Paweł Augustyn
gr. Poniedziałek 15:00 A

Algorytmy Geometryczne – Labolatorium 1
Predykaty geometryczne

1. Dane techniczne

- System operacyjny: Windows 11 (x64-64)
- Procesor: Intel Core 7 150U (1.8 GB)
- Pamięć RAM: 16 GB
- Środowisko: Jupyter Notebook
- Język: Python 3.13.8

Wykorzystane biblioteki: numpy, pandas, random, math, narzędzie wizualizacji koła naukowego BIT.

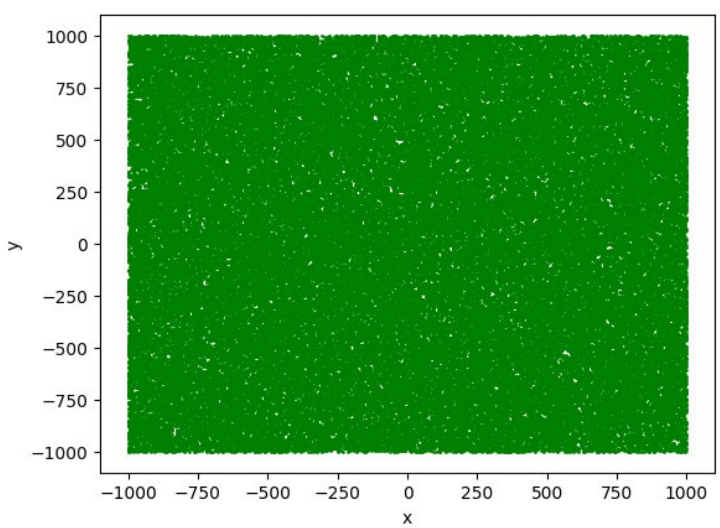
2. Opis ćwiczenia

Ćwiczenie ma na celu wprowadzenie w zagadnienia geometrii obliczeniowej poprzez: implementację podstawowych predykatów geometrycznych, zwłaszcza położenia punktu względem prostej, przeprowadzenie testów, wizualizacji a także analizę i opracowanie wyników.

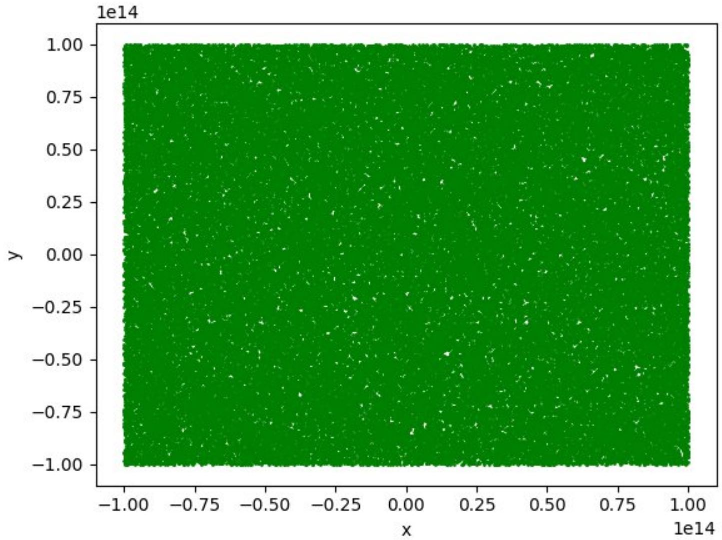
3. Przebieg ćwiczenia

3.1 Generowanie punktów

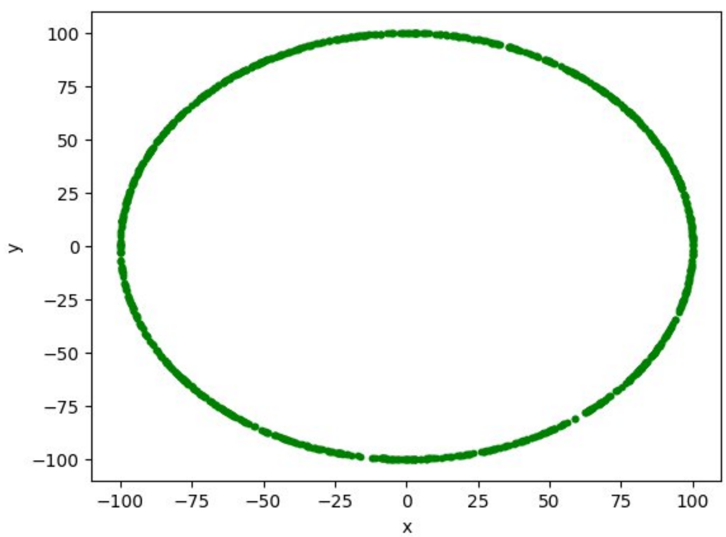
A) 10^5 losowych punktów z przedziału [-1000, 1000]



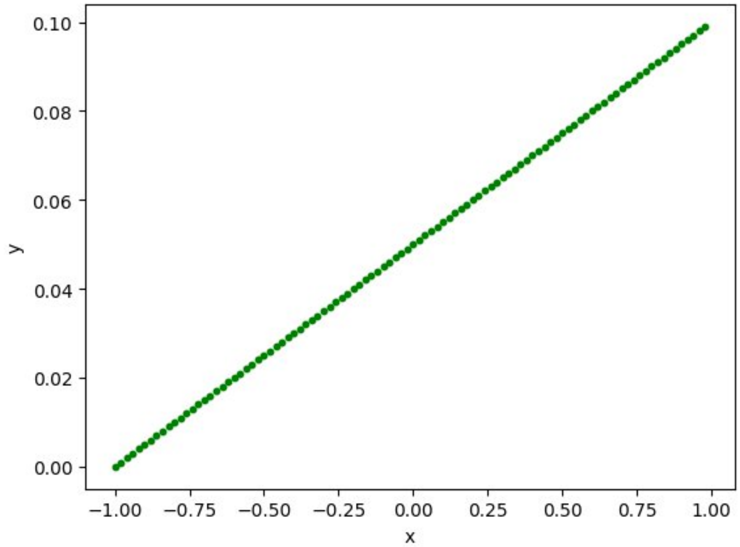
B) 10^5 losowych punktów z przedziału [-10^14, 10^14]



C) 1000 losowych punktów leżących na okręgu o środku (0,0) i promieniu R = 100



D) 1000 losowych punktów o wpółrzędnych z przedziału [-1000, 1000] leżących na określonej prostej wyznaczonej przez wektor (a, b), gdzie przyjmuję a = [-1.0, 0.0], b = [1.0, 0.1]



3.2 Obliczanie i wykorzystanie wyznaczników

Cel: użycie wyniku wyznacznika do określenia lokacji punktu względem prostej

W tym ćwiczeniu do określenia lokacji punktu względem prostej użyję wartości wyznacznika każdej z tych z tych dwóch macierzy:

1. Macierz 2x2:

$$\det(a, b, c) = \begin{vmatrix} a_x - c_x & a_y - c_y \\ b_x - c_x & b_y - c_y \end{vmatrix}$$

2. Macierz 3x3:

$$\det(a, b, c) = \begin{vmatrix} a_x & a_y & 1 \\ b_x & b_y & 1 \\ c_x & c_y & 1 \end{vmatrix}$$

Zakładam że jeśli wyznacznik macierzy jest mniejszy od zera - epsilon, punkt znajduje się po lewej stronie prostej, jeśli znajduje się w przedziale [-epsilon do epsilon], to punkt znajduje się na prostej, a jeśli wyznacznik jest większy od zera + epsilon, to punkt jest po prawej stronie prostej. Użyte wartości epsilona są podane w następnej sekcji

Do wykonania ćwiczenia zostały użyte cztery metody otrzymywania wyznaczników:

A) Wyznacznik 3x3 liczony samodzielnie
B) Wyznacznik 3x3 liczony za pomocą biblioteki
C) Wyznacznik 2x2 liczony samodzielnie
D) Wyznacznik 2x2 liczony za pomocą biblioteki

3.3 Obserwacje, dane i kategoryzacja

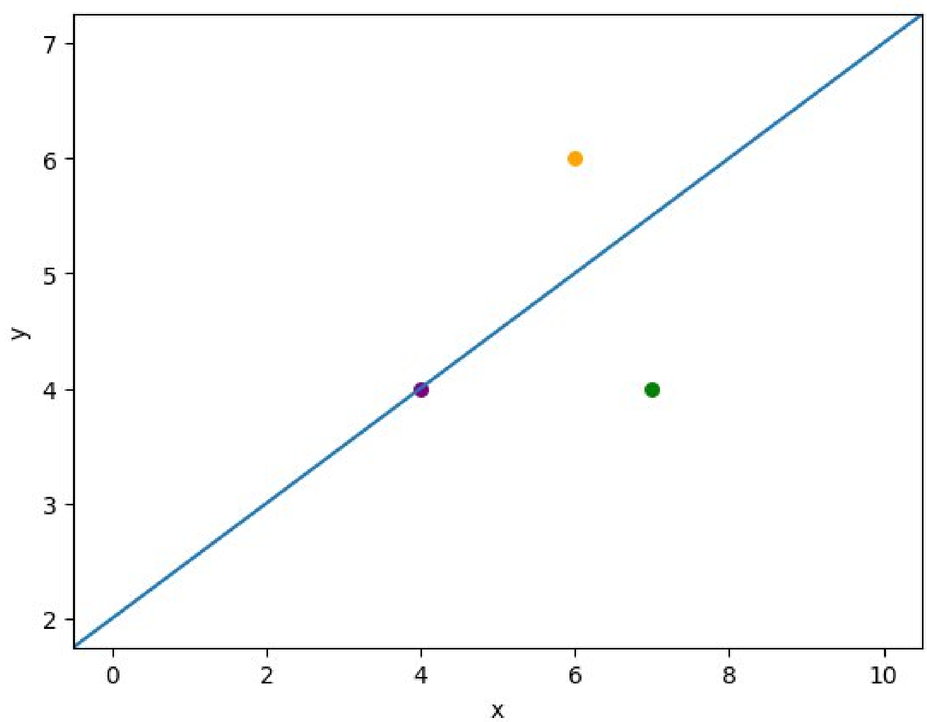
Wygenerowane punkty zostały sklasyfikowane na podstawie dwóch zmiennych:

A) Precyzja przechowywania zmiennych (float32 i float64)
B) Parametr tolerancji dla zera (epsilon = [10^-14, 10^-12, 10^-8, 10^-4])

Użyte oznaczenia wykresów:

– Punkty znajdujące się po lewej stronie od prostej: kolor pomarańczowy
– Punkty znajdujące się na prostej: kolor fioletowy
– Punkty znajdujące się po prawej stronie od prostej: kolor zielony

Przykładowa klasyfikacja punktów:

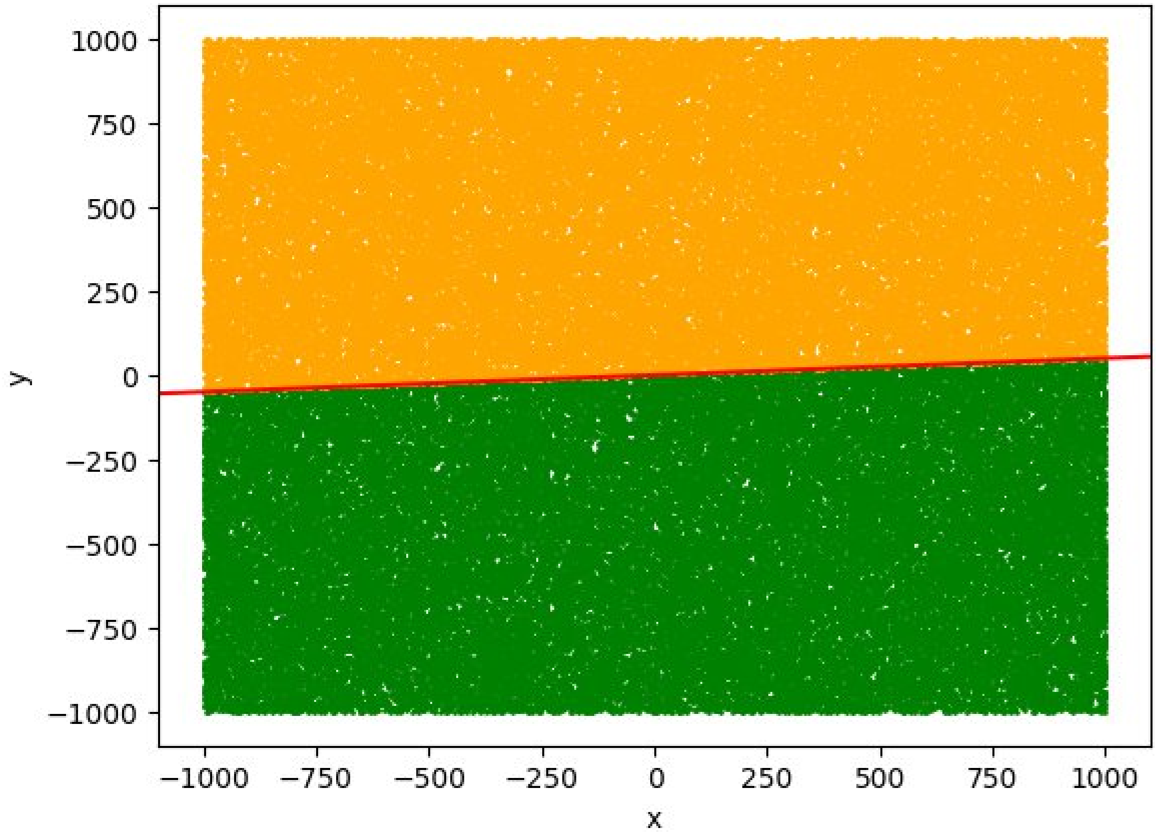


4. Analiza wyników

4.1 Zbiór A

Precyzja	Tolerancja	Funkcja wyznacznika	Punkty po lewej	Punkty na prostej	Punkty po prawej
Float64	10^-14	3x3	50291	2	49707
Float64	10^-14	3x3lib	50291	2	49707
Float32	10^-14	3x3	50291	0	49709
Float32	10^-14	3x3lib	50291	2	49707
Float64	10^-14	2x2	50292	1	49707
Float64	10^-14	2x2lib	50292	1	49707
Float32	10^-14	2x2	50291	2	49707
Float32	10^-14	2x2lib	50292	0	49707
Float64	10^-12	3x3	50291	2	49707
Float64	10^-12	3x3lib	50291	2	49707
Float32	10^-12	3x3	50291	0	49709
Float32	10^-12	3x3lib	50291	2	49707
Float64	10^-12	2x2	50291	2	49707
Float64	10^-12	2x2lib	50291	2	49707
Float32	10^-12	2x2	50291	2	49707
Float32	10^-12	2x2lib	50292	0	49708
Float64	10^-8	3x3	50291	2	49707
Float64	10^-8	3x3lib	50291	2	49707
Float32	10^-8	3x3	50291	0	49709
Float32	10^-8	3x3lib	50291	2	49707
Float64	10^-8	2x2	50291	2	49707
Float64	10^-8	2x2lib	50291	2	49707
Float32	10^-8	2x2	50291	2	49707
Float32	10^-8	2x2lib	50292	0	49708
Float64	10^-4	3x3	50291	2	49707
Float64	10^-4	3x3lib	50291	2	49707
Float32	10^-4	3x3	50291	2	49707
Float32	10^-4	3x3lib	50291	2	49707
Float64	10^-4	2x2	50291	2	49707
Float64	10^-4	2x2lib	50291	2	49707
Float32	10^-4	2x2	50291	2	49707
Float32	10^-4	2x2lib	50291	1	49708

Wniosek: dla zbioru A wyniki są do siebie zbliżone, jednak algorytm 3x3 ręczny zawsze zwraca 0 punktów współliniowych dla precyzji Float32.



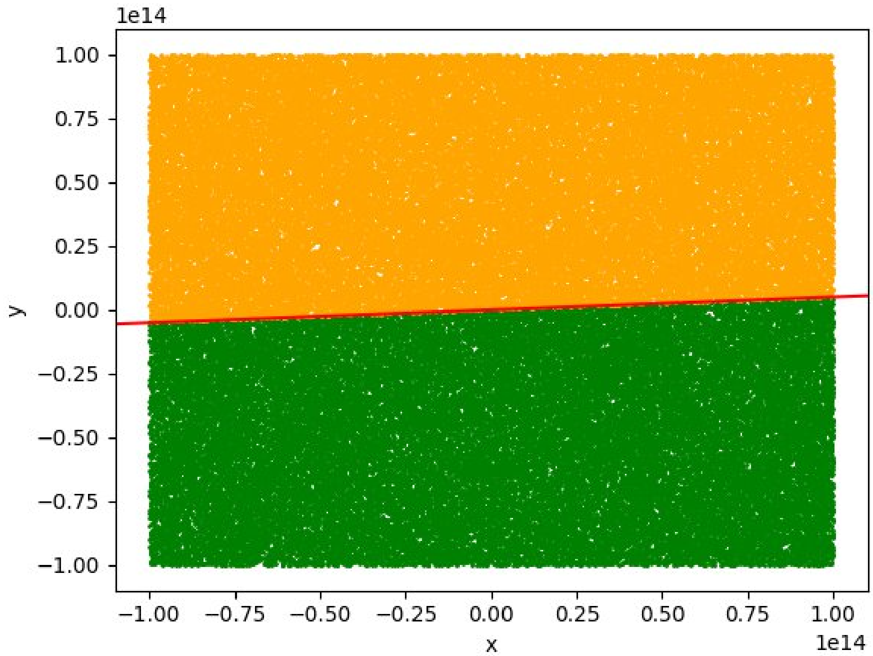
1. Zbiór A: 1e-8 mat_det_3x3 float64

4.2 Zbiór B

Precyzja	Tolerancja	Funkcja wyznacznika	Punkty po lewej	Punkty na prostej	Punkty po prawej
Float64	10^-14	3x3	50000	0	50000
Float64	10^-14	3x3lib	50000	0	50000
Float32	10^-14	3x3	50000	0	50000
Float32	10^-14	3x3lib	50000	0	50000
Float64	10^-14	2x2	49996	7	49997
Float64	10^-14	2x2lib	49995	8	49997
Float32	10^-14	2x2	0	100000	0
Float32	10^-14	2x2lib	12027	75655	12318
Float64	10^-12	3x3	50000	0	50000
Float64	10^-12	3x3lib	50000	0	50000
Float32	10^-12	3x3	50000	0	50000
Float32	10^-12	3x3lib	50000	0	50000
Float64	10^-12	2x2	49996	7	49997
Float64	10^-12	2x2lib	49995	8	49997
Float32	10^-12	2x2	0	100000	0
Float32	10^-12	2x2lib	12027	75655	12318
Float64	10^-8	3x3	50000	0	50000
Float64	10^-8	3x3lib	50000	0	50000
Float32	10^-8	3x3	50000	0	50000
Float32	10^-8	3x3lib	50000	0	50000
Float64	10^-8	2x2	49996	7	49997
Float64	10^-8	2x2lib	49995	8	49997
Float32	10^-8	2x2	0	100000	0
Float32	10^-8	2x2lib	12027	75655	12318
Float64	10^-4	3x3	50000	0	50000
Float64	10^-4	3x3lib	50000	0	50000
Float32	10^-4	3x3	50000	0	50000
Float32	10^-4	3x3lib	50000	0	50000
Float64	10^-4	2x2	49996	7	49997
Float64	10^-4	2x2lib	49995	8	49997
Float32	10^-4	2x2	0	100000	0
Float32	10^-4	2x2lib	12027	75655	12318

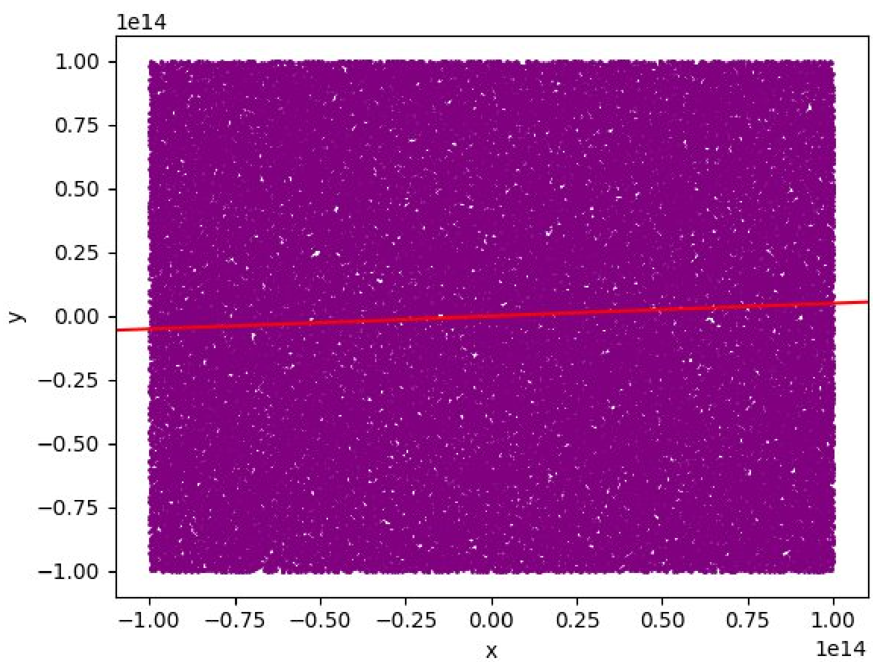
Wniosek: dla zbioru B wyniki znacznie różnią się w zależności od przyjętego algorytmu i prezycji. Przyjęta tolerancja nie wpływa znacząco na wynik.

Rozkład punktów ze zbioru B w normalnym przypadku:



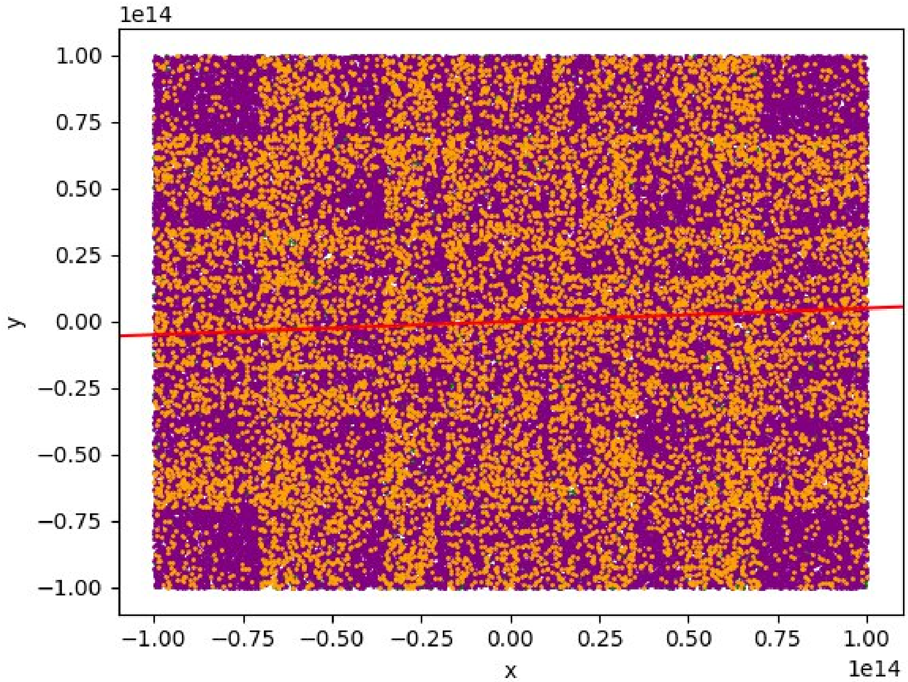
2. Zbiór B: 1e-8 mat_det_3x3 float64

Rozkład punktów w obniżonej precyzji oraz samodzielnego obliczania wyznacznika 2x2:



3. Zbiór B: 1e-8 mat_det_2x2 float32

Rozkład punktów w obniżonej precyzji oraz obliczaniu wyznacznika 2x2 za pomocą biblioteki:



4. Zbiór B: 1e-8 mat_det_2x2_lib float32

Widać też, że w niektórych przypadkach zmiana algorytmu zmienia ilość wykrytych punktów współliniowych,

Co wynika z utraty prezczyzji przy działaniu na liczbach zmienno przecinkowych. Poniżej lista punktów wpółliniowych wykrytych przez oba alogrytmy (próbka B: 1e-8 mat_det_2x2 float 64 oraz B: 1e-8 mat_det_2x2_lib float 64)

W podejściu samodzielnym:

[(-68491103867885, -3426274345045), (53716130559157, 2686539676833), (82232300397225, 4117996092830), (-94989964243847, -4751060042889), (92291355227499, 4586447450084), (-84014053898436, -4193242277673), (-94000408771892, -4701711709420)]

W podejściu bibliotecznym:

[(-68491103867885, -3426274345045), (53716130559157, 2686539676833), (-94989964243847, -4751060042889), (91015356019744, 4513532779927), (92291355227499, 4586447450084), (62985993815069, 3159318427810), (-91681876467636, -4599077793893), (-94000408771892, -4701711709420)]