

本发明公开了一种热交换器的协议依赖事件触发异步控制方法,包括:建立由 Roesser 型二维系统数学模型表述热交换器;在网络化传输场景中,针对多节点传输问题,开发了一种滑动窗口轮询协议,解决了多节点传输中的信号调度问题;考虑网络化控制框架,针对通信资源受限问题,引入二维事件触发机制减少不必要的信号传输,从而提高信道使用率;针对被控对象与其控制器之间的非同步切换行为,设计了协议依赖事件触发异步控制器,构建了二维闭环系统;基于 Lyapunov 分析理论和解耦技巧,以线性矩阵不等式形式提出了二维闭环系统具有  $H_\infty$  扰动抑制水平的渐近均方稳定性判据以及相应易于数值求解的控制器设计方案。实施本发明,不仅能够解决多节点传输场景下的节点调度问题,并在通信资源受限情形下,减少不必要的数据传输,还能解决被控对象与其控制器之间的非同步切换问题,建立异步控制器使得二维闭环系统稳定。

1. 一种热交换器的协议依赖事件触发异步控制方法, 其特征在于, 所述方法包括以下步骤:

S1: 考虑一类由偏微分方程描述的热交换器模型, 并将其建模为 Roesser 型二维离散系统

S2: 在网络化传输场景中, 针对多节点传输问题, 开发了一种滑动窗口轮询协议, 解决多节点传输情况下的节点调度问题

S3: 考虑到多节点传输场景中, 某一时刻上节点接入信道数量会成倍增加, 为避免产生不必要更新数据, 引入二维事件触发传输机制, 降低数据传输率

S4: 由于被控对象与其控制器常分布于不同的地理位置, 使用共享网络进行信号传输会因通信资源受限而产生非同步模式切换, 为刻画这一行为, 设计了协议依赖事件触发异步控制器, 构建了二维闭环系统

S5: 基于 Lyapunov 分析理论和解耦技巧, 以线性矩阵不等式形式提出了二维闭环系统具有  $H_\infty$  扰动抑制水平的渐近均方稳定性判据, 以及相应易于数值求解的协议依赖事件触发异步控制器设计方案

2. 根据权利要求 1 中 S1 所述的由偏微分方程描述的热交换器模型, 其特征在于, 对于仅使用单一的微分或者差分方程来表述实际应用中的复杂系统已经难以精确描述其动态特性, 切换系统应运而生。作为随机切换系统的一种, 跳变系统由一系列互连的子系统组成, 这些子系统对应不同模式, 并在跳变规则支配下随机跳转于不同模式之间, Markov 随机过程可以很好地表征系统内部参数和结构经常发生的突变, 那么热交换器的数学模型为:

$$\frac{\partial T_{x,t}}{\partial x} = -\frac{\partial T_{x,t}}{\partial t} - \lambda_{\varphi_{x,t}} T_{x,t} + h_{\varphi_{x,t}}^{(d)} u_{x,t}^{(d)},$$

其中  $T_{x,t}$ ,  $x$  和  $t$  分别表示管道温度, 空间和时间;  $u_{x,t}^{(d)}$  表示第  $d$  个节点的控制输入 ( $d=1,2,3,\dots,f$ );  $\lambda_{\varphi_{x,t}}$  和  $h_{\varphi_{x,t}}^{(d)}$  是参数相关的实系数。假设系统参数是模式依赖的,  $\varphi_{x,t}$  是受 Markov 链控制的跳变参数。对于给定步长  $\Delta x$  和  $\Delta t$ , 定义

$$T_{m,n} = T_{m\Delta x, n\Delta t}, \quad \frac{\partial T_{x,t}}{\partial x} \simeq \frac{T_{m,n} - T_{m-1,n}}{\Delta x}, \quad \frac{\partial T_{x,t}}{\partial t} \simeq \frac{T_{m,n+1} - T_{m,n}}{\Delta t}.$$

接着，通过对热交换器模型应用离散化，可以得到以下等式

$$\mathcal{T}_{m,n+1} = (1 - \frac{\Delta t}{\Delta x} - \lambda_{\varphi_{m,n}} \Delta t) \mathcal{T}_{m,n} + \frac{\Delta t}{\Delta x} \mathcal{T}_{m-1,n} + h_{\varphi_{m,n}}^{(d)} u_{m,n}^{(d)}.$$

定义  $x_{m,n}^h = \mathcal{T}_{m-1,n}$  和  $x_{m,n}^v = \mathcal{T}_{m,n}$ ，考虑四个节点执行滑动窗口轮询协议，并假设状态受到扰动  $w_{m,n}$  影响，则上式可以重新表述为 Roesser 型二维离散系统：

$$\begin{aligned} x_{m+1,n}^h &= A_{11\varphi_{m,n}} x_{m,n}^h + A_{12\varphi_{m,n}} x_{m,n}^v + B_{1\varphi_{m,n}} u_{m,n} + E_{1\varphi_{m,n}} w_{m,n}, \\ x_{m,n+1}^v &= A_{21\varphi_{m,n}} x_{m,n}^h + A_{22\varphi_{m,n}} x_{m,n}^v + B_{2\varphi_{m,n}} u_{m,n} + E_{2\varphi_{m,n}} w_{m,n}, \\ y_{m,n} &= C_{1\varphi_{m,n}} x_{m,n}^h + C_{2\varphi_{m,n}} x_{m,n}^v + D_{\varphi_{m,n}} u_{m,n} + F_{\varphi_{m,n}} w_{m,n}, \end{aligned}$$

其中  $x_{m,n}^h \in \mathbb{R}^{n_h}$  和  $x_{m,n}^v \in \mathbb{R}^{n_v}$  代表系统的水平和垂直状态；  $u_{m,n} \in \mathbb{R}^{n_u}$ ,  $w_{m,n} \in \mathbb{R}^{n_w}$  和  $y_{m,n} \in \mathbb{R}^{n_y}$  分别是控制输入，外部干扰和测量输出；  $A_{11\varphi_{m,n}}, A_{12\varphi_{m,n}}, A_{21\varphi_{m,n}}, A_{22\varphi_{m,n}}, B_{1\varphi_{m,n}}, B_{2\varphi_{m,n}}, C_{1\varphi_{m,n}}, C_{2\varphi_{m,n}}, D_{\varphi_{m,n}}, E_{1\varphi_{m,n}}, E_{2\varphi_{m,n}}$  和  $F_{\varphi_{m,n}}$  是预先已知的系统矩阵，

$$\begin{aligned} A_{11\varphi_{m,n}} &= 0, A_{12\varphi_{m,n}} = 1, A_{21\varphi_{m,n}} = \frac{\Delta t}{\Delta x}, A_{22\varphi_{m,n}} = 1 - \frac{\Delta t}{\Delta x} - \lambda_{\varphi_{m,n}} \Delta t, \\ B_{1\varphi_{m,n}} &= [0 \ 0 \ 0], B_{2\varphi_{m,n}} = [h_{\varphi_{m,n}}^{(1)} \ h_{\varphi_{m,n}}^{(2)} \ h_{\varphi_{m,n}}^{(3)} \ h_{\varphi_{m,n}}^{(4)}] \Delta t, C_{1\varphi_{m,n}} = 0, C_{2\varphi_{m,n}} = 0.9, \\ D_{\varphi_{m,n}} &= [-0.1, -0.2, -0.3, 0.1], E_{1\varphi_{m,n}} = 1.2, E_{2\varphi_{m,n}} = -1.5, F_{\varphi_{m,n}} = -0.1. \end{aligned}$$

它们的变化依赖于在一个有限集合  $\mathcal{V}_1 = \{1, 2, \dots, \nu_1\}$  中取值的 Markov 链  $\{\varphi_{m,n}\}_{m,n \in \mathbb{N}}$ 。两个双向转移概率矩阵  $\Theta^h = (\theta_{ij}^h)_{\nu_1 \times \nu_1}$  和  $\Theta^v = (\theta_{ij}^v)_{\nu_1 \times \nu_1}$  的概率分布分别由以下公式给出

$$\Pr\{\varphi_{m+1,n} = j \mid \varphi_{m,n} = i\} = \theta_{ij}^h, \Pr\{\varphi_{m,n+1} = j \mid \varphi_{m,n} = i\} = \theta_{ij}^v,$$

其中对于任意模式  $i$  和  $j$ ，  $i, j \in \mathcal{V}_1$  均满足以下条件

$$0 \leq \theta_{ij}^h \leq 1, \sum_{j=1}^{\nu_1} \theta_{ij}^h = 1, 0 \leq \theta_{ij}^v \leq 1, \sum_{j=1}^{\nu_1} \theta_{ij}^v = 1.$$

3. 根据权利要求 1 中 S2 所述的多节点传输场景，开发了一种滑动窗口轮询协议，其特征在于，在控制器-执行器信道中采用了基于滑动窗口的轮询调度协议，旨在不超过信道最大处理能力情况下，增加节点接入信道的数量。给出一种可行的多节点调度方案，即：定义一个滑动窗口的大小为  $p$ ，  $1 \leq p \leq f$ ，  $f$  为节点总数，在某一时刻上仅允许滑动窗口内的节点同时访问控制器-执行器信道，其余的  $f-p$  个节点将暂停使用信道。当某个节点被允许访问信道，它也就获得了

信道令牌，表示它有权使用信道进行信号传输。

这里，给出一个函数  $\xi_d(k): \mathbb{Z}^+ \rightarrow \{0,1\}$  ( $d=1,2,3,\dots,f$ )，表示节点  $d$  在时刻  $k$  对令牌的获取情况。当  $\xi_d(k)=1$  时，节点获得令牌，当  $\xi_d(k)=0$  时，节点无法访问信道。

接着定义节点  $d$  在时刻  $k$  的可用状态信号为

$$\hat{u}_{dm,n} = \begin{cases} u_{dm,n}, & \xi_d(k)=1, \\ 0, & \xi_d(k)=0, \end{cases}$$

其中  $u_{m,n} = \text{col}\{u_{1m,n}, u_{2m,n}, \dots, u_{dm,n}, \dots, u_{fm,n}\}$ ，那么实际系统信号可以被写成

$$\hat{u}_{m,n} = \Xi_{\varrho_k} u_{m,n},$$

这里  $\Xi_{\varrho_k} = \text{diag}\{\xi_1(k), \xi_2(k), \dots, \xi_d(k), \dots, \xi_f(k)\}$ ,  $\varrho_k \in \mathcal{V}_2\{1, 2, \dots, v_2\}$ , 且  $v_2 = f$ 。

4. 根据权利要求 1 中 S3 所述的二维事件触发传输机制，其特征在于，在不超过信道最大处理能力时，允许多个节点接入信道进行信号传输。然而，当信道接入节点数量增加时，势必会产生冗余数据包。这里开发了一种与模式协议依赖的二维事件触发机制，以释放多节点传输场景中因冗余数据包所产生的信道负载压力。因此，系统状态信号的下一个传输时刻取决于以下两个触发条件：

$$\begin{aligned} m_{s+1} &= \min_{m > m_s} \{m \mid \phi^h x_{m,n}^{hT} \Omega_{i\varrho_k}^h x_{m,n}^h - e_{m,n}^{hT} \Omega_{i\varrho_k}^h e_{m,n}^h < 0\}, \\ n_{r+1} &= \min_{n > n_r} \{n \mid \phi^v x_{m,n}^{vT} \Omega_{i\varrho_k}^v x_{m,n}^v - e_{m,n}^{vT} \Omega_{i\varrho_k}^v e_{m,n}^v < 0\}, \end{aligned}$$

其中  $s, t=1, 2, \dots, \infty$ ,  $\phi^h$  和  $\phi^v$  是预先在区间  $[0,1]$  中取值的事件触发参数(或阈值)， $\Omega_{i\varrho_k}^h$  和  $\Omega_{i\varrho_k}^v$  是待设计的事件触发矩阵， $e_{m,n}^h$  和  $e_{m,n}^v$  是水平和垂直方向上的传输误差并分别由下式给出

$$e_{m,n}^h = x_{m,n}^h - x_{m_s,n}^h, \quad e_{m,n}^v = x_{m,n}^v - x_{m,n_r}^v.$$

只有当触发条件成立时，事件触发器才会选择系统水平或垂直状态进行传输，在此机制下，对于任意  $m \in [m_s, m_{s+1})$  和  $n \in [n_r, n_{r+1})$ ，有

$$x_{m,n}^T (\phi \Omega_{i\varrho_k}) x_{m,n} - e_{m,n}^T \Omega_{i\varrho_k} e_{m,n} \geq 0$$

成立，其中

$$\Omega_{i\varrho_k} = \text{diag}\{\Omega_{i\varrho_k}^h, \Omega_{i\varrho_k}^v\}, \phi = \text{diag}\{\phi^h, \phi^v\}, e_{m,n} = \text{col}\{e_{m,n}^h, e_{m,n}^v\}.$$

5. 根据权利要求 1 中 S4 所述的协议依赖事件触发异步控制器, 其特征在于, 考虑控制器与系统之间的异步切换行为, 构建了如下的控制器:

$$u_{m,n} = K_{\eta_{m,n}\varrho_k} x_{m_s,n_r}, m \in [m_s, m_{s+1}), n \in [n_r, n_{r+1}),$$

$K_{\eta_{m,n}\varrho_k} \in \mathbb{R}^{n_u \times (n_x^h + n_x^v)}$  是控制器增益, 随机变量  $\eta_{m,n}$  满足以下条件概率

$$\Pr\{\eta_{m,n} = g \mid \varphi_{m,n} = i\} = \pi_{ig}, g \in \mathcal{V}_3, i \in \mathcal{V}_1,$$

其中

$$0 \leq \pi_{ig} \leq 1, \sum_{g=1}^{v_3} \pi_{ig} = 1, \mathcal{V}_3 = \{1, 2, \dots, v_3\}.$$

条件转移概率矩阵被定义为  $\Pi = (\pi_{ig})_{v_1 \times v_4}$ 。此外, 参数  $\varrho_k$  表示节点在时刻  $k$  对信道的访问情况,  $x_{m_s,n_r} = \text{col}\{x_{m_s,n}^h, x_{m_s,n}^v\}$ , 那么二维闭环系统可以被构造为

$$\begin{aligned} x_{m,n}^1 &= A_{\varphi_{m,n}\eta_{m,n}\varrho_k} x_{m,n} - B_{\varphi_{m,n}\eta_{m,n}\varrho_k} e_{m,n} + E_{\varphi_{m,n}} w_{m,n}, \\ y_{m,n} &= C_{\varphi_{m,n}\eta_{m,n}\varrho_k} x_{m,n} - D_{\varphi_{m,n}\eta_{m,n}\varrho_k} e_{m,n} + F_{\varphi_{m,n}} w_{m,n}, \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} x_{m,n}^1 &= \text{col}\{x_{m+1,n}^h, x_{m,n+1}^v\}, x_{m,n} = \text{col}\{x_{m,n}^h, x_{m,n}^v\}, \\ A_{\varphi_{m,n}\eta_{m,n}\varrho_k} &= A_{\varphi_{m,n}} + B_{\varphi_{m,n}} \Xi_{\varrho_k} K_{\eta_{m,n}\varrho_k}, B_{\varphi_{m,n}\eta_{m,n}\varrho_k} = B_{\varphi_{m,n}} \Xi_{\varrho_k} K_{\eta_{m,n}\varrho_k}, B_{\varphi_{m,n}} = \text{col}\{B_{1\varphi_{m,n}}, B_{2\varphi_{m,n}}\}, \\ C_{\varphi_{m,n}\eta_{m,n}\varrho_k} &= C_{\varphi_{m,n}} + D_{\varphi_{m,n}} \Xi_{\varrho_k} K_{\eta_{m,n}\varrho_k}, D_{\varphi_{m,n}\eta_{m,n}\varrho_k} = D_{\varphi_{m,n}} \Xi_{\varrho_k} K_{\eta_{m,n}\varrho_k}, E_{\varphi_{m,n}} = \text{col}\{E_{1\varphi_{m,n}}, E_{2\varphi_{m,n}}\}. \\ A_{\varphi_{m,n}} &= \begin{bmatrix} A_{11\varphi_{m,n}} & A_{12\varphi_{m,n}} \\ A_{21\varphi_{m,n}} & A_{22\varphi_{m,n}} \end{bmatrix}, C_{\varphi_{m,n}} = [C_{1\varphi_{m,n}} \quad C_{2\varphi_{m,n}}]. \end{aligned}$$

6. 根据权利要求 1 中 S5 所述的基于 Lyapunov 分析理论和解耦技巧, 以线性矩阵不等式形式提出了相应易于数值求解的协议依赖事件触发异步控制器设计方案, 其具体步骤包括:

首先, 考虑如下模式-协议依赖 Lyapunov 函数:

$$V(x_{m,n}, \varphi_{m,n}) = x_{m,n}^T P_{\varphi_{m,n}} x_{m,n},$$

并定义正向差分算子:

$$\Delta V(x_{m,n}, \varphi_{m,n}) = x_{m,n}^{1T} P_{\varphi_{m,n}}^1 x_{m,n}^1 - x_{m,n}^T P_{\varphi_{m,n}} x_{m,n}.$$

将所述的滑动窗口轮询协议和二维事件触发机制模型代入 Lyapunov 函数可得:

$$\begin{aligned}
 & \mathbb{E}\{\Delta V(x_{m,n}, \varphi_{m,n} = i)\} \\
 &= \mathbb{E}\left\{x_{m,n}^{1T} P_{\varphi_{m,n}}^1 x_{m,n}^1 - x_{m,n}^T P_{\varphi_{m,n}} x_{m,n}\right\} \\
 &= \mathbb{E}\left\{\mathbb{E}\{x_{m,n}^{1T} P_{\varphi_{m,n}}^1 x_{m,n}^1 \mid x_{m,n}, \varphi_{m,n} = i\} - x_{m,n}^T P_{\varphi_{m,n}} x_{m,n}\right\} \\
 &= \mathbb{E}\left\{x_{m,n}^{1T} \bar{P}_i x_{m,n}^1 - x_{m,n}^T P_i x_{m,n}\right\} \\
 &= \mathbb{E}\left\{\tilde{x}_{m,n}^T \left(\sum_{g=1}^{v_3} \pi_{ig} \Phi_{ig\varrho_k}^{(A)T} \bar{P}_i \Phi_{ig\varrho_k}^{(A)} + \text{diag}\{-P_i, 0\}\right) \tilde{x}_{m,n}\right\}, \\
 &= \mathbb{E}\left\{\tilde{x}_{m,n}^T \left(\sum_{g=1}^{v_3} \pi_{ig} \Phi_{ig\varrho_k}^{(A)T} \bar{P}_i \Phi_{ig\varrho_k}^{(A)} + \text{diag}\{\phi\Omega_{i\varrho_k} - P_i, -\Omega_{i\varrho_k}\}\right) \tilde{x}_{m,n}\right\},
 \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned}
 \Phi_{ig\varrho_k}^{(A)} &= [A_{ig\varrho_k} \ B_{ig\varrho_k}], \ A_{ig\varrho_k} = A_i + B_i \Xi_{\varrho_k} K_{g\varrho_k}, \ B_{ig\varrho_k} = B_i \Xi_{\varrho_k} K_{g\varrho_k}, \\
 \bar{P}_i &= \sum_{j=1}^{v_1} \theta_{ij} P_j, \ \phi = \text{diag}\{\phi^h, \phi^v\}, \ \theta_{ij} = \text{diag}\{\theta_{ij}^h, \theta_{ij}^v\}.
 \end{aligned}$$

这里引入一个松弛矩阵  $G_{ig}$ , 用于分离条件概率  $\pi_{ig}$  的乘积求和项  $\sum_{g=1}^{v_3} \pi_{ig}$ , 即有:

$$\Phi_{ig\varrho_k}^{(A)T} \bar{P}_i \Phi_{ig\varrho_k}^{(A)} + \text{diag}\{\phi\Omega_{i\varrho_k} - P_i, -\Omega_{i\varrho_k}\} < \text{diag}\{G_{ig} - P_i, 0\},$$

这意味着

$$\begin{aligned}
 \mathbb{E}\{\Delta V(x_{m,n}, \varphi_{m,n} = i)\} &\leq \mathbb{E}\{x_{m,n}^T \left(\sum_{g=1}^{v_3} \pi_{ig} G_{ig} - P_i\right) x_{m,n}\} \\
 &\leq -\lambda_1 \mathbb{E}\{\|x_{m,n}\|^2\}, \ \lambda_1 = \inf_{i \in V_1} \{\lambda_{\min}(P_i - \sum_{g=1}^{v_3} \pi_{ig} G_{ig})\} > 0,
 \end{aligned}$$

接着有  $\mathbb{E}\left\{\sum_{m=0}^{\vartheta_1} \sum_{n=0}^{\vartheta_2} \|x_{m,n}\|^2\right\} \leq -\frac{1}{\lambda_1} \mathbb{E}\left\{\sum_{m=0}^{\vartheta_1} \sum_{n=0}^{\vartheta_2} \Delta V(x_{m,n}, \varphi_{m,n})\right\}$ , 其中  $\vartheta_1$  和  $\vartheta_2$  是任意正整数。通过

将  $x_{m,n}^1 = \text{col}\{x_{m+1,n}^{hT}, x_{m,n+1}^{vT}\}$  和  $P_i = \text{diag}\{P_i^h, P_i^v\}$  代入  $\Delta V(x_{m,n}, \varphi_{m,n})$ , 并定义  $\lambda_2 = \max_{i \in V_1} \{\lambda_i^h, \lambda_i^v\}$ , 其中  $\lambda_i^h$  和  $\lambda_i^v$  分别是  $P_i^h$  和  $P_i^v$  的最大特征值, 可得

$$\mathbb{E}\left\{\sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \|x_{m,n}\|^2\right\} \leq \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \mathbb{E}\left\{\sum_{n=0}^{\infty} \|x_{0,n}^h\|^2 + \sum_{m=0}^{\infty} \|x_{m,0}^v\|^2\right\} < \infty.$$

然后, 引入如下指标函数

$$\mathbb{J} = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \mathbb{E}\{y_{m,n}^T y_{m,n} - \gamma^2 w_{m,n}^T w_{m,n}\}.$$

由于  $\sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \Delta V(x_{m,n}, \varphi_{m,n}) \geq 0$ , 可得

$$\begin{aligned} \mathbb{J} &\leq \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \mathbb{E} \{ y_{m,n}^T y_{m,n} - \gamma^2 w_{m,n}^T w_{m,n} + \Delta V(x_{m,n}, \varphi_{m,n}) \} \\ &= \sum_{s=0}^{\infty} \sum_{t=0}^{\infty} \mathbb{E} \{ \bar{x}_{m,n}^T \left( \sum_{g=1}^{v_3} \pi_{ig} \tilde{\Phi}_{ig\varrho_k}^{(A)T} \tilde{P}_i \tilde{\Phi}_{ig\varrho_k}^{(A)} + \text{diag} \{ \phi \Omega_{i\varrho_k} - P_i, -\Omega_{i\varrho_k}, -\gamma^2 I \} \right) \bar{x}_{m,n} \}, \end{aligned}$$

其中  $\tilde{P}_i = \text{diag} \{ \bar{P}_i, I \}$  和  $\tilde{\Phi}_{ig\varrho_k}^{(A)} = \begin{bmatrix} A_{ig\varrho_k} & B_{ig\varrho_k} & E_i \\ C_{ig\varrho_k} & D_{ig\varrho_k} & F_i \end{bmatrix}$ ,  $C_{ig\varrho_k} = C_i + D_i \Xi_{\varrho_k} K_{g\varrho_k}$ ,  $D_{ig\varrho_k} = D_i \Xi_{\varrho_k} K_{g\varrho_k}$ , 使用

Schur 补, 有

$$\Gamma_1 = \begin{bmatrix} -\bar{P}_i^{-1} & 0 & A_{ig\varrho_k} & B_{ig\varrho_k} & E_i \\ * & -I & C_{ig\varrho_k} & D_{ig\varrho_k} & F_i \\ * & * & \phi \Omega_{i\varrho_k} - G_{ig} & 0 & 0 \\ * & * & * & -\Omega_{i\varrho_k} & 0 \\ * & * & * & * & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0, \quad \Gamma_2 = \sum_{g=1}^{v_3} \pi_{ig} G_{ig} < P_i,$$

当  $\Gamma_1$  与  $\Gamma_2$  成立时, 二维闭环系统是具有  $H_\infty$  扰动抑制水平  $\gamma$  的渐近均方稳定。

最后, 考虑到  $\Gamma_1$  中存在耦合项  $-\bar{P}_i^{-1}$ , 定义  $\hat{P}_i = P_i^{-1}$ ,  $\hat{G}_{ig} = G_{ig}^{-1}$ ,  $\hat{\Omega}_{i\varrho_k} = W_{g\varrho_k}^T \Omega_{i\varrho_k} W_{g\varrho_k}$ ,  $\hat{\gamma} = \gamma^2$ , 对  $\Gamma_1$  左乘和右乘  $\text{diag} \{ I, \dots, I, W_{g\varrho_k}^T, W_{g\varrho_k}^T, I \}$  和  $\text{diag} \{ I, \dots, I, W_{g\varrho_k}, W_{g\varrho_k}, I \}$ , 注意到  $-W_{g\varrho_k}^T \hat{G}_{ig}^{-1} W_{g\varrho_k} \leq \hat{G}_{ig} - W_{g\varrho_k} - W_{g\varrho_k}^T$ , 并对  $\Gamma_2$  使用 Schur 补可得:

$$\hat{\Gamma}_1 = \begin{bmatrix} -\hat{P}_i & 0 & \hat{\Phi}_{13} \\ * & -I & \hat{\Phi}_{23} \\ * & * & \hat{\Phi}_{33} \end{bmatrix} < 0, \quad \hat{\Gamma}_2 = \begin{bmatrix} -\hat{P}_i & \hat{P}_{i\pi} \\ * & -\hat{G}_{ig} \end{bmatrix} < 0,$$

其中

$$\begin{aligned} \alpha_{ig} &= \sqrt{\pi_{ig}}, \beta_{ij} = \sqrt{\theta_{ij}}, \theta_{ij} = \text{diag} \{ \theta_{ij}^h, \theta_{ij}^v \}, \phi = \text{diag} \{ \phi^h, \phi^v \}, \hat{P}_{i\pi} = [\alpha_{i1} \hat{P}_i, \alpha_{i2} \hat{P}_{iq}, \dots, \alpha_{iv_1} \hat{P}_i], \\ \hat{G}_{ig} &= \text{diag} \{ \hat{G}_{i1}, \hat{G}_{i2}, \dots, \hat{G}_{iv_3} \}, \hat{P}_i = \text{diag} \{ \hat{P}_1, \hat{P}_2, \dots, \hat{P}_{v_1} \}, \hat{\Phi}_{13} = \text{col} \{ \hat{\Phi}_{ig\varrho_k}^{(A)}, \hat{\Phi}_{ig\varrho_k}^{(B)}, \hat{\Phi}_{ig\varrho_k}^{(E)} \}, \\ \hat{\Phi}_{23} &= [\hat{C}_{ig\varrho_k} \hat{D}_{ig\varrho_k} F_i], \hat{\Phi}_{33} = \text{diag} \{ \phi \hat{\Omega}_{i\varrho_k} + \hat{G}_{ig} - W_{g\varrho_k} - W_{g\varrho_k}^T, -\hat{\Omega}_{i\varrho_k}, -\hat{\gamma} I \}, \\ \hat{\Phi}_{ig\varrho_k}^{(A)} &= [\beta_{i1} \hat{A}_{ig\varrho_k}, \beta_{i2} \hat{A}_{ig\varrho_k}, \dots, \beta_{iv_3} \hat{A}_{ig\varrho_k}], \hat{\Phi}_{ig\varrho_k}^{(B)} = [\beta_{i1} \hat{B}_{ig\varrho_k}, \beta_{i2} \hat{B}_{ig\varrho_k}, \dots, \beta_{iv_3} \hat{B}_{ig\varrho_k}], \\ \hat{\Phi}_{ig\varrho_k}^{(E)} &= [\beta_{i1} E_i, \beta_{i2} E_i, \dots, \beta_{iv_3} E_i], \hat{A}_{ig\varrho_k} = A_i W_{g\varrho_k} + B_i \Xi_{\varrho_k} \hat{K}_{g\varrho_k}, \hat{B}_{ig\varrho_k} = B_i \Xi_{\varrho_k} \hat{K}_{g\varrho_k}, \\ \hat{C}_{ig\varrho_k} &= C_i W_{g\varrho_k} + D_i \Xi_{\varrho_k} \hat{K}_{g\varrho_k}, \hat{D}_{ig\varrho_k} = D_i \Xi_{\varrho_k} \hat{K}_{g\varrho_k}, \end{aligned}$$

那么二维闭环系统是具有  $H_\infty$  扰动抑制水平  $\gamma_c = \sqrt{\hat{\gamma}}$  的渐近均方稳定。此外,

控制增益  $K_{g\varrho_k}$  可由  $K_{g\varrho_k} = \hat{K}_{g\varrho_k} W_{g\varrho_k}^{-1}$  确定。

## 一种热交换器的协议依赖事件触发异步控制方法

### 技术领域

本发明涉及热交换器和网络化控制领域，尤其是涉及一种热交换器的协议依赖事件触发异步控制方法。

### 背景技术

在实际工程中，许多信号和系统的动态信息都具有沿着时间和空间进行演化的特点。例如：热交换器的热传导过程中，温度是随着时间和空间位置而发生变化，图像信息和地震数据信息也是沿着时间和空间方向进行传输，这些实际系统都可以纳入二维系统范畴之中。

二维系统状态空间理论起源于上个世纪 70 年代，学者 Givone 和 Roesser 在研究迭代电路问题过程中建立了著名的 Roesser 模型。得益于 Roesser 型二维系统简便数学表达形式的建立，这为工业化实际场景中这类系统的应用打下了一定基础。例如：工业系统中常见的批处理过程，系统会沿着处理批次和时间两个方向进行信息更新。稳定性分析一直是控制理论的核心内容，就二维系统而言，常见的分析方法有频域与时域分析法。随着 Lyapunov 理论的发展与不断完善，以及线性矩阵不等式约束的凸优化问题的兴起，研究者们更多的开始从时域的角度出发，基于状态空间理论进行二维系统的稳定性分析。

对于实际应用中的复杂二维系统，仅使用单一的微分或者差分方程已经难以精确描述其动态特性，切换系统应运而生。切换系统通常由多个子系统和一个决定子系统之间切换的切换律组成，切换律可大致分为随机切换和确定性切换。作为随机切换系统的一种，跳变系统由一系列互连的子系统组成，这些子系统对应不同模式，并在跳变规则支配下随机跳转于不同模式之间。这种系统非常适合对因意外组件故障而导致的参数发生随机突变的系统进行建模。此外，得益于计算机和通信网络接入，通过共享网络连接分布在不同地理位置的部件，带来了网络布线方便，易于扩展，设备即插即用，使用成本低和资源共享等优点。因此，研究网络化二维系统具有重要意义。



然而，当考虑网络化控制场景时，被控对象与其控制器通常位于不同的地理位置，信道不可避免地会面临网络诱导问题，导致控制器难以精确捕捉到系统模式信息而产生非同步切换。其次，通信资源受限而导致信道拥塞是网络化控制研究必须考虑的重要问题之一，为防止该问题出现，一种可行方式是通过制定合理的通信调度协议来分配信道使用权。常见协议有：随机接入协议、一次尝试丢失协议和轮询协议等。在这些协议调度下，信道在某一时刻允许单个节点接入，这显然是所有节点访问共享网络的一个极端情况。实际上，在未超过信道最大处理能力的情况下，共享网络可能容许更多节点进行数据传输。此外，考虑使用共享网络进行信号传输时，如何利用有限带宽资源来完成控制任务是网络化控制研究中必须考虑的另一重要问题，这对于信号传输量更大的二维系统来说更是毋庸置疑。

因此，有必要提出一种协议依赖事件触发异步控制方法，不仅能够解决多节点传输场景下的节点调度问题，并在通信资源受限情形下，减少不必要的数据传输，还能解决被控对象与其控制器之间的非同步切换问题，建立异步控制器使得二维闭环系统稳定。

如今也出现了一些关于网络化二维系统控制分析方法专利，例如发明专利名称为：一种欺骗攻击下二维系统的记忆型事件触发控制方法（申请公开日：2023年10月13号；申请号：202310832715.2），该发明公开了一种欺骗攻击下二维系统的记忆型事件触发控制方法，该方法包括构建二维记忆事件触发机制；引入表征遭受欺骗攻击概率的数学模型；建立记忆性控制器以保证闭环系统的稳定性。该方法的不足之处在于并未考虑多节点传输场景的节点调度问题，实际上，在未超过信道最大处理能力的情况下，共享网络可能容许更多节点进行数据传输。一些研究指出，增加节点对信道访问可能有助于提高系统性能。

再如发明专利名称为：基于耗散性的金属轧制过程有限区域控制方法（申请公开日：2020年7月3号；申请号：201811378135.6），该方法将金属轧制过程建模为二维系统，设计了二维系统的动态输出反馈控制器，使金属轧制系统满足有限区域有界性和有限区域二维 $(T-S-R)-\delta$ -耗散性。针对网络通讯中存在的

随机数据包丢失问题，解决了网络化控制中控制器和执行器不能实时更新导致的问题。该方法的不足之处在于考虑使用共享网络进行信号传输时，如何利用有限带宽资源来完成控制任务，事实上，对于信号传输量更大的二维系统来说，考虑这一问题更是毋庸置疑。

## 发明内容

本发明实施例所要解决的技术问题在于：提供一种滑动窗口轮询协议来解决多节点传输场景中的节点调度问题；建立二维事件触发机制解决资源受限情形下的数据传输问题；设计协议依赖事件触发异步控制器解决被控系统与其控制器之间的非同步切换问题。

为了解决上述技术问题，本发明实施例提供了一种热交换器的协议依赖事件触发异步控制方法，所述方法包括以下步骤：

考虑一类由偏微分方程描述的热交换器模型，并将其建模为 Roesser 型二维离散系统；

在网络化传输场景中，针对多节点传输问题，开发了一种滑动窗口轮询协议，解决多节点传输情况下的节点调度问题；

考虑到多节点传输场景中，某一时刻上节点接入信道数量会成倍增加，为避免产生不必要更新数据，引入二维事件触发传输机制，降低数据传输率；

由于被控对象与其控制器常分布于不同的地理位置，使用共享网络进行信号传输会因通信资源受限而产生非同步模式切换，为刻画这一行为，设计了协议依赖事件触发异步控制器，构建了二维闭环系统；

基于 Lyapunov 分析理论和解耦技巧，以线性矩阵不等式形式提出了二维闭环系统具有  $H_\infty$  扰动抑制水平的渐近均方稳定性判据，以及相应易于数值求解的协议依赖事件触发异步控制器设计方案。

其中，由偏微分方程描述的热交换器模型如下：

$$\frac{\partial T_{x,t}}{\partial x} = -\frac{\partial T_{x,t}}{\partial t} - \lambda_{\varphi_{x,d}} T_{x,t} + h_{\varphi_{x,d}}^{(d)} u_{x,t}^{(d)},$$

其中  $T_{x,t}$ ， $x$  和  $t$  分别表示管道温度，空间和时间； $u_{x,t}^{(d)}$  表示第  $d$  个节点的控制输入

( $d=1,2,3,\dots,f$ )； $\lambda_{\varphi_{x,d}}$  和  $h_{\varphi_{x,d}}^{(d)}$  是参数相关的实系数。假设系统参数是模式依赖的， $\varphi_{x,t}$  是受 Markov 链控制的跳变参数。对于给定步长  $\Delta x$  和  $\Delta t$ ，定义

$$T_{m,n} = T_{m\Delta x, n\Delta t}, \quad \frac{\partial T_{x,t}}{\partial x} \simeq \frac{T_{m,n} - T_{m-1,n}}{\Delta x}, \quad \frac{\partial T_{x,t}}{\partial t} \simeq \frac{T_{m,n+1} - T_{m,n}}{\Delta t}.$$

接着，通过对热交换器模型应用离散化，可以得到以下等式

$$T_{m,n+1} = (1 - \frac{\Delta t}{\Delta x} - \lambda_{\varphi_{m,n}} \Delta t) T_{m,n} + \frac{\Delta t}{\Delta x} T_{m-1,n} + h_{\varphi_{m,n}}^{(d)} u_{m,n}^{(d)}.$$

定义  $x_{m,n}^h = T_{m-1,n}$  和  $x_{m,n}^v = T_{m,n}$ ，考虑四个节点执行滑动窗口轮询协议，并假设状态受到扰动  $w_{m,n}$  影响，则上式可以重新表述为 Roesser 型二维离散系统：

$$\begin{aligned} x_{m+1,n}^h &= A_{11\varphi_{m,n}} x_{m,n}^h + A_{12\varphi_{m,n}} x_{m,n}^v + B_{1\varphi_{m,n}} u_{m,n} + E_{1\varphi_{m,n}} w_{m,n}, \\ x_{m,n+1}^v &= A_{21\varphi_{m,n}} x_{m,n}^h + A_{22\varphi_{m,n}} x_{m,n}^v + B_{2\varphi_{m,n}} u_{m,n} + E_{2\varphi_{m,n}} w_{m,n}, \\ y_{m,n} &= C_{1\varphi_{m,n}} x_{m,n}^h + C_{2\varphi_{m,n}} x_{m,n}^v + D_{\varphi_{m,n}} u_{m,n} + F_{\varphi_{m,n}} w_{m,n}, \end{aligned}$$

其中  $x_{m,n}^h \in \mathbb{R}^{n_x}$  和  $x_{m,n}^v \in \mathbb{R}^{n_x}$  代表系统的水平和垂直状态； $u_{m,n} \in \mathbb{R}^{n_u}$ ， $w_{m,n} \in \mathbb{R}^{n_w}$  和  $y_{m,n} \in \mathbb{R}^{n_y}$  分别是控制输入，外部干扰和测量输出； $A_{11\varphi_{m,n}}$ ， $A_{12\varphi_{m,n}}$ ， $A_{21\varphi_{m,n}}$ ， $A_{22\varphi_{m,n}}$ ， $B_{1\varphi_{m,n}}$ ， $B_{2\varphi_{m,n}}$ ， $C_{1\varphi_{m,n}}$ ， $C_{2\varphi_{m,n}}$ ， $D_{\varphi_{m,n}}$ ， $E_{1\varphi_{m,n}}$ ， $E_{2\varphi_{m,n}}$  和  $F_{\varphi_{m,n}}$  是预先已知的系统矩阵，

$$\begin{aligned} A_{11\varphi_{m,n}} &= 0, A_{12\varphi_{m,n}} = 1, A_{21\varphi_{m,n}} = \frac{\Delta t}{\Delta x}, A_{22\varphi_{m,n}} = 1 - \frac{\Delta t}{\Delta x} - \lambda_{\varphi_{m,n}} \Delta t, \\ B_{1\varphi_{m,n}} &= [0 \ 0 \ 0], B_{2\varphi_{m,n}} = [h_{\varphi_{m,n}}^{(1)} \ h_{\varphi_{m,n}}^{(2)} \ h_{\varphi_{m,n}}^{(3)} \ h_{\varphi_{m,n}}^{(4)}] \Delta t, C_{1\varphi_{m,n}} = 0, C_{2\varphi_{m,n}} = 0.9, \\ D_{\varphi_{m,n}} &= [-0.1, -0.2, -0.3, 0.1], E_{1\varphi_{m,n}} = 1.2, E_{2\varphi_{m,n}} = -1.5, F_{\varphi_{m,n}} = -0.1. \end{aligned}$$

它们的变化依赖于在一个有限集合  $\mathcal{V}_1 = \{1, 2, \dots, v_1\}$  中取值的 Markov 链  $\{\varphi_{m,n}\}_{m,n \in \mathbb{N}}$ 。

两个双向转移概率矩阵  $\Theta^h = (\theta_{ij}^h)_{v_1 \times v_1}$  和  $\Theta^v = (\theta_{ij}^v)_{v_1 \times v_1}$  的概率分布分别由以下公式给出

$$\Pr\{\varphi_{m+1,n} = j \mid \varphi_{m,n} = i\} = \theta_{ij}^h, \quad \Pr\{\varphi_{m,n+1} = j \mid \varphi_{m,n} = i\} = \theta_{ij}^v,$$

其中对于任意模式  $i$  和  $j$ ， $i, j \in \mathcal{V}_1$  均满足以下条件

$$0 \leq \theta_{ij}^h \leq 1, \sum_{j=1}^{v_1} \theta_{ij}^h = 1, \quad 0 \leq \theta_{ij}^v \leq 1, \sum_{j=1}^{v_1} \theta_{ij}^v = 1.$$

开发了一种滑动窗口轮询协议，其特征在于，在控制器-执行器信道中采用了基于滑动窗口的轮询调度协议，旨在不超过信道最大处理能力情况下，增加节点

接入信道的数量。给出一种可行的多节点调度方案，即：定义一个滑动窗口的大小为  $p$ ,  $1 \leq p \leq f$ ,  $f$  为节点总数，在某一时刻上仅允许滑动窗口内的节点同时访问控制器-执行器信道，其余的  $f-p$  个节点将暂停使用信道。当某个节点被允许访问信道，它也就获得了信道令牌，表示它有权使用信道进行信号传输。

这里，给出一个函数  $\xi_d(k): \mathbb{Z}^+ \rightarrow \{0,1\}$  ( $d=1,2,3,\dots,f$ ), 表示节点  $d$  在时刻  $k$  对令牌的获取情况。当  $\xi_d(k)=1$  时，节点获得令牌，当  $\xi_d(k)=0$  时，节点无法访问信道。接着定义节点  $d$  在时刻  $k$  的可用状态信号为

$$\hat{u}_{dm,n} = \begin{cases} u_{dm,n}, & \xi_d(k)=1, \\ 0, & \xi_d(k)=0, \end{cases}$$

其中  $u_{m,n} = \text{col}\{u_{1m,n}, u_{2m,n}, \dots, u_{dm,n}, \dots, u_{fm,n}\}$ ，那么实际系统信号可以被写成

$$\hat{u}_{m,n} = \Xi_{\varrho_k} u_{m,n},$$

这里  $\Xi_{\varrho_k} = \text{diag}\{\xi_1(k), \xi_2(k), \dots, \xi_d(k), \dots, \xi_f(k)\}$ ,  $\varrho_k \in \mathcal{V}_2 \{1, 2, \dots, v_2\}$ , 且  $v_2 = f$ 。

在不超过信道最大处理能力时，允许多个节点接入信道进行信号传输。然而，当信道接入节点数量增加时，势必会产生冗余数据包。这里开发了一种与模式协议依赖的二维事件触发机制，以释放多节点传输场景中因冗余数据包所产生的信道负载压力。因此，系统状态信号的下一个传输时刻取决于以下两个触发条件：

$$\begin{aligned} m_{s+1} &= \min_{m > m_s} \{m \mid \phi^h x_{m,n}^{hT} \Omega_{i\varrho_k}^h x_{m,n}^h - e_{m,n}^{hT} \Omega_{i\varrho_k}^h e_{m,n}^h < 0\}, \\ n_{r+1} &= \min_{n > n_r} \{n \mid \phi^v x_{m,n}^{vT} \Omega_{i\varrho_k}^v x_{m,n}^v - e_{m,n}^{vT} \Omega_{i\varrho_k}^v e_{m,n}^v < 0\}, \end{aligned}$$

其中  $s, t=1, 2, \dots, \infty$ ,  $\phi^h$  和  $\phi^v$  是预先在区间  $[0,1]$  中取值的事件触发参数(或阈值),  $\Omega_{i\varrho_k}^h$  和  $\Omega_{i\varrho_k}^v$  是待设计的事件触发矩阵,  $e_{m,n}^h$  和  $e_{m,n}^v$  是水平和垂直方向上的传输误差并分别由下式给出

$$e_{m,n}^h = x_{m,n}^h - x_{m_s,n}^h, \quad e_{m,n}^v = x_{m,n}^v - x_{m,n_{r_t}}^v.$$

只有当触发条件成立时，事件触发器才会选择系统水平或垂直状态进行传输，在此机制下，对于任意  $m \in [m_s, m_{s+1})$  和  $n \in [n_r, n_{r+1})$ ，有

$$x_{m,n}^T (\phi \Omega_{i\varrho_k}) x_{m,n} - e_{m,n}^T \Omega_{i\varrho_k} e_{m,n} \geq 0$$

成立，其中

$$\Omega_{i\varrho_k} = \text{diag}\{\Omega_{i\varrho_k}^h, \Omega_{i\varrho_k}^v\}, \phi = \text{diag}\{\phi^h, \phi^v\}, e_{m,n} = \text{col}\{e_{m,n}^h, e_{m,n}^v\}.$$

考虑控制器与系统之间的异步切换行为，构建了如下的控制器：

$$u_{m,n} = K_{\eta_{m,n}\varrho_k} x_{m_s, n_r}, m \in [m_s, m_{s+1}), n \in [n_r, n_{r+1}),$$

$K_{\eta_{m,n}\varrho_k} \in \mathbb{R}^{n_u \times (n_x^h + n_x^v)}$  是控制器增益，随机变量  $\eta_{m,n}$  满足以下条件概率

$$\Pr\{\eta_{m,n} = g \mid \varphi_{m,n} = i\} = \pi_{ig}, g \in \mathcal{V}_3, i \in \mathcal{V}_1,$$

其中

$$0 \leq \pi_{ig} \leq 1, \sum_{g=1}^{\mathcal{V}_3} \pi_{ig} = 1, \mathcal{V}_3 = \{1, 2, \dots, v_3\}.$$

条件转移概率矩阵被定义为  $\Pi = (\pi_{ig})_{\mathcal{V}_1 \times \mathcal{V}_4}$ 。此外，参数  $\varrho_k$  表示节点在时刻  $k$  对信道的访问情况， $x_{m_s, n_r} = \text{col}\{x_{m_s, n_r}^h, x_{m_s, n_r}^v\}$ ，那么二维闭环系统可以被构造为

$$\begin{aligned} x_{m,n}^1 &= A_{\varphi_{m,n}\eta_{m,n}\varrho_k} x_{m,n} - B_{\varphi_{m,n}\eta_{m,n}\varrho_k} e_{m,n} + E_{\varphi_{m,n}} w_{m,n}, \\ y_{m,n} &= C_{\varphi_{m,n}\eta_{m,n}\varrho_k} x_{m,n} - D_{\varphi_{m,n}\eta_{m,n}\varrho_k} e_{m,n} + F_{\varphi_{m,n}} w_{m,n}, \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} x_{m,n}^1 &= \text{col}\{x_{m+1,n}^h, x_{m,n+1}^v\}, x_{m,n} = \text{col}\{x_{m,n}^h, x_{m,n}^v\}, \\ A_{\varphi_{m,n}\eta_{m,n}\varrho_k} &= A_{\varphi_{m,n}} + B_{\varphi_{m,n}} \Xi_{\varrho_k} K_{\eta_{m,n}\varrho_k}, B_{\varphi_{m,n}\eta_{m,n}\varrho_k} = B_{\varphi_{m,n}} \Xi_{\varrho_k} K_{\eta_{m,n}\varrho_k}, B_{\varphi_{m,n}} = \text{col}\{B_{1\varphi_{m,n}}, B_{2\varphi_{m,n}}\}, \\ C_{\varphi_{m,n}\eta_{m,n}\varrho_k} &= C_{\varphi_{m,n}} + D_{\varphi_{m,n}} \Xi_{\varrho_k} K_{\eta_{m,n}\varrho_k}, D_{\varphi_{m,n}\eta_{m,n}\varrho_k} = D_{\varphi_{m,n}} \Xi_{\varrho_k} K_{\eta_{m,n}\varrho_k}, E_{\varphi_{m,n}} = \text{col}\{E_{1\varphi_{m,n}}, E_{2\varphi_{m,n}}\}. \\ A_{\varphi_{m,n}} &= \begin{bmatrix} A_{11\varphi_{m,n}} & A_{12\varphi_{m,n}} \\ A_{21\varphi_{m,n}} & A_{22\varphi_{m,n}} \end{bmatrix}, C_{\varphi_{m,n}} = [C_{1\varphi_{m,n}} \quad C_{2\varphi_{m,n}}]. \end{aligned}$$

基于 Lyapunov 分析理论和解耦技巧，以线性矩阵不等式形式提出了相应易于数值求解的协议依赖事件触发异步控制器设计方案。首先，考虑如下模式-协议依赖 Lyapunov 函数：

$$V(x_{m,n}, \varphi_{m,n}) = x_{m,n}^T P_{\varphi_{m,n}} x_{m,n},$$

并定义正向差分算子：

$$\Delta V(x_{m,n}, \varphi_{m,n}) = x_{m,n}^{1T} P_{\varphi_{m,n}}^1 x_{m,n}^1 - x_{m,n}^T P_{\varphi_{m,n}} x_{m,n}.$$

将所述的滑动窗口轮询协议和二维事件触发机制模型代入 Lyapunov 函数可得：

$$\begin{aligned}
 & \mathbb{E}\{\Delta V(x_{m,n}, \varphi_{m,n} = i)\} \\
 &= \mathbb{E}\left\{x_{m,n}^{1T} P_{\varphi_{m,n}}^1 x_{m,n}^1 - x_{m,n}^T P_{\varphi_{m,n}} x_{m,n}\right\} \\
 &= \mathbb{E}\left\{\mathbb{E}\{x_{m,n}^{1T} P_{\varphi_{m,n}}^1 x_{m,n}^1 \mid x_{m,n}, \varphi_{m,n} = i\} - x_{m,n}^T P_{\varphi_{m,n}} x_{m,n}\right\} \\
 &= \mathbb{E}\left\{x_{m,n}^{1T} \bar{P}_i x_{m,n}^1 - x_{m,n}^T P_i x_{m,n}\right\} \\
 &= \mathbb{E}\left\{\tilde{x}_{m,n}^T \left(\sum_{g=1}^{v_3} \pi_{ig} \Phi_{ig\varrho_k}^{(A)T} \bar{P}_i \Phi_{ig\varrho_k}^{(A)} + \text{diag}\{-P_i, 0\}\right) \tilde{x}_{m,n}\right\}, \\
 &= \mathbb{E}\left\{\tilde{x}_{m,n}^T \left(\sum_{g=1}^{v_3} \pi_{ig} \Phi_{ig\varrho_k}^{(A)T} \bar{P}_i \Phi_{ig\varrho_k}^{(A)} + \text{diag}\{\phi\Omega_{i\varrho_k} - P_i, -\Omega_{i\varrho_k}\}\right) \tilde{x}_{m,n}\right\},
 \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned}
 \Phi_{ig\varrho_k}^{(A)} &= [A_{ig\varrho_k} \ B_{ig\varrho_k}], \ A_{ig\varrho_k} = A_i + B_i \Xi_{\varrho_k} K_{g\varrho_k}, \ B_{ig\varrho_k} = B_i \Xi_{\varrho_k} K_{g\varrho_k}, \\
 \bar{P}_i &= \sum_{j=1}^{v_1} \theta_{ij} P_j, \ \phi = \text{diag}\{\phi^h, \phi^v\}, \ \theta_{ij} = \text{diag}\{\theta_{ij}^h, \theta_{ij}^v\}.
 \end{aligned}$$

这里引入一个松弛矩阵  $G_{ig}$ , 用于分离条件概率  $\pi_{ig}$  的乘积求和项  $\sum_{g=1}^{v_3} \pi_{ig}$ , 即有:

$$\Phi_{ig\varrho_k}^{(A)T} \bar{P}_i \Phi_{ig\varrho_k}^{(A)} + \text{diag}\{\phi\Omega_{i\varrho_k} - P_i, -\Omega_{i\varrho_k}\} < \text{diag}\{G_{ig} - P_i, 0\},$$

这意味着

$$\begin{aligned}
 \mathbb{E}\{\Delta V(x_{m,n}, \varphi_{m,n} = i)\} &\leq \mathbb{E}\{x_{m,n}^T \left(\sum_{g=1}^{v_3} \pi_{ig} G_{ig} - P_i\right) x_{m,n}\} \\
 &\leq -\lambda_1 \mathbb{E}\{\|x_{m,n}\|^2\}, \ \lambda_1 = \inf_{i \in \mathcal{V}_1} \{\lambda_{\min}(P_i - \sum_{g=1}^{v_3} \pi_{ig} G_{ig})\} > 0,
 \end{aligned}$$

接着有  $\mathbb{E}\left\{\sum_{m=0}^{\vartheta_1} \sum_{n=0}^{\vartheta_2} \|x_{m,n}\|^2\right\} \leq -\frac{1}{\lambda_1} \mathbb{E}\left\{\sum_{m=0}^{\vartheta_1} \sum_{n=0}^{\vartheta_2} \Delta V(x_{m,n}, \varphi_{m,n})\right\}$ , 其中  $\vartheta_1$  和  $\vartheta_2$  是任意正整数。通过

将  $x_{m,n}^1 = \text{col}\{x_{m+1,n}^{hT}, x_{m,n+1}^{vT}\}$  和  $P_i = \text{diag}\{P_i^h, P_i^v\}$  代入  $\Delta V(x_{m,n}, \varphi_{m,n})$ , 并定义  $\lambda_2 = \max_{i \in \mathcal{V}_1} \{\lambda_i^h, \lambda_i^v\}$ , 其中  $\lambda_i^h$  和  $\lambda_i^v$  分别是  $P_i^h$  和  $P_i^v$  的最大特征值, 可得

$$\mathbb{E}\left\{\sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \|x_{m,n}\|^2\right\} \leq \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \mathbb{E}\left\{\sum_{n=0}^{\infty} \|x_{0,n}^h\|^2 + \sum_{m=0}^{\infty} \|x_{m,0}^v\|^2\right\} < \infty.$$

然后, 引入如下指标函数

$$\mathbb{J} = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \mathbb{E}\{y_{m,n}^T y_{m,n} - \gamma^2 w_{m,n}^T w_{m,n}\}.$$

由于  $\sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \Delta V(x_{m,n}, \varphi_{m,n}) \geq 0$ , 可得

$$\begin{aligned} \mathbb{J} &\leq \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \mathbb{E} \{ y_{m,n}^T y_{m,n} - \gamma^2 w_{m,n}^T w_{m,n} + \Delta V(x_{m,n}, \varphi_{m,n}) \} \\ &= \sum_{s=0}^{\infty} \sum_{t=0}^{\infty} \mathbb{E} \{ \bar{x}_{m,n}^T \left( \sum_{g=1}^{v_3} \pi_{ig} \tilde{\Phi}_{ig\varrho_k}^{(A)T} \tilde{P}_i \tilde{\Phi}_{ig\varrho_k}^{(A)} + \text{diag} \{ \phi \Omega_{i\varrho_k} - P_i, -\Omega_{i\varrho_k}, -\gamma^2 I \} \right) \bar{x}_{m,n} \}, \end{aligned}$$

其中  $\tilde{P}_i = \text{diag} \{ \bar{P}_i, I \}$  和  $\tilde{\Phi}_{ig\varrho_k}^{(A)} = \begin{bmatrix} A_{ig\varrho_k} & B_{ig\varrho_k} & E_i \\ C_{ig\varrho_k} & D_{ig\varrho_k} & F_i \end{bmatrix}$ ,  $C_{ig\varrho_k} = C_i + D_i \Xi_{\varrho_k} K_{g\varrho_k}$ ,  $D_{ig\varrho_k} = D_i \Xi_{\varrho_k} K_{g\varrho_k}$ , 使用

Schur 补, 有

$$\Gamma_1 = \begin{bmatrix} -\bar{P}_i^{-1} & 0 & A_{ig\varrho_k} & B_{ig\varrho_k} & E_i \\ * & -I & C_{ig\varrho_k} & D_{ig\varrho_k} & F_i \\ * & * & \phi \Omega_{i\varrho_k} - G_{ig} & 0 & 0 \\ * & * & * & -\Omega_{i\varrho_k} & 0 \\ * & * & * & * & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0, \quad \Gamma_2 = \sum_{g=1}^{v_3} \pi_{ig} G_{ig} < P_i,$$

当  $\Gamma_1$  与  $\Gamma_2$  成立时, 二维闭环系统是具有  $H_\infty$  扰动抑制水平  $\gamma$  的渐近均方稳定。

最后, 考虑到  $\Gamma_1$  中存在耦合项  $-\bar{P}_i^{-1}$ , 定义  $\hat{P}_i = P_i^{-1}$ ,  $\hat{G}_{ig} = G_{ig}^{-1}$ ,  $\hat{\Omega}_{i\varrho_k} = W_{g\varrho_k}^T \Omega_{i\varrho_k} W_{g\varrho_k}$ ,  $\hat{\gamma} = \gamma^2$ , 对  $\Gamma_1$  左乘和右乘  $\text{diag} \{ I, \dots, I, W_{g\varrho_k}^T, W_{g\varrho_k}^T, I \}$  和  $\text{diag} \{ I, \dots, I, W_{g\varrho_k}, W_{g\varrho_k}, I \}$ , 注意到  $-W_{g\varrho_k}^T \hat{G}_{ig}^{-1} W_{g\varrho_k} \leq \hat{G}_{ig} - W_{g\varrho_k} - W_{g\varrho_k}^T$ , 并对  $\Gamma_2$  使用 Schur 补可得:

$$\hat{\Gamma}_1 = \begin{bmatrix} -\hat{\mathcal{P}}_i & 0 & \hat{\Phi}_{13} \\ * & -I & \hat{\Phi}_{23} \\ * & * & \hat{\Phi}_{33} \end{bmatrix} < 0, \quad \hat{\Gamma}_2 = \begin{bmatrix} -\hat{P}_i & \hat{\mathcal{P}}_{i\pi} \\ * & -\hat{\mathcal{G}}_{ig} \end{bmatrix} < 0,$$

其中

$$\begin{aligned} \alpha_{ig} &= \sqrt{\pi_{ig}}, \beta_{ij} = \sqrt{\theta_{ij}}, \theta_{ij} = \text{diag} \{ \theta_{ij}^h, \theta_{ij}^v \}, \phi = \text{diag} \{ \phi^h, \phi^v \}, \hat{\mathcal{P}}_{i\pi} = [\alpha_{i1} \hat{P}_i, \alpha_{i2} \hat{P}_{iq}, \dots, \alpha_{iv_1} \hat{P}_i], \\ \hat{\mathcal{G}}_{ig} &= \text{diag} \{ \hat{G}_{i1}, \hat{G}_{i2}, \dots, \hat{G}_{iv_3} \}, \hat{P}_i = \text{diag} \{ \hat{P}_1, \hat{P}_2, \dots, \hat{P}_{v_1} \}, \hat{\Phi}_{13} = \text{col} \{ \hat{\Phi}_{ig\varrho_k}^{(A)}, \hat{\Phi}_{ig\varrho_k}^{(B)}, \hat{\Phi}_{ig\varrho_k}^{(E)} \}, \\ \hat{\Phi}_{23} &= [\hat{C}_{ig\varrho_k} \hat{D}_{ig\varrho_k} F_i], \hat{\Phi}_{33} = \text{diag} \{ \phi \hat{\Omega}_{i\varrho_k} + \hat{G}_{ig} - W_{g\varrho_k} - W_{g\varrho_k}^T, -\hat{\Omega}_{i\varrho_k}, -\hat{\gamma} I \}, \\ \hat{\Phi}_{ig\varrho_k}^{(A)} &= [\beta_{i1} \hat{A}_{ig\varrho_k}, \beta_{i2} \hat{A}_{ig\varrho_k}, \dots, \beta_{iv_3} \hat{A}_{ig\varrho_k}], \hat{\Phi}_{ig\varrho_k}^{(B)} = [\beta_{i1} \hat{B}_{ig\varrho_k}, \beta_{i2} \hat{B}_{ig\varrho_k}, \dots, \beta_{iv_3} \hat{B}_{ig\varrho_k}], \\ \hat{\Phi}_{ig\varrho_k}^{(E)} &= [\beta_{i1} E_i, \beta_{i2} E_i, \dots, \beta_{iv_3} E_i], \hat{A}_{ig\varrho_k} = A_i W_{g\varrho_k} + B_i \Xi_{\varrho_k} \hat{K}_{g\varrho_k}, \hat{B}_{ig\varrho_k} = B_i \Xi_{\varrho_k} \hat{K}_{g\varrho_k}, \\ \hat{C}_{ig\varrho_k} &= C_i W_{g\varrho_k} + D_i \Xi_{\varrho_k} \hat{K}_{g\varrho_k}, \hat{D}_{ig\varrho_k} = D_i \Xi_{\varrho_k} \hat{K}_{g\varrho_k}, \end{aligned}$$

那么二维闭环系统是具有  $H_\infty$  扰动抑制水平  $\gamma_c = \sqrt{\hat{\gamma}}$  的渐近均方稳定。此外, 控制增益  $K_{g\varrho_k}$  可由  $K_{g\varrho_k} = \hat{K}_{g\varrho_k} W_{g\varrho_k}^{-1}$  确定。

## 附图说明

构成本申请的一部分附图用来提供对本申请的进一步理解，本申请的示意性实施例及其说明用于解释本申请，并不构成对本申请的不当限定。在附图中：

图 1 是一种热交换器的协议依赖事件触发异步控制方法的流程示意图；

图 2 是热交换器架构图；

图 3 是滑动窗口轮询协议示意图；

图 4 是热交换器网络化控制架构图；

图 5 是二维系统水平状态开环演化轨迹；

图 6 是二维系统垂直状态开环演化轨迹；

图 7 是二维系统切换信号；

图 8 是控制器切换信号；

图 9 是水平方向事件触发瞬间与间隔；

图 10 是垂直方向事件触发瞬间与间隔；

图 11 是二维系统垂直状态闭环演化轨迹；

图 12 是二维系统水平状态闭环演化轨迹；

图 13 是令牌分配情况。

## 具体实施方式

为使本发明实施例的目的和技术方案更加清楚，下面将结合本发明实施例，对本发明的技术方案进行清楚、完整地描述。应该指出，以下的说明都是例示性的，旨在对本申请提供一个详细的示例解释。除非另有指明，本发明所使用的技术与科学术语具有与本申请所属技术领域的普通技术人员通常理解的相同含义。

本发明实施例提供了一种热交换器的协议依赖事件触发异步控制方法，为便于理解，本实施例将结合附图做进一步说明。

如图 2 所示的热交换器模型，通过离散化方式，可以构建如下的 Roesser 型二维系统模型：

$$x_{m+1,n}^h = A_{11\varphi_{m,n}} x_{m,n}^h + A_{12\varphi_{m,n}} x_{m,n}^v + B_{1\varphi_{m,n}} u_{m,n} + E_{1\varphi_{m,n}} w_{m,n},$$



$$\begin{aligned} x_{m,n+1}^v &= A_{21\varphi_{m,n}} x_{m,n}^h + A_{22\varphi_{m,n}} x_{m,n}^v + B_{2\varphi_{m,n}} u_{m,n} + E_{2\varphi_{m,n}} w_{m,n}, \\ y_{m,n} &= C_{1\varphi_{m,n}} x_{m,n}^h + C_{2\varphi_{m,n}} x_{m,n}^v + D_{\varphi_{m,n}} u_{m,n} + F_{\varphi_{m,n}} w_{m,n}, \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} A_{11\varphi_{m,n}} &= 0, A_{12\varphi_{m,n}} = 1, A_{21\varphi_{m,n}} = \frac{\Delta t}{\Delta x}, A_{22\varphi_{m,n}} = 1 - \frac{\Delta t}{\Delta x} - \lambda_{\varphi_{m,n}} \Delta t, \\ B_{1\varphi_{m,n}} &= [0 \ 0 \ 0], B_{2\varphi_{m,n}} = [\hbar_{\varphi_{m,n}}^{(1)} \ \hbar_{\varphi_{m,n}}^{(2)} \ \hbar_{\varphi_{m,n}}^{(3)} \ \hbar_{\varphi_{m,n}}^{(4)}] \Delta t, C_{1\varphi_{m,n}} = 0, C_{2\varphi_{m,n}} = 0.9, \\ D_{\varphi_{m,n}} &= [-0.1, -0.2, -0.3, 0.1], E_{1\varphi_{m,n}} = 1.2, E_{2\varphi_{m,n}} = -1.5, F_{\varphi_{m,n}} = -0.1. \end{aligned}$$

这里离散化步长  $\Delta x$  和  $\Delta t$  被设置为 0.1，接着给出

$$\begin{aligned} \lambda_{\varphi_{m,n}=1} &= 1.2, \hbar_{\varphi_{m,n}=1}^{(1)} = 0.7, \hbar_{\varphi_{m,n}=1}^{(2)} = 0.6, \hbar_{\varphi_{m,n}=1}^{(3)} = -0.7, \hbar_{\varphi_{m,n}=1}^{(4)} = 0.55, \\ \lambda_{\varphi_{m,n}=2} &= 0.6, \hbar_{\varphi_{m,n}=2}^{(1)} = 0.5, \hbar_{\varphi_{m,n}=2}^{(2)} = 0.55, \hbar_{\varphi_{m,n}=2}^{(3)} = -0.65, \hbar_{\varphi_{m,n}=2}^{(4)} = 0.45. \end{aligned}$$

双向转移概率矩阵为

$$\Theta^h = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.8 \\ 0.7 & 0.3 \end{bmatrix}, \Theta^v = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.2 \\ 0.3 & 0.7 \end{bmatrix},$$

条件转移概率矩阵为

$$\Pi = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.2 \\ 0.15 & 0.85 \end{bmatrix}.$$

接着，给出二维系统的初始值

$$\begin{aligned} x_{m,0}^h &= 4.2 \cos(m+1) \sin(1), x_{m,0}^v = 4.2 \cos(m+1) \sin(2), 0 \leq m \leq 40, \\ x_{0,n}^h &= 4.2 \tanh(1) \sin(n+1), x_{0,n}^v = 4.2 \tanh(2) \sin(n+1), 0 \leq n \leq 40. \end{aligned}$$

此外，外部干扰被设置为  $w_{m,n} = -7 / ((m+1)(n+1))$  ( $0 \leq m, n \leq 40$ )。这里考虑滑动窗口大小为 2 的情况，则矩阵  $\Xi_{\varrho_k}$  可以表示为

$$\Xi_1 = \text{diag}\{1, 1, 0, 0\}, \Xi_2 = \text{diag}\{0, 1, 1, 0\}, \Xi_3 = \text{diag}\{0, 0, 1, 1\}, \Xi_4 = \text{diag}\{1, 0, 0, 1\}.$$

下面，利用 MATLAB 与 Mosek 求解器进行数值求解和仿真，以验证本发明提出的一种热交换器的协议依赖事件触发异步控制方法的有效性。

基于上述系统参数，运用 MATLAB 与 Mosek 求解线性矩阵不等式  $\hat{\Gamma}_1$  和  $\hat{\Gamma}_2$ ，可以得到本实施例中所设计的协议依赖事件触发异步控制器的增益矩阵为：

$$K_{11} = \begin{bmatrix} -24.4297 & -1.5624 \\ 12.2251 & 5.2018 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, K_{21} = \begin{bmatrix} -26.2208 & -5.1736 \\ 13.0430 & 7.0536 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned}
 K_{12} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -9.1695 & 3.9647 \\ 6.1419 & 0.2970 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, K_{22} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -9.2400 & 3.5308 \\ 6.1651 & 0.5854 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \\
 K_{13} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -10.3129 & 7.4394 \\ -30.9834 & 13.4538 \end{bmatrix}, K_{23} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -10.3685 & 7.4723 \\ -31.0474 & 13.5773 \end{bmatrix}, \\
 K_{14} &= \begin{bmatrix} -7.8322 & 5.6502 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -7.8978 & -3.1975 \end{bmatrix}, K_{24} = \begin{bmatrix} -7.8877 & 5.5674 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -7.8503 & -3.2679 \end{bmatrix},
 \end{aligned}$$

相应最优  $H_\infty$  性能指标  $\gamma_c^* = 2.1603$ 。图 3 模拟了 12 个节点，滑动窗口大小为 2 的协议执行情况，节点接入信道顺序以  $(1,2) \rightarrow (2,3) \rightarrow \dots (12,1) \rightarrow (1,2)$  的方式轮询。图 5 与图 6 是系统的开环状态轨迹演化图，可以发现系统是不稳定的。图 7 与图 8 分别是系统与其控制器的切换信号，不同的色块代表系统或控制器所处不同模式，仔细比较两张图可以发现在某一时刻上，色块并不相同，这表示系统与控制器之间的模式是异步切换的。图 9 与图 10 分别是水平和垂直方向上的事件触发瞬间与释放间隔，仔细观察可以发现，触发事件产生频率在初始阶段较高，但随着时间的推移逐渐降低，且释放间隔增大，表明信号不再持续更新。图 11 与图 12 是系统的闭环状态轨迹演化图，可以发现系统最终趋于稳定。图 13 表示令牌分配情况，可见，在每个时刻，恰好有两个节点被授予访问信道的权限，并且它们是按照预定顺序轮流访问信道的，其接入信道的次序为： $(1,2) \rightarrow (2,3) \rightarrow \dots (4,1) \rightarrow (1,2)$ 。

基于所描述的本发明的实施例，本领域普通技术人员在无需创造性劳动的前提下所获得的所有其他实施例，都属于本发明保护的范围。

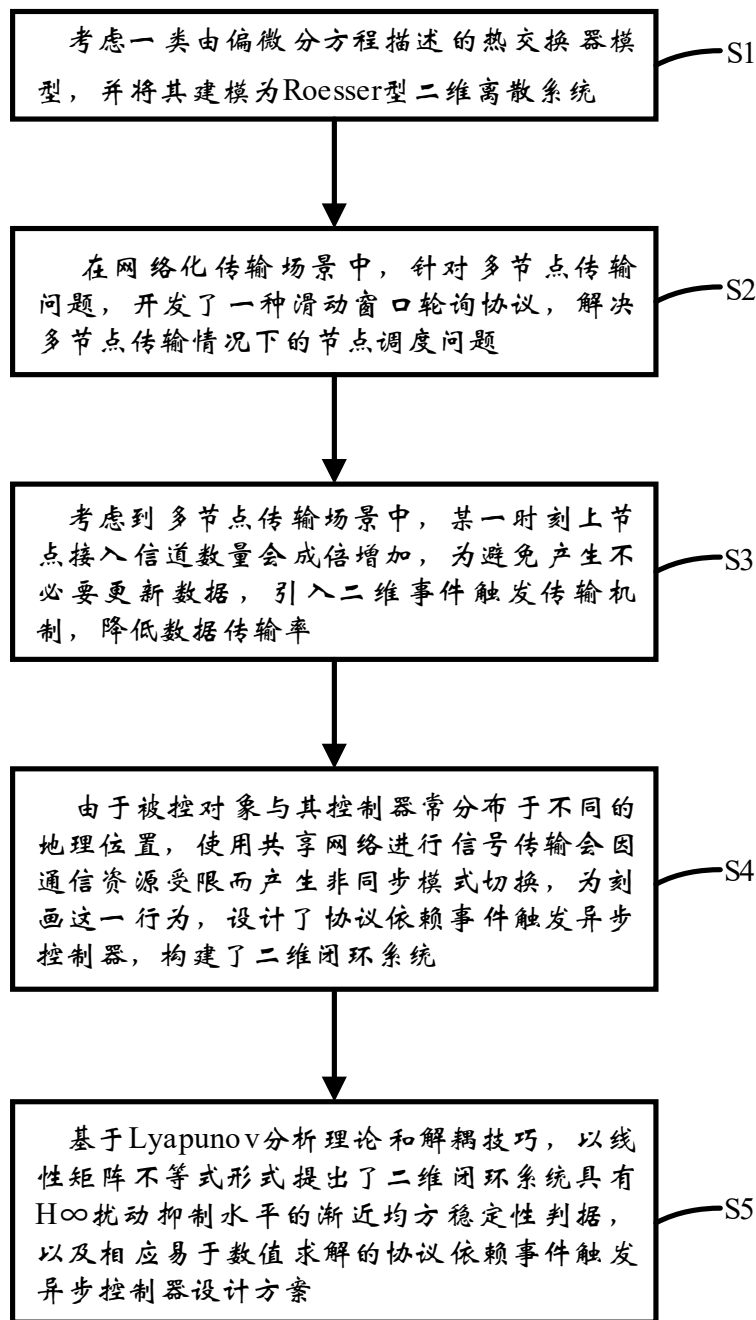


图 1

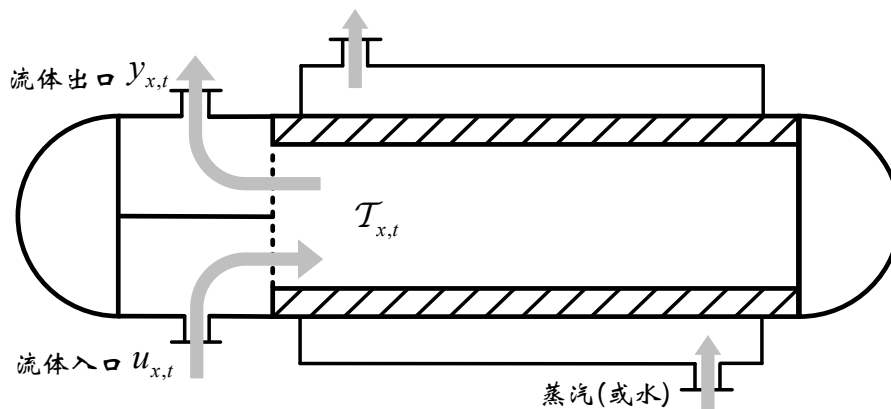


图 2

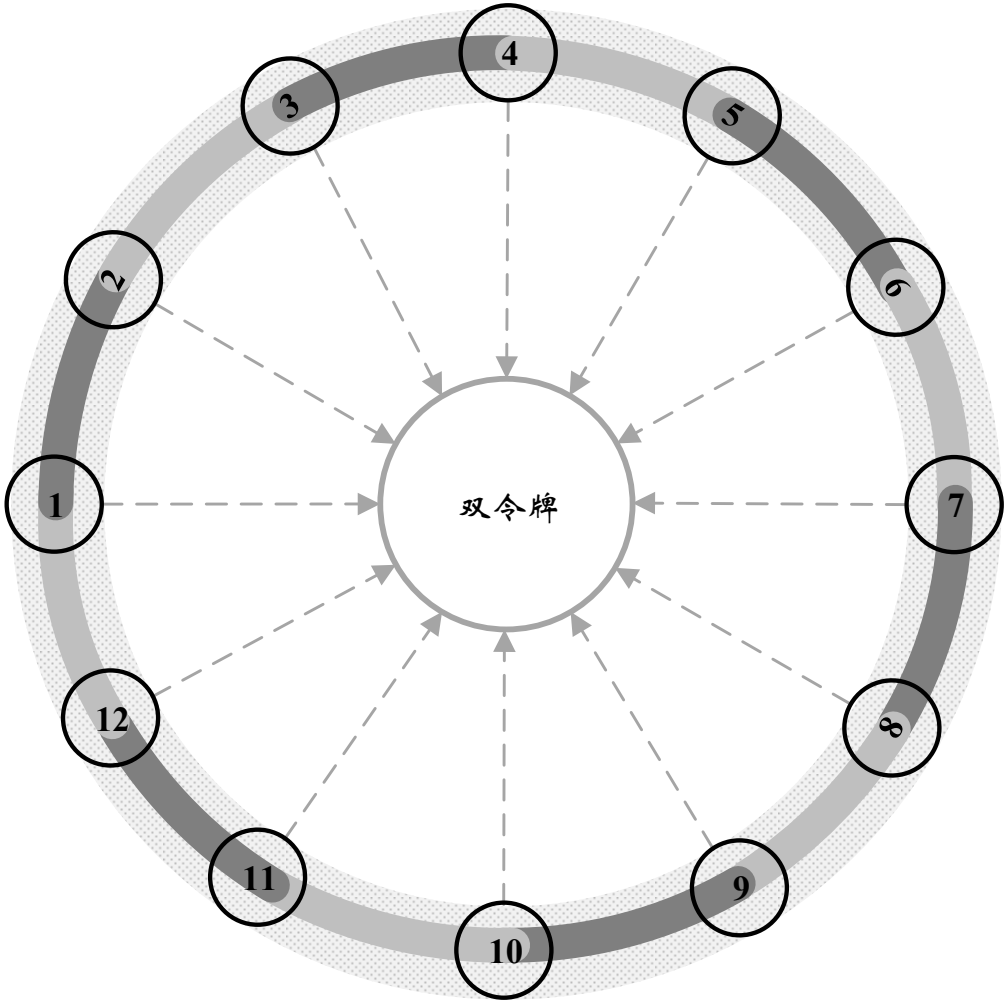


图 3

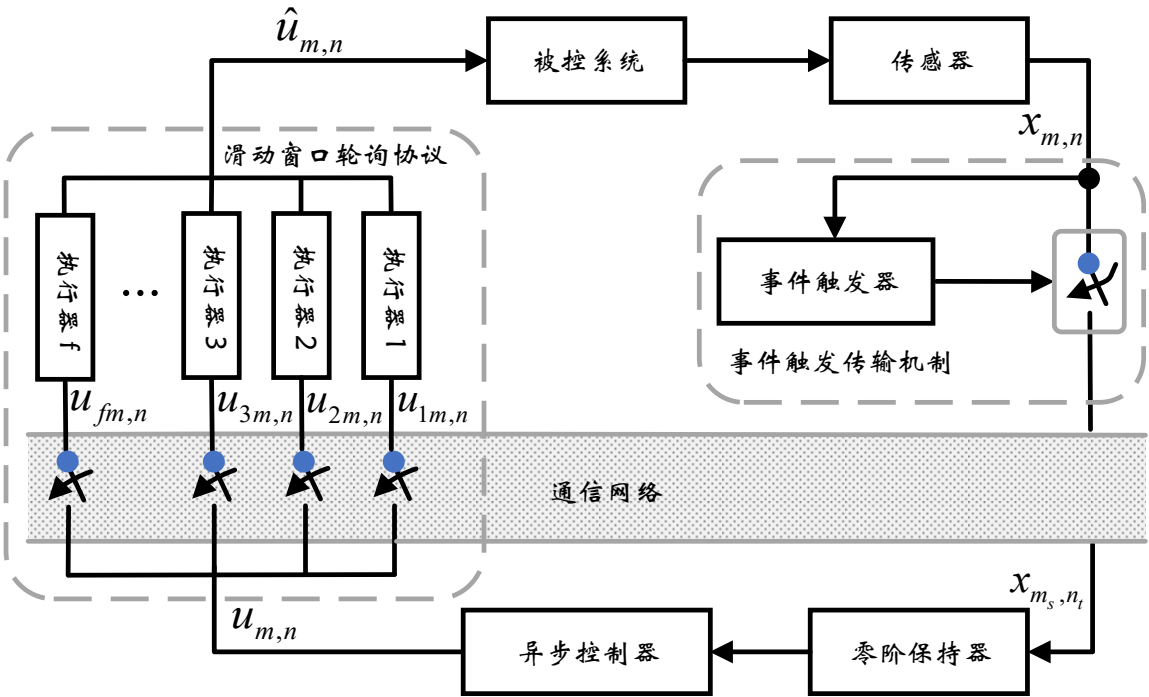


图 4

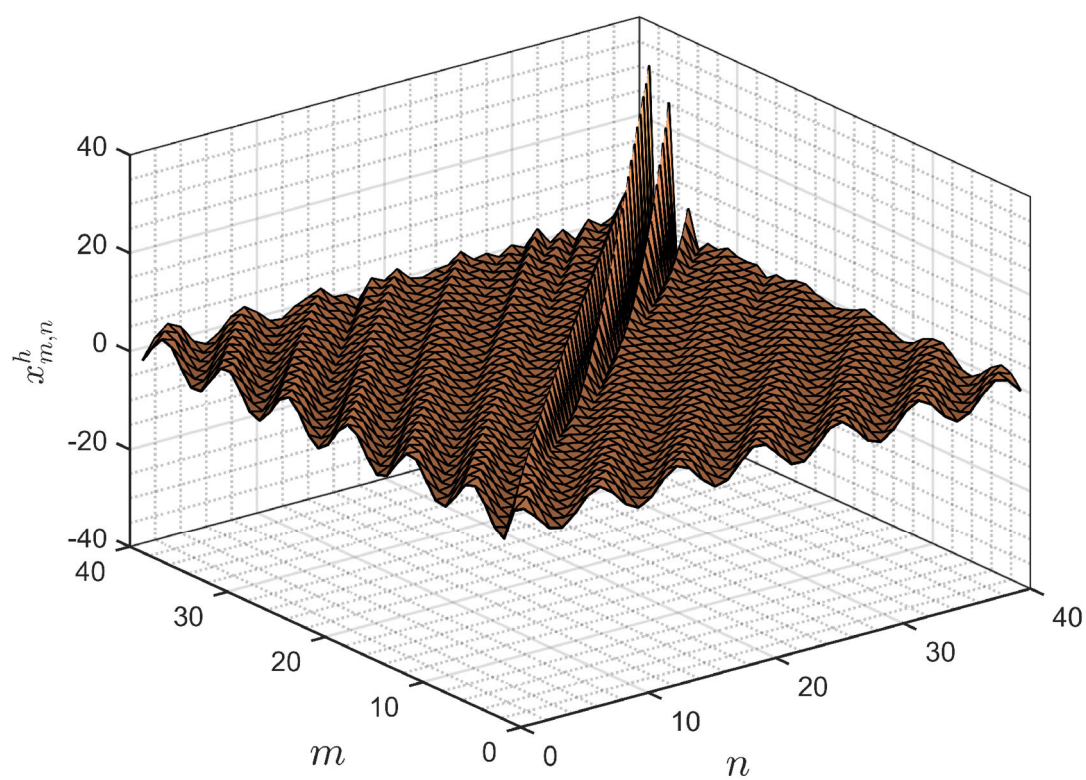


图 5

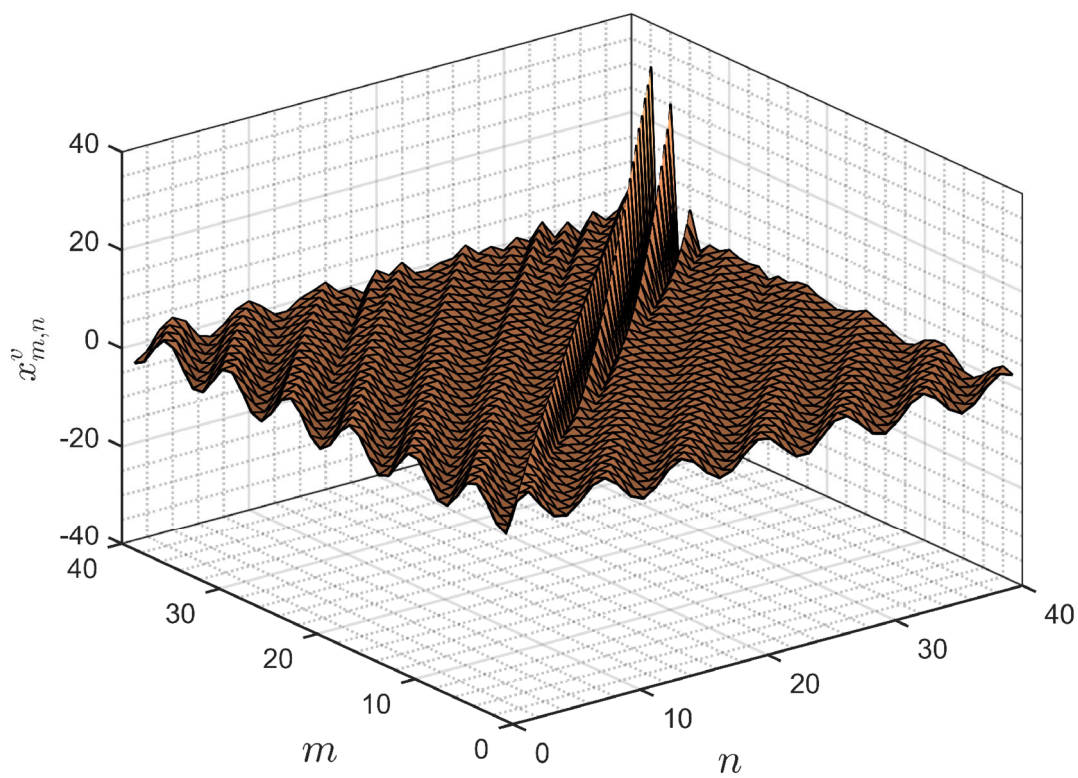


图 6

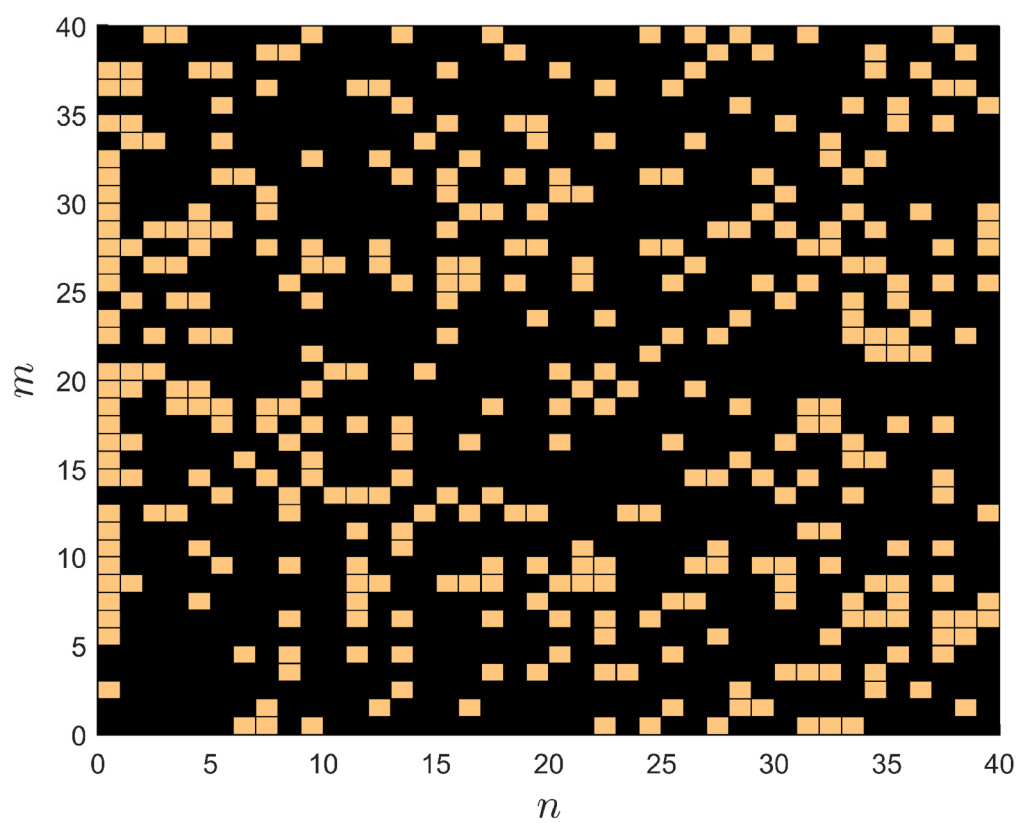


图 7

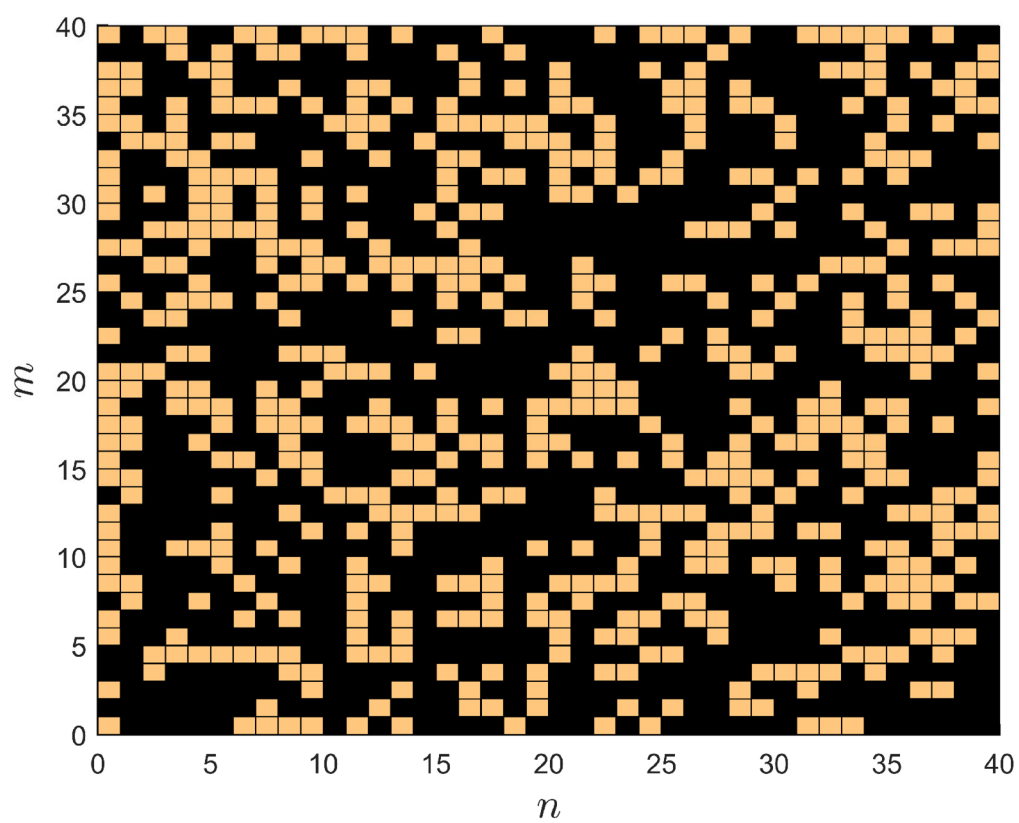


图 8



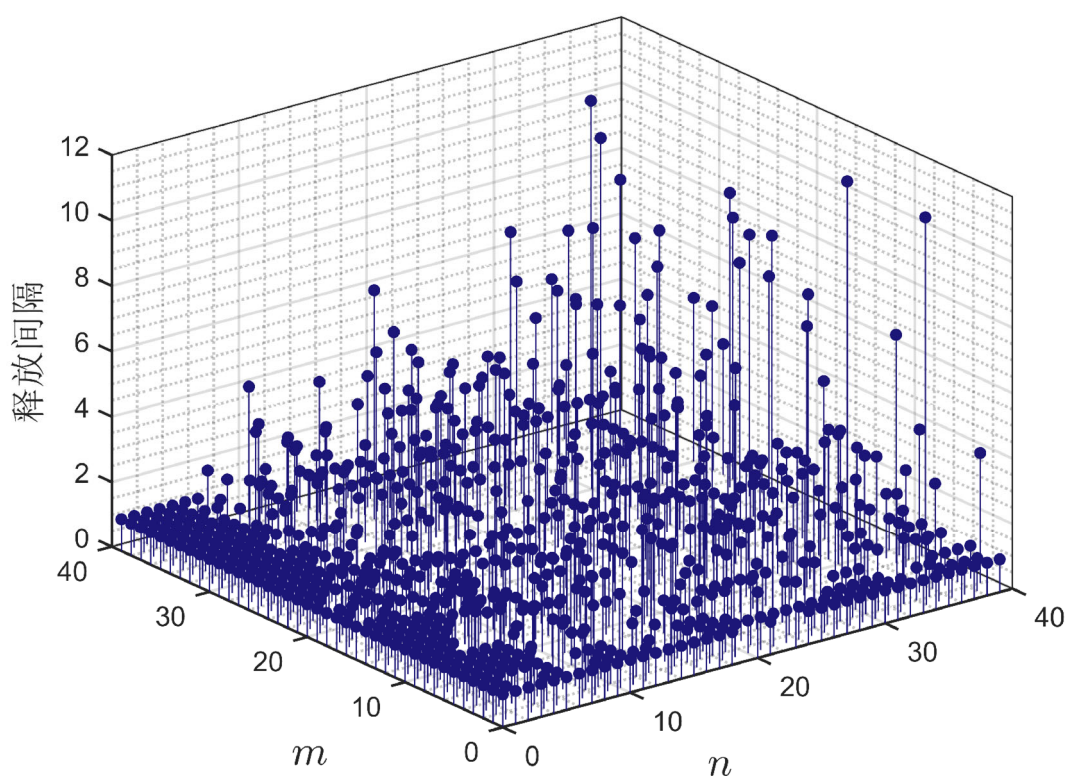


图 9

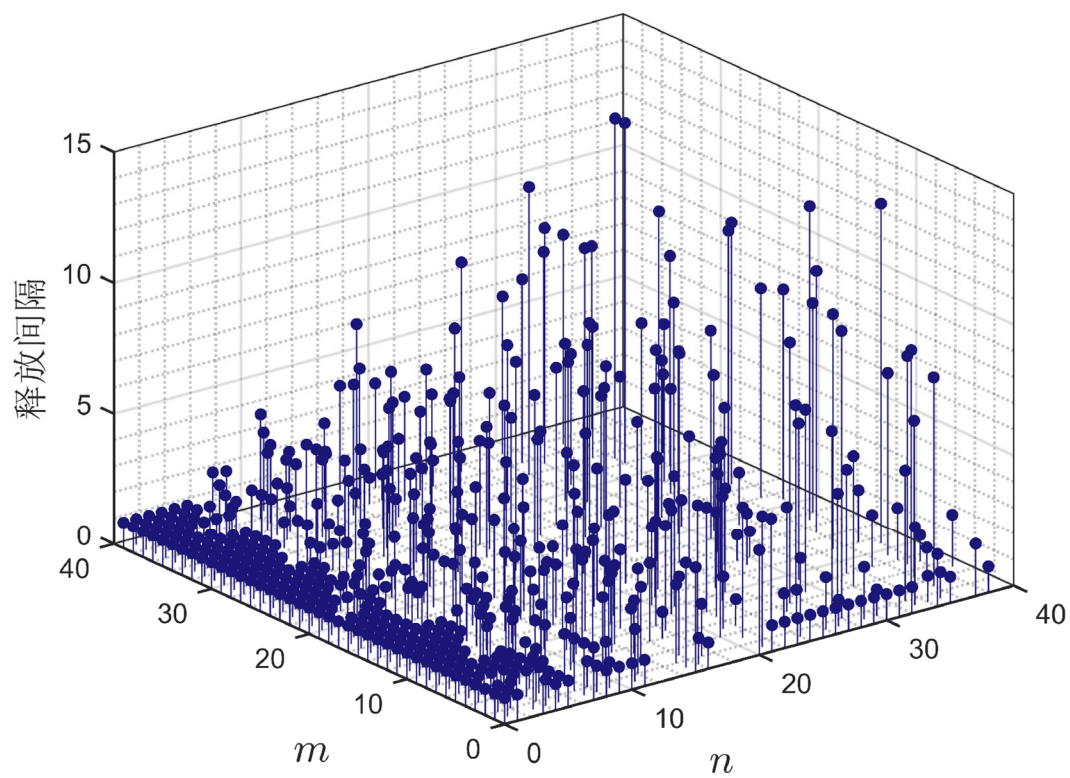


图 10

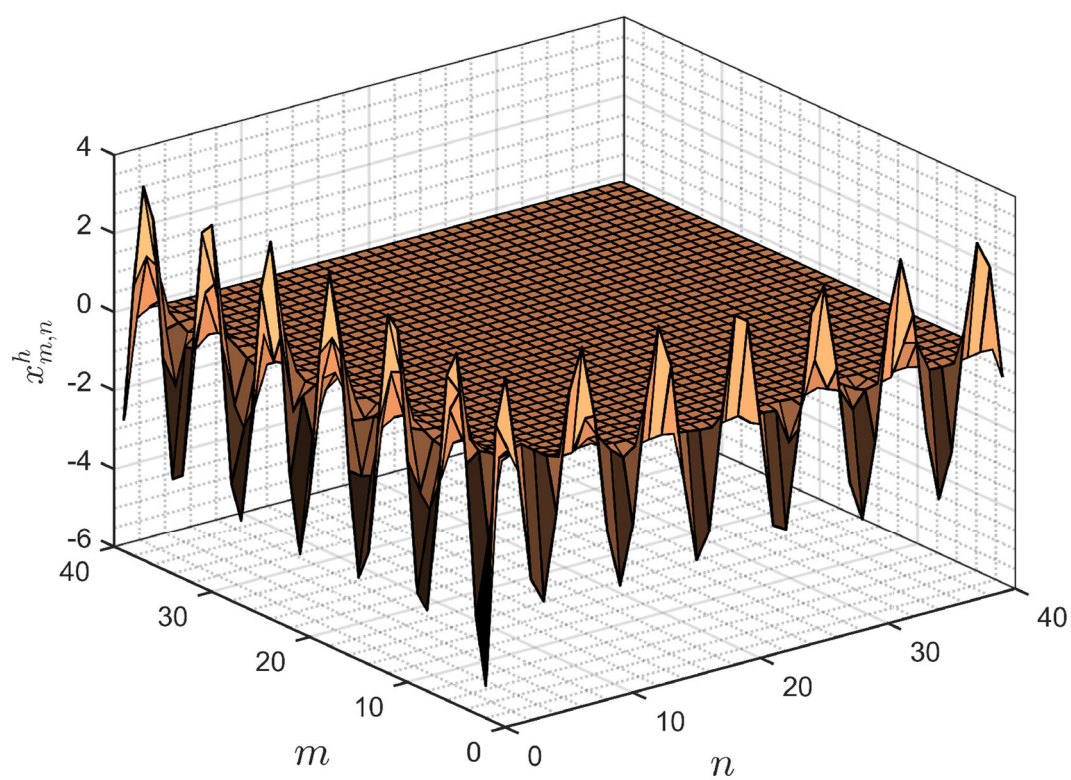


图 11

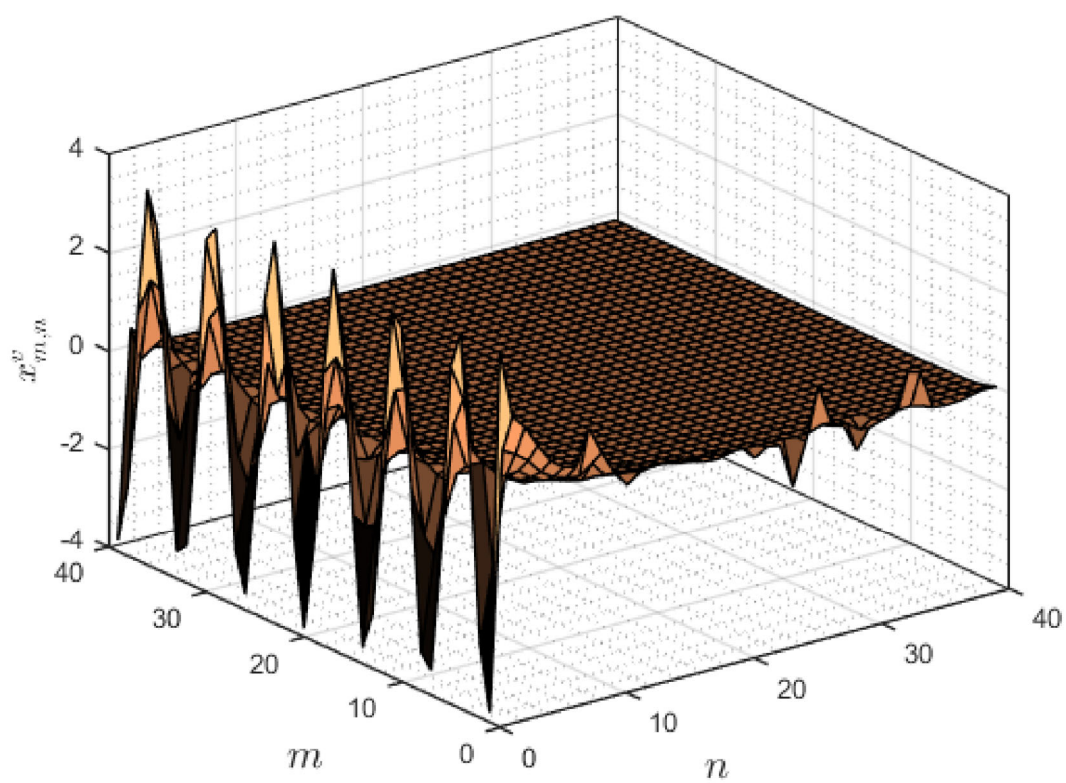


图 12



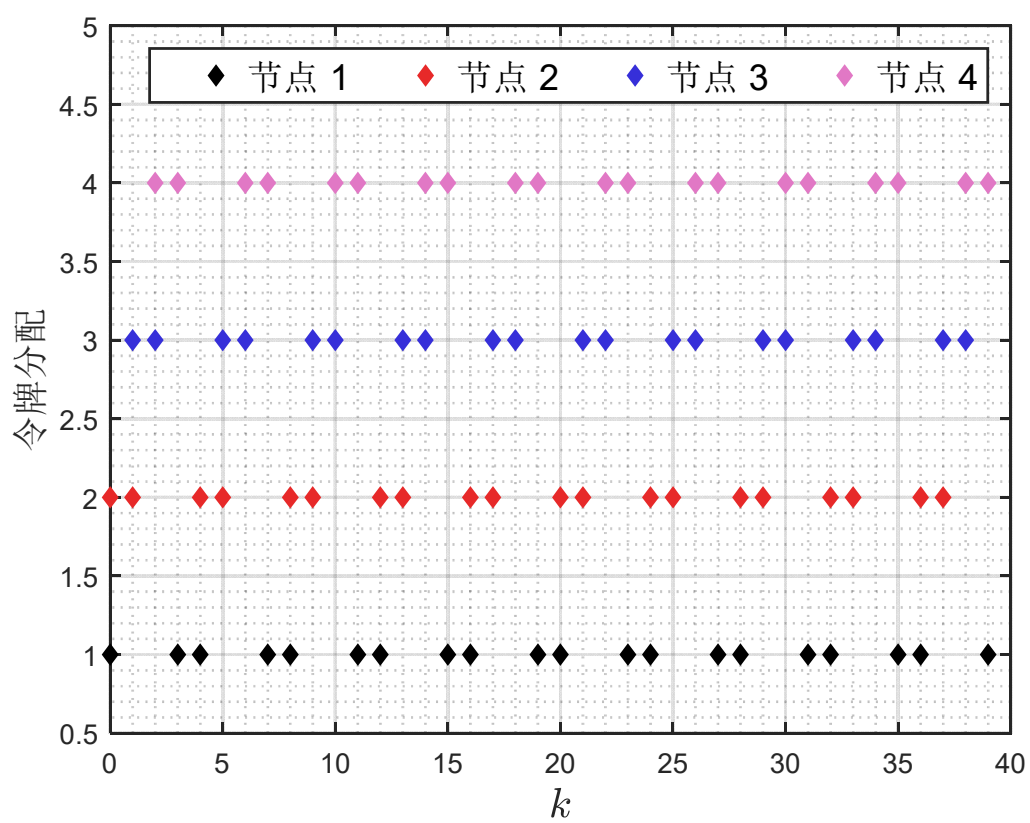


图 13