Transport

Przemysław Hołda

Do gminy Geometria przyjeżdża rządowa delegacja. Sołtys chcąc pochwalić się dobrze rozwiniętym transportem poprosił nas o pomoc. W Geometrii jeździ metro, które jest podzielone na proste odcinki będące liniami metra – każda z nich ma stację początkową i końcową. Linie metra mogą w niektórych miejscach się przecinać – te miejsca to stacje przesiadkowe. Metro zostało tak wybudowane, że dowolne dwie linie metra mają co najwyżej jedną wspólną stację przesiadkową oraz żadne trzy linie metra nie przecinają się w tym samym punkcie. Ponadto dowolne dwie stacje (początkowe, końcowe, przesiadkowe) w przyjętym układzie współrzędnych mają różną pierwszą współrzędną oraz różną drugą współrzędną – wartość bezwzględna różnicy między dowolnymi współrzędnymi (dwoma pierwszymi lub dwoma drugimi) jest zawsze większa od minimalnej wartości danej w kodzie jako `EPS`. Sołtys poprosił nas o podanie liczby wszystkich stacji przesiadkowych w gminie. Ale to nie wszystko. Chce on również, żebyśmy znaleźli maksymalną długość nieprzerwanego fragmentu metra między dwoma dowolnymi stacjami (początkowymi, końcowymi, przesiadkowymi).

Kod

W pliku `Lab12.cs` znajduje się część implementacji rozwiązania. Implementacja zakłada zamiatanie pionową prostą od lewej do prawej. Próba użycia jej w innym kierunku doprowadzi do błędu.

W pliku można odnaleźć strukturę `Point`, która reprezentuje dwuwymiarowy punkt (pierwsza współrzędna `X` oraz druga współrzędna `Y`). Zawiera ona metodę `DistTo`, za pomocą której można policzyć dystans między dwoma punktami.

Następnie dostępna jest klasa `Segment` reprezentująca odcinek. Odcinek ma punkt startowy i końcowy (kolejno `Start` i `End`). Dostępne metody to `Intersects` (sprawdza czy odcinki się przecinają), `IntersectionPoint` (znajduje punkt przecięcia dwóch odcinków) oraz `Equals` (sprawdza czy odcinki są takie same).

Kolejna dostępna klasa to `SegmentComparer` (interfejs `IComparer<Segment>`), która jest wykorzystywana do porównywania odcinków względem drugiej współrzędnej (y) punktu przecięcia z pionową prostą o zadanej pierwszej współrzędnej (x). Wartość `verticalLineXCoordinate` reprezentuje pierwszą współrzędną (x) pionowej prostej. Dostępna metoda `Compare` porównuje dwa odcinki i zwraca ich kolejność względem przecięcia z pionową prostą.

Ostatnia dostępna klasa to `YStructure`. Jest to Y-struktura trzymająca odcinki posortowane zgodnie z działaniem metody `Compare` z klasy `SegmentComparer` – odcinki będą posortowane od najmniejszej do największej wartości drugiej współrzędnej (y) ich punktu przecięcia z zamiatającą pionową prostą. Klasa oferuje metody działające w czasie $\mathcal{O}(\log n)$ (n to liczba elementów w strukturze). Są to `Insert` (wstawia odcinek do struktury), `Delete` (usuwa odcinek ze struktury), `Above` (zwraca najbliższego sąsiada nad sprawdzanym odcinkiem), `Below` (zwraca najbliższego sąsiada pod sprawdzanym odcinkiem) i `Interchange` (zamienia kolejność dwóch odcinków). Y-struktura sama decyduje jak ustawić pierwszą współrzędną (x) zamiatającej pionowej prostej. W czasie zamiatania należy pamiętać o każdorazowym wywołaniu metody `Interchange`, gdy jakieś odcinki się przetną.

W kodzie pozostawione są typ wyliczeniowy `EventType` oraz klasy `SweepEvent` i `SweepEventComparer` (interfejs `IComparer<SweepEvent>`). Stanowi to sugestię od czego warto zacząć implementację rozwiązania. Ponadto przydatna może się okazać struktura danych `SortedSet`.

Bardziej szczegółowy opis działania istniejącego kodu znajduje się we wspomnianym pliku.

Dane

- `lines` – linie metra, gdzie każda linia reprezentowana jest przez współrzędne stacji początkowej i końcowej. Współrzędne stacji to dwie liczby całkowite w zakresie od 0 do 10^3. W zadaniu zawsze istnieje co najmniej jedna linia metra.

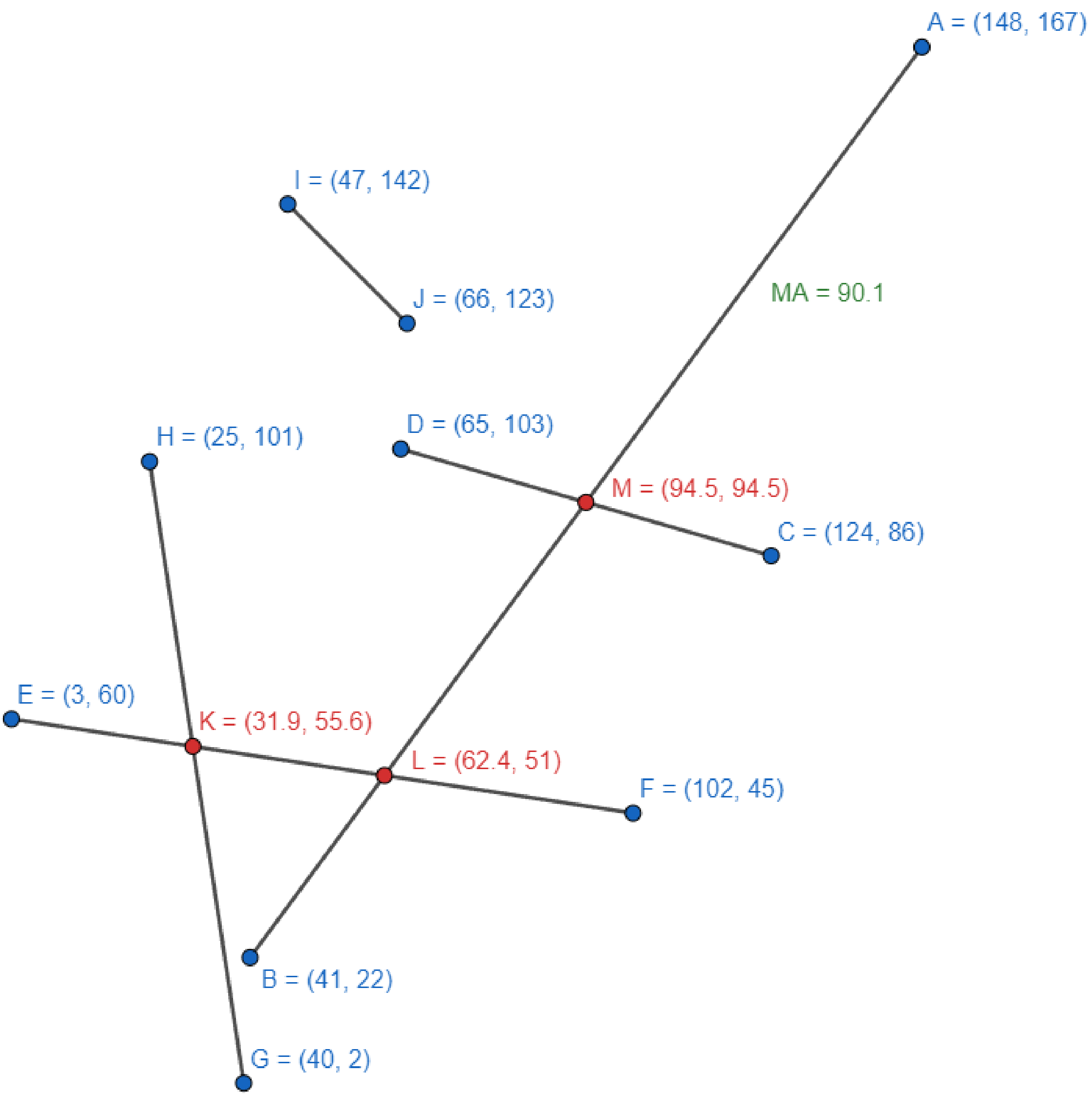
Etapy

- Etap pierwszy (**1.5p**) – znaleźć liczbę wszystkich stacji przesiadkowych.
- Etap drugi (**1p**) – znaleźć maksymalną długość nieprzerwanego fragmentu metra między dwoma dowolnymi stacjami.

Uwagi i wskazówki

- Zadanie rozwiązujemy w dwuwymiarowej przestrzeni euklidesowej.
- W etapie drugim zwrócony dystans będzie porównywany z wzorcowym z pewną dokładnością (`EPS`).
- W zadaniu jest n linii metra i k stacji przesiadkowych. Maksymalne złożoności obliczeniowe etapów to kolejno $\mathcal{O}((n+k)\log n)$ i $\mathcal{O}((n+k)\log(n+k))$.
- Wartości na rysunkach w przykładzie i w testach podane są w przybliżeniu.

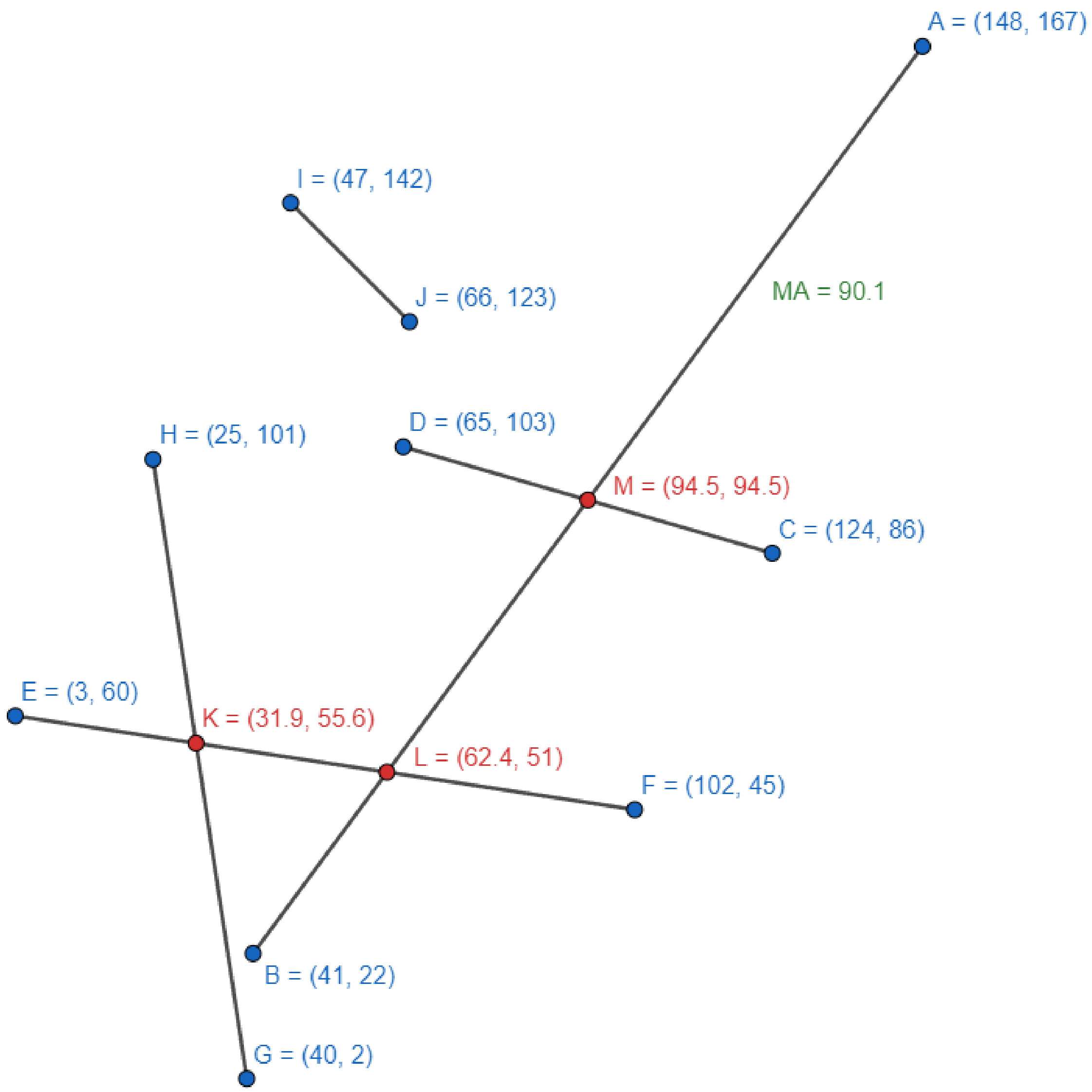
Przykład



Rysunek 1: Niebieskie punkty (A-J) oznaczają stacje początkowe i końcowe. Linie metra to AB, CD, EF, GH oraz IJ. Trzy czerwone punkty (K, L, M) to stacje przesiadkowe. Najdłuższy nieprzerwany fragment metra należy do linii AB – jest to odcinek MA, a jego długość wynosi około 90.1.

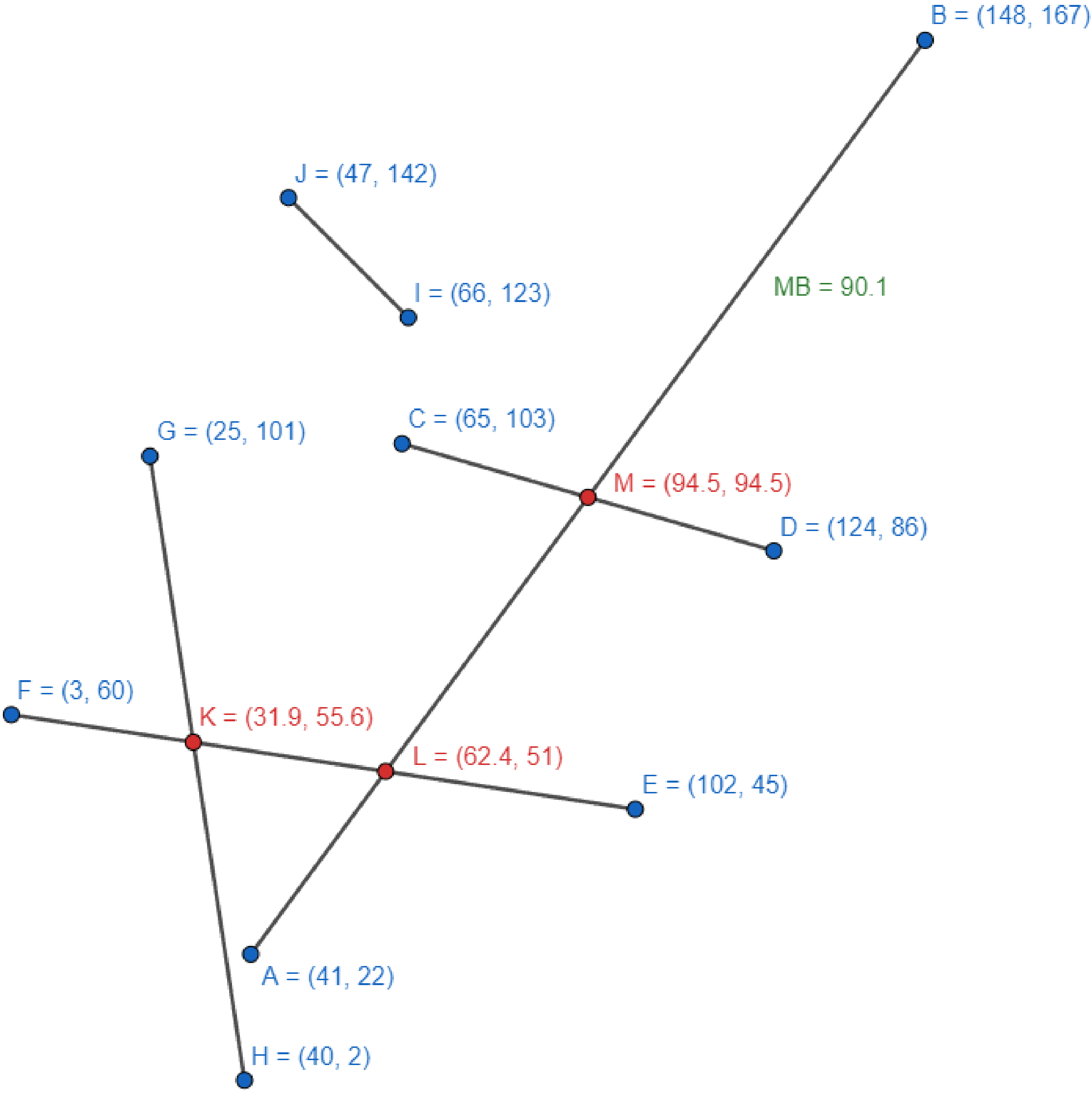
Testy

Test 1 – "Przykład z zadania"



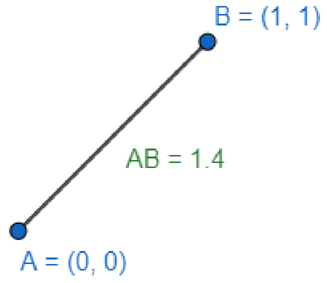
Rysunek 2: Są trzy stacje przesiadkowe K, L i M. Najdłuższy nieprzerwany fragment metra to odcinek MA (≈ 90.1).

Test 2 – "Odwrócony przykład z zadania"



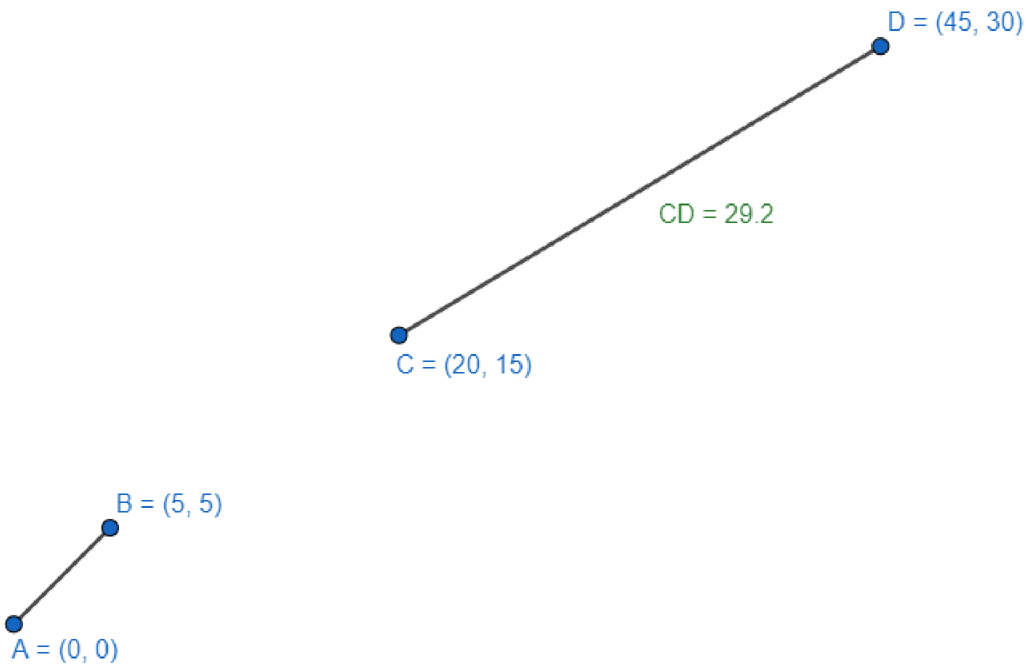
Rysunek 3: Etykiety linii metra zostały odwrócone. Są trzy stacje przesiadkowe K, L i M. Najdłuższy nieprzerwany fragment metra to odcinek MB (≈ 90.1).

Test 3 – "Jedna linia metra"



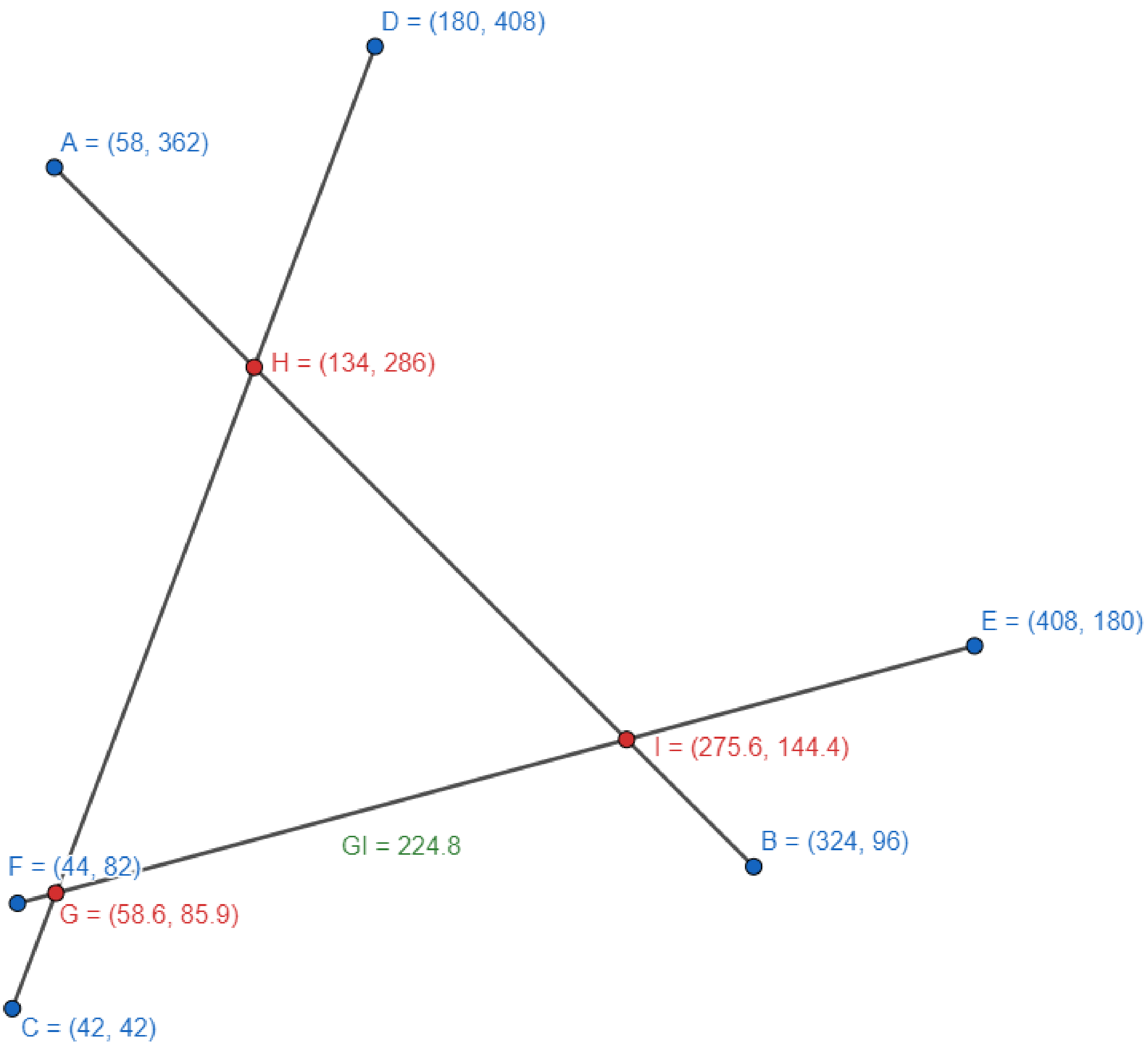
Rysunek 4: Brak stacji przesiadkowych. Najdłuższy nieprzerwany fragment metra to odcinek AB (≈ 1.4).

Test 4 – "Dwie linie metra bez przecięcia"



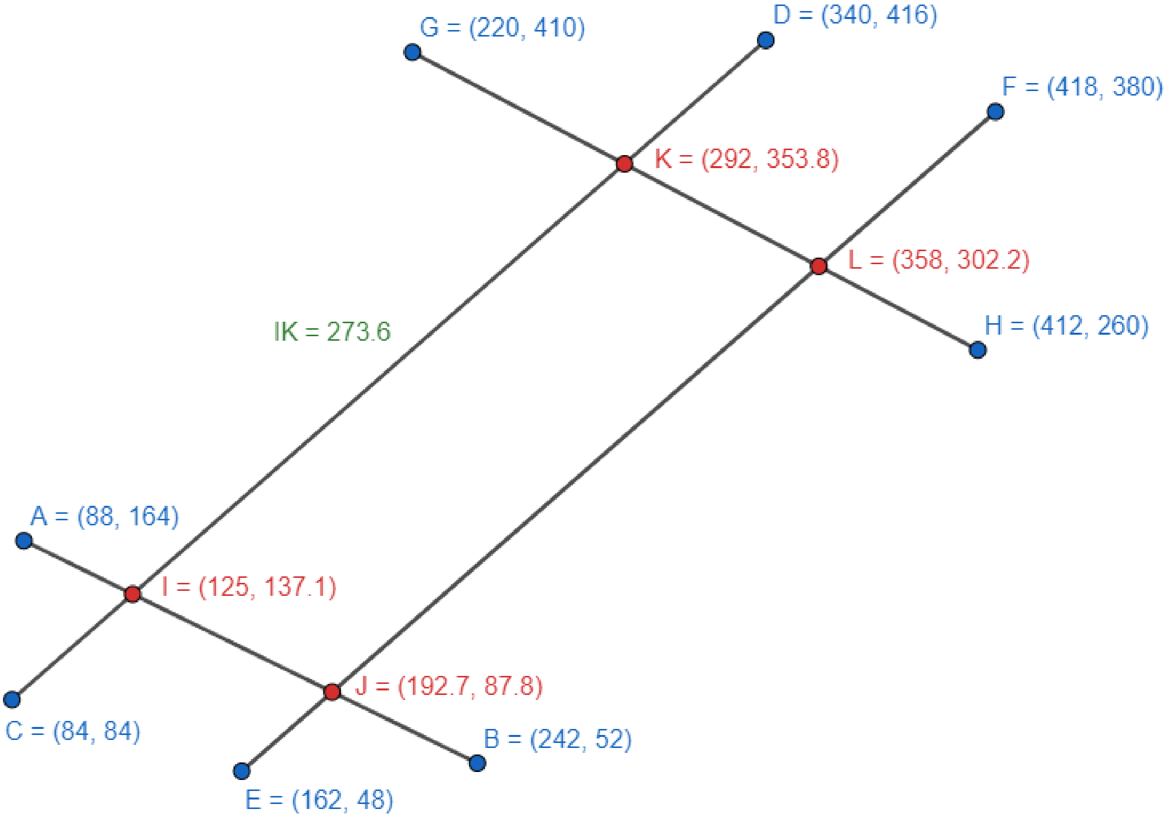
Rysunek 5: Brak stacji przesiadkowych. Najdłuższy nieprzerwany fragment metra to odcinek CD (≈ 29.2).

Test 5 – "Trójkąt"



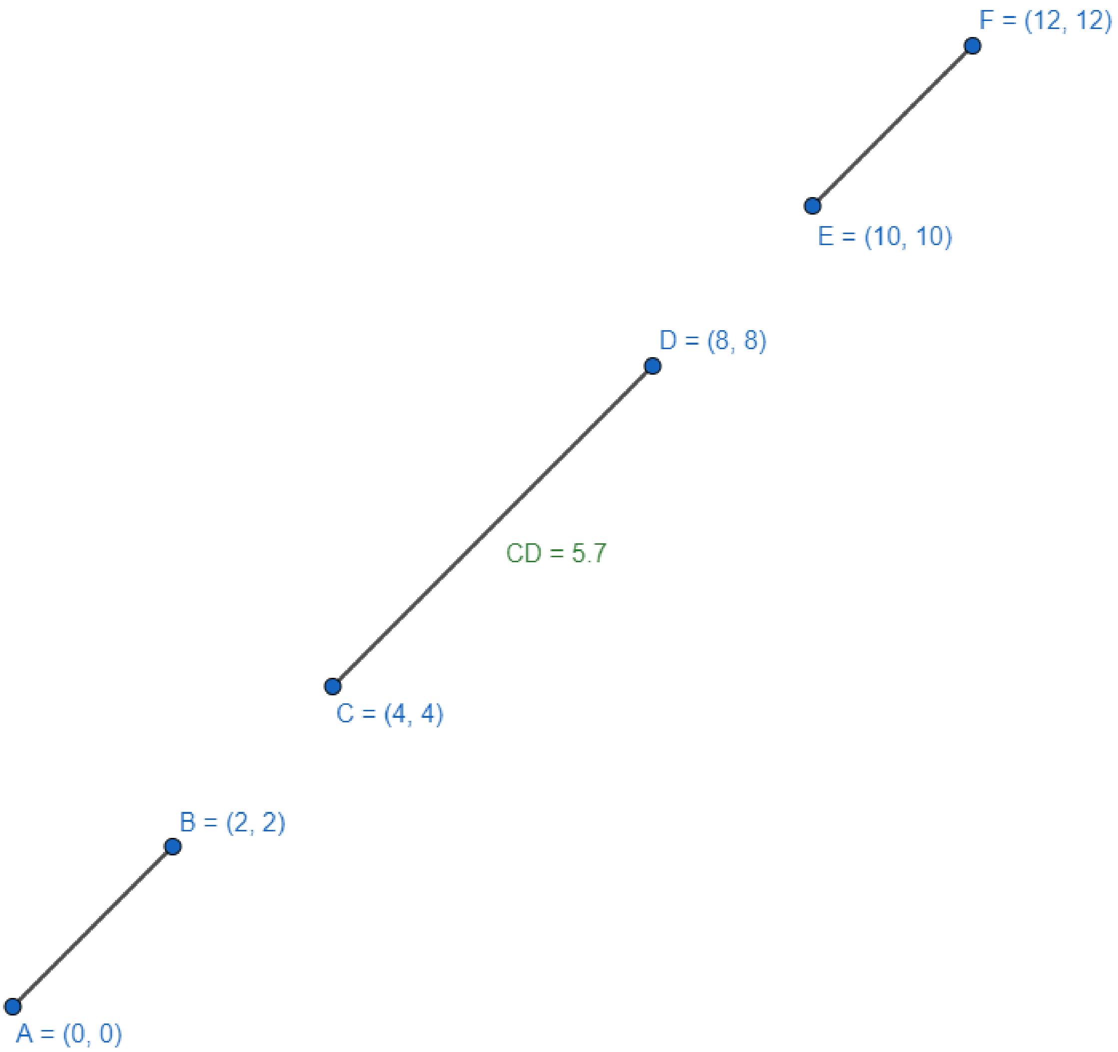
Rysunek 6: Są trzy stacje przesiadkowe G, H i I. Najdłuższy nieprzerwany fragment metra to odcinek GI (≈ 224.8).

Test 6 – "Gmina Manhattan"



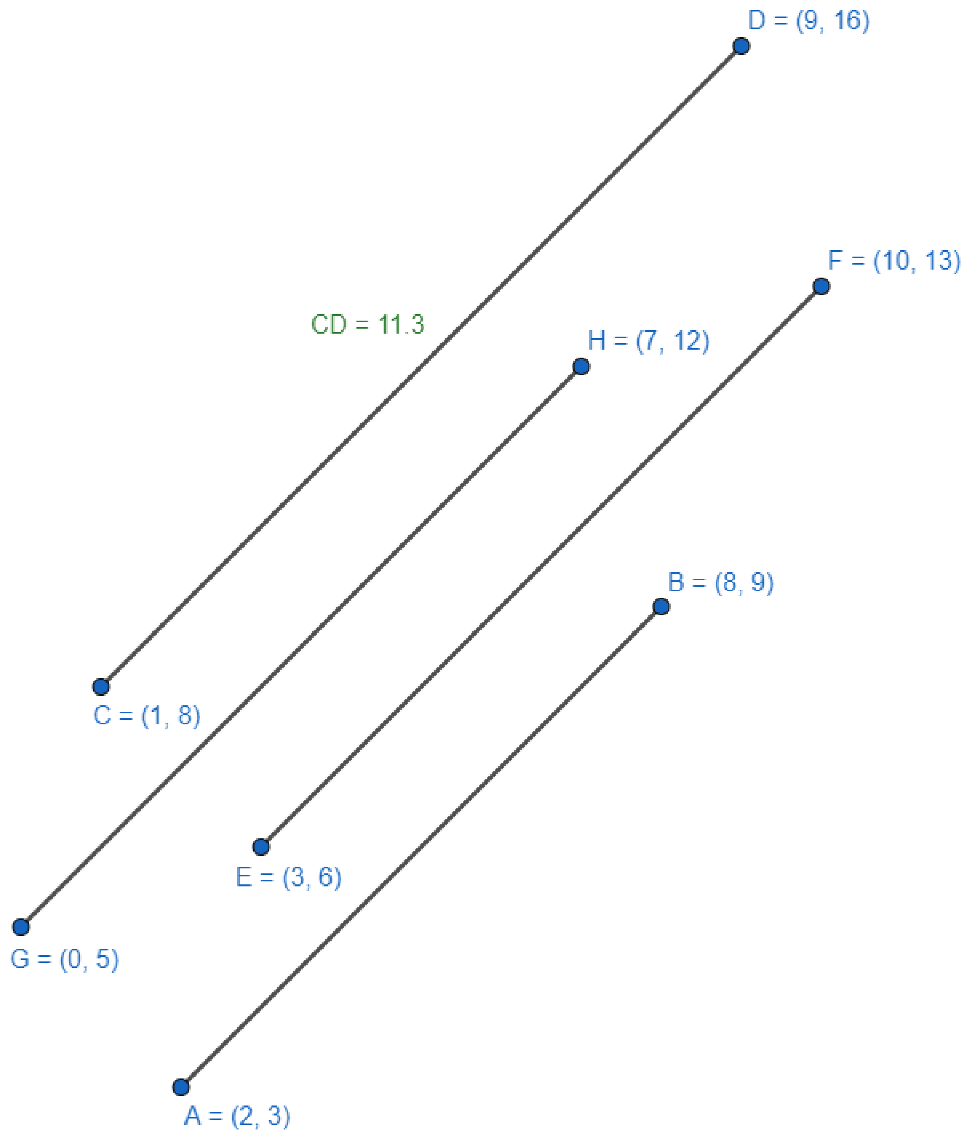
Rysunek 7: Są cztery stacje przesiadkowe I, J, K i L. Najdłuższy nieprzerwany fragment metra to odcinek IK (≈ 273.6).

Test 7 – "Współliniowe metro"



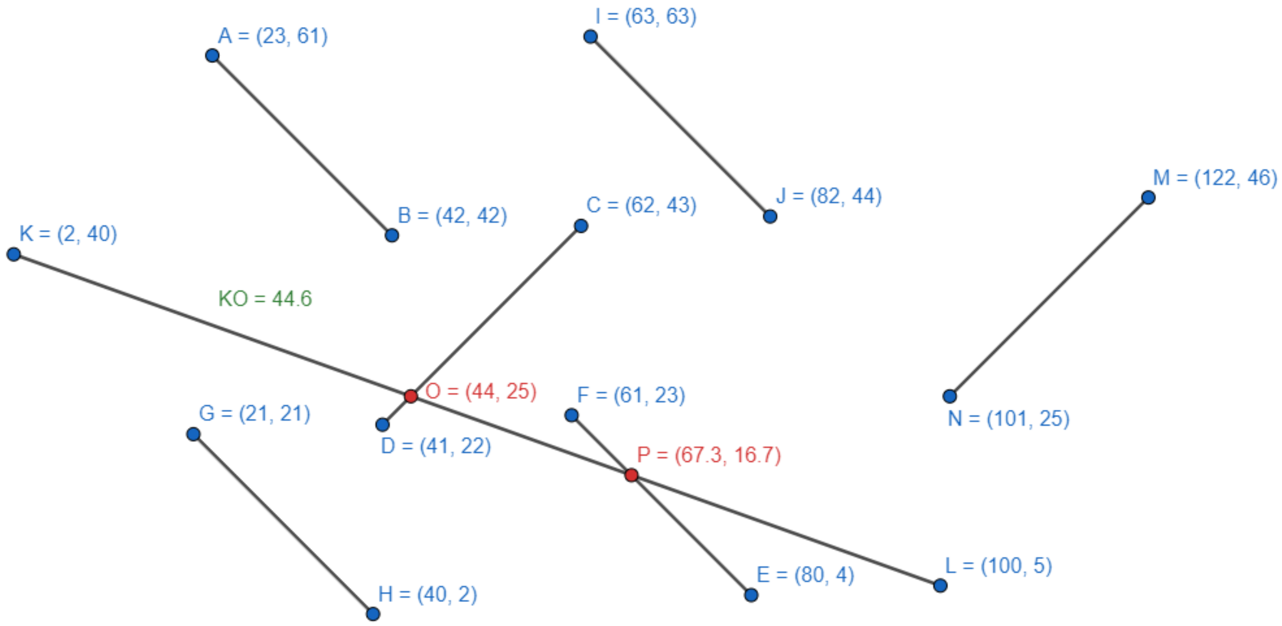
Rysunek 8: Brak stacji przesiadkowych. Najdłuższy nieprzerwany fragment metra to odcinek CD (≈ 5.7).

Test 8 – "Równoległe metro"



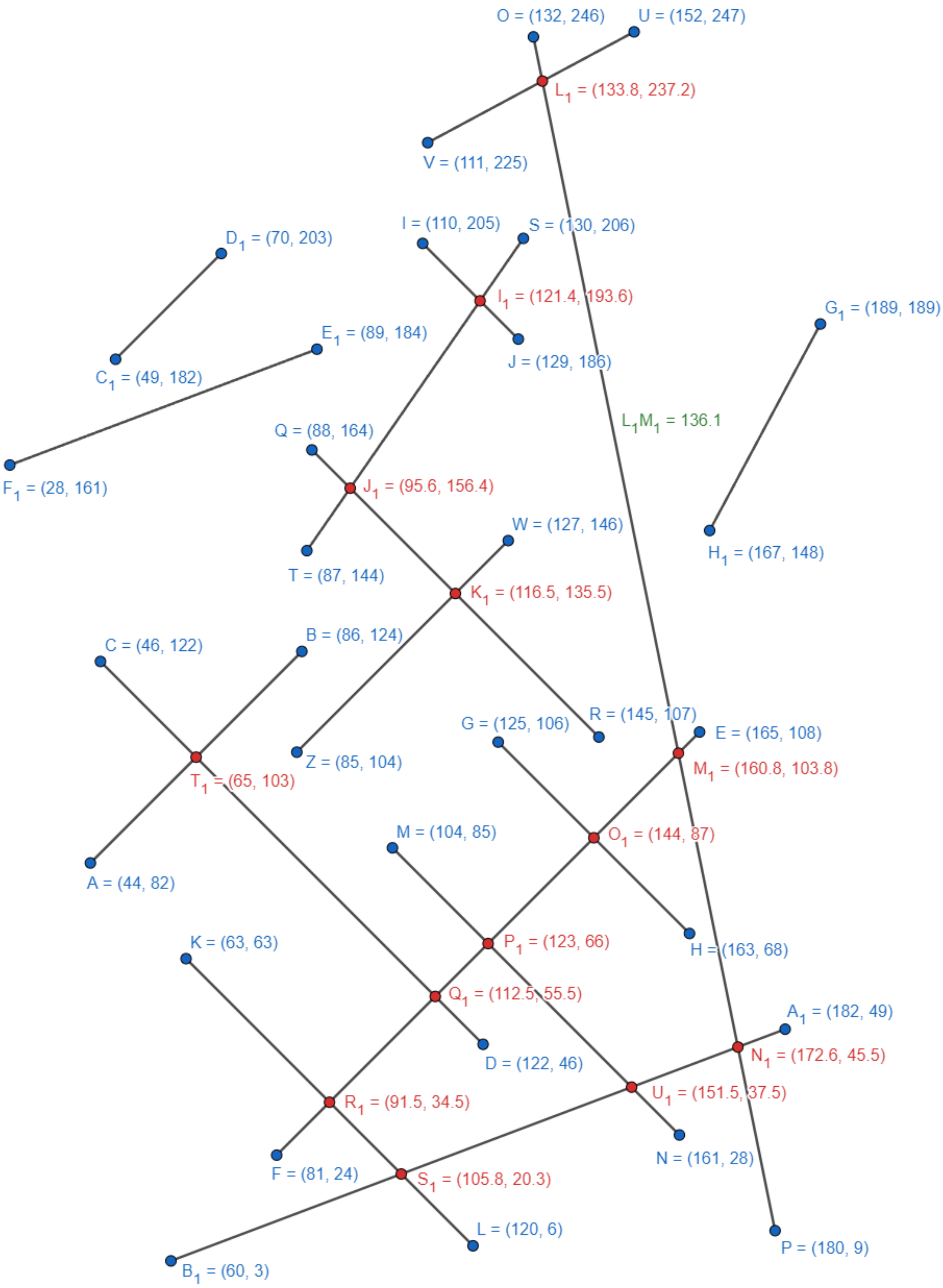
Rysunek 9: Brak stacji przesiadkowych. Najdłuższy nieprzerwany fragment metra to odcinek CD (≈ 11.3).

Test 9 – "Mała gmina"



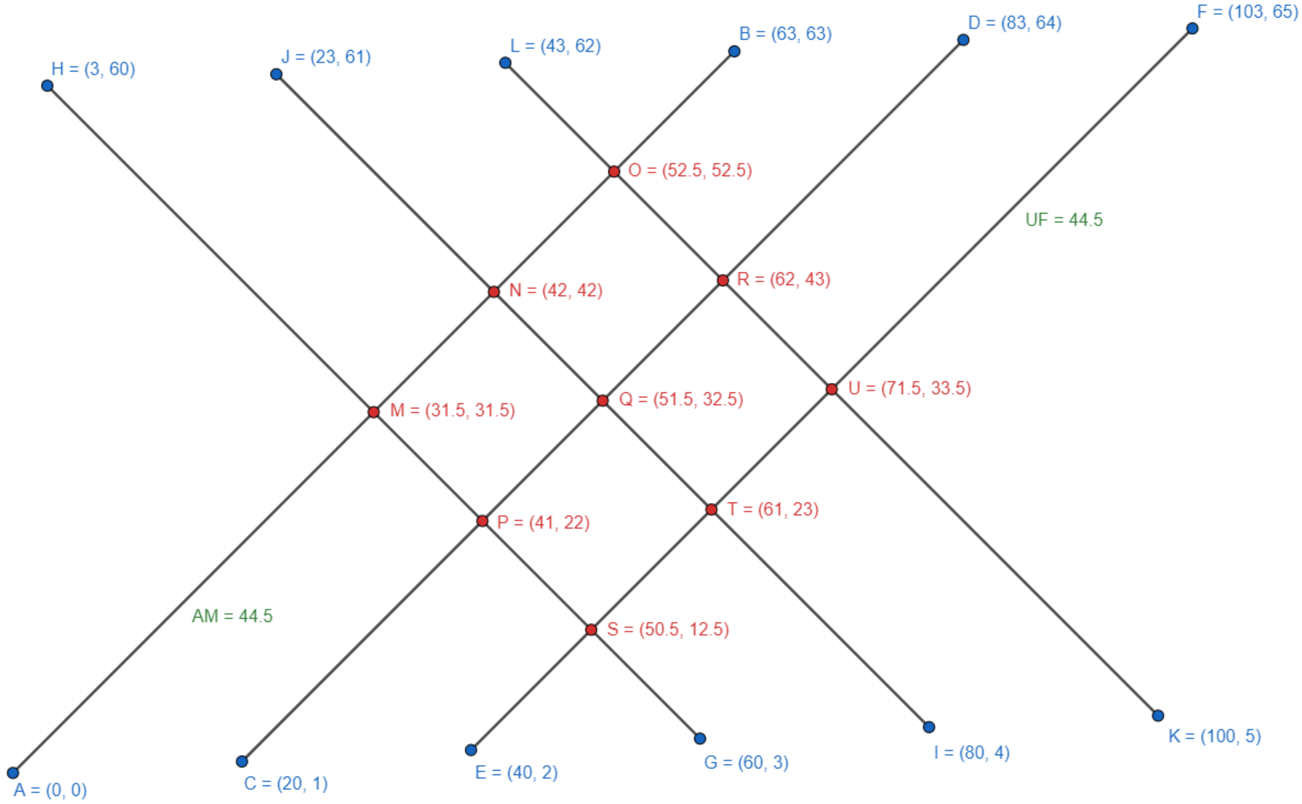
Rysunek 10: Są dwie stacje przesiadkowe O i P. Najdłuższy nieprzerwany fragment metra to odcinek KO (≈ 44.6).

Test 10 – "Sen o Skaryszewie"



Rysunek 11: Jest trzynaście stacji przesiadkowych I_1-U_1. Najdłuższy nieprzerwany fragment metra to odcinek L_1M_1 (≈ 136.1).

Test 11 – "Siatka"



Rysunek 12: Jest dziewięć stacji przesiadkowych M-U. Są dwa nieprzerwane fragmenty metra o maksymalnej długości – odcinki AM i UF (≈ 44.5).