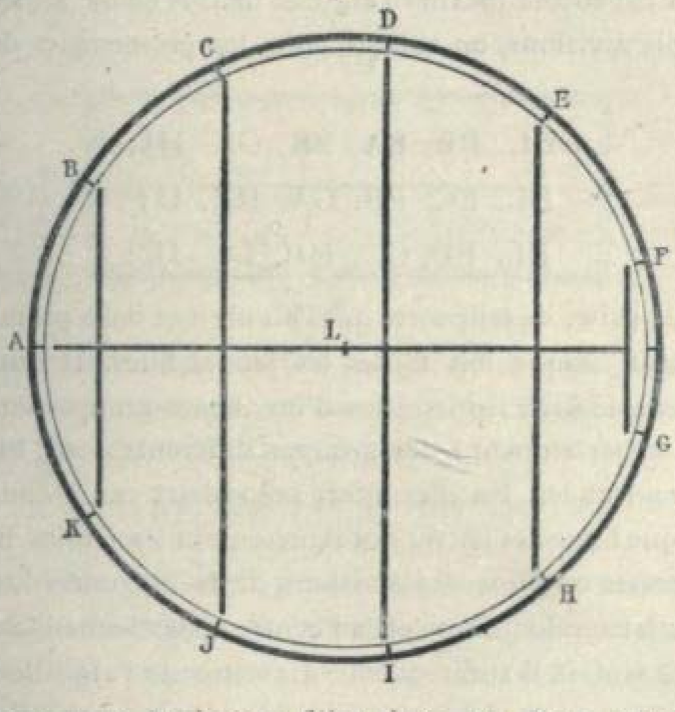
LES PROMENADES DU PENSIONNAT.

Un pensionnat renferme un nombre pair de jeunes filles qui se promènent tous les jours deux par deux ; on demande comment il faut disposer les promenades de telle sorte qu'une jeune fille se trouve successivement en compagnie de toutes les autres, mais ne puisse s'y trouver plus d'une fois.

Supposons, pour fixer les idées, que le pensionnat renferme douze demoiselles que nous désignerons par les douze premières lettres de l'alphabet. Divisons une circonférence en onze parties égales; plaçons au centre l'une des lettres, L, et les autres aux points de division de la circonférence, dans un ordre quelconque; puis, traçons les lignes droites de la *fig.* 89;

Fig. 89.



nous grouperons les jeunes filles deux par deux, pour la première promenade, en plaçant A avec L, et les autres suivant les lignes parallèles, de telle sorte que la première promenade se compose de six groupes :

I. AL, BK, CJ, DI, EH, FG.

Pour obtenir les groupes de la seconde promenade, nous considérerons l'ensemble des lignes droites de la figure comme une aiguille mobile que nous ferons tourner d'une division dans le sens des aiguilles d'une montre, pendant que les lettres resteront immobiles sur le contour; nous aurons ainsi pour la seconde promenade les groupes

II. BL, CA, DK, EJ, FI, GH.

Si l'on fait encore tourner l'aiguille dans le même sens de une, deux, trois divisions, on obtient pour les promenades des jours suivants:

III. CL, DB, EA, FK, GJ, HI;

IV. DL, EC, FB, GA, HK, IJ;

V. EL, FD, GC, HB, IA, JK;

et ainsi de suite, de telle sorte que l'on obtient onze promenades, comprenant chaque fois toutes les jeunes filles. Il nous reste à montrer que deux jeunes filles d'un même groupe d'une promenade appartiennent à des groupes différents pour toutes les autres promenades. En effet, nous avons deux cas à considérer, suivant que l'une des lettres qui représentent les jeunes filles occupe le centre ou l'une des divisions de la circonférence. Pour que deux lettres dont l'une est au centre appartiennent au même groupe, il faut et il suffit que le diamètre de l'aiguille mobile passe par l'autre, ce qui arrive une fois et une seule. Pour que deux lettres du pourtour soient dans le même groupe, il faut et il suffit que la droite qui les joint soit perpendiculaire à l'axe de l'aiguille; or les directions de l'axe ou celles des perpendiculaires sont différentes dans les onze positions de l'aiguille.

On peut encore résoudre le problème des promenades du pensionnat par l'emploi du Taquin. Soient AB... KL les cubes du Taquin élémentaire (*fig.* 90) servant à distinguer les jeunes

Fig. 90.

personnes. Convenons de lire chaque promenade en groupant les cubes deux à deux par colonnes verticales, c'est-à-dire pour la première promenade suivant l'ordre

AL, BK, CJ, DI, EH, FG.

Pour obtenir la seconde promenade, il suffit d'enlever le cube L, d'abaisser le cube A, d'avancer d'un rang vers la gauche les cubes de la ligne supérieure, de monter le cube G, puis de déplacer d'un rang vers la droite tous les cubes de la ligne inférieure; enfin de replacer le cube L sur la case vide, de telle sorte que L est revenu au même endroit.

On obtient les mêmes promenades que par l'emploi de l'aiguille; cela revient, en effet, à supposer immobile l'aiguille de la *fig.* 89, et à déplacer en même temps toutes les lettres de la circonférence de une, deux, trois, etc., divisions dans le sens opposé à celui de l'aiguille. Si l'on déforme le polygone de l'aiguille, en supposant égales toutes les cordes, ainsi que le périmètre de la circonférence, de telle sorte que celle-ci se trouve remplacée par le périmètre d'un rectangle, on retrouve identiquement le procédé du Taquin élémentaire.

Nous avons supposé, dans les deux paragraphes précédents, que les jeunes pensionnaires se trouvent en nombre pair, le problème étant impossible pour un nombre impair. Cependant, dans ce dernier cas, on peut modifier l'énoncé de la manière suivante :

Un pensionnat renferme un nombre impair de jeunes filles qui se promènent tous les jours deux par deux, à l'exception d'une seule qui joue le rôle de monitrice ; on demande comment il faut disposer les promenades de telle sorte que chaque jeune fille se trouve une seule fois en compagnie de toutes les autres et une seule fois monitrice.

En admettant qu'il y ait onze jeunes filles, on divise la circonférence en onze parties égales, et l'on construit la *fig.* 89 en ne tenant pas compte de la lettre L placée au centre. On fait tourner l'aiguille de une, deux, trois, etc., divisions ; la monitrice est indiquée par la lettre placée à l'extrémité du diamètre de l'aiguille, tandis que les écolières se trouvent groupées deux par deux, aux extrémités des cordes perpendiculaires.

Le problème se déduit encore du problème des douze pensionnaires, en supprimant dans les promenades la lettre L. On peut d'ailleurs se servir encore du procédé du Taquin.

Remarque. — Si l'on écrit toutes les promenades des élèves, en les supposant soit en nombre pair soit en nombre impair, on forme évidemment le tableau complet de toutes les combinaisons des élèves deux à deux, ainsi qu'il est facile de le vérifier par un calcul direct.