

Służby porządkowe

Michał Dębski

W Bajtogradzie odbywa się turniej ping-ponga. Sport ten, mimo że sam w sobie nieszkodliwy, budzi wyjątkowo silne i często niezdrowe emocje wśród kibiców. Każdy z zawodników ma swój fanklub, który na dzień przed turniejem organizuje zlot w jednym z lokalnych pubów. Niestety wiadomo, że po takich zlotach grupy agresywnych i nie do końca trzeźwych kibiców zaczynają się rozchodzić po mieście, a spotkanie dwóch grup kibicujących różnym zawodnikom może zakończyć się ścią dantejskimi scenami - nie można do tego dopuścić. Służby porządkowe postanowiły rozstawić w mieście tymczasowe posterunki, które nie będą przepuszczały kibiców i w ten sposób rozdzielały wszystkie fankluby. Nie jest to jednak tanie - ustawienie każdego posterunku wiąże się z kosztem, zależnym od lokalizacji. Nieopłacany praktykant z urzędu miasta zaproponował pewne rozwiązanie, ale możliwe, że nie jest ono najlepsze. Twoje zadanie polega na znalezieniu najtańszego możliwego rozstawienia posterunków.

Zadanie obejmuje dwa warianty - pierwszy, w którym rozstawienie posterunków może być dowolne, oraz drugi, w którym wszystkie posterunki muszą stanowić spójny fragment miasta (żeby w razie problemów łatwiej było przesyłać między nimi posiłki).

Dane

- G – graf, którego wierzchołki reprezentują skrzyżowania w mieście, a każda krawędź oznacza możliwość bezpośredniego przejścia między odpowiednimi skrzyżowaniami,
- `fancclubs` – lista numerów wierzchołków G , w których odbywają się zloty fanklubów, uporządkowana rosnąco,
- `cost` – tablica, która każdemu wierzchołkowi G przypisuje koszt postawienia posterunku w tym wierzchołku,
- `maxBudget` – górne ograniczenie na koszt optymalnego rozwiązania.

Szukane

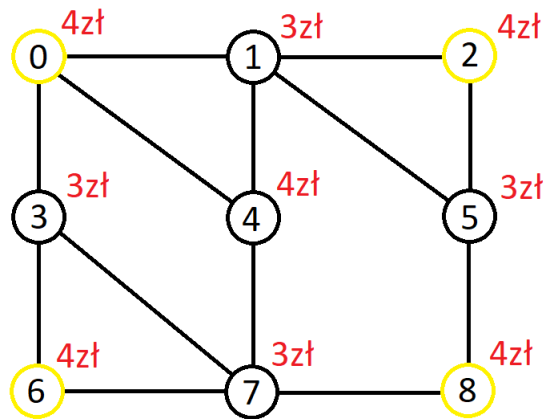
W obu wariantach należy zwrócić zbiór S wierzchołków grafu G w postaci listy (typu `List<int>`). Zbiór powinien minimalizować całkowity koszt (tzn. wyrażenie $\sum_{v \in S} \text{cost}[v]$) spośród wszystkich zbiorów wierzchołków spełniających odpowiedni warunek.

- Wariant pierwszy (**1p**) – każdy z wierzchołków z listy `fancclubs` obecny w grafie $G - S$ należy do innej składowej spójności,
- Wariant drugi (**1.5p**) – tak, jak w wariantie pierwszym, i dodatkowo $G[S]$ (podgraf G indukowany przez S) jest grafem spójnym.

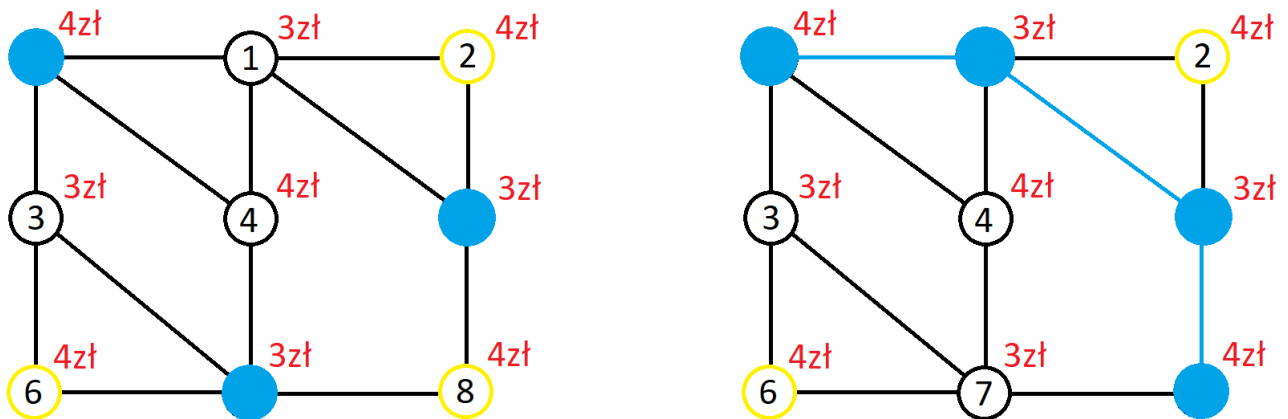
Uwagi i wskazówki

- Lista `fancclubs` nie może zawierać tego samego wierzchołka więcej niż raz.
- Wszystkie elementy tablicy `cost` są nieujemne.
- Rozwiązanie może zawierać wierzchołki z listy `fancclubs`.
- Parametr `maxBudget` nie ma wpływu na odpowiedź, ale można go wykorzystać do przyspieszenia obliczeń.
- Maksymalna ocena będzie przyznana tylko za wydajne rozwiązania. Warunkami koniecznymi, żeby rozwiązanie zostało uznane za wydajne jest to, żeby dostarczone testy wykonywały się w przeciągu kilku sekund, żeby w trakcie obliczeń te same podzbiory wierzchołków nie były rozpatrywane wielokrotnie i żeby rozwiązanie miało potencjał do pomijania niektórych podzbiorów wierzchołków bez bezpośredniego generowania ich.

Przykład



Rysunek 1: Przykładowe dane. Czarne liczby oznaczają numery wierzchołków, czerwone liczby to koszty, na żółto zaznaczone są wierzchołki które należy rozdzielić.



Rysunek 2: Rozwiązania w obu wariantach; po lewej dla wariantu pierwszego (koszt 10zł, zbiór wierzchołków $\{0, 5, 7\}$), po prawej – dla drugiego (koszt 14zł, zbiór wierzchołków $\{0, 1, 5, 8\}$).