *- композиция подстановок, если ...*

Назовем S наиболее общим решением системы, если любое другое решение является ее уточнением, то есть существует T, *такое что* $S_i = T \circ S$

Алгоритм дает наиболее общий унификатор системы, если решение есть, иначе сообщает что решений нет